

Ejercicios Clase Auxiliar

Prof: Pablo Dartnell

Auxs: Cristián Figueroa, David Gómez

17 de Octubre, 2006

P1. Considere la aplicación $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, dada por

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z \\ y \\ x \end{pmatrix}$$

Encuentre la matriz representante de T con respecto a la base canónica de \mathbb{R}^3 .

P2. Considere la aplicación $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, dada por

$$T(M) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot M$$

Encuentre la matriz representante de T con respecto a la base canónica de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Además, utilizando matrices de pasaje, encuentre la representante de T con respecto a la base de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

$$\beta = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

P3. Considere la aplicación $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, donde para cada polinomio $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ se define

$$T(p)(x) = (a_0 + a_1 + a_2) + (a_0 + a_1 - a_2)x + (a_0 - a_1 + a_2)x^2$$

1. Encuentre la matriz representante de T respecto de la base canónica \mathcal{C} .

2. Determine la matriz de pasaje de la base \mathcal{C} a la base

$$\beta = \{x^2, x(1-x), (1-x)^2\}$$

3. Usando la parte anterior, encuentre la matriz representante de T con respecto a la base β en la partida y la base \mathcal{C} en la llegada.
4. Usando la matriz obtenida en la parte (1), demuestre que T es biyectiva, y obtenga una expresión para T^{-1} . ¿Se puede obtener el mismo resultado usando la matriz de la parte (3)?