

Ejercicios Clase Auxiliar

Prof: Pablo Dartnell

Auxs: Cristián Figueroa, David Gómez

5 de Septiembre, 2006

P1. Considere $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ el conjunto de matrices de $n \times n$ a coeficientes en \mathbb{C} como un espacio vectorial sobre el cuerpo \mathbb{C} . Sean $\mathcal{S}, \mathcal{A} \subseteq \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ los conjuntos de matrices simétricas y antisimétricas, respectivamente. Demuestre que ambos son subespacios vectoriales de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ y que $\mathcal{S} \cap \mathcal{A} = \{\mathbf{0}\}$, donde $\mathbf{0}$ es la matriz nula de $n \times n$.

P2. Denotemos por \mathcal{P}_4 el espacio vectorial de polinomios con coeficientes en \mathbb{R} de grado menor o igual a 4. Definimos

$$W_1 = \{p \in \mathcal{P}_4 : p(1) + 2 \cdot p(-1) = 0\}$$

$$W_2 = \{p \in \mathcal{P}_4 : p(x) = a + b x + c x^2 + b x^3 + a x^4 \text{ con } a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

1. Pruebe que W_1, W_2 son subespacios vectoriales de \mathcal{P}_4 .
2. Encuentre bases de W_1 y W_2 .
3. Encuentre una base de $W_1 \cap W_2$.

P3. Sea $a \in \mathbb{R}$. En \mathbb{R}^2 , considere la recta L que pasa por los puntos $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} a \\ 2 \end{pmatrix}$. Calcule el valor que debe tomar a para que L sea un subespacio vectorial de \mathbb{R}^2 , y dé una base para este subespacio.

P4. Demuestre que los siguientes conjuntos son l.i. (considerando \mathbb{R} como cuerpo de escalares):

1. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ en \mathbb{R}^3 .
2. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ en \mathbb{C}^2 .
3. $\{\sin(x), \sin(2x), \sin(3x)\}$ en el espacio de funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} .