

# Ejercicios Clase Auxiliar

Prof: Pablo Dartnell

Auxs: Cristián Figueroa, David Gómez

1 de Agosto, 2006

**P1.** Sea  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ . Demuestre que existe un único par de matrices  $C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  simétrica ( $C^T = C$ ) y  $S \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  antisimétrica ( $S^T = -S$ ) tales que  $A = C + S$ . **HINT:** Suponga que existe un tal par de matrices, y despéjelas en función de  $A$ .

**P2.** Demuestre que la matriz  $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  es invertible, y calcule su inversa. ¿Es  $P^T$  también invertible?

**P3.** Sea  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  el conjunto de las matrices cuadradas de  $n$  filas y  $n$  columnas. Se define la función  $\tau : \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  en toda  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  por

$$\tau(A) = \sum_{i=1}^n A_{ii}$$

Sean  $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  y  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

1. Probar que  $\tau(A + B) = \tau(A) + \tau(B)$ .
2. Probar que  $\tau(\lambda \cdot A) = \lambda \cdot \tau(A)$ .
3. Probar que  $\tau(A \cdot B) = \tau(B \cdot A)$ .
4. Sea  $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  invertible. Probar que  $\tau(A) = \tau(P \cdot A \cdot P^{-1})$ .
5. Probar que  $\tau(A \cdot A^T) \geq 0$ , y que  $\tau(A \cdot A^T) = 0 \iff A = 0$ .