UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Introducción a la Física FI10A-02
Profesor: Andrés Meza
Prof. Auxiliar: Rodrigo Morales
Prof. Auxiliar: Matías Rodríguez
Prof. Auxiliar: Daniel Valenzuela

GUÍA DE PROBLEMAS 20
20 Octubre 2006

::: Objetivos :::
1:: Movimiento armónico simple.
2:: Oscilaciones amortiguadas y forzadas.

1. El resorte de una balanza que marca de 0 a 200 N tiene 12,5 cm de longitud. Una bolsa de manzanas suspendida de la balanza oscila verticalmente con una frecuencia de 2,6 Hz. Despreciando la masa del resorte, determine el peso de las manzanas.

2. Un gato de 4,0 kg, que gusta de las emociones fuertes, está unido mediante un arnés a un resorte de masa despreciable. Si el gato oscila con una amplitud de 0,05 m y, en el punto más alto del movimiento, el resorte está en su largo natural, calcule la energía potencial elástica del resorte, la energía cinética del gato, la energía potencial gravitacional del sistema relativa al punto más bajo del movimiento y la suma de estas tres energías cuando el gato está en: a) su punto más bajo; b) su punto más alto; c) su posición de equilibrio.

3. Se quiere colgar un aro delgado de un clavo en la pared y hacer que tenga una oscilación completa con ángulo pequeño una vez cada 2 s. ¿Qué radio debe tener el aro?

4. Un bloque de masa 0,3 kg se mueve sobre una mesa unido al extremo de un resorte con constante elástica k = 2,5 N/m, sometido a la acción de una fuerza amortiguadora F = –bv.
   i) Si b = 0,9 kg/s, ¿qué frecuencia de oscilación tiene el bloque?
   ii) ¿Para qué valor de b la amortiguación será crítica?

5. El movimiento de un oscilador sub-amortiguado está descrito por
$$x(t) = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega t + \phi) \quad \text{con} \quad \omega^2 = \frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}$$
   Suponiendo que el ángulo de fase $\phi = 0$.
   i) ¿Cuál es la posición en t = 0?
   ii) ¿Qué magnitud y dirección tiene la velocidad en t=0?
   iii) Deduzca una expresión para la aceleración en t = 0. ¿Para qué valor o intervalo de valores de la constante de amortiguación b (en términos de k y m) en t = 0, la aceleración es: negativa,

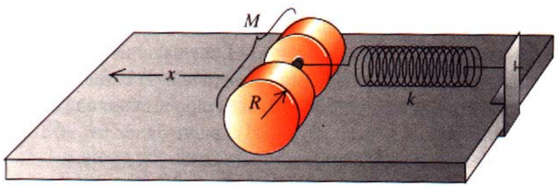
6. Un bloque de masa 10 kg viaja hacia la derecha con rapidez de 2 m/s sobre una superficie horizontal lisa y choca con una segunda masa de 10 kg que inicialmente está en reposo pero unida a un resorte ligero con constante elástica k = 80 N/m. Si las masas quedan pegadas después del choque:
   i) Calcule la frecuencia, amplitud y periodo de las oscilaciones posteriores.
   ii) ¿Cuánto tarda el sistema en regresar por primera vez a la posición en que estaba inmediatamente antes del choque?

7. Un bloque de masa m_1, unido a un resorte horizontal con constante elástica k, oscila con amplitud A_1 y periodo T_1 constantes. En el instante en que el bloque pasa por su posición de equilibrio, se divide repentinamente en dos piezas idénticas. Una permanece unida al resorte y la otra es empujada rápidamente a un lado.
   i) En términos de A_1 y T_1, ¿qué amplitud y periodo tienen las oscilaciones después de partirse el bloque?
   ii) Repita la parte i) para la situación en la que el bloque se divide cuando está en $x = A_1$.

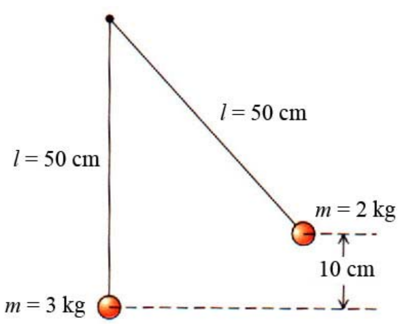
8. En una visita a Pucón, una turista se inscribe en una excursión en barco por el lago Villarrica. Cuando llega al muelle, ve que la embarcación de 1.500 kg que la llevará de paseo está oscilando verticalmente sobre las olas en movimiento armónico simple con amplitud de 20 cm. El barco tarda 3,5 s en efectuar un ciclo de subida-bajada. Cuando está en su punto más alto, la cubierta está a la misma altura que el muelle. Al ver cómo se mece el barco, la turista (masa 60 kg) comienza a sentirse mareada, por lo que se niega a subir a bordo si la cubierta está a más de 10 cm del nivel del muelle. ¿De cuánto tiempo dispone para abordar el barco cómodamente durante cada ciclo de movimiento vertical?

9. Un ejemplo interesante pero muy poco práctico de oscilación es el movimiento de un objeto que se deja caer por un agujero que va de un lado de la Tierra a otro pasando por el centro. Suponiendo (lo cual no es realista) que la Tierra es una esfera con densidad uniforme, demuestre que el movimiento es armónico simple y calcule el periodo.

10. Dos cilindros sólidos idénticos de radio R y masa M, conectados a lo largo de su eje común por una varilla corta y ligera, descansan sobre una mesa horizontal. Un resorte con constante elástica k tiene un extremo sujeto a un soporte fijo y el otro a un anillo sin fricción en el centro de masa de los cilindros. En un instante dado, se tira de los cilindros hacia la izquierda una distancia x y luego se sueltan. Suponiendo que hay suficiente fricción entre la mesa y los cilindros para que éstos rueden sin resbalar, demuestre que el movimiento del centro de masa de los cilindros es armónico simple y calcule su periodo en términos de M y k.

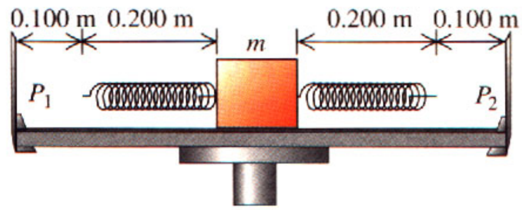


11. Una bolita de 2 kg, unida a una cuerda de 50 cm de largo, se suelta del reposo para chocar con una bolita de 3 kg que está inicialmente en reposo, colgando verticalmente de una cuerda ideal de 50 cm. Después del choque las bolitas quedan pegadas. Si la bolita superior se suelta desde una altura de 10 cm respecto a la bolita inferior, calcule la frecuencia y el desplazamiento angular máximo del movimiento resultante.

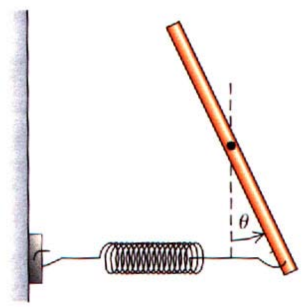


12. Se desea construir un péndulo con un periodo de 4 s en un lugar en el que la aceleración de gravedad es $g = 9{,}8\ m/s^2$.
    i) ¿Qué longitud tiene un péndulo simple con éste periodo?
    ii) Suponga que el péndulo debe montarse en una caja que no puede tener más de 0,5 m de altura. ¿Puede inventar un péndulo con un periodo de 4 s que cumpla éste requisito?

13. Dos resortes, ambos de largo natural 0,2 m pero diferentes constantes elásticas $k_1 = 2$ N/m y $k_2 = 6$ N/m, están unidos a los extremos opuestos de un bloque de masa m = 0,1 kg que descansa sobre una superficie plana sin fricción. Un instante dado, los extremos exteriores de los resortes se unen a dos varillas P_1 y P_2 que están a 0,1 m de las posiciones originales de los extremos de los resortes.
    i) Calcule la longitud de cada resorte cuando el bloque está en su nueva posición de equilibrio.
    ii) Calcule el periodo de oscilación del bloque si se desplaza de su nueva posición de equilibrio y se suelta.

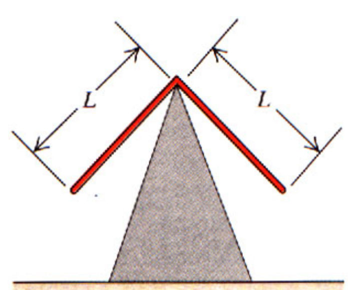


14. Una varilla metálica delgada y uniforme con masa M pivota sin fricción sobre un eje que pasa por su punto medio y es perpendicular a la varilla. Un resorte horizontal con constante elástica k se conecta al extremo inferior de la varilla, mientras que su otro extremo se fija a la pared. La varilla se desplaza un ángulo pequeño θ respecto a la vertical y se suelta. Calcule el periodo del movimiento para pequeñas oscilaciones.

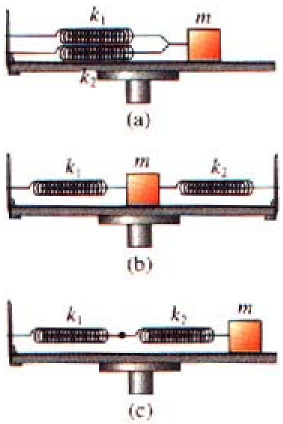


15. Un objeto de masa m, suspendido de un resorte uniforme con constante elástica k, vibra con una frecuencia f_1. Si el resorte se parte a la mitad y el mismo objeto se cuelga de una de las mitades, la frecuencia es f_2. Determine la relación f_2/f_1.

16. Dos varillas delgadas idénticas, cada una de masa m y longitud L, se unen en ángulo recto para formar un objeto en forma de "L", el cual se balancea sobre la punta de una pirámide. Calcule la frecuencia de oscilación para pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio.



17. Dos resortes con el mismo largo natural pero diferentes constantes elásticas k_1 y k_2 se unen a un bloque de masa m que descansa sobre una superficie plana sin fricción. Calcule la constante de fuerza efectiva k en los tres casos mostrados en la figura.



18. Un bloque de masa m está unido al extremo de un resorte ideal con constante elástica k y largo natural L_0. El otro extremo del resorte puede girar libremente (sin roce) alrededor de un clavo incrustado en una mesa superficie horizontal sin fricción. Si la el bloque gira en un círculo con frecuencia angular ω.
    i) Calcule la longitud del resorte en función de ω.
    ii) ¿Cómo cambia el resultado anterior cuando ω se acerca a la frecuencia natural $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ del sistema resorte-masa?