

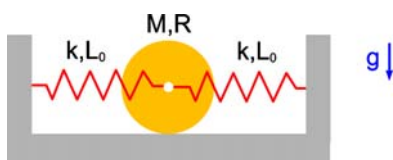
## GUÍA DE PROBLEMAS 19

14 Octubre 2006

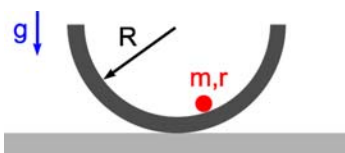
### Objetivos

- 1:: Movimiento armónico simple.
- 2:: Péndulo físico.
- 3:: Oscilaciones forzadas.

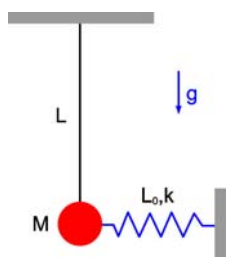
1. El centro de un disco sólido homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$  está conectado a dos resortes ideales idénticos de constante elástica  $k$  y largo natural  $L_0$ . Si el disco rueda sin resbalar, encuentre el período para pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio del sistema.



2. Una esfera sólida de radio  $r$  y masa  $m$  rueda sin resbalar en el interior de un tazón semiesférico de radio  $R$  que está fijo al suelo. Determine el período para pequeñas oscilaciones de la esfera en torno a la posición de equilibrio.



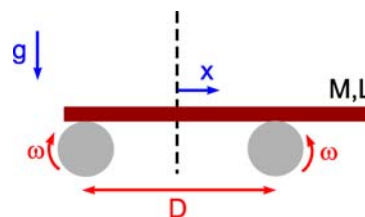
3. Considere un péndulo de largo  $L$  con una masa  $M$  unida a un resorte de constante elástica  $k$  y largo natural  $L_0$ . Cuando el péndulo está vertical el resorte se encuentra en su largo natural. Determine el período para pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio de este sistema (es decir, suponga que el resorte se mantiene siempre horizontal).



4. Un tablón de masa  $M$  y largo  $L$  desliza horizontalmente sobre dos rodillos que giran en sentidos opuestos con velocidad angular constante  $\omega$ . La distancia entre los ejes de rotación de los

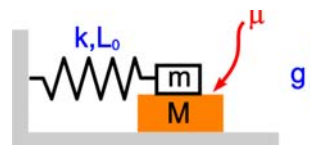
rodillos es  $D$  y el coeficiente de roce cinético entre los rodillos y el tablón es  $\mu$ .

- i) Calcule las reacciones de los rodillos sobre el tablón en función de la distancia del centro de masa del tablón a un punto ubicado a  $D/2$  de cada uno de los ejes de rotación.
- ii) Demuestre que el tablón describe un movimiento armónico simple. Determine el período de las oscilaciones.



5. Un bloque de masa  $m$  se coloca sobre un bloque de masa  $M$  y se une a una pared mediante un resorte de constante elástica  $k$  y largo natural  $L_0$ . El coeficiente de roce estático entre los bloques es  $\mu$ . Si el conjunto es soltado desde una distancia  $D$  de la posición de equilibrio y el resorte se mantiene siempre horizontal:

- i) Determine la fuerza de roce sobre el bloque  $m$  en función del tiempo.
- ii) Calcule la amplitud máxima de las oscilaciones para la cual los bloques no resbalan entre sí. En este caso, calcule la energía del sistema.

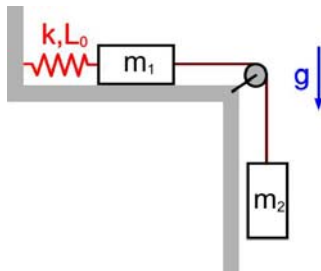


6. Dos bloques de masas  $m_1$  y  $m_2$  están unidos por una cuerda ideal que pasa por una polea sin roce. Además, la masa  $m_1$  está unida a la pared mediante un resorte ideal de constante elástica  $k$  y largo natural  $L_0$ .

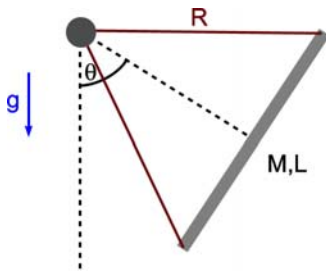
- i) Suponga que en el instante inicial ambas masas están en reposo y el resorte está en su largo natural. Si el roce entre el piso y la masa  $m_1$  es despreciable, encuentre cuánto baja la masa  $m_2$  a partir de su posición inicial, cuando

ésta se suelta muy lentamente de manera que el sistema no oscile.

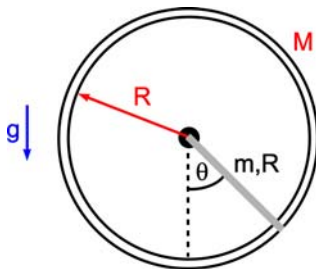
- ii) Considere ahora la misma situación anterior pero suponga que el roce entre la masa  $m_1$  y el piso no es despreciable. Encuentre el valor mínimo que debe tener el coeficiente de roce estático  $\mu_e$  para que el sistema de masas permanezca sin moverse al soltar  $m_2$ . Note que el resorte permanece en su largo natural. ¿Depende este valor mínimo de la constante elástica del resorte?
- iii) Considere la misma situación de la parte i) pero ahora una persona sostiene la masa  $m_2$  de modo que todo el sistema permanece en reposo y el resorte mantiene su largo natural. En  $t=0$ , la persona repentinamente suelta la masa  $m_2$ . Calcule el máximo estiramiento del resorte o, lo que es lo mismo, cuánto baja  $m_2$ . Calcule además el período con que oscila este sistema.



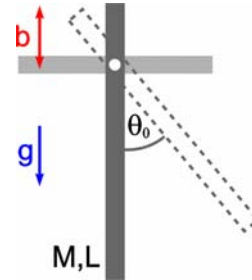
7. Encuentre el período para pequeñas oscilaciones de una barra de masa  $M$  y largo  $L$  sostenida por dos cuerdas sin masa y de largo  $R$ .



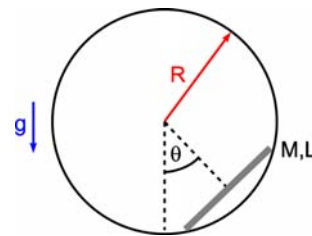
8. Encuentre el período para pequeñas oscilaciones del péndulo formado por un aro de masa  $M$  y radio  $R$  que gira en torno a su centro y que además está unido a una barra de masa  $m$  y largo  $R$ . Si la barra se suelta desde un ángulo  $\theta_0$ , encuentre el valor de la velocidad angular del péndulo cuando pasa por su punto más bajo.



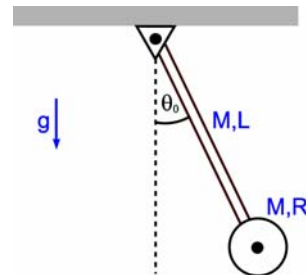
9. Una barra de longitud  $L$  y masa  $M$  oscila alrededor de un eje ubicado a una distancia  $b$  del extremo superior de la barra.
  - i) Encuentre el período para pequeñas oscilaciones de este péndulo.
  - ii) Suponga que el péndulo se suelta del reposo desde un ángulo  $\theta_0$  con respecto a la vertical. Encuentre la velocidad angular cuando el péndulo alcanza el punto más bajo de su trayectoria.



10. Una barra de largo  $L$  se coloca en el interior de un cilindro pulido de radio  $R > L$ . Si la barra está inicialmente en reposo y la línea perpendicular al punto medio de la barra forma un ángulo  $\theta$  con la vertical, encuentre la rapidez que tiene la barra cuando alcanza su posición más baja. Calcule además el período para pequeñas oscilaciones de este péndulo.



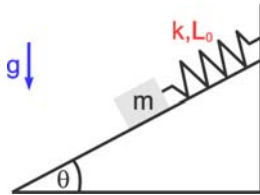
11. El péndulo de la figura consiste en una barra de masa  $m$  y largo  $L$  que puede girar libremente, sin roce, en torno a un pivote ubicado en su extremo superior. En el otro extremo de la barra se coloca un disco de masa  $M$  y radio  $R$  que puede girar libremente en torno a su centro. Para iniciar el movimiento, el péndulo se suelta del reposo desde un ángulo  $\theta_0$ . Determine el período para pequeñas oscilaciones de este sistema.



12. Un bloque de masa  $m$  se coloca sobre un plano inclinado perfectamente pulido, unido a un resorte

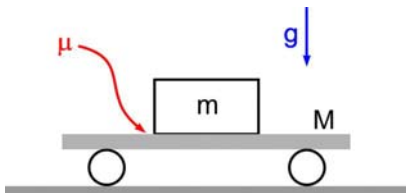
de largo natural  $L_0$  y constante elástica  $k$ . Si el plano forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal:

- Determine la posición de equilibrio del sistema con respecto al extremo fijo del resorte.
- Calcule la frecuencia de oscilación del sistema en torno la posición de equilibrio.



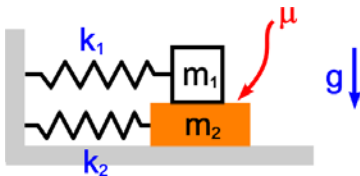
13. Un bloque de masa  $m$  descansa sobre una plataforma horizontal de masa  $M$ . El coeficiente de roce estático entre el bloque y la plataforma es  $\mu$ . Una fuerza externa hace oscilar la plataforma con una amplitud en función del tiempo dada por  $x(t) = A \cos(\omega t)$ .

- Dada la frecuencia  $\omega$  de la oscilación, determine la máxima amplitud  $A$  con que se puede hacer oscilar la plataforma sin que el bloque resbale.
- Calcule el valor de la fuerza horizontal en función de la posición  $F(x)$  que es necesario aplicar a la plataforma para lograr este movimiento oscilatorio



14. Dos bloques de masas  $m_1$  y  $m_2$  están unidos a la pared mediante sendos resortes de constantes elásticas  $k_1$  y  $k_2$ , respectivamente. Los resortes se encuentran en su largo natural cuando los bloques están inmóviles. El coeficiente de roce entre los bloques es  $\mu$ .

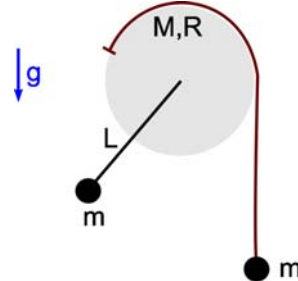
- Determine la amplitud máxima permitida para que los dos bloques no resbalen entre sí.
- Encuentre la energía del sistema y la velocidad máxima que adquieren los bloques en esta situación.



15. Una varilla de masa despreciable y largo  $L$  está pegada a un disco macizo de radio  $R$  y masa  $M$ . En el extremo de la varilla se coloca una masa  $m$ . Una segunda masa  $m$  cuelga de una cuerda ideal que pasa por el borde del disco de tal manera que cuando la masa sube o baja, la cuerda se enrolla o

desenrolla.

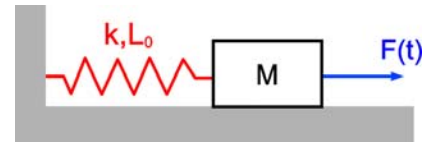
- Encuentre la energía mecánica total para el sistema.
- Encuentre él o los puntos de equilibrio del sistema.
- Para los puntos de equilibrios estables encuentre la frecuencia de pequeñas oscilaciones.



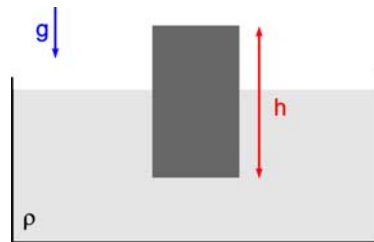
16. Un bloque de masa  $M$  que está unido a un resorte de constante elástica  $k$  y largo  $L_0$  es sometido a una fuerza externa de la forma

$$F(t) = F_0 \cos^3(\omega t),$$

donde  $F_0$  es una constante positiva. Encuentre todos los valores de  $\omega$  para los cuales hay resonancia.



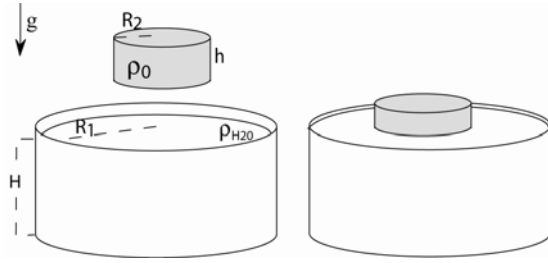
17. Un cilindro de masa  $M$ , altura  $h$  y sección transversal  $A$  flota verticalmente en la superficie de un líquido de densidad  $\rho$ . Calcule el período para pequeñas oscilaciones si el cilindro se hunde una profundidad  $a \ll h$  y luego se suelta. Suponga que no hay fricción y que el cilindro se mantiene siempre vertical.



18. En un recipiente cilíndrico de radio  $R_1$ , inicialmente lleno con agua hasta una altura  $H$ , se deposita suavemente un flotador cilíndrico de radio  $R_2 < R_1$  y altura  $h < H$ . El flotador está hecho de un material liviano de densidad  $\rho_0 < \rho_{H_2O}$ . Sin despreciar el cambio de altura del agua en el recipiente al momento de introducir el flotador:

- Encuentre la posición de equilibrio del flotador medida desde el fondo del recipiente.

- ii) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación vertical respecto a la posición de equilibrio?



**Indicaciones:** Suponga que el flotador es estable, es decir, se mantiene siempre vertical.