

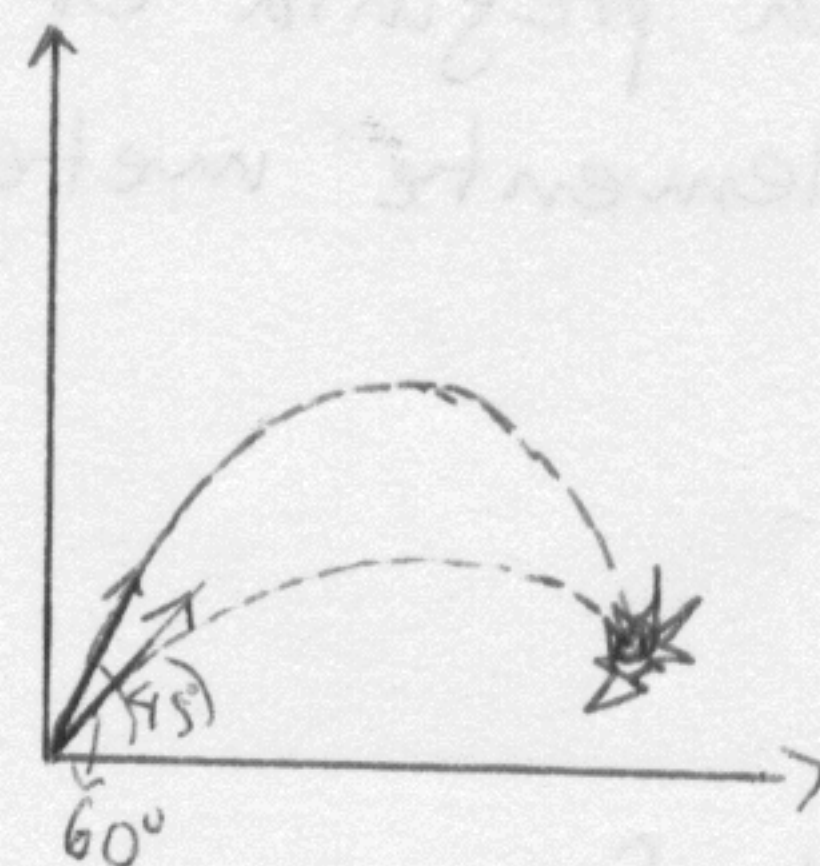
P1 Dos proyectiles son lanzados con rapidez V_0 desde un mismo punto. Uno de ellos es disparado con un ángulo de 45° con respecto a la horizontal y el otro con un ángulo de 60° .

→ Determine cual de los proyectiles debe ser lanzado primero y con cuanto tiempo de anticipación de modo que choquen en el aire.



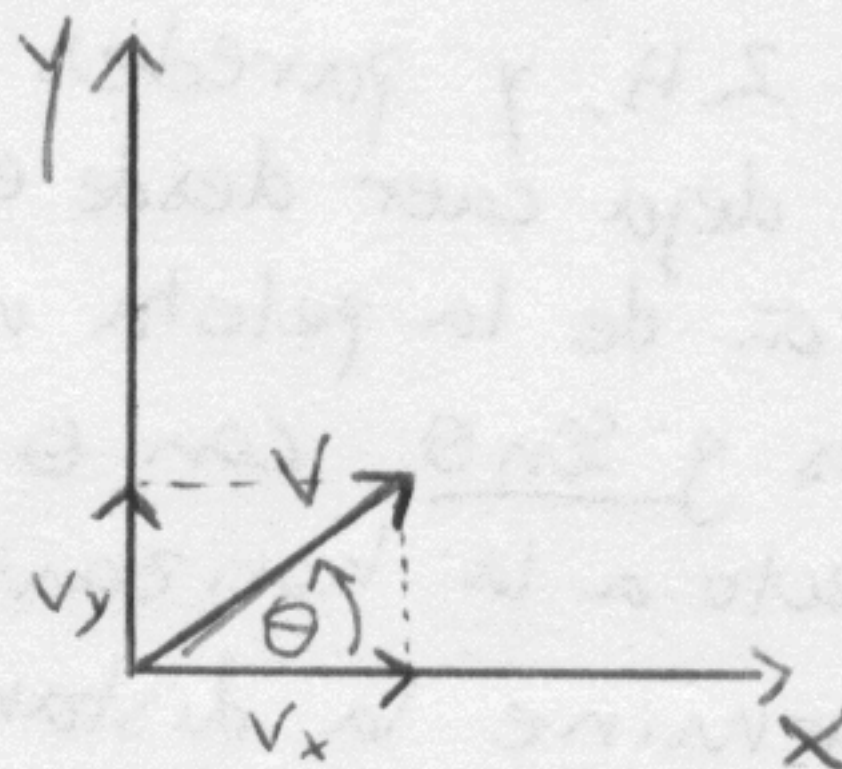
El proyectil que sale con 60° tendrá que recorrer más para llegar al punto de encuentro.

Por lo tanto debe lanzarse primero.



Para poder plantear ahora las ecuaciones de movimiento debemos descomponer la \vec{v} en las coordenadas más convenientes para trabajar: x, y

Se tiene entonces: $V_x = V \cos \theta$
 $V_y = V \sin \theta$



Con esto planteamos las ecuaciones para el proyectil 1 (de 45°) y el 2 (de 60°)

$$x = x_0 + V_0 t \rightarrow x_1 = V_0 \cos(45^\circ) t$$

$$\rightarrow x_2 = V_0 \cos(60^\circ) (t' + t)$$

$$y = y_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2} \rightarrow y_1 = V_0 \sin(45^\circ) t - \frac{g t^2}{2}$$

$$\rightarrow y_2 = V_0 \sin 60^\circ (t' + t) - \frac{g (t' + t)^2}{2}$$

siendo t' la ventaja que le damos al proyectil 2.

Cuando las cosas chocan, comúnmente se encuentran en el mismo lugar, la condición para esto es: $x_1 = x_2$ y $y_1 = y_2$

$$\underline{x_1 = x_2} \quad V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} t = V_0 \frac{1}{2} (t' + t) \Rightarrow t' = (\sqrt{2} - 1) t \quad (\text{🍌})$$

$$y_1 = y_2 \quad V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} t - \frac{gt^2}{2} = V_0 \frac{\sqrt{3}}{2} (t' + t) - \frac{g}{2} (t' + t)^2$$

Reemplazando (♣) queda que: $V_0 \sqrt{2} t - gt^2 = V_0 \sqrt{3} (\sqrt{2} - 1 + 1) t - g(\sqrt{2} - 1 + 1)^2 t^2$

$$tg = \sqrt{2} V_0 (\sqrt{3} - 1)$$

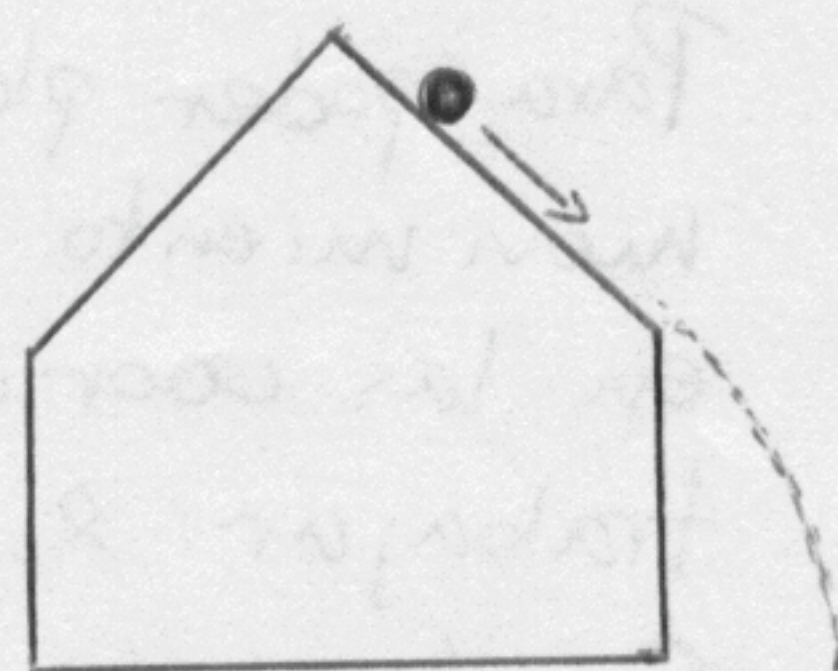
$$t = \frac{\sqrt{2} V_0 (\sqrt{3} - 1)}{g} \quad (\clubsuit)$$

Pero la pregunta es por la anticipación del proyectil 2, es decir, por t' .
 Simplemente metemos (♣) en (♣):

$$t' = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} - 1) \sqrt{2} \frac{V_0}{g} \approx 0,43 \frac{V_0}{g}$$

P2 En la figura se muestra una casa de altura $2H$, anchura $2H$, y paredes rectas de altura H . Una pelota de golf se deja caer desde el punto más alto del techo. La aceleración de la pelota mientras mantiene contacto con el techo es $g \sin \theta$, con θ el ángulo de inclinación del techo con respecto a la horizontal.

→ Determine la distancia entre la muralla y el punto de impacto de la pelota en el suelo.

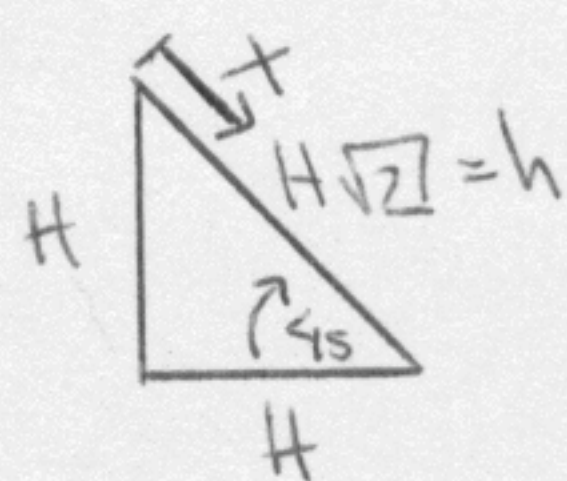


La resolución de estos problemas se basa en separarlos en dos partes.

1º: Cuando cae por el techo, de donde se saca el ángulo y la velocidad en el punto en que se desprende del techo

2º: Caída por gravedad con las condiciones iniciales averiguadas.

1º



Por pitágoras sacamos lo que debe recorrer la pelota y escogemos un sistema de coordenadas sencillo.
 Y también descubrimos el ángulo! $\left(\sin(\theta) = \frac{H}{H\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ \right)$

Ecuación: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

$$x = 0 + 0 + g \sin \theta \frac{t^2}{2}$$

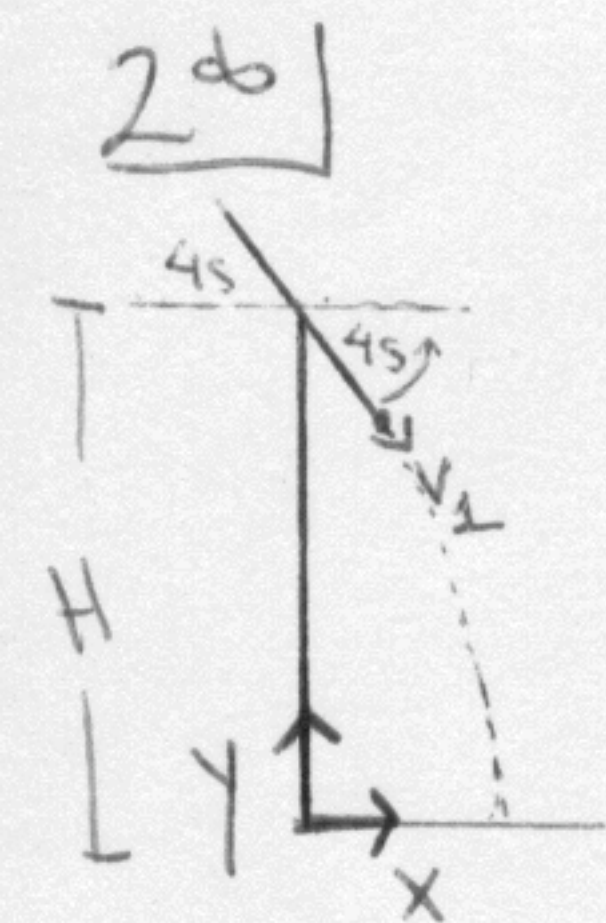
recorre h , en esta parte del problema $\Rightarrow H\sqrt{2} = g \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{t^2}{2} \Rightarrow t = 2 \sqrt{\frac{H}{g}} \quad (\clubsuit)$

Y... ¿sirve de algo (0) o solo gasté tinta? ... si... si sirve porque ahora podemos descubrir la velocidad en el punto h que es donde comenzará a caer.

Ecuación de velocidad: $v = v_0 + at$

$$v = 0 + g \sin 45^\circ t$$

en h entonces partirá con: $v_1 = g \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{H}{g}} = \sqrt{2gH}$



Descomponemos entonces la velocidad:

$$v_{1x} = v_1 \cos 45^\circ$$

$$v_{1y} = -v_1 \sin 45^\circ$$

Planteamos las ecuaciones: $x = v_1 \frac{\sqrt{2}}{2} t = \sqrt{gH} t$

$$y = H - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2gH} t - \frac{gt^2}{2}$$

Descubrimos cuanto se demoró en caer imponiendo $y=0$

$$\rightarrow \frac{-\sqrt{gH} \pm \sqrt{gH + 2gH}}{g} = (\sqrt{3} - 1) \sqrt{\frac{H}{g}} = t$$

Y vemos cuanto avanzó x en ese tiempo: $x = \sqrt{gH} \sqrt{\frac{H}{g}} (\sqrt{3} - 1) = \underline{0,73H}$