

Pauta P1:

Cuando se corta la cuerda derecha, se deja la situación estática y la barra se empieza a mover. En el instante inmediatamente posterior, la barra se puede considerar que gira en torno al punto de contacto con la cuerda izquierda (cosa que se mantendría así en caso de que en vez de tener una cuerda, tengamos otra barra unida solidamente al techo).

Hacemos sumatoria de fuerzas en torno al centro de masa:

$$\Sigma F_y: T - Mg = Ma$$

Y sumatoria de torque en torno al punto de giro:

$$\Sigma T: -Mgl/2 = I\alpha$$

Ojo con los signos! Si eligen el torque positivo (lo cual sería lo más natural, si uno elige el ángulo a medir como el que forma la barra con la horizontal) hay que cambiar el signo en la sumatoria de fuerzas (revisen, por ejemplo, el ejercicio que tuvieron de la barra cayendo o similares hechos en clases auxiliares, y fíjense como está definido el sistema de referencia).

Por Steiner, $I = (Ml^2)/3$ (recuerden que nos daban el momento de inercia respecto al centro de masa)

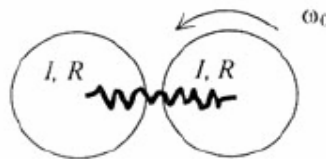
Por último, sabemos que $a = R\alpha$, y como estamos analizando el centro de masa, en este caso $R = l/2$

Juntando todo lo anterior, nos da que $T = (Mg)/4$

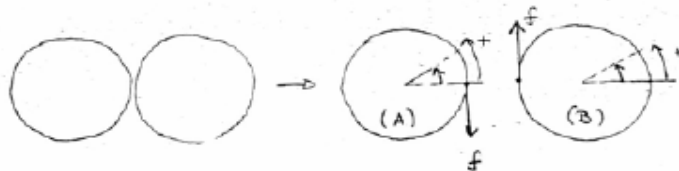
El siguiente es en si el problema 2:

Dos discos idénticos, con momento de inercia I y radio R , se encuentran situados con sus ejes paralelos. El disco de la izquierda tiene su eje fijo y se encuentra en reposo. El disco de la derecha gira con una rapidez angular inicial ω_0 . El disco en rotación se acerca lentamente al disco en reposo, empujado por un resorte que une sus ejes y que ejerce una fuerza F . El coeficiente de roce cinético entre ambos discos es μ . Encuentre

- El tiempo t^* que transcurre desde que los discos entran en contacto por primera vez, hasta que los discos giran sin deslizar.
- La velocidad angular ω_f de cada disco cuando comienzan a girar sin deslizar.
- La pérdida de energía cinética producida por la fuerza de roce.



Solución



Disco A: $\vec{\tau} = I \vec{\alpha} \Rightarrow$

$$-Rf = I \alpha_A \Rightarrow \alpha_A = -\frac{Rf}{I} \quad f = \mu \frac{N_{\text{normal}}}{F}$$

$$\Rightarrow \alpha_A = -\frac{\mu RF}{I} \Rightarrow \boxed{\omega_A = \omega_0 - \frac{\mu RF}{I} t} \quad (1)$$

Vel. ang. disco A.

Disco B: $\vec{\tau} = I \vec{\alpha} \Rightarrow \alpha_B = -\frac{Rf}{I}$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_B = 0 - \frac{\mu RF}{I} t} \quad (2)$$

Dejen de resbalar cuando $\omega_A = -\omega_B \Rightarrow$

$$\omega_0 - \frac{\mu RF}{I} t = \frac{\mu RF}{I} t \Rightarrow$$

$$(3) \quad \boxed{t^* = \frac{2I\omega_0}{\mu RF}} \leftarrow \text{sol. (a)}$$

b) Vel. angular en $t^* \rightarrow \omega_B(t^*) = -\frac{\omega_0}{2} = -\omega_A(t^*)$

c) $\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} I \omega_0^2 \Rightarrow$

$$\boxed{\Delta K = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} I \omega_0^2 \right]}$$

Notar que una vez que deja de deslizar y comienza a rodar sin resbalar, no es tan trivial ver como actúan las fuerzas en los discos. Notar que en ningún momento era necesaria la masa de los discos, y que también daba lo mismo si hay gravedad o no.

Solucion P3

La velocidad de una órbita circular es $v_o = \sqrt{GM_T/R}$, independiente de la masa de los satélites. Luego, ambos satélites tienen igual velocidad pero en sentido opuesto.

Al momento del choque en A los satélites se encuentran con velocidad $\pm\sqrt{GM_T/R}$. El choque es plástico y da lugar a un objeto de masa $m = m_1 + m_2$. Por conservación del momentum, la velocidad del objeto que resulta es

$$v_A = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) v_o \quad (1)$$

$$v_A = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) \sqrt{GM_T/R} \quad (2)$$

Se debe imponer que llegue a B con una órbita tangente. Para eso, se impone conservación de energía y momentum angular entre los puntos A y B . La conservación de momentum angular es:

$$(m_1 + m_2)Rv_A = (m_1 + m_2)R_T v_B \quad (3)$$

de lo cual se obtiene la velocidad en B

$$v_B = \frac{Rv_A}{R_T} \quad (4)$$

$$= \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) \frac{R}{R_T} \sqrt{GM_T/R} \quad (5)$$

La conservación de energía indica que

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_A^2 - \frac{GM(m_1 + m_2)}{R} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2 - \frac{GM(m_1 + m_2)}{R_T} \quad (6)$$

Reemplazando los valores encontrados para v_A y v_B y simplificando el factor común $(m_1 + m_2)$ se obtiene

$$\frac{1}{2} \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)^2 \frac{GM_T}{R} - \frac{GM_T}{R} = \frac{1}{2} \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)^2 \frac{R^2}{R_T^2} \frac{GM_T}{R} - \frac{GM_T}{R_T} \quad (7)$$

De lo anterior se despeja

$$\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = \sqrt{\frac{R_T}{R + R_T}} \quad (8)$$

y se obtiene el resultado buscado

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \sqrt{R_T/(R + R_T)}}{1 + \sqrt{R_T/(R + R_T)}} \quad (9)$$