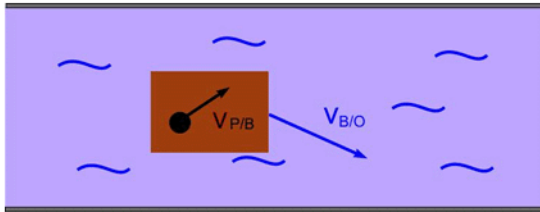


VELOCIDAD RELATIVA



UNA PERSONA CAMINA SOBRE UNA BARCAZA
 CON UNA VELOCIDAD $\vec{v}_{P/B}$.

LA BARCAZA VIAJA CON UNA VELOCIDAD $\vec{v}_{B/O}$

¿CUÁL ES LA VELOCIDAD DE LA PERSONA
 CON RESPECTO A LA ORILLA?

91

APLIQUEMOS EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

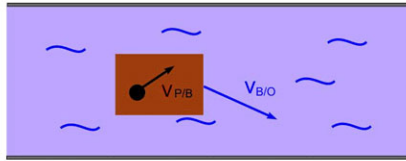
1^{ro}: CONGELAMOS EL MOVIMIENTO DE LA
 PERSONA C/r A LA BARCAZA

$$\vec{v}_{P/O} = \vec{v}_{B/O} + \dots$$

2^{do}: CONGELAMOS LA VELOCIDAD DE LA
 BARCAZA C/r A LA ORILLA

$$\vec{v}_{P/O} = \dots + \vec{v}_{P/B}$$

92



SUPERPONEMOS AMBOS MOVIMIENTOS

$$\vec{v}_{P/O} = \vec{v}_{B/O} + \vec{v}_{P/B}$$

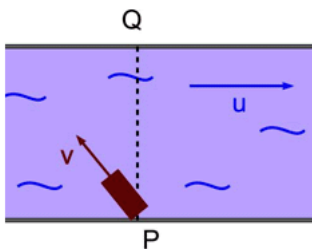
REGLA NEMOTÉCNICA

$$\frac{P}{O} = \frac{P}{B} \cdot \frac{B}{O}$$

93

EJEMPLO TÍPICO

BOTE ATRAVESANDO UN RÍO



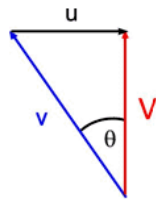
$\vec{u} \equiv$ VELOCIDAD RÍO
 c/r ORILLA

$\vec{v} \equiv$ VELOCIDAD BOTE
 c/r RÍO

$\Rightarrow \vec{V} \equiv$ VELOCIDAD BOTE c/r ORILLA

$$\vec{V} = \vec{u}_{\text{RÍO/ORILLA}} + \vec{v}_{\text{BOTE/RÍO}}$$

94



PARA LLEGAR AL PUNTO Q

$$|\vec{v}| \sin \theta = |\vec{u}|$$

TIEMPO QUE DEMORA

$$T |\vec{v}| \cos \theta = D$$

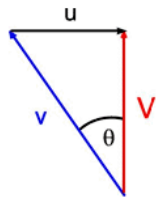
$$T = \frac{D}{v \cos \theta}$$

PERO $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ ENTONCES

$$T = \frac{D}{v \sqrt{1 - \left(\frac{u}{v}\right)^2}} = \frac{D}{\sqrt{v^2 - u^2}}$$

95

$$\theta = ?$$



$$v = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$v = \sqrt{v^2 - u^2}$$

PERO $v = v \cos \theta$

$$\Rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - \frac{u^2}{v^2}}$$

ANALOGAMENTE

$$u = v \sin \theta \Rightarrow \boxed{\sin \theta = \frac{u}{v}}$$

Si $\theta = 45^\circ \Rightarrow u = \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 0.7 v$

96

Movimiento en dos dimensiones

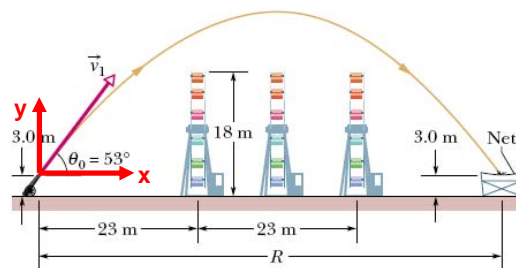
En 1922, uno de los Zacchinis, una famosa familia de circenses italianos, fue la primera “bala humana” disparada por un cañón. Para aumentar la espectacularidad del acto, la familia aumento gradualmente la distancia del vuelo, hasta que, en 1940, Emanuel Zacchini voló sobre tres ruedas de la fortuna, atravesando una distancia horizontal de 69 m.



¿Cómo pudo saber donde colocar la red y cómo pudo estar seguro que alcanzaría altura suficiente para no golpear las ruedas de la fortuna?



97



Condiciones iniciales
 $x_1 = y_1 = 0$
 $v_1 = 26,5 \text{ m/s}$
 $\theta_1 = 53^\circ$

Ecuaciones de movimiento
 $x = v_1 \cos \theta_1 t$
 $y = v_1 \sin \theta_1 t - \frac{1}{2} g t^2$

¿Pasa por arriba de la primera rueda de la fortuna?

$$t_2 = \frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \Rightarrow y_2 = v_1 \sin \theta_1 \left(\frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \right)^2$$

Evaluyendo

$$y_2 = (\tan 53^\circ)(23 \text{ m}) - \frac{(9,8 \text{ m/s}^2)(23 \text{ m})^2}{2(26,5 \text{ m/s})^2 (\cos 53^\circ)^2}$$

$$y_2 = 20,3 \text{ m}$$

Por lo tanto, el proyectil humano pasa 5,3 m por arriba de la primera rueda de la fortuna

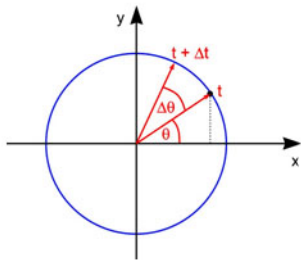
¿A qué distancia deben colocar la red?

$$R = \frac{2v_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1}{g}$$

$$R = \frac{2(26,5 \text{ m/s})^2 \sin(53^\circ) \cos(53^\circ)}{9,8 \text{ m/s}^2} = 69 \text{ m}$$

98

MOVIMIENTO CIRCULAR



LA PARTÍCULA SE
MUEVE SOBRE UNA
CIRCUNFERENCIA

=> BASTA UN ÁNGULO
PARA DESCRIBIR SU
POSICIÓN

$$\text{VELOCIDAD ANGULAR} = \omega \equiv \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Si EL MOVIMIENTO ES CIRCULAR UNIFORME

$$\Rightarrow \omega = \text{cte} = \frac{2\pi}{T}$$

Donde T es el período

UNIDADES

$$\omega = \left[\frac{\Delta \theta}{\Delta t} \right] = \left[\frac{\text{radianes}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{1}{\text{s}} \right]$$

$$T = [\text{s}]$$

$$f = \text{frecuencia} \equiv \frac{1}{T} = \left[\frac{1}{\text{s}} \right] \equiv [\text{Hz}]$$

Hertz

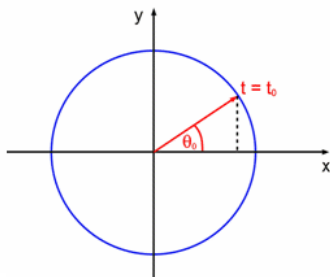
99

ANALOGÍA CON EL MOVIMIENTO 1-DIM

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta(t) = \theta_0 + \omega(t - t_0)}$$

θ_0 : Posición DE LA PARTÍCULA EN $t = t_0$

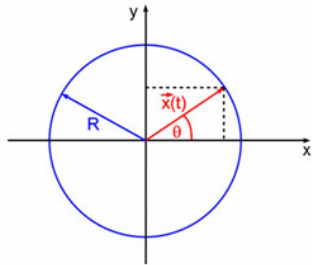


Si $t_0 = \theta_0 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = \omega t}$$

100

DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO EN COORDENADAS CARTESIANAS



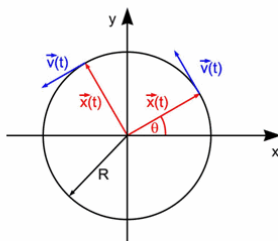
COORD. X : $x = R \cos \theta = R \cos \omega t$

COORD. Y : $y = R \sin \theta = R \sin \omega t$

$\therefore \vec{r}(t) = R (\cos \omega t, \sin \omega t)$

101

VELOCIDAD

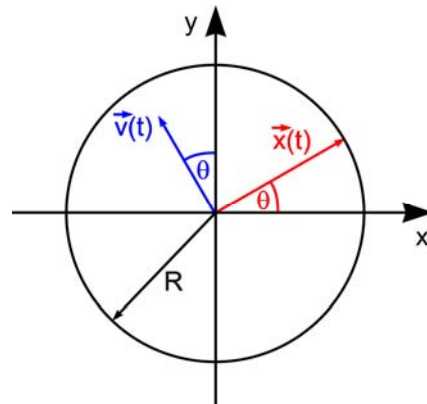


$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$\vec{v}(t) = R\omega (-\sin \omega t, \cos \omega t)$ \vec{v} ES SIEMPRE TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA

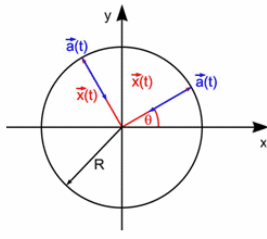
$$\Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{R^2\omega^2 \sin^2 \omega t + R^2\omega^2 \cos^2 \omega t}$$

$$|\vec{v}| = R\omega$$



102

ACELERACIÓN



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = -R\omega^2 (\cos \omega t, \sin \omega t)$$

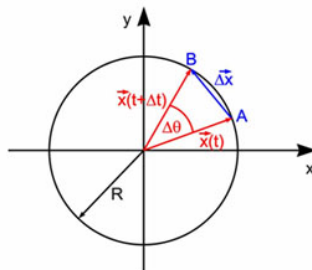
PERO $\vec{x}(t) = R (\cos \omega t, \sin \omega t)$ ENTONCES

$$\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{x}(t) \quad \text{¡EXISTE ACCELERACIÓN!}$$

LA ACCELERACIÓN CENTRÍPETA APUNTA SIEMPRE HACIA EL ORIGEN EN CADA PUNTO DE LA CIRCUNFERENCIA

103

ENFOQUE GEOMÉTRICO



CUANDO $\Delta t \rightarrow 0$

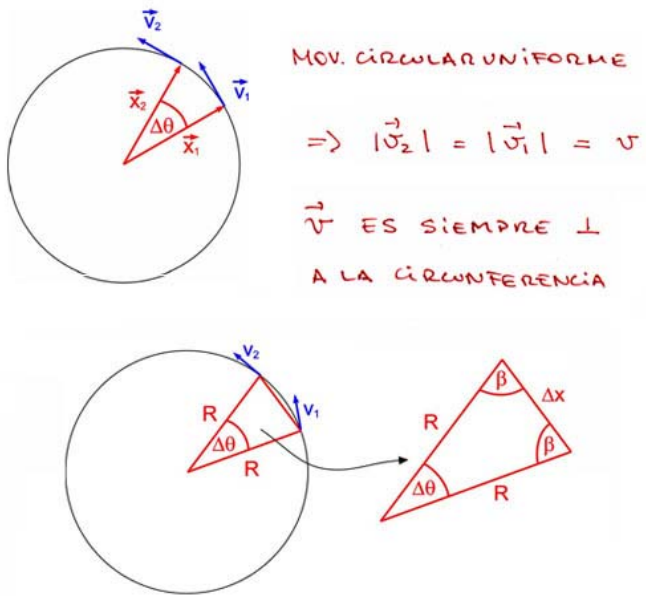
$$\overbrace{AB}^{\text{ARCO}} \rightarrow \overline{AB}^{\text{Cuerda}}$$

ARCO

CUERDA

$$\Rightarrow |\Delta \vec{x}| = R \Delta \theta$$

104



105

$$\vec{v} \perp \vec{r} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \\ \beta + \gamma = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

SUMANDO AMBAS ECS.

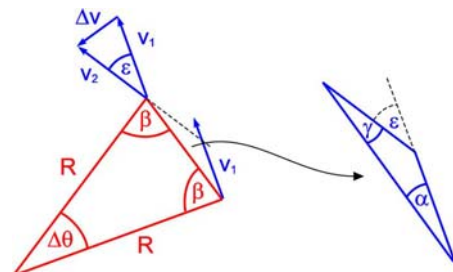
$$\alpha + \gamma + 2\beta = \pi \quad (1)$$

POR OTRO LADO

$$\Delta\theta + 2\beta = \pi \quad (2)$$

ADemás

$$\alpha + \gamma = \epsilon \quad (3)$$



106

DE (1) SE TIENE

$$\alpha + \gamma = \pi - 2\beta$$

REEMPLAZANDO EN (3)

$$\pi - 2\beta = \epsilon$$

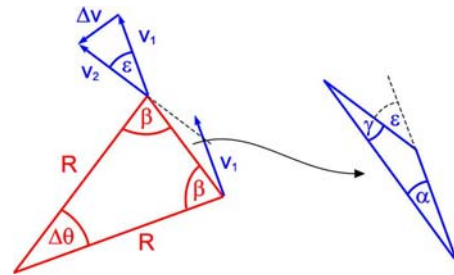
PERO DE (2)

$$2\beta = \pi - \Delta\theta$$

ENTONCES

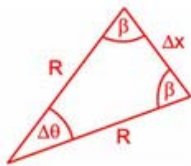
$$\pi - (\pi - \Delta\theta) = \epsilon$$

$$\therefore \epsilon = \Delta\theta$$



107

USANDO TEO. DEL SENO



$$\frac{\Delta x}{\sin \Delta\theta} = \frac{R}{\sin \beta}$$

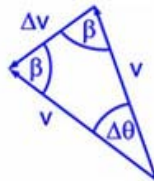
$$\Rightarrow \frac{\sin \Delta\theta}{\sin \beta} = \frac{\Delta x}{R}$$

ANALOGAMENTE

$$\frac{\Delta v}{\sin \epsilon} = \frac{v}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \Delta\theta}{\sin \beta} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$\therefore \frac{\Delta x}{R} = \frac{\Delta v}{v}$$



108

PERO $\Delta x = R \Delta \theta$ ENTONCES

$$\frac{R \Delta \theta}{R} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$\Delta v = v \Delta \theta$$

ACELERACIÓN MEDIA ESTÁ DADA POR

$$|\vec{a}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \omega v$$

ACELERACIÓN
CENTRÍPETA

$$|\vec{a}| = \omega |\vec{v}|$$

109

POR OTRO LADO $\Delta x = v \Delta t = R \Delta \theta$

$$\Rightarrow v = R \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = R \omega$$

ENTONCES

$$|\vec{a}| = R \omega^2 = \frac{v^2}{R}$$

SINO EXISTIERA UNA ACCELERACIÓN LA PARTÍCULA SEGUIRÍA POR LA TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA (PRINCIPIO DE INERCIA)

LA ACCELERACIÓN LA "EMPUJA" HACIA EL CENTRO

\Rightarrow EXISTE UNA FUERZA QUE MANTIENE A LA PARTÍCULA EN SU TRAYECTORIA CIRCULAR



110