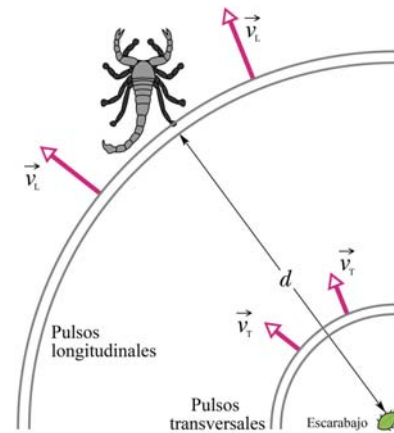


Ondas mecánicas

Cuando un escarabajo camina sobre la arena a unas pocas decenas de centímetros de un escorpión, éste inmediatamente se vuelve hacia él y corre raudamente para comérselo. El escorpión puede hacer esto incluso de noche, sin ver ni oír al escarabajo.



¿Cómo puede el escorpión detectar con tal precisión a su presa?



$$\Delta t = \frac{d}{v_T} - \frac{d}{v_L} = \frac{d}{50 \text{ m/s}} - \frac{d}{150 \text{ m/s}}$$

$$\Rightarrow d = (75 \text{ m/s}) \Delta t$$

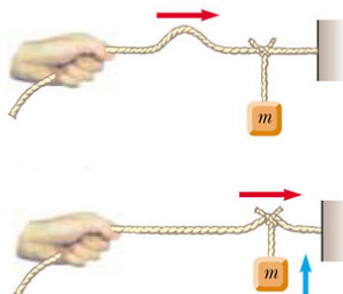
Si $\Delta t = 4 \text{ ms} \Rightarrow d = 30 \text{ cm}$

516

ENERGÍA TRANSMITIDA POR ONDAS ARMÓNICAS EN UNA CUERDA

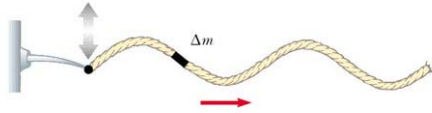
A medida que una onda mecánica se propaga por algún medio, ésta transporta energía (pero no masa).

Esto se puede observar colgando una pequeña masa a una cuerda estirada y mandando un pulso por la cuerda. Cuando el pulso llega al punto donde cuelga la masa, ésta se levanta. Esto significa que se ejerce un trabajo i.e. hay transferencia de energía.



517

Para una onda armónica $y = A \sin(kx - \omega t)$ podemos calcular la energía cinética de un segmento de la cuerda de largo Δx y masa $\Delta m = \mu \Delta x$.



La velocidad vertical de este segmento es $\frac{dy}{dt}$, donde x es fijo.

$$\Rightarrow \Delta E_c = \frac{1}{2} \Delta m v_y^2 = \frac{1}{2} \mu \Delta x \left(\frac{dy}{dt} \right)^2$$

Entonces

$$y = A \sin(kx - \omega t) \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -A\omega \cos(kx - \omega t)$$

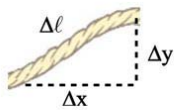
luego

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \Delta x \cos^2(kx - \omega t)$$

518

Por otro lado, la energía potencial del segmento Δm está dada por

$$\Delta U = T(\Delta l - \Delta x)$$



Δx = largo inicial

Δl = largo final

T = tensión

Para pequeñas perturbaciones de la cuerda en torno a su posición de equilibrio $\Delta y \ll \Delta x$, entonces

$$\Delta l \approx \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\Delta l \approx \Delta x \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2}$$

$$\Delta l \approx \Delta x \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \Delta l - \Delta x \approx \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \Delta x$$

519

Para una onda armónica

$$y = A \sin(kx - \omega t) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = Ak \cos(kx - \omega t)$$

$$\therefore \Delta U \approx \frac{1}{2} A^2 k^2 \cos^2(kx - \omega t) \Delta x T$$

pero $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ = velocidad de propagación de la onda.

Entonces

$$\Delta U = \frac{1}{2} A^2 k^2 \mu v^2 \cos^2(kx - \omega t) \Delta x$$

pero $v = \frac{\omega}{k}$ entonces

$$\Delta U = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \mu \cos^2(kx - \omega t) \Delta x$$

Finalmente, la energía total de un segmento de cuerda que transporta una onda armónica es

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta U = \mu \omega^2 A^2 \Delta x \cos^2(kx - \omega t)$$

520

ΔE varía con el tiempo. Su valor máximo es

$$\Delta E_{\max} = \mu \omega^2 A^2 \Delta x$$

la potencia transmitida es

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \mu \omega^2 A^2 \frac{\Delta x}{\Delta t} \cos^2(kx - \omega t)$$

pero $\frac{\Delta x}{\Delta t} =$ velocidad de propagación de la onda

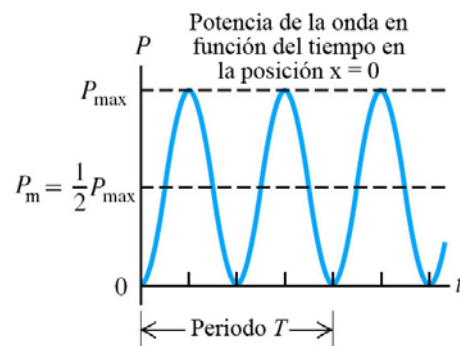
$$\text{Por lo tanto } P = \mu \omega^2 A^2 v \cos^2(kx - \omega t)$$

El valor medio de $\cos^2(kx - \omega t)$ es $\frac{1}{2}$. Entonces la energía media que transporta la onda es

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \Delta x$$

y la potencia media es

$$P_m = \frac{\Delta E_m}{\Delta t} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$



521