

Rotaciones complejas

En 1897, un trapecista europeo realizó el primer triple salto mortal durante el vuelo desde el trapecio hasta las manos de su compañero. Por los siguientes 85 años, muchos trapecistas intentaron completar un cuádruple salto mortal pero no fue hasta 1982 que esto fue conseguido. Miguel Vázquez de los Ringling Brothers and Barnum & Bailey Circus giró su cuerpo en el aire cuatro veces antes de que su hermano Juan lo atrapara. Obviamente los dos se hicieron famosos por esta acrobacia.

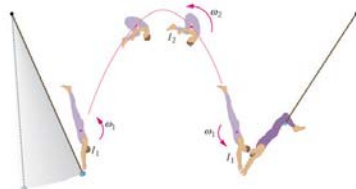


¿Por qué es tan difícil realizar un cuádruple salto mortal?
¿Qué hace finalmente posible realizar esta acrobacia?



410

DURANTE EL SALTO, EL TRAPELISTA REALIZA 4 GIROS COMPLETOS EN $t = 1.87 \text{ s}$. EL SALTO PUEDE SER DIVIDIDO EN 4 ETAPAS



EL MOMENTO DE INERCIA PARA EL PRIMER Y ÚLTIMO CUARTO DE SU SALTO ES $I_1 = 19.9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

DURANTE EL RESTO DEL SALTO, EL MOMENTO DE INERCIA ES $I_2 = 3.93 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

CONSERVACIÓN DE MOMENTUM ANGULAR

$$\Rightarrow \vec{L}_1 = \vec{L}_2$$

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

411

EN LA PRIMERA PARTE DEL SALTO, EL TRAPECISTA GIRA UN ÁNGULO $\Delta\theta_1 = 0.5$ REVOLUCIONES EN UN TIEMPO Δt_1

EN LA PARTE INTERMEDIA, GIRA $\Delta\theta_2 = 3.5$ REV EN UN TIEMPO Δt_2 . ENTONCES

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta\theta_1}{\omega_1} \quad \text{y} \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta\theta_2}{\omega_2}$$

$$\Rightarrow \text{TIEMPO TOTAL DE VUELO} = \Delta t = \frac{\Delta\theta_1}{\omega_1} + \frac{\Delta\theta_2}{\omega_2}$$

$$\Delta t = \frac{1}{\omega_2} \left[\Delta\theta_1 \frac{I_1}{I_2} + \Delta\theta_2 \right]$$

$$\omega_2 = \left[\Delta\theta_1 \frac{I_1}{I_2} + \Delta\theta_2 \right] \frac{1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \omega_2 = 3.23 \text{ rev/s} !!$$

412

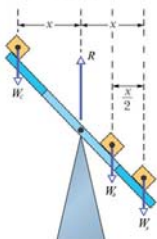
ESTÁTICA Y ELASTICIDAD

EN LA MAYORÍA DE LOS PROBLEMAS DE ESTÁTICA QUE HECHOS VISTO, LAS FUERZAS ESTÁN CONTENIDAS EN UN PLANO. POR LO TANTO, LAS ECUACIONES

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{y} \quad \sum \vec{\tau} = 0 \quad \text{SE REDUCEN A SOLO 3}$$

ES FÁCIL ENCONTRAR PROBLEMAS EN LOS CUALES ESTAS ECUACIONES NO SON SUFICIENTES PARA RESOLVERLOS.

EJEMPLO



$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow R = W_A + W_B + W_C \quad (1)$$

$$\sum \vec{\tau}_O = 0 \Rightarrow$$

$$W_C x - W_B \frac{x}{2} - W_A x = 0$$

$$W_C - W_B - W_A = 0 \quad (2)$$

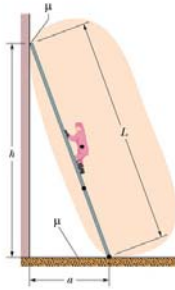
413

>> TENEMOS 2 ECUACIONES PERO 3 INCÓGNITAS
(W_A, W_B, W_C) \Rightarrow MUCHAS SOLUCIONES

POR EJEMPLO, SI $R = 300N$ ALGUNAS SOLUCIONES SON

W_A	W_B	W_C
30	160	110
60	120	120
90	80	130 ...etc

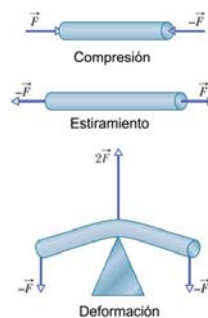
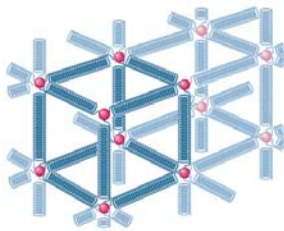
OTROS EJEMPLOS



414

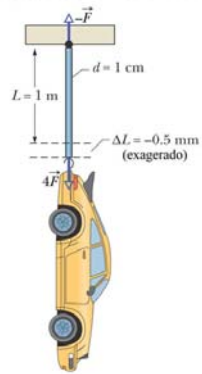
¿POR QUÉ OCURRE ESTO? EL PROBLEMA ES QUE
HEMOS SUJESTO QUE LOS CUERPOS A LOS CUALES
APLICAMOS LAS ECUACIONES DE ESTÁTICA SON
PERFECTAMENTE RÍGIDOS. ES DECIR QUE NO SE
DEFORMAN AL APLICAR UNA FUERZA SOBRE ELLOS
ESTO NO ES REALISTA!!

ELASTICIDAD



415

FUERZAS DE COMPRESIÓN Y ESTIRAMIENTO



LA DEFORMACIÓN DE LA BARRA ES PROPORCIONAL A LA FUERZA APLICADA \vec{F} , AL LADEO DE LA BARRA L E INVERSAMENTE PROPORCIONAL A LA SECCIÓN TRANSVERSAL

$$\Delta L = c \frac{L F}{A}$$

$$\Rightarrow F = Y \frac{A}{L} \Delta L$$

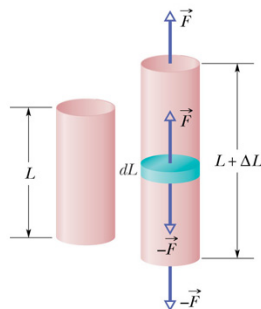
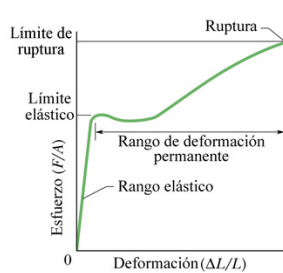
DONDE $Y = \frac{1}{c}$ ES EL MODULO DE YOUNG
 $\frac{A}{L}$ DEPENDE DE LA GEOMETRÍA DE LA BARRA

416

OTRA MANERA ES ESCRIBIR

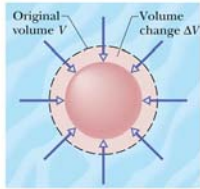
$$\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L}$$

↑ ↖
ESFUERZO DEFORMACIÓN



417

MÓDULO DE VOLUMEN



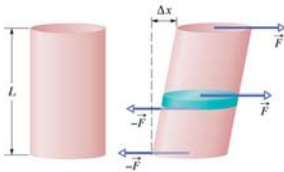
$$B = \frac{\text{ESTUERO DE VOLUMEN}}{\text{DEFORMACIÓN DE VOLUMEN}}$$

$$B = - \frac{\Delta P}{\Delta V/V}$$

CON $\Delta P = \text{CAMBIO DE PRESIÓN}$

COMPRESIBILIDAD $K = \frac{1}{B} = - \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta P}$

ESTUERO DE CORTE (CIZALLA)



$$S = \frac{\text{ESTUERO DE CORTE}}{\text{DEFORMACIÓN DE CORTE}}$$

$$S = \frac{F/A}{\Delta x/L} = \frac{F}{A} \frac{L}{\Delta x}$$

Módulos de elasticidad aproximados

Material	Módulo de Young, Y (Pa)	Módulo de volumen, B (Pa)	Módulo de corte, S (Pa)
Aluminio	7.0×10^{10}	7.5×10^{10}	2.5×10^{10}
Latón	9.0×10^{10}	6.0×10^{10}	3.5×10^{10}
Cobre	11×10^{10}	14×10^{10}	4.4×10^{10}
Vidrio óptico	6.0×10^{10}	5.0×10^{10}	2.5×10^{10}
Hierro	21×10^{10}	16×10^{10}	7.7×10^{10}
Piombo	1.6×10^{10}	4.1×10^{10}	0.6×10^{10}
Níquel	21×10^{10}	17×10^{10}	7.8×10^{10}
Acero	20×10^{10}	16×10^{10}	7.5×10^{10}