

## Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

### CLASE AUXILIAR

16 DE ENERO DE 2006

1. La edad en una gran población de adultos es una v.a. normal de media 46 años y desviación estándar 8 años.
  - a) Si de la población se extraen  $n$  individuos obteniéndose por lo menos uno menor a 50 años, calcule la probabilidad de obtener al menos uno mayor a 50 años.
  - b) Si se toman dos adultos, cuál es la probabilidad que sus edades difieran en menos de 1 año?
2. A un centro médico llegan dos tipos de pacientes, los leves, que llegan según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda = 2$  y los graves, que llegan según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda = 4$ . Los pacientes graves deben ser atendidos de manera inmediata, de lo contrario mueren instantáneamente. El centro médico funciona las 24 horas del día, iniciándose la jornada a las 7:00 a.m. Los pacientes graves al final de la jornada son derivados a un hospital. Suponga que los pacientes leves NO utilizan camas.
  - a) Determine el número de camas necesarias, para que no queden pacientes graves sin una, con probabilidad 0,95
  - b) El médico de turno llegó 5 minutos atrasado (a las 7:05) y se sabe que entre las 7:00 y 8:00 ingresó un solo paciente. Calcule la probabilidad de que haya muerto.
  - c) Si en un intervalo de tiempo llegan 10 pacientes, determine la probabilidad de los primeros 5 sean graves y los siguientes 5 sean leves.
  - d) Para hacer ingreso de un paciente se debe llenar un formulario. El funcionario que llena los formularios debe ausentarse por unos minutos. Calcule el tiempo máximo que puede ausentarse, para que la probabilidad de que llegue un paciente durante su ausencia sea menor a 0.05.
3. “Proceso de Poisson filtrado”

En un camino se encuentra ubicado un irresistible bar, justo antes del peaje. Por ese camino transitan vehículos según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda$ . Los conductores son abstemios con probabilidad  $P$  y un conductor abstemio no entrará nunca al bar, por el contrario si un conducto no es abstemio entra al bar con probabilidad 1, por lo que no podrá continuar

su viaje. Si  $Y_t$  denota el número de vehículos que pasan por el peaje en el intervalo  $[0, t]$  determine las ecuaciones diferenciales para  $Y_t$  y “encuentre” su solución.

4. A un local llegan vehículos según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda$ . En cada vehículo vienen dos personas con probabilidad  $p$  y una sola con probabilidad  $1 - p$ . Dentro del local los clientes son atendidos individualmente según un proceso de Poisson de tasa  $\mu$ . Determine las ecuaciones diferenciales para  $X_t$  número de clientes en el local en el instante  $t$ .
5. Un grupo de 4 amigos acude a una famosa pizzería en la cual sirven una cantidad ilimitada de trozos de pizza según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda$ . El mozo servirá trozos hasta que haya 6 en la mesa (entre los que están siendo comidos y los que están sobre la mesa), por su parte los amigos comerán los trozos de pizza según un tiempo exponencial de tasa  $\mu$ .
  - a) Dibuje el diagrama de estados correspondiente al sistema “trozos de pizza sobre la mesa”.
  - b) Plantee las ecuaciones de balance.
  - c) Suponiendo conocidas las probabilidades estacionarias, encuentre el número esperado de trozos de pizza que hay SOBRE la mesa.
  - d) Suponga que, una vez que hay 6 trozos sobre la mesa, el mozo se sienta junto a los amigos a comer, hasta que no quede ningún trozo de pizza, momento en el cual volverá a trabajar (el mozo también come a tasa  $\mu$ ) Para esta nueva situación:
    - 1) Dibuje el nuevo diagrama de estados.
    - 2) Plantee las nuevas ecuaciones de Estado.