

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

CONTROL 2

9 DE ENERO DE 2006

1. a) (2 ptos.) Sean X e Y v.a. con $Cov(X, Y)$. Considere $X' = a + bX$, $Y' = c + dY$. Determine $Cov(X', Y')$ en función de $Cov(X, Y)$.

- b) (2 ptos.) Las notas de una gran población de alumnos es una v.a. con densidad

$$f(x) = \begin{cases} f_x(x) & \text{si } 1 \leq x \leq 7,0 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Los alumnos con nota menor a 2,0 son eliminados, las notas entre 2,0 y 6,0 son amplificadas un 10 % y aquellas mayores a 6,0 son transformadas en 7,0. Estudie probabilísticamente la variable “notas modificadas del grupo de alumnos no eliminados”.

- c) (2 ptos.) Un tablero de dardos está formado por tres círculos concéntricos de radios R , $2R$ y $3R$ respectivamente. El círculo mayor le otorga 10 puntos, el siguiente 20 puntos y el círculo más pequeño le otorga 50 puntos. Si usted lanza un dardo “al azar”, encuentre el valor esperado de su puntaje.

2. En un juego Ud. gana un partido con probabilidad p . Cuando gana su capital se duplica y cuando pierde se reduce a la mitad. Si comienza con C (U.M.) de capital y juega n partidos independientes:

- a) (4 ptos.) Determine la distribución de probabilidades de la variable “Utilidad” luego de los n partidos.

- b) (2 ptos.) Calcule la esperanza de la utilidad.

3. En una gran población de familias chilenas se miden las variables “ingreso”(X) y “gasto”(Y) mensual, en miles de pesos. El ingreso varía entre 0 y 500; el gasto mínimo es del 50 % del ingreso y las familias tienen una capacidad de endeudamiento (crédito) del 10 % de su ingreso. Sobre la región descrita, la función densidad conjunta del vector (X,Y) es constante.

- a) (1 pto.) Determine el valor de la constante.

- b)* (2 ptos.) Calcule la probabilidad que una familia gaste más de 250 mil pesos si su ingreso es mayor a 300 mil pesos. (Deje planteada la integral correspondiente).
- c)* (2.5 ptos.) Usando el Teorema del Cambio de Variables, determine la densidad de la variable Z : “Ahorro mensual”, donde $Z = X - Y$.
- d)* (0.5 ptos.) Son X e Y independientes?