

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

CLASE AUXILIAR

11 DE ENERO DE 2006

1. Considere una variable aleatoria $X \rightarrow N(0, 1)$ determine la función de densidad de la variable aleatoria $Y = X^2$.

Qué distribución tiene Y entre las conocidas?

2. Considere una v.a. distribuída exponencialmente. Muestre que:

$$\mathbb{P}(X > s + t | X > s) = \mathbb{P}(X > t) \quad \forall s, t > 0$$

3. Sean X_i v.a. tales que $X_i \rightarrow Pss(\lambda)$.

a) Encuentre la F.G.M. de X_i .

b) Demuestre que $\sum X_i \rightarrow Pss(\sum \lambda_i)$.

c) Pruebe que si $X \rightarrow Pss(\lambda)$, entonces $\frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} \rightarrow N(0, 1)$.

4. Sea X_i tales que $X_i \rightarrow Gamma(\alpha, \beta)$.

a) Encuentre la F.G.M. de X_i .

b) Encuentre la distribución de $\sum X_i$.

5. Demuestre que, para $x \geq 0$:

$$\mathbb{P}(x \geq a) \leq \frac{\mathbb{E}(x)}{a}$$

6. Suponga que el 10% de las personas padece glaucoma, para ellas la medida de presión ocular es una v.a. Normal de media 25 y varianza 1. Para personas sin glaucoma la presión x es Normal de media 20 y varianza 1.

- a) Se selecciona una persona al azar y se mide su presión, obteniéndose $x = 22,5$. Determine la probabilidad de que la persona tenga glaucoma.
 - b) A cuántas personas con glaucoma se le debe medir la presión ocular si se desea que su promedio difiera del de la población en menos de 0.5 unidades, con probabilidad 0.95?
- 7. Se sabe que el consumo eléctrico de las familias de Santiago sigue una distribución Normal de media 300 Kwh y desviación estándar 90 Kwh.
 - a) Calcule la probabilidad de que, de 3 familias independientes, al menos 2 de ellas consuman más de 400 Kwh.
 - b) Chilectra cobra un cargo fijo de \$1.000 mensuales más \$50 por Kwh. Si la empresa tiene un millón de abonados, calcule el ingreso mensual esperado.
 - c) Suponga ahora que en invierno se cobra \$50 por Kwh para los primeros 400 Kwh \$100 por cada Kwh que supere los 400. Determine el ingreso mensual esperado por la empresa (deje expresado)