

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

CLASE AUXILIAR

11 DE ENERO DE 2006

1. Considere una variable aleatoria $X \rightarrow N(0, 1)$ determine la función de densidad de la variable aleatoria $Y = X^2$.

Qué distribución tiene Y entre las conocidas?

2. Considere una v.a. distribuída exponencialmente. Muestre que:

$$\mathbb{P}(X > s + t/X > s) = \mathbb{P}(X > t) \quad \forall s, t > 0$$

3. Sean X_i v.a. tales que $X_i \rightarrow Pss(\lambda)$.

a) Encuentre la F.G.M. de X_i .

b) Demuestre que $\sum X_i \rightarrow Pss(\sum \lambda_i)$.

c) Pruebe que si $X \rightarrow Pss(\lambda)$, entonces $\frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} \rightarrow N(0, 1)$.

4. Sea X_i tales que $X_i \rightarrow Gamma(\alpha, \beta)$.

a) Encuentre la F.G.M. de X_i .

b) Encuentre la distribución de $\sum X_i$.

5. Demuestre que, para $x \geq 0$:

$$\mathbb{P}(x \geq a) \leq \frac{\mathbb{E}(x)}{a}$$

6. Suponga que el 10% de las personas padece glaucoma, para ellas la medida de presión ocular es una v.a. Normal de media 25 y varianza 1. Para personas sin glaucoma la presión x es Normal de media 20 y varianza 1.

- a) Se selecciona una persona al azar y se mide su presión, obteniéndose $x = 22,5$. Determine la probabilidad de que la persona tenga glaucoma.
- b) A cuántas personas con glaucoma se le debe medir la presión ocular si se desea que su promedio difiera del de la población en menos de 0.5 unidades, con probabilidad 0.95?
7. Se sabe que el consumo eléctrico de las familias de Santiago sigue una distribución Normal de media 300 Kwh y desviación estándar 90 Kwh.
- a) Calcule la probabilidad de que, de 3 familias independientes, al menos 2 de ellas consuman más de 400 Kwh.
- b) Chilectra cobra un cargo fijo de \$1.000 mensuales más \$50 por Kwh. Si la empresa tiene un millón de abonados, calcule el ingreso mensual esperado.
- c) Suponga ahora que en invierno se cobra \$50 por Kwh para los primeros 400 Kwh \$100 por cada Kwh que supere los 400. Determine el ingreso mensual esperado por la empresa (deje expresado)