

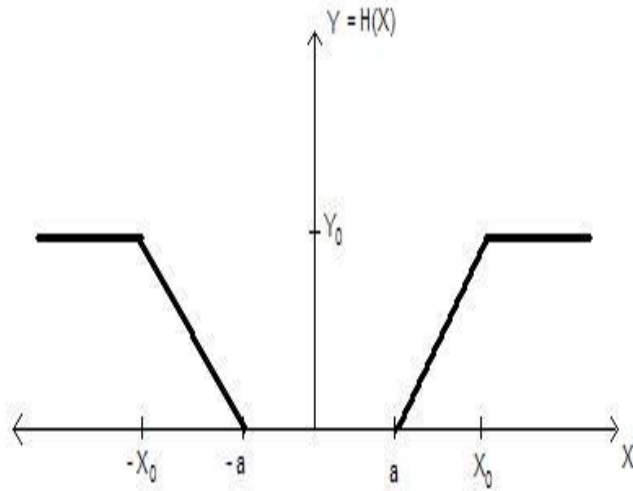
Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

CLASE AUXILIAR
26 DE DICIEMBRE 2005

1. Usted dispone de tres monedas, una perfecta, una con dos sellos y una tal que sello es dos veces más probable que cara.
 - a) Se escoge una moneda al azar y se lanza, calcule la probabilidad de obtener un sello o haber lanzado la moneda perfecta.
 - b) Se escoge una moneda al azar y se lanza, si sale sello se vuelve a lanzar la misma moneda, pero si sale cara se escoge otra moneda (de entre las que quedan) y se lanza (siempre se realizan dos lanzamientos). Si en los dos lanzamientos se obtuvo un sello calcule la probabilidad que se haya lanzado la moneda con dos sellos en el primer lanzamiento.
 - c) El experimento de (b) se puede generalizar con n monedas, todas distintas. Se escoge una moneda y se lanza, si sale sello se vuelve a lanzar, en caso contrario se escoge otra moneda de entre las que quedan y se lanza y así sucesivamente (se realizan n lanzamientos). Sean los eventos $A_i = \{\text{sello en el } i\text{-ésimo lanzamiento}\}$ Responda informalmente: Es el conjunto $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ de eventos independientes? Si se quisiera verificar formalmente, Cuántas igualdades debería verificar?
2. Un mechón, recién llegado del popular paseo a Cartagua, se encuentra ubicado en la entrada de la Escuela. Dado su estado, el mentado mechón se mueve de manera aleatoria, dando saltos hacia adelante, con una probabilidad p o hacia atrás con una probabilidad $1 - p$ (suponga que “hacia adelante” es hacia la calle Blanco y “hacia atrás” hacia la calle Tupper, además suponga saltos unitarios) Considere la variable aleatoria $x := \text{Posición del mechón después de } n \text{ saltos}$. Encuentre la función de distribución de la variable x .
3. Se dispara un misil hacia una pared vertical que está a una unidad de distancia. El ángulo de disparo es una v.a. $\alpha \rightarrow U(0, \frac{\pi}{2})$
Sea h la v.a. que indica la altura en la pared alcanzada por el misil. Encuentre la densidad de h .
4. Un voltaje aleatorio $x \rightarrow U(-k, k)$ es recibido por un equipo eléctrico no lineal con las características de la figura.



Encuentre la f.d.p del voltaje recibido si:

- Si $k < a$
 - Si $a < k < X_0$
 - Si $X_0 < k$
5. Usted posee dos barras, una de largo L y la otra de largo $\frac{L}{2}$. Con ambas barras desea construir un triángulo, para lo cual realiza un corte a la barra mayor en cualquier parte, con igual probabilidad. Calcule la probabilidad de que los trozos resultantes, después de realizar el corte, le permitan construir el triángulo.

6. Considere una variable aleatoria $x \rightarrow B(p, n)$ o sea $\mathcal{P}(x = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ Calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{P}(x = k)$$

Cuando $np = \lambda$, es constante.

7. Sea X una v.a. con f.d.p. dada por:

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ a & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ -ax + 3a & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

- Determinar la constante a
- Determinar F (f.d.a.) y graficar.
- Si x_1, X_2, X_3 son 3 observaciones independientes de X Cuál es la probabilidad que uno de esos 3 números sea mayor que 1.5?