

## Problema 1

Tenemos

$$r = \frac{l_0^2}{\mu k} \frac{1}{1 - e \cos \theta},$$

para  $\theta = \pi/2$  resulta

$$3R\mu k = l_0^2,$$

la excentricidad será

$$e^2 = 1 + \frac{2El_0^2}{\mu k^2} = 1 + \frac{2(-\frac{k}{8R})3R\mu k}{\mu k^2} = \frac{1}{4},$$

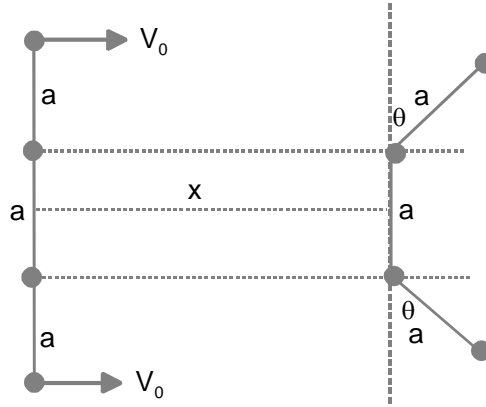
luego

$$r = \frac{3R}{1 - \frac{1}{2} \cos \theta},$$

de donde

$$\begin{aligned} r_{\max} &= \frac{3R}{1 - \frac{1}{2}} = 6R \\ r_{\min} &= \frac{3R}{1 + \frac{1}{2}} = 2R. \end{aligned}$$

**Problema 2.** Sean  $x_1, y_1$  las coordenadas de la partícula más arriba en la figura:



$$\begin{aligned} x_1 &= x + a \sin \theta \\ y_1 &= \frac{a}{2} + a \cos \theta \\ \dot{x}_1 &= \dot{x} + a\dot{\theta} \cos \theta \\ \dot{y}_1 &= -a\dot{\theta} \sin \theta \end{aligned}$$

Conservación de  $P_x$  y  $K$  da

$$\begin{aligned} P_x &= 2mV_0 = 2m\dot{x} + 2m(\dot{x} + a\dot{\theta} \cos \theta) \\ mV_0^2 &= m\dot{x}^2 + m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}a\dot{\theta} \cos \theta + a^2\dot{\theta}^2) \end{aligned}$$

de donde se puede despejar (si me equivoco porfavor arreglen)

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{1}{2 - \cos^2 \theta} \sqrt{2 - \cos^2 \theta} \frac{V_0}{a} \\ \dot{x} &= \frac{1}{2} V_0 \frac{\sqrt{2 - \cos^2 \theta} - \cos \theta}{\sqrt{2 - \cos^2 \theta}} \end{aligned}$$

Sean  $T_1$  la tensión en la cuerda más arriba de la figura y  $T_2$  en la central

$$T_1 \sin \theta = m\ddot{x}$$

pero se puede calcular

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{d\theta}{dt} \frac{d\dot{x}}{d\theta} = \frac{1}{2 - \cos^2 \theta} \sqrt{2 - \cos^2 \theta} \frac{V_0}{a} \frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{2} V_0 \frac{\sqrt{2 - \cos^2 \theta} - \cos \theta}{\sqrt{2 - \cos^2 \theta}} \right) \\ &= V_0^2 \frac{\sin \theta}{a (2 - \cos^2 \theta)^2} \end{aligned}$$

resultando

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{mV_0^2}{a (\cos^2 \theta - 2)^2}, \\ T_2 &= T_1 \cos \theta = \frac{mV_0^2}{a (2 - \cos^2 \theta)^2} \cos \theta, \end{aligned}$$

que se anula en  $\theta = \pi/2$ . Más adelante la situación es otra que no se pide analizar.

**Problema 3.** Tenemos para el eje del movimiento, eje  $OX$

$$0 = m \frac{dv}{dt} - (u - v) \frac{dm}{dt},$$

siendo

$$\begin{aligned} m &= 2000 - 20t, \quad t \leq \frac{500}{20} = 25 \text{ s} \\ u - v &= -1000 \text{ m s}^{-1} \\ \frac{dm}{dt} &= -20 \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} 0 &= (2000 - 20t)a - (-1000)(-20) \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{1000}{100 - t} \end{aligned}$$

Integramos entre 0 y  $t$ ,

$$v(t) = \int_0^t \frac{1000}{100 - t} dt = 1000 \ln \frac{100}{100 - t}$$

a) debemos resolver

$$100 = 1000 \ln \frac{100}{100 - t} \Rightarrow t = 100 \frac{e^{\frac{1}{10}} - 1}{e^{\frac{1}{10}}} = 9.516 \text{ s}$$

b) La velocidad máxima será (cuando deje de acelerar)

$$v_{\max} = 1000 \ln \frac{100}{100 - 25} = 1000 \ln \frac{4}{3} = 287.682 \text{ m s}^{-1}$$

c) el desplazamiento será

$$x(25) = 1000 \int_0^{25} \ln \frac{100}{100 - t} dt = -150\,000 \ln 2 + 75\,000 \ln 3 + 25\,000 = 3423.84 \text{ m}$$