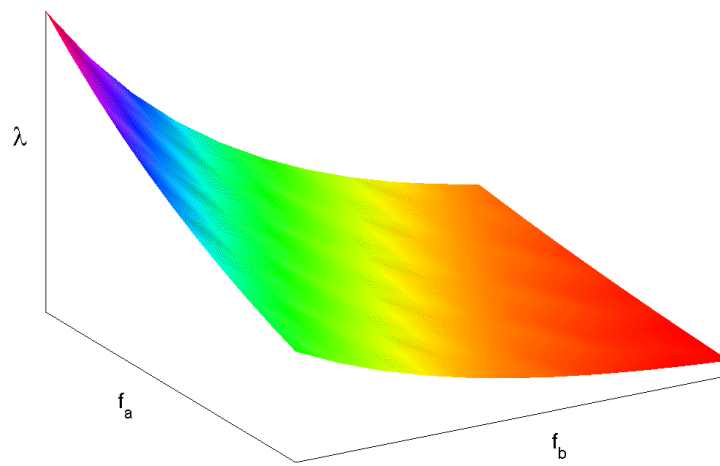


# El Arte de Mantener



Rodrigo Pascual J.  
[rpascual@ing.uchile.cl](mailto:rpascual@ing.uchile.cl)  
Dpto. Ing. Mecánica, U. de Chile.  
Beauchef 850,  
Santiago, Chile.

Versión 2.85, abril 2005 <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Apuntes de los cursos ME57A "Mantenimiento de Maquinaria" y ME707 "Tópicos Avanzados en Gestión de Mantenimiento". Esta es una versión preliminar, en constante evolución, y con numerosas faltas de ortografía y otros errores no forzados. Agradezco sus aportes. Se encuentran disponibles en <http://www.cec.uchile.cl/~rpascual/me57a>. La figura representa un modelo para la tasa de fallas  $\lambda$  de un equipo vs las frecuencias de dos tipos de inspección  $f_a$  y  $f_b$  respectivamente.



# Índice general

<b>I</b>	<b>Bases generales</b>	<b>13</b>
<b>1.</b>	<b>El mantenimiento dentro de la empresa</b>	<b>15</b>
1.1.	Introducción	15
1.1.1.	Una función de apoyo	15
1.1.2.	Sistemas de gestión	16
1.1.3.	Otros antecedentes	17
1.2.	Marco referencial	17
1.3.	Tipos de intervención de mantenimiento	19
1.4.	Estrategias	19
1.4.1.	Mantenimiento antes de la falla	20
1.4.2.	Mantenimiento preventivo	20
1.4.3.	Mantenimiento centrado en la condición	20
1.4.4.	Mantenimiento oportunista	21
1.5.	Redes inalámbricas y monitoreo de condiciones	22
1.6.	Publicaciones especializadas	23
1.7.	Lecturas recomendadas	23
<b>2.</b>	<b>Estructura de costos</b>	<b>27</b>
2.1.	Introducción	27
2.1.1.	Costo global	27
2.2.	Costo de intervención	28
2.2.1.	Costos por unidad de tiempo	28
2.2.2.	Costo de repuestos	29
2.3.	Costo de fallas	29
2.3.1.	Evaluación del costo de falla	30
2.4.	Costo de almacenamiento	30
2.5.	Costo de sobre-inversiones	31
2.6.	Valores referenciales	32
2.6.1.	Para el costo de intervención	32
2.6.2.	Para el costo de falla	34
2.6.3.	Para el costo de almacenamiento	34
2.7.	Costos referenciales en plantas de proceso	34
2.7.1.	Equipos con rendimiento variable	35
2.8.	Comentarios finales	37
2.9.	A explorar	39
<b>3.</b>	<b>Costo de ciclo de vida</b>	<b>43</b>
3.1.	Introducción	43
3.2.	Costo de ciclo de vida	43
3.3.	Indicadores de gestión	46
3.4.	Modelo de costos	46
3.5.	Estudio de caso	46
3.5.1.	Análisis de costos	47

3.5.2. Indicadores de gestión . . . . .	48
3.5.3. Comentarios . . . . .	48
3.6. Comentarios finales . . . . .	52
<b>4. Asignación de tareas y reemplazo . . . . .</b>	<b>55</b>
4.1. Introducción . . . . .	55
4.2. Costos de falla . . . . .	55
4.3. Perfil de costos de falla . . . . .	56
4.4. Modelo de reasignación para equipos multitarea . . . . .	56
4.5. Ejemplo . . . . .	57
4.6. Modelo de optimización . . . . .	59
4.7. Comentarios finales . . . . .	59
<b>5. Costo de fallas de grupos de equipos . . . . .</b>	<b>63</b>
5.1. Introducción . . . . .	63
5.2. Estudio de caso . . . . .	63
5.2.1. Formulación del modelo . . . . .	65
5.2.2. Simulación . . . . .	65
5.2.3. Ejemplo numérico . . . . .	68
5.3. Modelo para pilas de stock . . . . .	69
5.3.1. Costo por mantener una pila . . . . .	70
5.3.2. Ejemplo . . . . .	71
5.3.3. Intervalo para reponer la pila . . . . .	73
5.4. Modelo para mantenimiento centrado en la condición . . . . .	74
5.5. Comentarios finales . . . . .	75
<b>6. Discontinuidades en el costo de falla . . . . .</b>	<b>79</b>
6.1. Introducción . . . . .	79
6.2. Análisis del costo de falla . . . . .	79
6.3. Categorías de costos de falla . . . . .	79
6.3.1. Impacto sobre recursos asociados . . . . .	80
6.3.2. Costo financiero de los equipos . . . . .	80
6.3.3. Impacto sobre el grupo . . . . .	81
6.3.4. Impacto de métodos alternativos . . . . .	81
6.4. Estimación del costo de fallas . . . . .	81
6.4.1. Impacto sobre recursos asociados . . . . .	81
6.4.2. Costo financiero de los equipos . . . . .	82
6.4.3. Impacto en el nivel del <i>servicio</i> . . . . .	82
6.4.4. Impacto de métodos alternativos . . . . .	83
<b>7. Disponibilidad y costos de intervención . . . . .</b>	<b>87</b>
7.1. Introducción . . . . .	87
7.2. Disponibilidad . . . . .	87
7.3. Formulación del modelo . . . . .	88
7.4. Ejemplo ilustrativo . . . . .	90
7.5. Considerando <i>TPM</i> . . . . .	92
7.6. Comentarios finales . . . . .	93
7.7. A explorar . . . . .	94
<b>II Modelos de confiabilidad . . . . .</b>	<b>97</b>
<b>8. Confiabilidad y costos, una introducción . . . . .</b>	<b>99</b>
8.1. Introducción . . . . .	99
8.2. Modelos de programación lineal y no lineal . . . . .	100

8.3. Modelos de Markov . . . . .	102
8.4. Variantes de modelos de costo . . . . .	103
8.5. Comentarios finales . . . . .	104
8.6. Lecturas interesantes . . . . .	104
<b>9. Conceptos asociados al análisis de confiabilidad</b>	<b>107</b>
9.1. Introducción . . . . .	107
9.2. Confiabilidad . . . . .	107
9.3. Probabilidad acumulada de fallas . . . . .	107
9.4. Densidad de probabilidad de falla . . . . .	107
9.5. Vida media . . . . .	108
9.6. Tasa de falla . . . . .	108
9.7. Disponibilidad . . . . .	108
9.8. Tiempo medio entre fallas . . . . .	109
9.9. Mantenibilidad . . . . .	110
9.9.1. Criterios de Mantenibilidad . . . . .	110
9.9.2. Tiempos asociados a las intervenciones . . . . .	110
9.9.3. Tiempo para detección . . . . .	111
9.10. <i>MTBF</i> y <i>MTTF</i> . . . . .	111
9.11. Tasa de reparación . . . . .	112
9.12. Efecto de las condiciones ambientales y de operación . . . . .	114
9.13. Comentarios finales . . . . .	114
<b>10. Distribuciones estadísticas</b>	<b>117</b>
10.1. Introducción . . . . .	117
10.2. Distribución de Poisson . . . . .	117
10.3. Distribución geométrica . . . . .	118
10.4. Distribución Gaussiana . . . . .	118
10.5. Distribución exponencial . . . . .	120
10.6. Distribución de Weibull . . . . .	122
10.7. Comentarios finales . . . . .	122
<b>11. Modelos básicos de confiabilidad</b>	<b>125</b>
11.1. Introducción . . . . .	125
11.2. Ejemplos de uso del análisis de confiabilidad . . . . .	125
11.3. Distribución exponencial . . . . .	126
11.4. Modelo de Weibull . . . . .	126
11.4.1. Estimación de parámetros de Weibull . . . . .	128
11.4.2. Uso del modelo de Weibull . . . . .	133
11.5. Tasa de fallas con crecimiento exponencial . . . . .	133
11.6. Verificación de modelos . . . . .	134
11.6.1. Test $\chi^2$ . . . . .	134
11.6.2. Test de Kolmogorov-Smirnov (KS) . . . . .	137
11.7. Otros modelos de confiabilidad . . . . .	143
11.7.1. Modelo normal . . . . .	143
11.7.2. Modelo log-normal . . . . .	146
11.7.3. Desgaste mecánico, $\lambda(t) = at + b$ . . . . .	147
11.7.4. Tasa de falla definida por tramos . . . . .	148
11.7.5. Modelo de Dhillon . . . . .	148
11.7.6. Métodos gráficos de estimación y datos censurados . . . . .	150
11.7.7. Otros ejemplos . . . . .	150
11.8. Comentarios finales . . . . .	153

<b>12. Modelos de confiabilidad con datos censurados</b>	<b>159</b>
12.1. Introducción	159
12.2. Clasificación de los datos	159
12.3. Métodos no paramétricos	161
12.3.1. Datos completos no agrupados	161
12.3.2. Datos completos y agrupados	163
12.3.3. Datos censurados no agrupados	164
12.4. Comentarios finales	168
<b>13. Modelos de confiabilidad y condiciones de operación</b>	<b>173</b>
13.1. Introducción	173
13.2. Modelos covariables	173
13.2.1. Modelos de fallas proporcionales	173
13.2.2. Modelos de localización-escala	176
13.3. Modelos estáticos	176
13.3.1. Carga aleatoria y resistencia constante	177
13.3.2. Carga constante y resistencia aleatoria	177
13.3.3. Carga aleatoria y resistencia aleatoria	177
13.4. Modelos dinámicos	179
13.4.1. Cargas periódicas	180
13.4.2. Cargas aleatorias	181
13.5. Modelos físicos de falla	183
13.6. Comentarios finales	184
13.7. Lecturas interesantes	184
<b>14. Estimación de confiabilidad con datos censurados y agrupados</b>	<b>187</b>
14.1. Introducción	187
14.2. Ejemplo	189
<b>15. Estimación de confiabilidad con máxima verosimilitud</b>	<b>193</b>
15.1. Introducción	193
15.2. Estimación de máxima verosimilitud	194
15.2.1. Distribución exponencial	195
15.2.2. Distribución de Weibull	196
15.2.3. Distribuciones normales y lognormales	196
15.3. Estimación de máxima verosimilitud con datos censurados múltiplemente	196
15.3.1. Distribución exponencial	197
15.3.2. Distribución de Weibull	197
15.4. Estimación del parámetro de localización	198
15.5. Intervalos de confianza	199
15.5.1. Distribución exponencial	199
15.5.2. Distribución exponencial de 2 parámetros	200
15.5.3. Distribución de Weibull	201
15.6. Estimación de parámetros para modelos covariables	201
15.7. Comentarios finales	204
<b>III Modelos de costos</b>	<b>207</b>
<b>16. Planificación de overhauls en flotas mixtas</b>	<b>209</b>
16.1. Resumen	209
16.2. Introducción	209
16.3. Formulación del modelo	210
16.4. Modelo matemático	210
16.4.1. Índices	210

16.4.2. Parámetros . . . . .	211
16.4.3. Variables de decisión . . . . .	211
16.4.4. Objetivo . . . . .	211
16.4.5. Restricciones . . . . .	212
16.5. Ejercicio . . . . .	213
16.5.1. Presentación . . . . .	213
16.6. Comentarios finales . . . . .	215
<b>17.Sistemas multi-escalón y manejo de repuestos</b>	<b>219</b>
17.1. Introducción . . . . .	219
17.2. Formulación del modelo . . . . .	219
17.3. Ejemplo . . . . .	220
17.3.1. Resultados . . . . .	221
17.4. Modelo con consolidación . . . . .	221
17.5. Comentarios finales . . . . .	225
<b>18.Sistemas de apoyo a la toma de decisiones</b>	<b>229</b>
18.1. Introducción . . . . .	229
18.2. Sistemas <i>inteligentes</i> de apoyo a la toma de decisiones . . . . .	230
18.3. Modelo de <i>DSS</i> inteligente . . . . .	230
18.3.1. Formato de los datos y verificación . . . . .	231
18.3.2. Análisis . . . . .	231
18.3.3. Criterios de optimización . . . . .	232
18.3.4. Selección de método . . . . .	232
18.3.5. Modelos considerados . . . . .	233
18.4. Estudio de casos . . . . .	241
18.4.1. Caso I: modelo geométrico I . . . . .	241
18.4.2. Caso II: modelo determinístico . . . . .	245
18.4.3. Caso III: modelo estocástico . . . . .	246
18.4.4. Caso IV: Weibull . . . . .	248
18.4.5. Caso V: Modelo geométrico II . . . . .	251
18.5. Comentarios finales . . . . .	251
<b>19.Selección de estrategias de mantenimiento</b>	<b>257</b>
19.1. Introducción . . . . .	257
19.2. Estimación de costos . . . . .	257
19.2.1. Mantenimiento correctivos vs preventivo . . . . .	257
19.2.2. Mantenimiento sintomático . . . . .	259
19.3. Selección de estrategia de mantenimiento . . . . .	260
19.4. Ejemplo . . . . .	260
19.4.1. El componente . . . . .	261
19.4.2. Selección del tipo de mantenimiento . . . . .	261
19.5. Mejoras al modelo . . . . .	265
19.5.1. Considerando corrección por costos de intervención . . . . .	265
19.6. Comentarios finales . . . . .	265
<b>20.Inspecciones y tasa de fallas</b>	<b>269</b>
20.1. Introducción . . . . .	269
20.2. Costo global mínimo si hay detención del equipo . . . . .	269
20.2.1. Modelo con tasa de fallas exponencial . . . . .	270
20.2.2. Modelo con tasa de fallas de Weibull . . . . .	275
20.2.3. Economías de escala . . . . .	275
20.3. Costo global mínimo sin detención de equipo . . . . .	277
20.4. Costo global mínimo bajo condiciones estacionales . . . . .	279
20.5. Costo global mínimo considerando explícitamente $c_i$ y $c_f$ preventivos . . . . .	280

20.6. Disponibilidad maxima . . . . .	281
20.7. Disponibilidad máxima para equipos de emergencia . . . . .	283
20.8. Equipos cuya condición solo es determinada tras una inspección . . . . .	287
20.8.1. Procedimiento . . . . .	290
20.9. Modelo con multiples inspecciones . . . . .	293
20.9.1. Maximización de la disponibilidad . . . . .	293
20.9.2. Estudio de caso . . . . .	295
20.10. Minimización del costo global . . . . .	302
20.10.1. Estudio del efecto de cada inspección en la tasa de fallas . . . . .	303
20.11. Comentarios finales . . . . .	304
20.12. Lecturas complementarias . . . . .	305
<b>21. Inspecciones y evolución de defectos</b>	<b>309</b>
21.1. Introducción . . . . .	309
21.2. Modelo de evolución de defectos . . . . .	309
21.2.1. Formulación del modelo de evolución de defectos . . . . .	311
21.2.2. Estimación de parámetros . . . . .	312
21.3. Estudio de caso . . . . .	313
21.3.1. Modelamiento de las inspecciones . . . . .	313
21.3.2. Estimación de la tasa de arribo de defectos . . . . .	313
21.3.3. Relajación de hipótesis . . . . .	316
21.3.4. Modelo de Costos . . . . .	317
21.3.5. Repetición de resultados . . . . .	319
21.4. Comparación con método de capítulo anterior . . . . .	320
21.5. Modelo con inspecciones perfectas . . . . .	323
21.5.1. Modelo de costo e indicadores . . . . .	324
21.5.2. Ejemplo . . . . .	324
21.6. Conclusiones . . . . .	327
<b>22. Mantenimiento oportunista</b>	<b>331</b>
22.1. Introducción . . . . .	331
22.2. Formulación del problema . . . . .	332
22.3. Estrategias de agrupamiento . . . . .	333
22.3.1. Agrupamiento indirecto . . . . .	333
22.3.2. Agrupamiento directo . . . . .	335
22.3.3. Agrupamiento indirecto con intervalos básicos múltiples . . . . .	336
22.4. Modelos del deterioro $C_{m,i}(t)$ . . . . .	336
22.5. Ejemplo . . . . .	338
22.5.1. Agrupamiento indirecto . . . . .	338
22.5.2. Agrupamiento directo . . . . .	338
22.6. Agrupamiento indirecto con tasa de fallas tipo Weibull . . . . .	341
22.7. Comentarios finales . . . . .	344
<b>23. Reemplazo de equipos</b>	<b>347</b>
23.1. Introducción . . . . .	347
23.2. Reemplazo sin considerar tasa de descuento . . . . .	347
23.3. Reemplazo considerando tasa de descuento . . . . .	349
23.4. Modelos predictivos (sin inflación) . . . . .	349
23.4.1. Depreciación lineal y costo lineal . . . . .	350
23.4.2. Depreciación exponencial y costo lineal . . . . .	350
23.4.3. Depreciación exponencial, costo exponencial . . . . .	350
23.5. Modelo considerando tasa de descuento . . . . .	353
23.6. Modelo considerando estacionalidad en los costos . . . . .	354
23.7. Costo por unidad de tiempo creciente e intervalo finito . . . . .	356
23.7.1. Construcción del modelo . . . . .	356

23.8. Equipos con mejoras tecnológicas . . . . .	357
23.8.1. Planteamiento del problema . . . . .	357
23.8.2. Formulación del modelo . . . . .	357
23.8.3. Ejemplo numérico . . . . .	359
23.8.4. Comentarios . . . . .	359
23.9. Programación dinámica . . . . .	360
23.9.1. Reemplazo de equipos . . . . .	360
23.9.2. Ejemplo . . . . .	361
23.10 Estimación del valor residual y costos de operación . . . . .	363
23.11 Comentarios finales . . . . .	365
23.12 Lecturas complementarias . . . . .	367
<b>24. Overhaul/reemplazo con programación dinámica</b>	<b>371</b>
24.1. Introducción . . . . .	371
24.2. Overhaul óptimo . . . . .	371
24.2.1. Descripción del modelo . . . . .	371
24.2.2. Ejemplo numérico . . . . .	374
24.3. Costos máximos para overhauls . . . . .	378
24.3.1. Descripción del modelo . . . . .	379
24.3.2. Ejemplo . . . . .	380
24.4. Comentarios finales . . . . .	383
<b>25. Overhauls imperfectos y reemplazo</b>	<b>387</b>
25.1. Introducción . . . . .	387
25.2. Overhaul óptimo tasas de fallas con crecimiento exponencial . . . . .	387
25.2.1. Descripción del modelo . . . . .	387
25.2.2. Caso especial: $p = 1$ . . . . .	391
25.2.3. Ejemplo numérico . . . . .	391
25.2.4. Mejoras al modelo . . . . .	393
25.3. Maximización de disponibilidad . . . . .	395
25.4. Overhaul óptimo tasas de fallas con distribución Weibull . . . . .	397
25.4.1. Casos especiales . . . . .	397
25.4.2. Caso especial, $p = 1$ . . . . .	398
25.4.3. Ejemplo numérico . . . . .	398
25.5. Overhaul óptimo considerando tasa de descuento . . . . .	399
25.5.1. Tasa de fallas con crecimiento exponencial . . . . .	400
25.5.2. Ejemplo numérico . . . . .	400
25.6. Comentarios Finales . . . . .	404
25.7. Lecturas recomendadas . . . . .	404
<b>26. Intervenciones correctivas y preventivas imperfectas</b>	<b>407</b>
26.1. Introducción . . . . .	407
26.2. Formulación del modelo . . . . .	407
26.3. Distribución Normal . . . . .	410
26.4. Ejemplo numérico . . . . .	411
26.5. Comentarios finales . . . . .	413
26.6. Lecturas complementarias . . . . .	413
<b>27. Garantías, overhauls y reemplazo</b>	<b>417</b>
27.1. Introducción . . . . .	417
27.2. Garantías . . . . .	417
27.3. Formulación del problema . . . . .	418
27.4. Modelo con distribución de Weibull . . . . .	421
27.5. Ejemplo . . . . .	422
27.6. Considerando 2 niveles de mantención preventiva . . . . .	423

27.6.1. Modelo de Weibull . . . . .	424
27.7. Modelo con costo por unidad de tiempo . . . . .	424
27.8. Proveedor paga solo costos de intervención . . . . .	425
27.9. Contrato obliga a realizar overhauls durante $T_w$ . . . . .	426
27.10.Comentarios . . . . .	426
27.11.Lecturas recomendadas . . . . .	426
<b>28.Gestión de repuestos</b>	<b>431</b>
28.1. Introducción . . . . .	431
28.2. Minimización del costo global sin demora en pedidos . . . . .	432
28.2.1. Mejora al modelo de Wilson . . . . .	434
28.2.2. Economías de escala y posibles castigos . . . . .	435
28.2.3. Programa escalado de descuentos por cantidad . . . . .	436
28.2.4. Economías de escala y varios proveedores . . . . .	438
28.2.5. Entrega uniforme . . . . .	439
28.2.6. Demanda fluctuante y periódica . . . . .	439
28.2.7. Costo global considerando tasa de descuento . . . . .	442
28.3. Minimización del costo global con demora en pedidos . . . . .	443
28.3.1. Intervalo fijo . . . . .	446
28.4. Minimización del costo global con costo de falla . . . . .	446
28.4.1. Items no son consumidos al llegar . . . . .	448
28.5. Considerando economías de escala . . . . .	449
28.6. Nivel óptimo de alarma . . . . .	450
28.6.1. Distribución de fallas de Poisson . . . . .	450
28.7. Compras agrupadas . . . . .	455
28.7.1. Formulación del problema . . . . .	455
28.8. Distribución de repuestos con varias bodegas y demanda distribuida . . . . .	458
28.8.1. Ejemplo . . . . .	458
28.9. Comentarios finales . . . . .	459
<b>29.Consolidación de repuestos</b>	<b>463</b>
29.1. Introducción . . . . .	463
29.2. Formulación del modelo . . . . .	465
29.2.1. Modelo básico . . . . .	465
29.3. Análisis de sensibilidad . . . . .	466
29.4. Modelando la cooperación entre compañías . . . . .	466
29.4.1. Modelo para el pool de inventario . . . . .	469
29.5. Resultados del ejemplo . . . . .	470
29.6. Implicaciones administrativas de la cooperación . . . . .	472
29.7. Nivel de referencia para pool de repuestos con restricción de disponibilidad . . . . .	473
29.8. Ejemplo . . . . .	474
29.9. Comentarios finales . . . . .	475
<b>30.Redundancia y confiabilidad</b>	<b>479</b>
30.1. Introducción . . . . .	479
30.1.1. Dependencia de la línea . . . . .	479
30.1.2. Estructura interna del equipo . . . . .	479
30.2. Conceptos probabilísticos . . . . .	480
30.2.1. Configuración en serie . . . . .	480
30.2.2. Configuración en paralelo . . . . .	480
30.2.3. Configuración mixta . . . . .	481
30.2.4. Redundancia pasiva . . . . .	481
30.2.5. Redundancia activa . . . . .	482
30.3. Configuración óptima con restricción de presupuesto . . . . .	482
30.3.1. Descripción del modelo . . . . .	482

30.3.2. Ejemplo numérico . . . . .	483
30.4. Configuración óptima con restricciones de presupuesto y seguridad . . . . .	484
30.4.1. Descripción del modelo . . . . .	484
30.4.2. Ejemplo numérico . . . . .	485
30.5. Configuración óptima minimizando el costo para nivel de confiabilidad dado . . . . .	487
30.5.1. Descripción del modelo . . . . .	487
30.5.2. Ejemplo numérico . . . . .	487
30.6. Minimización de costo global con restricción de confiabilidad y varias etapas . . . . .	488
30.6.1. Modelo propuesto . . . . .	489
30.7. Redundancia óptima a costo global mínimo . . . . .	490
30.7.1. Descripción del modelo . . . . .	490
30.7.2. Ejemplo numérico . . . . .	490
30.8. Redundancia activa con componentes sujetos a reparación . . . . .	491
30.8.1. Descripción del modelo . . . . .	491
30.8.2. Ejemplo numérico . . . . .	492
30.9. Costo de falla y redundancia . . . . .	493
30.10. Redundancia activa y beneficio/costo . . . . .	501
30.10.1. Dos equipos en paralelo . . . . .	502
30.10.2. Tres equipos en paralelo . . . . .	502
30.11. Ejemplo numérico . . . . .	502
30.12. Lecturas recomendadas . . . . .	503
<b>31. Tamaño de Talleres y Cuadrillas . . . . .</b>	<b>507</b>
31.1. Introducción . . . . .	507
31.2. Teoría de colas . . . . .	507
31.2.1. Casos estudiados . . . . .	508
31.2.2. Resultados de la teoría de colas . . . . .	509
31.3. Número óptimo de máquinas para demanda fluctuante . . . . .	511
31.3.1. Planteamiento del problema . . . . .	511
31.3.2. Ejemplo . . . . .	512
31.4. Esfuerzo óptimo de una cuadrilla . . . . .	514
31.4.1. Planteamiento del problema . . . . .	514
31.4.2. Descripción del modelo . . . . .	514
31.4.3. Ejemplo . . . . .	515
31.5. Combinación óptima de máquinas diferentes . . . . .	516
31.5.1. Planteamiento del problema . . . . .	516
31.5.2. Descripción del modelo . . . . .	517
31.5.3. Ejemplo . . . . .	520
31.5.4. Comentarios . . . . .	521
31.6. Eficiencia operacional con restricción de capacidad . . . . .	521
31.6.1. Introducción . . . . .	521
31.6.2. Modelo de simulación . . . . .	522
31.6.3. Comentarios . . . . .	524
31.7. Comentarios finales . . . . .	524
31.8. Lecturas complementarias . . . . .	524
<b>32. Externalización . . . . .</b>	<b>531</b>
32.1. Introducción . . . . .	531
32.2. Demanda de trabajos constante, fuerza de trabajo constante y efectos de aprendizaje . . . . .	532
32.2.1. Modelo inicial . . . . .	532
32.2.2. Mejoras al modelo . . . . .	533
32.2.3. Modelo no lineal . . . . .	533
32.2.4. Ejemplo numérico . . . . .	535
32.2.5. Comentarios . . . . .	537
32.3. Modelo con fuerza de trabajo variable y tasa de descuento . . . . .	537

32.3.1. Formulación del problema . . . . .	537
32.4. Tamaño de la cuadrilla cuando hay subcontratistas y demanda fluctuante . . . . .	541
32.4.1. Planteamiento del problema . . . . .	541
32.4.2. Descripción del modelo . . . . .	541
32.4.3. Ejemplo . . . . .	544
32.5. Comentarios finales . . . . .	549
32.6. Lecturas recomendadas . . . . .	549
<b>33. Asignación de recursos con restricción presupuestaria</b>	<b>553</b>
33.1. Introducción . . . . .	553
33.2. Modelo estático . . . . .	553
33.2.1. Formulación del modelo . . . . .	553
33.2.2. Ejemplo numérico . . . . .	555
33.2.3. Comentarios . . . . .	558
33.3. Modelo dinámico . . . . .	558
33.3.1. Formulación del modelo . . . . .	558
33.3.2. Ejemplo numérico . . . . .	560
33.3.3. Corrección temporal . . . . .	561
33.3.4. Diferentes escenarios . . . . .	561
33.3.5. Endeudamiento . . . . .	562
33.3.6. Varios tipos de overhaul . . . . .	563
33.3.7. Minimización de presupuesto . . . . .	564
33.3.8. Comentarios . . . . .	564
33.4. Lecturas complementarias . . . . .	565
 <b>IV Planificación y gestión estratégica</b>	 <b>569</b>
<b>34. Planificación de tareas</b>	<b>571</b>
34.1. Introducción . . . . .	571
34.2. Planificación de tiempos . . . . .	571
34.2.1. Tareas . . . . .	571
34.2.2. Tareas predecesoras . . . . .	571
34.2.3. Etapas . . . . .	571
34.2.4. Matriz de predecesoras . . . . .	573
34.2.5. Camino crítico . . . . .	575
34.3. Planificación de cargas . . . . .	575
34.3.1. Aspectos probabilísticos . . . . .	575
34.4. Planificación de costos . . . . .	577
34.5. Comentarios finales . . . . .	581
34.6. A explorar . . . . .	581
 <b>35. Indicadores de gestión</b>	 <b>585</b>
35.1. Indicadores adecuados . . . . .	585
35.2. Resumen . . . . .	586
35.3. Introduction . . . . .	586
35.3.1. The maintenance function . . . . .	587
35.3.2. The theory of performance measurement . . . . .	587
35.3.3. The practice of performance measurement . . . . .	590
35.4. Classifying maintenance performance measures . . . . .	591
35.5. Approaches to measuring maintenance performance . . . . .	592
35.5.1. A value-based performance measure . . . . .	592
35.5.2. The Balanced Scorecard . . . . .	594
35.5.3. System audits . . . . .	597
35.6. Performance analysis . . . . .	598

35.7. Concluding remarks . . . . .	599
35.7.1. Recommendations for future research . . . . .	600
<b>36.Mantenimiento centrado en la confiabilidad</b>	<b>605</b>
36.1. Introducción . . . . .	605
36.1.1. Herramientas utilizadas . . . . .	607
36.2. Elaboración del plan técnico . . . . .	607
36.2.1. Constitución de grupos . . . . .	607
36.2.2. Etapas . . . . .	608
36.2.3. Descomposición de la empresa . . . . .	608
36.2.4. Etapa I: Estudio de las plantas . . . . .	609
36.2.5. Etapa II: Análisis de fallas . . . . .	610
36.2.6. Etapa III: Elaboración del plan técnico . . . . .	611
36.2.7. Etapa IV: Optimización del plan . . . . .	613
36.3. Ejemplo ilustrativo . . . . .	614
36.3.1. Introducción . . . . .	614
36.3.2. Análisis del sistema y recolección de información . . . . .	614
36.3.3. Análisis del sistema . . . . .	614
36.3.4. Descripción del sistema y diagrama funcional de bloques . . . . .	615
36.3.5. Historial de los equipos . . . . .	617
36.3.6. Funciones del sistema y modos de fallas . . . . .	618
36.3.7. Matriz equipos-modos de falla funcional . . . . .	618
36.3.8. Análisis de criticidad . . . . .	618
36.3.9. Selección de tareas . . . . .	618
36.4. Comentarios finales . . . . .	618
36.5. Lecturas recomendadas . . . . .	621
<b>37.Mantenimiento productivo total</b>	<b>625</b>
37.1. Introducción . . . . .	625
37.2. Objetivos . . . . .	625
37.3. Las grandes perdidas . . . . .	626
37.4. Conceptos básicos . . . . .	627
37.5. Actividades esenciales . . . . .	627
37.6. Mantenimiento autónomo . . . . .	627
37.7. Implementación . . . . .	628
37.8. Indicadores . . . . .	630
37.8.1. Definiciones . . . . .	630
37.8.2. Ejemplo . . . . .	631
37.9. Comentarios finales . . . . .	632
37.10 Lecturas interesantes . . . . .	632
<b>38.Mantenimiento centrado en la calidad total</b>	<b>635</b>
38.1. Introducción . . . . .	635
38.2. Política de calidad . . . . .	636
38.3. Deming . . . . .	636
38.4. Costos de calidad . . . . .	637
38.5. Política 0 fallas . . . . .	637
<b>39.Auditoria interna</b>	<b>641</b>
39.1. Introducción . . . . .	641
39.1.1. Calculo de la productividad . . . . .	642
39.2. Comentarios finales . . . . .	645

<b>40. Auditorías de mantenimiento</b>	<b>649</b>
40.1. Introducción	649
40.2. Estudio de caso	649
40.2.1. Estrategias de mantenimiento	651
40.2.2. Efectividad global	651
40.2.3. Organización estructural	655
40.2.4. Manejo de recursos humanos	655
40.2.5. Planificación y control de las ordenes de trabajo (OT)	655
40.2.6. Planificación y control de detenciones	656
40.2.7. Conclusiones	656
40.3. Comentarios finales	656
40.4. A explorar	656
 <b>V Análisis de fallas</b>	 <b>659</b>
<b>41. Análisis de modos de falla</b>	<b>661</b>
41.1. Introducción	661
41.2. Clases de fallas	661
41.2.1. Fallas primarias	661
41.2.2. Fallas secundarias	662
41.3. Sistemas reparables y no reparables	663
41.4. Análisis funcional de un sistema	663
41.4.1. Objetivos	663
41.4.2. Principio del análisis funcional	664
41.4.3. Relación entre falla funcional y equipo	665
41.5. Análisis de modos de falla, efectos y criticidad	665
41.6. Etapas del análisis	667
41.6.1. Establecer el alcance del análisis	669
41.6.2. Recopilación de información	669
41.6.3. Preparar la lista de componentes	669
41.6.4. Completando las fichas	670
41.7. Usos del <i>FMECA</i>	670
41.8. Estudio de caso	671
41.8.1. Descripción de la compañía	671
41.8.2. Diagnóstico inicial del mantenimiento	672
41.8.3. Datos existentes	672
41.8.4. Análisis de modos de falla, efectos y criticidad	673
41.9. Comentarios finales	677
 <b>42. Análisis de riesgos y operabilidad</b>	 <b>681</b>
42.1. Introducción	681
42.2. Procedimiento	682
42.2.1. Descomposición del sistema en secciones	682
42.2.2. Descripción del subsistema y de su intención de diseño	682
42.2.3. Formulación de <i>desviaciones</i>	682
42.2.4. Identificación de causas	682
42.2.5. Evaluación de consecuencias	682
42.2.6. Salvaguardias	684
42.2.7. Recomendaciones y acciones	684
42.2.8. Registro	684
42.2.9. Completando el análisis	684
42.3. Implementación de un análisis HAZOP	685
42.3.1. Definición de alcances, objetivos y fronteras	685
42.3.2. Selección del grupo de expertos	685

42.3.3. Preparación . . . . .	686
42.4. Ejemplo en un proceso continuo . . . . .	687
42.4.1. Metodología . . . . .	688
42.5. Comentarios finales . . . . .	689
<b>43. Árboles de falla y otras técnicas</b>	<b>699</b>
43.1. Introducción . . . . .	699
43.2. Árbol de fallas . . . . .	699
43.2.1. Construcción del árbol . . . . .	699
43.2.2. Procedimiento de construcción . . . . .	700
43.2.3. Evaluación del árbol . . . . .	702
43.2.4. Análisis cualitativo . . . . .	702
43.2.5. Análisis cuantitativo . . . . .	702
43.2.6. Comentarios . . . . .	704
43.3. Análisis de Pareto . . . . .	704
43.4. Árboles de mantenimiento . . . . .	706
43.5. Estudios de correlación . . . . .	706
43.6. Diagramas Causa-efecto . . . . .	709
43.7. Diagramas $\lambda$ - $MTTR$ . . . . .	710
43.8. Diagramas $\lambda - D$ . . . . .	717
43.8.1. Ejemplo . . . . .	717
43.9. Diagrama $\lambda - MTTR_{ef}$ . . . . .	717
43.10 Diagrama $\lambda - MTTR - \sigma$ . . . . .	719
43.11 Comentarios finales . . . . .	719
<b>44. Árboles de falla y eventos dependientes</b>	<b>723</b>
44.1. Dependencia entre eventos terminales . . . . .	723
44.1.1. $A$ depende de $B$ . . . . .	723
44.1.2. $A$ y $B$ mutuamente exclusivas . . . . .	723
44.1.3. Dependencias en sistemas más complejos . . . . .	723
44.1.4. $A$ y $B$ con correlación perfecta . . . . .	727
44.2. Ejemplos . . . . .	727
44.2.1. Simplificación del árbol . . . . .	727
44.2.2. Sistema de refrigeración . . . . .	728
44.3. Análisis de importancia . . . . .	729
44.3.1. Medidas cuantitativas de importancia . . . . .	730
44.3.2. Vesely-Fussell para conjuntos mínimos . . . . .	731
44.3.3. Vesely-Fussell para componentes . . . . .	734
<b>VI Apéndice</b>	<b>739</b>
<b>A. Clases de actividades de mantenimiento</b>	<b>741</b>
A.1. Introducción . . . . .	741
A.2. Gestión de largo plazo . . . . .	741
A.3. Gestión de mediano plazo . . . . .	742
A.3.1. Programación de intervenciones . . . . .	742
A.3.2. Control presupuestario . . . . .	742
A.4. Ejecución de intervenciones . . . . .	742
A.4.1. Gestión del personal de intervención . . . . .	743
A.5. Gestión de repuestos . . . . .	743
A.5.1. Compra de repuestos . . . . .	743
A.5.2. Gestión de bodega . . . . .	744
A.6. Ponderación de las actividades de mantenimiento . . . . .	744

<b>B. Distribuciones estadísticas</b>	<b>747</b>
B.0.1. Ley Chi-cuadrado	747
B.0.2. Ley de Student	747
B.0.3. Ley de Fisher	747
<b>C. Sistemas de Información de Mantenimiento</b>	<b>749</b>
C.1. Introducción	749
C.2. Necesidades a satisfacer	749
C.2.1. Necesidades propias a la mantenimiento	749
C.2.2. Necesidades de funciones anexas a la mantención	751
C.3. Funciones del sistema de información	752
C.3.1. Funciones propias al personal de intervención	752
C.3.2. Funciones propias a planificación	753
C.3.3. Funciones propias a la gestión	754
C.4. Criterios de selección	754
C.5. Implementación	755
C.5.1. Establecer punto de partida	755
C.5.2. Modelos de flujos internos y externos	755
C.5.3. Organigrama de tareas	757
C.5.4. Determinación de necesidades	757
C.5.5. Estudio de oportunidad	758
C.5.6. Selección	760
C.6. Análisis de las funciones	760
C.6.1. Trabajos	760
C.6.2. Gestión de repuestos y compras	766
C.6.3. Gestión de costos	767
C.6.4. Elementos de decisión	767
C.6.5. Recursos humanos	770
C.7. Cuestionario de evaluación de un sistema de información	772
C.7.1. Registro de equipos	772
C.7.2. Mantenimiento preventivo y centrado en la condición	772
C.7.3. Planeamiento de las ordenes de trabajo	773
C.7.4. Administración de las ordenes de trabajo	773
C.7.5. Administración de proyectos y paradas de planta	774
C.7.6. Información general	774
C.7.7. Informes de gestión	774
C.7.8. Hardware y software de base	774
C.7.9. Consideraciones técnicas	775
C.7.10. Performance	775
C.7.11. Flexibilidad	775
C.7.12. Consideraciones de implementación	775
C.7.13. Documentación	776
C.7.14. Soporte	776
C.7.15. Antecedentes y estrategias del producto	776
C.7.16. Aspectos financieros	776
C.7.17. Condiciones contractuales	777
C.8. Lecturas interesantes	777
<b>D. Overhaul óptimo con programación dinámica y horizonte de tiempo infinito</b>	<b>781</b>
D.1. Introducción	781
D.2. Descripción del modelo	781
D.3. Ejemplo	782

<b>E. Guía para búsquedas bibliográficas</b>	<b>787</b>
E.1. Introducción	787
E.2. Búsqueda inicial	787
E.3. Búsqueda sistemática	788
E.4. Expansión hacia atrás	788
E.5. Expansión hacia adelante	788
E.6. Documentación de la búsqueda	789
E.7. Actualización	789
E.8. Confección de informes, memorias y artículos	790
E.9. Lecturas recomendadas	790
<b>F. Guía para presentaciones orales</b>	<b>793</b>
F.1. Introducción	793
F.2. Características Específicas de la Charla Técnica	793
F.3. Como preparar una charla técnica	794
F.3.1. Objetivo de la Charla y Tipo de Audiencia	794
F.3.2. Preparación	794
F.3.3. Abusos en la jerga técnica	794
F.3.4. Inicio y término	794
F.3.5. Restricciones de tiempo	795
F.3.6. Contacto visual y auditivo	795
F.3.7. Elementos distractores	795
F.3.8. Chistes y anécdotas	795
F.3.9. Práctica previa	795
F.3.10. Preguntas	796
F.4. Charla para una conferencia	796
F.4.1. Restricciones de tiempo, planificación	796
F.4.2. La Introducción	797
F.4.3. Otras partes de la charla	797
F.5. Ayudas visuales	797
F.5.1. Importancia y selección	797
F.5.2. Recomendaciones generales	798
F.5.3. Diapositivas	798
F.5.4. Transparencias	799
F.6. Conclusiones	799
<b>G. Diseño instruccional del curso</b>	<b>801</b>
G.1. Análisis de necesidades	801
G.1.1. Análisis de destinatarios	801
G.1.2. Análisis de contexto	802
G.1.3. Análisis de necesidades de formación	802
G.1.4. Tecnología disponible	802
G.2. Determinación de objetivos de aprendizaje	803
G.2.1. Objetivos generales	803
G.2.2. Temas y objetivos específicos para objetivo 1	803
G.2.3. Temas y objetivos específicos para objetivo 2	804
G.3. Diseño de enfoques metodológicos	804
G.4. Selección de medios	804
G.4.1. Generación de informes	805
G.4.2. El Proyecto	805
G.5. Diseño de la evaluación	806



## Símbolos

Símbolo	Definición
$\alpha$	numero adimensional
$a$	coeficiente
$\mathbf{a}$	vector
$\mathbf{A}$	matriz
$um$	unidad monetaria
$ut$	unidad de tiempo
$ud$	unidad de distancia
$u$	unidad
$t$	instante ( $ut$ )
$T$	periodo de tiempo ( $ut$ )
$f$	frecuencia ( $ut^{-1}$ )
$C_x$	costo tipo $x$ ( $um$ )
$c_x$	costo tipo $x$ por unidad de tiempo ( $um/ut$ )
$B$	presupuesto ( $um$ )
$R$	confiabilidad
$A$	disponibilidad
$D$	no disponibilidad
$f$	función densidad de probabilidad
$F$	función de probabilidad acumulada de falla
$MTTR$	Tiempo medio para reparar ( $ut$ )
$MTTF$	Tiempo medio para fallar ( $ut$ )
$MTBF$	Tiempo medio entre fallas ( $ut$ )
$\lambda$	tasa de fallas ( $fallas/ut$ )
$\lambda$	tasa de arribos ( $arribos/ut$ )
$\mu$	tasa de servicio ( $intervenciones/ut$ )
$\iota$	tasa de descuento por unidad de tiempo
$\theta$	tasa de descuento continua
$p$	probabilidad

## Terminología

**Sistema** Conjunto de componentes interdependientes, concebidos para realizar una función dada, en condiciones dadas, y en un intervalo de tiempo dado.

**Equipo** Es una parte de sistema con un propósito explícito (función), por ejemplo: clasificar , mezclar, transportar.

**Componente** Parte fundamental del equipo. Puede ser reparable o no.

**Unidad** Es un conjunto de equipos que cumplen una función agregada, por ejemplo: chancador

**Línea** Conjunto de unidades. Reciben como entrada la materia prima y entregan el producto terminado. Ello define su función.

**Planta** Conjunto de líneas en el sentido de producción. Agrega además todas las funciones requeridas para entregar producto terminado. Por ejemplo: producción, mantenimiento, contabilidad, ingeniería, informática, etc.

**Intervención o trabajo** Es una acción realizada sobre un componente. El objetivo de una intervención es lograr que el equipo esté operativo e incrementar la disponibilidad del mismo.

**Confiabilidad** Probabilidad de que un sistema logre su función, en sus condiciones de uso, durante un intervalo de tiempo dado.

# Prefacio

The study of the art of motorcycle maintenance is really a miniature study of the art of rationality itself. Working on a motorcycle, working well, caring, is to become part of a process, to achieve an inner peace of mind. The motorcycle is primarily a mental phenomenon.

R. Pirsig[181]

...a vital component of making sure that one's models are reliable because they do the same things as the real system and for the same reasons. G. Coyle[129]

La continua expansión de la *sociedad de la información* en que vivimos impone cada vez mas requerimientos tanto en los productos y servicios como en los sistemas de producción y manufactura. Ello obliga a acelerar los procesos de toma de decisiones para satisfacer las necesidades impuestas por el mercado.

En el contexto planteado, el mantenimiento es una función clave para lograr la satisfacción de las demandas al proceso productivo. Cualquier mejora en su manejo puede tener un impacto importante en la competitividad de la empresa. En esa línea, el desarrollo e implementación de las tecnologías de la información apoyado por el modelamiento matemático para la toma de decisiones permite visualizar una *gestión del mantenimiento centrada en la información*. En ella la información correcta está disponible en el momento *adecuado* y para la persona *adecuada*. La visión incluye la gestión de la calidad, el procesamiento y agregación de la información que se genera en producción, y su transferencia a los modelos para la toma de decisiones.

Los cursos ME57A y ME707 muestra algunos progresos recientes en metodologías para optimizar la gestión del mantenimiento de sistemas industriales, y en estrategias para transformar el mantenimiento en una actividad que agregue valor a la empresa e incremente su competitividad. El curso ha sido orientado fuertemente a la investigación de operaciones. Ello conlleva a un esfuerzo de modelamiento importante de los procesos de decisión que ocurren en la industria. Creemos importante que el alumno comprenda el porqué la construcción de modelos simples pueden ser de gran apoyo para su labor y para eso, comenzaremos por definir *modelo*:

*Un modelo es un prototipo de algo que es real.*[2]

Una definición más detallada es:

*Un modelo es una abstracción de la realidad que captura la esencia funcional del sistema, con el detalle suficiente como para que pueda utilizarse en la investigación y la experimentación en lugar del sistema real, con menos riesgo, tiempo y costos. En la medida en que un modelo particular es una representación adecuada del sistema, puede ser una ayuda muy valiosa para el análisis de políticas, la toma de decisiones y la resolución de problemas.*[7]

El disponer de un modelo, en nuestro caso un modelo de costos y confiabilidad, tiene una serie de ventajas para la gestión:

**es una herramienta de aprendizaje** permite establecer las relaciones e importancia de los diferentes parámetros en la respuesta del sistema.

**permite un acercamiento al problema** el proceso de construcción del modelo permite resaltar variables que pasarían desapercibidas de otra manera por la complejidad del sistema.

**permite filtrar** aquellos parámetros y condiciones que tienen poca incidencia en la respuesta del sistema

**es un medio de discusión** si dos partes concuerdan en que las hipótesis y parámetros que se usaron para construirlo son válidas y suficientes entonces los resultados serán aceptados por las partes; las limitaciones serán discutidas

**es una herramienta de predicción** es muy fácil realizar análisis de sensibilidad; lo que guiará el proceso de rediseño o mejoramiento

**es una herramienta de optimización** por lo anterior, un modelo puede **reducir** significativamente los **costos** de desarrollo o mantenimiento de un sistema y acelerar sustancialmente el proceso de decisión; en nuestro caso, a nivel de diseño o mantenimiento.

Complementariamente, un ingeniero mecánico posee la gran ventaja de comprender o poder comprender las causas raíces de los problemas técnicos que afectan a los sistemas mecánicos y que generan la necesidad de mantenimiento: las fallas.

En base a lo mencionado, el curso ha sido estructurado en tres partes:

- en la primera se entrega el marco general del problema de costos que se enfrenta el mantenimiento. Además se estudian varias técnicas de análisis de fallas.
- En la segunda parte, que representa el núcleo del curso, se estudian modelos de confiabilidad combinados con modelos de costos.
- En la tercera parte, se ven estrategias globales tales como el mantenimiento basado en la confiabilidad, el mantenimiento productivo total.

## Habilidades potenciadas por el curso

En julio de 2001 se realizó en la facultad un taller denominado *The Learning Factory*. En él se discutieron los nuevos enfoques que se deben dar a la enseñanza. En particular se invitó a un panel de ingenieros con puestos de mando en la industria nacional y se les preguntó cuáles eran las falencias más comunes de los ingenieros recién egresados y principalmente se mencionó (sin orden específico):

- Capacidad de trabajo en equipo
  - Aporte crítico constructivo al grupo
- Dominio del inglés o de una segunda lengua
- Actitud de aprendizaje continuo
- Capacidad de vender y defender sus ideas
- Capacidad de innovar

Como una forma de colaborar con estas habilidades, el curso, aparte de entregar los contenidos pertinentes incluirá:

- Un trabajo de duración semestral en equipo

- Trabajos de investigación bibliográfica (en anexo E se entrega una guía para una búsqueda bibliográfica eficiente)
- Varias exposiciones de parte de los alumnos (en anexo F se entrega una guía para presentaciones orales)
- Si es posible, un taller corto de creatividad

Por otro lado, la era de la información en que vivimos está desplazando al papel como principal medio de transmisión de información. El standard actual son los documentos *PDF*. Una forma de producirlos es a través de procesadores de palabras *WYSIWIG* (What You See Is What You Get) o través de compiladores tales como  $\text{\LaTeX}$ . Las ventajas principales de usar esta última opción son:

- el autor se concentra únicamente en el contenido y no en el formateo,
- están especialmente preparados para el tipo de datos manejados constantemente en ingeniería: ecuaciones, tablas y figuras.

Lo anterior reduce el tiempo destinado a realizar el trabajo y ayuda a mejorar la calidad de los contenidos. Este semestre las entregas de tareas e informes se harán en formato *PDF* via email. El auxiliar impartirá una clase tutorial de  $\text{\LaTeX}$ . Con ello se espera que los alumnos queden preparados para publicar sus memorias ME-69 en la biblioteca virtual del departamento.

## Charlas y visitas

Como una forma de acercamiento al medio industrial y tecnológico aplicado se programan varias charlas, entre ellas:

- gestión de mantenimiento
  - sistemas de información de mantenimiento
  - métodos de mantenimiento sintomático
- Análisis de fallas
  - sistemas expertos

## Consejos para las clases

Les aconsejo aprovechar el material disponible en la red:

- Impriman las presentaciones en *powerpoint* antes de cada clase en modo 'documento', con 3 diapositivas por página; así pueden comentarlas.
- Impriman los apuntes por capítulo y no el apunte completo a la vez. Frecuentemente agrego, actualizo o quito capítulos durante el semestre.

## El Proyecto

El proyecto (en grupos de 3 alumnos) corresponde a un 30% de la nota del curso. Tiene por objetivo desarrollar los tópicos que se darán durante el curso para un sistema mecánico en particular. Al final el alumno tendrá un conocimiento acabado (tanto técnico como económico sobre el equipo) y el mejor informe quedará en el Web para ser usado a conveniencia por los interesados. Los equipos deben corresponder a maquinas que jueguen un rol importante en la línea de producción; con un grado de complejidad suficiente para realizar análisis interesantes, y que sea de uso en una empresa seleccionada

por ustedes. Como novedad, este semestre el proyecto debe ser revisado por un ingeniero responsable (similar a una práctica). El proyecto además tiene carácter de competencia: ganará aquel grupo que logre la mejor relación entre ahorros provocados en un año vs el valor del equipo nuevo.

El proyecto debe incluir:

- principio de funcionamiento, montaje, técnicas de inspección disponibles, condiciones de operación en la empresa donde opera.
- Desarrollo de un programa de mantenimiento centrado en la confiabilidad
  - Plan técnico de mantenimiento
  - Plan de mantenimiento preventivo
- Evaluación de costos asociados a mantenimiento correctivo, preventivo y centrado en la condición
- Análisis de modos de falla, sus efectos y criticidad
- Desarrollo del árbol de fallas
- Necesidades de repuestos en bodega, estudio de plazo óptimo de reemplazo, tamaño óptimo de pedido, costo de almacenamiento asociado
- Estudio de ahorros provocados como consecuencia del estudio, conclusiones
- Otros puntos relevantes

**Observación 1** *El proyecto será evaluado por los informes escritos (75 %) y por las presentaciones realizadas en clase (25 %). En las presentaciones se evaluará: calidad del contenido (50 %), calidad del material audiovisual (25 %), claridad al explicar (15 %), calidad de las respuestas (10 %).*

**Observación 2** *El proyecto considera tres presentaciones parciales y una presentación final:*

- semana 3
- semana 8
- semana 13
- semana 15

## Algunos consejos

El proyecto ha sido evaluado en varios semestres. Se aconseja:

- Buscar equipos con historial de fallas y costos *suficiente*.
- Se recomienda usar empresas que dispongan de un sistema de información.
- Dado que el curso se centra en la minimización del costo global (y no de la seguridad) considerar equipos donde ese sea el parámetro mas importante a considerar.
- Los modelos que se propondrán en el curso se basan en una serie de hipótesis que deben cumplirse para que el resultado sea valido. Ello obliga a verificar su cumplimiento (y estamparlo en el informe).
- En caso de que un modelo no represente adecuadamente la situación real; será evaluado muy positivamente la modificación del mismo por parte de los alumnos. Sean críticos y constructivos.
- Las conclusiones emitidas de los resultados de los análisis son ponderadas de manera importante en la nota. Traten siempre de evaluar los ahorros y otras consecuencias de las acciones propuestas tras los análisis. Comente cada capítulo; explote sus resultados al máximo.

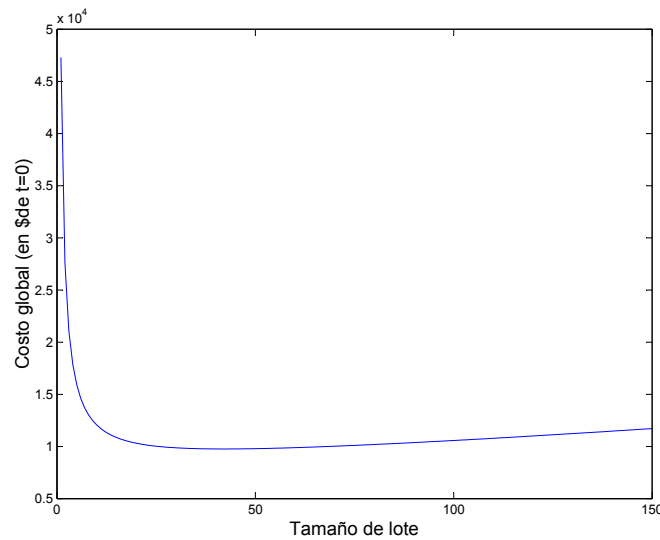


Figura 1: Costo global acumulado vs intervalo entre pedidos).

- Lleve una tabla de actividades donde registre los siguientes campos: fecha, tipo de actividad (entrevista, estudio de los apuntes para el proyecto, implementación de modelos, redacción de informe), tiempo efectivo que requirió la actividad, tiempo muerto que requirió la tarea (transporte, ..). Al final del proyecto haga un resumen (como anexo del proyecto ) por tipo de actividad y genere indicadores estadísticos. Este punto también es evaluado.
- Traten siempre de comparar los resultados obtenidos con la manera en que actualmente se hace en la empresa. Busque ahorros y ventajas provenientes de su trabajo.
- Las unidades de tiempo más frecuentes son los días, las semanas, los meses. El sentido práctico indica usar valores enteros de estas unidades de tiempo. Por ejemplo, en caso de que un modelo resulte en un intervalo óptimo de 3.8678 semanas para intervenciones preventivas, evalúe el aumento de la función objetivo si se hace cada 4 semanas.
- Cuando usen un modelo matemático, justifiquen la estimación inicial de los parámetros requeridos. En caso de incertidumbre, realicen análisis de sensibilidad.
- cuando se refieran a probabilidades o costos sean específicos; son costos de falla o de intervención?; por unidad de tiempo, por intervención o por intervalo?, sobre qué intervalo se evalúa la probabilidad? en qué condiciones de operación?, etc.
- en general es muy conveniente mostrar soluciones gráficas. Así es fácil observar el efecto de implementar alguna estrategia de mantenimiento que no necesariamente sea la optima según el modelo matemático pero que este en la region cercana. Por ejemplo, la figura (1) muestra un estudio del efecto del intervalo entre pedidos sobre el costo de disponer repuestos en bodega. Observamos que si bien el óptimo es puntual, la region aledaña ofrece posibilidades razonables también (ver capitulo §28).
- Para el caso de tablas y figuras, evitar en lo posible las capturas de pantalla. Ello hace perder la resolución y dificulta la lectura; sobre todo para las tablas.
- Al final del proyecto, haga un *abstract* de no más de 30 líneas que resuma el trabajo y los logros del mismo.

## Desafío 2005

Este año se plantea nuevamente *el desafío*. Consiste básicamente, en tomar un artículo de journal a ser propuesto por el profesor, el cual debe ser traducido e implementado. Además se debe repetir el ejemplo numérico presentado en el mismo.

El desafío pretende:

- acercar al alumno a la actualidad en investigación de operaciones orientado a mantenimiento;
- que realice una investigación bibliográfica necesaria para alcanzar la meta;
- que eventualmente continúe trabajando el tema con miras a su tesis de grado;
- que logre dominar las herramientas de optimización informáticas;
- que sea capaz de escribir un artículo de conferencia.

Otras características del desafío:

- es alternativo al proyecto;
- es posible la renuncia. Dada la posibilidad de que requiera un tiempo excesivo, se abre la posibilidad de comenzar un proyecto en forma tardía (hasta la semana 8);
- es individual;
- su grado de supervisión es mayor, se fijaran reuniones periódicas con el profesor para verificar avances;
- sigue el calendario de presentaciones orales del proyecto.

Las desventajas del desafío frente al proyecto son:

- es específico, los alcances del proyecto son mayores;
- es experimental, por ser la primera vez que se realiza.

Conocido lo anterior, los desafiantes deben ser muy motivados, inquietos y dispuestos al aprendizaje.

## Forma de evaluación

El curso será evaluado con 3 controles y un examen (50 %), el proyecto/desafío (30 %) y las notas de tareas y tests (20 %).

Las fechas fijadas para los controles son los jueves:

- semana 5
- semana 10
- semana 15

## Contenidos del curso

El curso consta de las siguientes partes:

- Estudio de costos
- Técnicas para análisis de falla
- Análisis de confiabilidad
- Modelos para minimizar el costo global de mantenimiento
- Planificación de actividades
- Mantenimiento centrado en la condición

Hemos dejado en anexos, otras materias que pueden ser utilizadas durante el curso:

- Sistemas de información de mantenimiento
- Mantenimiento centrado en la confiabilidad
- Mantenimiento productivo total

Otros temas han sido dejado de lado, por la duración limitada del curso:

- organigrama del mantenimiento
- certificaciones de calidad
- codificación de equipos y repuestos
- etc.

## Bibliografía recomendada

Gran parte del curso de basa en las siguientes referencias:

- Campbell, J.D., Jardine, A.K.S., *Maintenance Excellence*, Marcel Dekker, Inc., 2001.
- P. Lyonnet. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991.
- A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Pitman Publishing, 1973.
- Eppen, G.D. et al., *Investigación de Operaciones*, Prentice Hall, 5ta edición, 2000.
- Varios, *Pratique de la Maintenance Industrielle*. Dunod Ed., 1998.
- Pascual, R., *El Arte de Mantener*, Apuntes del curso ME57A, Universidad de Chile, 2004. [bajar](#)

No quisiera terminar este prefacio sin agregar una cita muy adecuada al desarrollo de este curso:

To do work in computational mathematics is ...a commitment to a more demanding definition of what constitutes the solution to a mathematical problem. When done properly, it conforms to the highest standard of scientific research.

*Neuts, M.F[1]*



# Bibliografía

- [1] Neuts, M.F., *Computer power of the liberation of applied probability*, Technical report 312, Department of Statistics, Purdue University, 1973.
- [2] Bisschop, J. *Optimization Modelling*, Paragon Decision Technology, The Netherlands, 2004. [\[bajar\]](#)
- [3] Drew, D.R, *Dinámica de Sistemas Aplicada*, Isdefe, Madrid, 1995. [\[bajar\]](#)
- [4] Coyle, G., *The practice of system dynamics: milestones, lessons and ideas from 30 years experience*, System Dynamics Review, 14(4), 343–365, 1998. [\[bajar\]](#)



Parte I

Bases generales



# Capítulo 1

## El mantenimiento dentro de la empresa

If I have seen further,  
it is by standing on the shoulders of giants.  
*Isaac Newton*

Maintenance is the combination of all technical and administrative actions, intended to retain an item in, or restore it to a state in which it can perform its required function  
British Standards Institution, 1993.[16]

### 1.1. Introducción

Según el diccionario (2001) de la Real Academia Española de la lengua se define semánticamente *mantenimiento* como.

1. *m.* Efecto de mantener o mantenerse.
2. *m.* Conjunto de operaciones y cuidados necesarios para que instalaciones, edificios, industrias, etc., puedan seguir funcionando adecuadamente.

Según la norma francesa AFNOR 60.010, mantenimiento se define como:

*El conjunto de acciones que permiten mantener o restablecer un bien a un estado especificado o en capacidad de asegurar un servicio determinado.*

Wireman [187] lo define como *toda acción o actividad necesaria para mantener un sistema o componentes del equipo en el estado operacional deseado o restaurarlo a dicho estado.*

Hay que agregar a este concepto las nociones de acciones a tomar *antes* del montaje de los bienes (etapa de diseño) y la de la *vida útil nominal* del equipo, que determina también las acciones a tomar.

#### 1.1.1. Una función de apoyo

La función mantenimiento cubre el conjunto de actividades que deben existir en una planta para obtener un costo global de mantenimiento mínimo durante la vida prevista para los equipos.

Se trata de una función *de apoyo* tal como las funciones:

- calidad
- seguridad
- recursos humanos, etc.

Para optimizar la función mantenimiento es necesario situar esta función en el marco de una función más global llamada *función equipos*.

En una planta, para producir se requiere:

- uno o mas productos terminados definidos;
- materias primas;
- proceso de producción;
- personal;
- equipos.

La función *equipos* incluye todas las actividades que conciernen a los activos físicos de la empresa. Ella se descompone en varias funciones:

- mantenimiento;
- inversiones en renovación,
- inversiones de productividad;
- mejoras de equipos;
- desarrollo de nuevos equipos.

Estas funciones están ligadas unas a otras:

- por su inter-dependencia económica
- por ser realizadas por el mismo grupo de personas.

La función *equipos* será bien manejada si hay un presupuesto para cada una de las funciones que la componen, y por tanto se realizan análisis de necesidades para c/u de ellas.

### 1.1.2. Sistemas de gestión

Las auditorias de mantenimiento muestran, en general, que el mantenimiento es visto en el contexto de las funciones de la empresa como un centro de costos, y concebido con una vision parcelaria. Los problemas que se resaltan más comúnmente son: escasez de recursos humanos competentes, insuficiencia en recursos materiales, falta de un sistema de información capaz de indicar qué hacer, cuando hacerlo y como hacerlo.

La información disponible, consignada por diferentes participantes, es en general incompleta, poco fiable y muy dispersa. Uno de los factores responsables de esta situación anárquica es la falta de visión de los responsables y la ausencia de un sistema de información que no solo colecte y registre la información, pero que también la verifique y la administre de manera que los participantes puedan tomar decisiones objetivas. La ausencia de datos confiables y de herramientas eficaces para el análisis de la información lleva al mantenimiento a convertirse en un *bombero apaga-incendios*. Con esa forma de proceder, los costos asociados a mantenimiento solo pueden crecer, con lo que la contribución de la función mantenimiento a la empresa no parece evidente. En este marco, los responsables del mantenimiento no son capaces, en general, de defender rigurosamente su presupuesto y aun menos de mostrar cuantitativamente su aporte a la eficacia de la empresa. Además de lo anterior, las PYMES comúnmente no disponen de recursos para implementar sistemas eficaces para la gestión del mantenimiento.

### 1.1.3. Otros antecedentes

El mantenimiento de un sistema es comúnmente aplazado por la escasez de presupuesto. Algunas instalaciones civiles son utilizadas por encima de su capacidad de diseo, lo que acelera su deterioro. Ej: puentes antiguos son muy estrechos para permitir trafico de alta velocidad y deben ser ensanchados. Además, muchas instalaciones publicas ya han superado su vida de diseo y necesariamente deberán ser rehabilitadas para poder seguir cumpliendo su funcin. La administración publica puede obstaculizar el mantenimiento de los sistemas. Las autoridades elegidas por voto tienden a tener una vision de corto plazo, lo que facilita la postergación de asignación de presupuestos a tareas de mantenimiento en favor de proyectos nuevos, que tienen mayor impacto mediatico. Mas aun, las nuevas instalaciones construidas requieren también de mantenimiento, tal como las actuales, lo que debe incrementar el presupuesto de mantenimiento.

## 1.2. Marco referencial

Es natural pensar que en una organización se realicen análisis para establecer los retornos causados por los costos (de intervención) de mantenimiento y que el presupuesto sea fijado a partir de la evaluación de las estrategias (proyectos) aplicadas. La realidad muestra que tal enfoque es muy difícil de realizar y es así que los presupuestos son establecidos a partir de los costos incurridos en años anteriores.

Las dificultades que aparecen al tratar de evaluar los proyectos en mantenimiento son:

1. existen multiples estrategias y niveles posibles de mantenimiento para cada equipo. Los efectos económicos de cada alternativa son difíciles de estimar en general.
2. los recursos necesarios para el mejoramiento del mantenimiento tienen costos que pueden ser aplicados a otros proyectos alternativos (cambio de tecnología, ampliación, reemplazo de equipos, inversiones en otros rubros, etc.),

Para estimar objetivamente la cantidad de recursos que se debe asignar al servicio de mantenimiento es necesario establecer algún indicador de eficiencia de la empresa, que sea sensible a la toma decisiones. Existen 2 clases de factores que afectan las decisiones de mantenimiento:

### Factores externos a mantenimiento

que está fuera del control del departamento de mantenimiento. Podemos subclasificarlos en dos niveles: nivel empresa y nivel producción.

**Factores a nivel empresa** Representan los posibles proyectos alternativos no relacionados directamente con mantenimiento y que compiten por los recursos y que posiblemente logran incrementar la capacidad de producción. En este grupo de proyectos encontramos: rediseño de líneas de producción, equipos y componentes poco confiables o con bajo nivel de mantenibilidad, duplicación de líneas y equipos para disminuir posibles costos de falla por mantenimiento correctivo o preventivo, reemplazo por tecnologías más eficientes.

### Factores asociados a producción

Tienen varios orígenes:

- La tasa de producción y las variaciones de la misma influyen en el tiempo disponible para realizar intervenciones sobre el equipo, así mismo tienen efecto sobre la tasa de fallas y la seriedad de las mismas.
- Las propiedades de la materia prima utilizada en el proceso pueden afectar la confiabilidad de la planta; por ejemplo, una barra que no ha sido calentada suficientemente puede causar la falla de un laminador.
- Los esquemas de planificación utilizados afectan la frecuencia y la duración de los tiempos muertos de producción. Ellos influye en el tiempo disponible para intervenir los equipos.

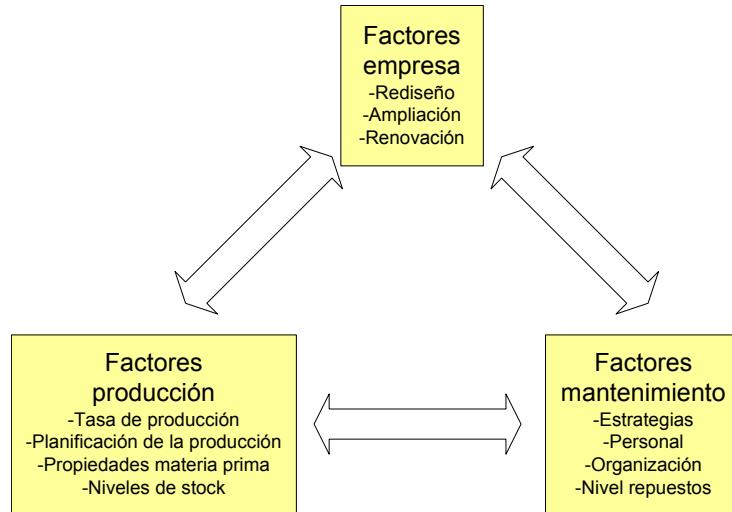


Figura 1.1: Las decisiones de mantenimiento dentro de la empresa

- Los niveles de pila entre las fases de una línea de producción afectan las demoras permisibles debido a mantenimiento correctivo o preventivo. Mas aun, pueden aparecer problemas para rellenar los niveles de referencia de una pila si el sistema que la alimenta es el cuello de botella del proceso.

Ninguno de estos factores está bajo el control del ingeniero de mantenimiento pero todos ellos afectan su toma de decisiones. Por su lado, el jefe de producción es afectado por las decisiones tomadas por mantenimiento. En principio, debería existir una cooperación cercana entre ambas funciones.

### Factores asociados directamente a mantenimiento

En este caso, el ingeniero de mantenimiento tiene control sobre la variables que afectan su toma de decisiones. Ello le permite jugar un rol importante en el objetivo común de entregar el programa de producción planificado a costo mínimo.

Entre los factores internos a mantenimiento se incluyen:

- estrategias de mantenimiento;
- número y tamaño de cuadrillas;
- cantidad y calidad de recursos humanos y materiales, propios y subcontratados;
- esquema organizacional;
- sistema de pago;
- nivel de stock en bodega;
- etc.

Claramente, existen interdependencias entre los factores considerados, tanto internos como externos. Consecuentemente, el marco estratégico es conceptualmente sencillo (ver figura 1.1). Su desarrollo es necesariamente de largo plazo. Aun así, el marco mostrado puede ser útil al tratar de formular una estrategia de mantenimiento. En muchas situaciones algunos factores pueden ser considerados como fijos, lo que puede facilitar los cálculos.

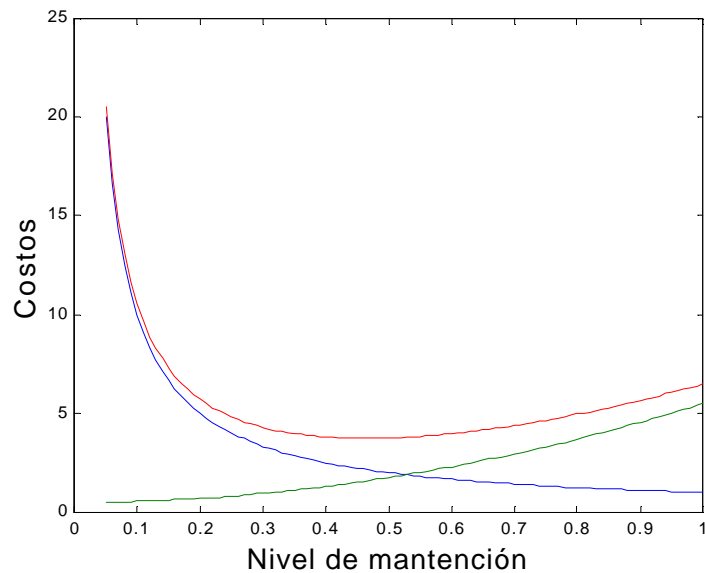


Figura 1.2: Costos de intervención y de falla

### 1.3. Tipos de intervención de mantenimiento

Podemos clasificar las intervenciones en:

1. El equipo funciona y la producción continua:
  - rutas de mantenimiento preventivo,
  - inspecciones de mantenimiento predictivo;
2. El equipo es detenido y la producción no es afectada:
  - equipos redundantes;
3. El equipo es detenido y la producción se detiene;

Los dos primeros tipos de intervención son corrientes y dan libertad de planificación. El tercero es conocido como parada. Puede ser programada o no. Las intervenciones deben estar sujetas a detenciones de producción. Ejemplos:

- cambios de series, fin de semana, parada por limpieza, etc.

### 1.4. Estrategias

Es importante fijar objetivos, Lyonnet'91[4, 178] propone :

- Mantener los equipos en operación,
- Reducir el número de fallas

con costo global mínimo. La idea se grafica en figura (1.2).

Para llegar al punto óptimo, se debe seleccionar entre las estrategias de mantenimiento disponibles:

- Mantenimiento preventivo, o centrado en el tiempo (o preventivo sistemático);

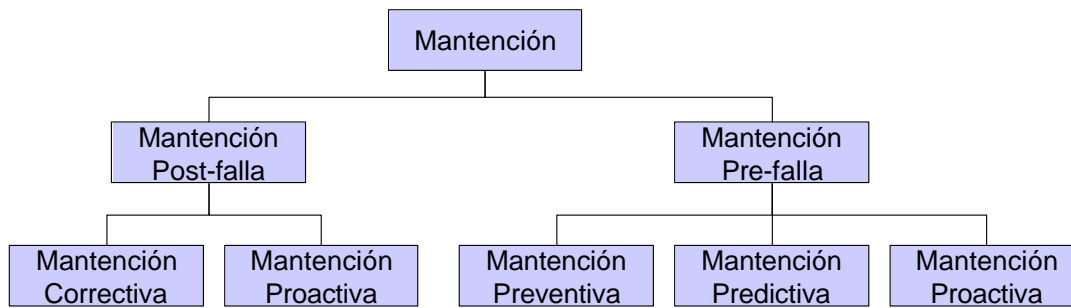


Figura 1.3: Estrategias posibles

- Mantenimiento centrado en la condición (o predictivo);
- Mantenimiento proactivo para evitar aparición o recurrencia;
- Mantenimiento reactivo o correctivo; que se aplica luego de aparecer una falla. Ello no implica que la reacción esté debidamente planeada (ver figura 1.3).

#### 1.4.1. Mantenimiento antes de la falla

El mantenimiento no correctivo (preventivo, centrado en la condición y proactivo) se aplica prioritariamente a los componentes críticos de la producción. Luego de seleccionados los equipos para los cuales se realizará, es necesario descomponerlos en sub-componentes que sean mantenibles. Ejemplos: rodamientos, correas, engranajes, etc.

En caso de seleccionar mantenimiento preventivo para un equipo, es necesario establecer frecuencias de cambio de piezas, lubricación, etc. Para ello se realiza un análisis estadístico de los ciclos de vida. Las tareas a realizar deben ser descritas claramente en procedimientos y su registro debe ser llevado en reportes. Ellos formará parte de la hoja de vida de cada equipo. Tal registro ayudará en la detección de fallas, y la evaluación de costos.

#### 1.4.2. Mantenimiento preventivo

Cabe mencionar que el detener un equipo para realizar las tareas anteriores puede resultar muy negativo para la función producción. Comienza entonces un proceso de negociación para fijar fechas para realizar mantenimiento de este tipo.

La aplicación de mantenimiento preventivo a equipos nuevos puede dificultarse por la falta de historial y la falta de similitud con equipos antiguos:

...the lack of design similitude with prior systems makes robust scheduled maintenance impossible...  
*(Gauthier et al.,2000)[15],*

#### 1.4.3. Mantenimiento centrado en la condición

La idea que apoya a esta estrategia es que una parte solo debe ser cambiada si muestra deterioro que pueda afectar su performance. Hay técnicas que son de amplio uso en la industria actualmente

- vibración y ruido,
- temperatura,
- análisis de aceite.

Clase	Tipo	Componentes
Mecánica	Reemplazo	Aceite
		Filtros
		Piezas de desgaste, frenos
		Filtros
		Rodamientos
		Juntas
	Regulación	Resortes
		Juegos/interferencias
		Tensión (correas)
Eléctrica	Chequeo	Presión
		bloqueos
		Niveles
	Reemplazo	Contactos
		Componentes asociados a fallas térmicas
		Capacitancias
	Regulación	Impedancias en circuitos, potenciómetros
		Valores de aislación
		Valores de capacitancia

Cuadro 1.1: Mantenimiento preventivo

**Ejemplo 1** *Un ejemplo de mantenimiento proactivo es el cambio de velocidad de operación de un equipo rotatorio, tras detectarse en un análisis de falla que hay una situación de resonancia.*

### Telemantenimiento

El telemantenimiento es una estrategia de mantenimiento que tiene sus orígenes en los años 80, propulsada por la madurez en nuevas tecnologías de medición y de telecomunicaciones. Se basa en el mantenimiento centrado en la condición: un conjunto de sensores miden datos en cada equipo. Sus señales llegan a una central de monitoreo (remota) que las registra y las contrasta con niveles de alarma prefijados. La información es resumida en cuadros sinópticos para su visualización y control. El(los) supervisor es capaz de seguir la evolución de una degradación o la aparición de un defecto y tiene la responsabilidad de detener el equipo y alertar a los equipos de mantenimiento. El telemantenimiento es utilizado principalmente en cadenas de producción automatizadas.

Entre las ventajas de esta estrategia de mantenimiento se tiene:

- permite que un recurso escaso y costoso como el de los expertos en análisis de condición hagan su trabajo en forma remota
- facilita la colaboración con otros expertos (trabajo colaborativo)
- la rapidez en el acceso a la información mejora la mantenibilidad (tanto en el tiempo requerido para saber la existencia de una falla como en el de diagnóstico).
- ayuda a justificar la implementación de un sistema de información moderno

Tecnologías como internet, las redes inalámbricas (WiFi, Bluetooth,...) favorecen enormemente la implementación de esta clase de estrategia. Por supuesto, tanto la escasez de recursos como la inversión requerida pueden frenar la implementación de esta estrategia.

#### 1.4.4. Mantenimiento oportunista

Llamamos mantenimiento oportunista a aquel que combina el mantenimiento correctivo con el mantenimiento preventivo. Ella permite aprovechar la aparición de una falla y su efecto de detención sobre el equipo para realizar tareas preventivas que de otra manera afectarían la disponibilidad del equipo para

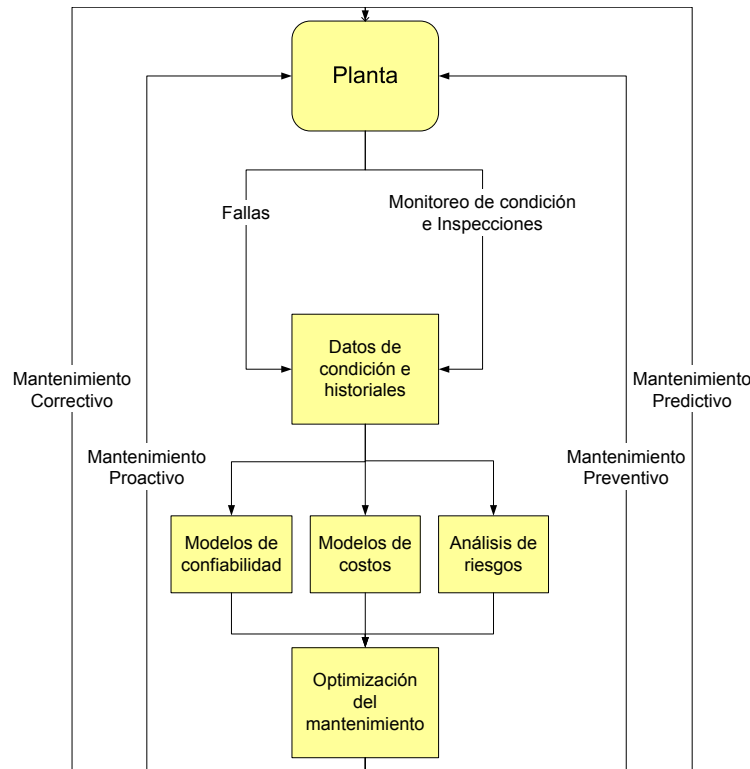


Figura 1.4: Esquema del enfoque utilizado en el curso

producir e incrementarían el costo global de mantenimiento. Este tipo de estrategia es aplicable cuando la reparación de un componente requiere desarmar el sistema completo, por lo que conviene combinar la reparación correctiva del componente con el recambio preventivo de los componentes aledaños. Existen dos posibles variaciones de esta estrategia[2]:

- realizar tareas preventivas oportunistas tan pronto aparece la falla,
- posponer las tareas correctivas hasta el próximo overhaul programado.

## 1.5. Redes inalámbricas y monitoreo de condiciones

La industria requiere medios económicos para monitorear los equipos y procesar la información recolectada. En muchas plantas ello ya se hace para los equipos más críticos, a través de redes fijas. El problema de esta solución es su costo en mano de obra y materiales. De acuerdo a Sharke[10] ello puede estar en el orden 0.16-4.0 KUSD/pie de cableado en Norteamérica. Las redes inalámbricas representan una esperanza en eliminar la costosa barrera a información de condición abundante.

**Observación 3** En la actualidad, aun si existe la posibilidad de usar la instalación de control para comunicar datos de condición, esta posibilidad no es explotada en general pues los sistemas de control no contemplan módulos de mantenimiento centrado en la condición. Ello apunta al desarrollo de sistemas integrados de control de producción y mantenimiento.

**Observación 4** Un estudio del departamento de energía de USA estima ahorros posibles por 122 10<sup>9</sup> BTU para 2020[10], gracias al monitoreo extensivo de los procesos térmicos de generación.

Las redes inalámbricas standard -como las de celulares- usan topografías tipo estrella, en donde los terminales -los celulares- se comunican a través de nodos -antenas-. La comunicación entre los dispositivos

pasa necesariamente por un nodo. Una alternativa a este tipo de arquitectura son las redes de malla (*mesh networks*). En ellas, los dispositivos (transductor+transmisor) también actúan como nodos. Ello provee redundancia entre los nodos y permite que el alcance limitado de cada transmisor no sea una limitación para la red.

Como un medio de evitar la instalación de cableados de energía, se propone que los transmisores solo se enciendan para medir y enviar la información adquirida. Gracias a esta estrategia es posible alimentar la red con baterías o incluso elementos que aprovechen el movimiento de la maquina sobre la cual estén montados[11]. Adicionalmente, los diseños en desarrollo apuntan a que la instalación consista de medios de fijación magnéticos, con pegamento, o a través de pernos.

Las tecnologías inalámbricas actuales (2005) son: *Bluetooth* (protocolo IEEE 802.15), *Wifi* (IEEE 802.11), *WiMAX* (IEEE 802.16a), *Zigbee* (IEEE 802.15.4); e IEEE1451.5[14].

*Bluetooth*[12] tiene un rango limitado a 10 m. Originalmente fue diseñada para operar con teclados y ratones inalámbricos.

*Wifi* tiene un alcance de unos 100 m y un ancho de banda que alcanza los 55 Mbps.

*Zigbee*[13] es una tecnología mas moderna que *Bluetooth* y tiene mayor alcance (100 m). Su intención de diseño original es instrumentación y control en base a redes malladas. Su limitada velocidad de transmisión permite fuentes de alimentación pequeñas, tales como baterías.

Una aplicación interesante para el ahorro de energía aparece en la plantas térmicas de energía. En ellas existe gran cantidad de trampas de vapor, cuyo objetivo es purgar el condensado. Al envejecer el sistema de purga, comienza también a perder vapor con la consiguiente perdida económica. Un sistema de detectores de fuga de vapor en la red de purga permitiría reducir sustancialmente las perdidas e incrementar la eficiencia del proceso.

Las redes inalámbricas también pueden ser aplicadas para un monitoreo detallado del proceso. El disponer de abundante información permitiría detectar desviaciones incipientes en el proceso y así evitar el desarrollo de costosas fallas en el proceso. Por supuesto, si este enfoque es utilizado para variables maestras de control es necesario asegurar que no habrán interferencias en la transmisión.

## 1.6. Publicaciones especializadas

Existe una larga lista de journals dedicados al tema del mantenimiento, entre ellos resaltamos:

- En confiabilidad,
  - *Reliability Engineering and System Safety*
  - *IEEE Transactions on Reliability*
- En gestión de operaciones:
  - *Interfaces*
  - *Naval Research Logistics*
  - *European Journal of Operations Research*
  - *Military Operations Research*

## 1.7. Lecturas recomendadas

(Scarf, 1997)[8] presenta un survey sobre la aplicación de modelos matemáticos para la toma de decisiones de mantenimiento. También muestra las tendencias actuales y hace un análisis acabado sobre las dificultades que enfrentan los actores del mantenimiento para aplicar enfoques objetivos para su gestión.



# Bibliografía

- [1] Wireman, T., *World Class Maintenance Management*, Industrial Press, New York, 1990.
- [2] Luce, S., *Choice criteria in conditional preventive maintenance*. Mechanical Systems and Signal Processing, 13(1):163-168, 1999. [bajar]
- [3] Lyonnet, P., *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [bajar]
- [4] Wildeman, R.E. *The art of Grouping Maintenance*. Ph.D. thesis, Erasmus University, Rotterdam, 1996. [bajar]
- [5] Watson, C., *Is preventive maintenance worthwhile?*, In Operational Research in Maintenance (A.K.S. Jardine, Ed.), Manchester University Press, 142-173, 1970. [bajar]
- [6] Kobbacy, K.A.H., Proudlove, NC, Harper, MA, *Towards an intelligent maintenance optimization system*, Journal of the Operational Research Society, 46 (7): 831-853, 1995. [bajar]
- [7] Drew, D.R, *Dinámica de Sistemas Aplicada*, Isdefe, Madrid, 1995. [bajar]
- [8] Scarf, P.A., *On the application of mathematical models in maintenance*, European Journal of Operational Research, 99, 493-506, 1997. [bajar]
- [9] Kaffel, H., *La maintenance distribuee: concept, evaluation et mise en oeuvre*, Ph.D. Thesis, Université Laval, Quebec, Canada, 2001. [bajar]
- [10] Sharke, P., *Cheaper watches*, Mechanical engineering, Feb., 2005. [bajar]
- [11] Inman, D., *Power Harvesting for Sensing*, Pan-american Advanced Institute Lectures, Florianopolis, 2003. [bajar]
- [12] <http://www.javvin.com/protocolBluetooth.html>
- [13] <http://www.palowireless.com/zigbee/articles.asp>
- [14] [http://www.sensorsportal.com/HTML/standard\\_5.htm](http://www.sensorsportal.com/HTML/standard_5.htm)
- [15] B. G. Gauthier, J. T. Gomez, W. A. Kusmik and J. S. Griffin, *Simulation Based Design as an Enabler for Condition-Based-Maintenance and Total Ownership Cost Reduction for Undersea Vehicles*, 54th Meeting of the MFPT Society (May 1-4, 2000). [bajar]
- [16] British Standards Institution, *BS3811:1993, British Standard Glossary of Maintenance Management Terms in Terotechnology*, BSI, Hemel Hempstead, 1993.



## Capítulo 2

# Estructura de costos

...les défaillances sont a la maintenance  
ce que les maladies sont a la medicine: leur raison d'exister.  
*Kaffel, H.*[8]

The interest rate relevant for a firm's decision-making is  
an important subject in its own right and is a lively topic  
of concern among scholars and practitioners of finance.  
*Wagner, H.M.*[11]

...in an event such as plant breakdown, plant supervisors are ill-prepared to determine the full  
ramifications of the downtime, particularly in financial terms...  
*D.J. Edwards & S. Yisa*[7]

### 2.1. Introducción

Como administradores del mantenimiento una de las principales tareas será minimizar los costos de mantenimiento. Es entonces muy importante analizar cuales son sus componentes.

Según Komonen [9], los costos que aparecen del mantenimiento pueden ser divididos en dos grupos: (1) Los costos que aparecen de las operaciones de mantenimiento (costos administrativos, de mano de obra, costo de material, costo de subcontratación, costo de almacenamiento, costo de capital), (2) pérdida de producción debido a panas de los equipos de producción o reducciones en su tasa de producción, y pérdidas de calidad en el producto debido a malfuncionamiento de los equipos. Esta clasificación enfatiza los dos objetivos del mantenimiento: (1) alta disponibilidad de los equipos de producción y (2) costos de mantenimiento bajos.

#### 2.1.1. Costo global

Según la norma francesa [179], el costo global de mantenimiento  $C_g$  es la suma de cuatro componentes:

- costos de intervenciones ( $C_i$ );
- costos de fallas ( $C_f$ );
- costo de almacenamiento ( $C_a$ );
- costo de sobre-inversiones ( $C_{si}$ ).

$$C_g = C_i + C_f + C_a + C_{si}$$

**Observación 5** *Se constata que la reducción de un componente del costo global implica el aumento de uno o mas de los otros componentes (acción-reacción).*

**Observación 6** *El costo global es medido a nivel de equipo. La suma sobre los equipos es lo que nos importa. Los equipos que mas afecten el costo global serán aquellos que reciban mayor estudio y atención de parte del servicio.*

**Ejemplo 2** *Un programa preventivo excesivo implica un gran costo de intervención y de almacenamiento. Es necesario estudiar si el costo de falla baja más de lo que crecieron estas componentes.*

**Ejemplo 3** *La reducción de costos de almacenamiento (o del número de piezas de repuesto disponibles en bodega) puede aumentar el costo de fallas.*

**Ejemplo 4** *Disminuir inversiones orientadas a duplicar equipos críticos o con mejor confiabilidad y disponibilidad implica costos de intervención mayores, reparaciones más largas.*

## 2.2. Costo de intervención

(Mobley, 1990)[16] reporta que entre un 15 %y y un 40 % del costo total de un producto terminado puede ser atribuido a actividades de mantenimiento en la fabrica[143].

El costo de intervención ( $C_i$ ) incluye los gastos relacionados con el mantenimiento preventivo y correctivo. No incluye costos de inversión, ni aquellos relacionados directamente con la producción: ajustes de parámetros de producción, limpieza, etc.

El costo de intervención puede ser descompuesto en:

- Mano de obra interna o externa,
- Repuestos de bodega, o comprados para una intervención;
- Material fungible requerido para la intervención;

El costo de mano de obra interna se calcula con el tiempo gastado en la intervención multiplicado por el costo de HH. La mano de obra externa se obtiene de la factura, o por las HH que fueron requeridas.

Tanto el material fungible como la amortización de equipos y herramientas de uso general se consideran en el costo horario de intervención. Este es multiplicado por el tiempo de intervención.

Material fungible y la amortización de equipos y herramientas de uso específico son considerados aparte, tal como si fuesen repuestos.

### 2.2.1. Costos por unidad de tiempo

Es importante otorgar un valor realista a los *costos de intervención por unidad de tiempo*  $c_i$  y de horas-hombre pues influyen directamente en el costo global de mantenimiento, nuestra función objetivo a minimizar.

Es común comparar el costo de la mano de obra interna con el de la externa. Sin embargo, los costos internos son castigados por prorrates de costos que existen aún si se contrata mano de obra externa. Es necesario definir dos costos:

- *costo de intervención por unidad de tiempo*  $c_i$ , que sólo incluye los costos directos asociados a las intervenciones;
- *costo de mantenimiento por unidad de tiempo*  $c_{i,t}$ , considera los costos directos e indirectos asociados a mantenimiento.

El costo de intervención por unidad de tiempo es:

$$c_i = \frac{\text{costos directos}}{\text{total horas de intervención}}$$

Los costos directos sólo incluyen:

- salarios;

- contratación de servicios;
- material fungible;
- costos de energía ligados a la intervención.

El costo de mantenimiento por unidad de tiempo  $c_{i,t}$  es igual a:

$$c_{i,t} = \frac{\text{costos directos} + \text{costos indirectos}}{\text{total horas de intervención}}$$

Los costos indirectos incluyen:

- los salarios de especialistas requeridos para la gestión, planificación, análisis técnicos de las intervenciones;
- el prorrateo de servicios tales como contabilidad, computación, personal, etc.

### 2.2.2. Costo de repuestos

A fin de realizar un análisis técnico-económico inteligente es necesario distinguir el costo técnico del costo contable:

- El costo técnico corresponde al valor de compra de la pieza al día de su utilización. A utilizar en el costo de intervención.
- El costo contable corresponde al valor utilizado para valorizar el inventario contable. Por razones financieras este precio puede ser reducido por depreciación.

**Observación 7** *No se trata de hacer contabilidad, sino a realizar análisis técnico-económicos que permitan reducir el costo global de mantención.*

## 2.3. Costo de fallas

Estos costos corresponde a las pérdidas de margen de explotación debidas a un problema *de mantenimiento* que haya producido una reducción en la tasa de producción de productos en buen estado.

La pérdida de margen de explotación puede incluir aumento de los costos de explotación o una pérdida de negocios.

Los problemas de mantenimiento ocurren por:

- mantenimiento preventivo mal definido;
- mantenimiento preventivo mal ejecutado;
- mantenimiento correctivo efectuado en plazos muy largos, mal ejecutado, realizado con repuestos malos o de baja calidad.

**Observación 8** *El estudio de la frecuencia de fallas (tasa de fallas o tiempo entre fallas) y del tiempo utilizado en las reparaciones permite calificar la calidad de la mantenimiento desde un punto de vista técnico.*

**Observación 9** *No confundir falla de mantenimiento con falla de material: Culpa nuestra, culpa del constructor o culpa de producción?*

**Definición 1** *El costo de falla de equipos corresponde a las pérdidas de margen de explotación cuya causa es un defecto de material que provoca bajas de producción de calidad aceptable.*

**Ejemplo 5** *Cuando la potencia utilizada es muy similar a la potencia instalada.*

Otros casos de falla de material:

- errores de utilización que implican degradación;
- A condiciones ambientales fuera de norma.

**Observación 10** *Este tipo de costos deben ser cargados a las funciones inversión, fabricación, calidad, etc.; pero no a mantenimiento.*

**Observación 11** *El interés de poner en relieve los costos de falla por función y de no reagruparlos bajo el centro de costos de mantenimiento es de poder sensibilizar al conjunto de responsables de las funciones concernientes a los sobre costos generados y de permitirles tomar medidas correctivas eficaces.*

**Ejemplo 6** *Ingeniería ha implementado un proyecto con equipos de baja calidad: baja confiabilidad, mantenibilidad pobre.*

### 2.3.1. Evaluación del costo de falla

El costo de falla puede ser calculado con la siguiente formula:

$$C_f = \text{ingresos no percibidos} + \text{gastos extras de producción} + \text{materia prima no utilizada}$$

Para explicarlo, evaluemos el  $C_f$  en 3 casos:

- El volumen de producción programado puede ser alcanzado;
- El volumen de producción programado no puede ser alcanzado dado que la planta opera 24 horas al día;
- La producción no se detiene pero su calidad es degradada.

En el primer caso, el costo de falla de mantenimiento corresponde a los gastos necesarios para recuperar la producción perdida. Estos gastos son esencialmente:

- la energía necesaria para la producción;
- las materias primas;
- los fungibles;
- los gastos de servicios tales como calidad, compras, mantenimiento, etc.

Si la producción programada no puede ser alcanzada, el costo de falla de mantenimiento corresponde a la pérdida de ingresos menos el costo de las materias primas y productos consumibles que no fueron utilizados durante la parada.

Si la producción ha perdido calidad, su precio es menor que el nominal. En este caso el costo de falla corresponde a la pérdida de ingresos asociada.

## 2.4. Costo de almacenamiento

Los inventarios representan cerca de un tercio de los activos de una empresa típica. Como ejemplo, para 1992 se estimaba que el valor de inventarios de repuestos en Estados Unidos era de unos  $1,1 \cdot 10^{12}$  USD, lo que representaba cerca de un 20 % del PNB (Diaz y Fu, 2004[12]).

Los repuestos pueden ser clasificados como reparables o no reparables. Como valor de referencia, el valor del inventario de repuestos reparables de las fuerzas armadas de los Estados Unidos era de  $10^{10}$  USD en 1976 (Nahmias, 1981[13]), y ya se había triplicado para 1994[12].

El costo de almacenamiento representa los costos incurridos en financiar y manejar el inventario de piezas de recambio e insumos necesarios para la función mantenimiento. Incluye:

- El interés financiero del capital inmovilizado por el inventario;
- la mano de obra dedicada a la gestión y manejo del inventario;
- los costos de explotación de edificios: energía, mantenimiento;
- amortización de sistemas adjuntos: montacargas, sistema informático;
- costos en seguros;
- la depreciación comercial de repuestos.

**Observación 12** *Es importante no considerar los salarios del personal de bodega en el costo de intervención; y si hacerlo en el costo de almacenamiento.*

El costo de almacenamiento se mide como un costo por unidad de tiempo  $c_a(t)$  en función del nivel de repuestos disponibles en cada instante  $t$ , luego, si se desea evaluar durante algún intervalo dado  $T$ ,

$$C_a(T) = \int_0^T c_a(t) dt$$

## 2.5. Costo de sobre-inversiones

Al diseñar la planta, lo correcto es tomar la decisión de equipos que minimicen el costo global de mantenimiento durante su ciclo de vida. Ello implica en general que se compren equipos cuyas inversiones iniciales son mayores que las de otros que cumplen las mismos requerimientos pero cuyos costos de intervención y almacenamiento asociados se estiman menores.

A fin de incluir la sobre-inversión, se amortiza la diferencia sobre la vida del equipo. Así es posible castigar en el costo global las inversiones extras requeridas para disminuir los demás componentes del costo.

Por ejemplo,

- Considérese un equipo 1 con valor inicial  $A$  um,
- Su costo de intervención/ut es,

$$c_{i,1} = \alpha_1 A \text{ um/ut}$$

- Su ciclo de vida tiene duración  $T_1$  ut;

El costo de intervención acumulado durante la vida del equipo es,

$$C_{i,1} = \alpha_1 A T_1$$

por otro lado, existe la alternativa de un equipo 2, con mayor valor inicial,  $\gamma A$  ( $\gamma > 1$ ), cuyo costo de intervención por unidad de tiempo es,

$$c_{i,2} = \alpha_2 A$$

con

$$\alpha_2 < \alpha_1$$

luego la inversión extra  $\Delta A$  corresponde a una sobreinversión para adquirir un equipo más confiable, con menor costo de intervención:

$$C_{si,2} = (\gamma - 1) A$$

y posiblemente con un ciclo de vida más largo:

$$T_2 = \beta T_1$$

con

$$\beta > 1$$

Los costos de ciclo de vida por unidad de tiempo de ambos equipos son (asumiendo que los costos de falla y de almacenamiento por unidad de tiempo son iguales):

$$\frac{c_{g,1}}{A} = \frac{C_{i,1} + C_{si,1}}{AT_1} = \frac{\alpha_1 AT_1 + 0}{AT_1} = \alpha_1$$

y

$$\frac{c_{g,2}}{A} = \frac{C_{i,2} + C_{si,2}}{AT_2} = \frac{\alpha_2 AT_1 + (\gamma - 1) A}{A\beta T_1} = \frac{\alpha_2}{\beta} + \frac{(\gamma - 1)}{\beta T_1}$$

Si se cumple que

$$c_{g,2} < c_{g,1}$$

o

$$\frac{\alpha_2}{\beta} + \frac{(\gamma - 1)}{\beta T_1} < \alpha_1$$

Entonces vale la pena tener un costo de sobreinversión.

**Observación 13** *La inversión de referencia,  $A$ , no es tomada en cuenta pues forma parte del proyecto de producción y no es específico a mantenimiento.*

## 2.6. Valores referenciales

A nivel de diseño del departamento de mantenimiento y después, a nivel de reingeniería de la organización es importante conocer valores de referencia para las componentes del costo global. Ello dependerá principalmente del tamaño de la planta, el tipo de industria, entre otros criterios.

A fin de establecer valores de referencia para los costos de intervención es necesario comparar nuestra empresa con otras del mismo rubro, pero de *clase mundial*. Podemos usar diferentes variables de comparación:

- valor de los equipos en planta
- volumen de producción
- valor agregado

### 2.6.1. Para el costo de intervención

#### Costo de intervención vs valor de lo equipos

El valor de los equipos ( $V_e$ ) corresponde a los gastos que serían requeridos para comprar equipos que realicen las mismas funciones. No se considera, transporte, instalación, puesta a punto.

El  $C_i/V_e$  es uno de los indicadores más interesantes a fines de comparación. La tabla 2.1 muestra algunos valores de referencia.

**Observación 14** *Para interpretar correctamente el  $C_i/V_e$  se debe tomar en cuenta el número de horas anuales que funciona el equipo. Un equipo funcionando 1000 h/año y otro similar operando 8500 h/año evidentemente no tendrán el mismo  $C_i/V_e$*

#### $C_i$ vs volumen de producción

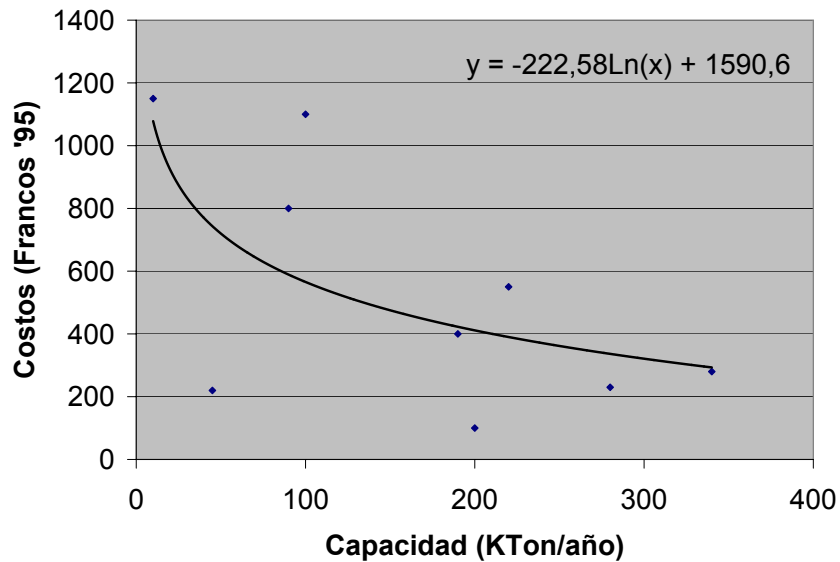
El volumen de producción ( $V_p$ ) es una medida del nivel de uso dado a los equipos. Por ejemplo: horas de operación continua en equipos, toneladas en equipos químicos, siderurgia e industrias agroalimentarias. Este indicador permite:

- Comparar equipos o plantas similares tomando en cuenta las horas de utilización de los equipos;
- Recalcar que la redundancia de equipos o el sobre-equipamiento eleva los costos de intervención.

Equipos mostrando  $C_i/V_p$  muy sobre el valor referencial indica vejez del equipo o condiciones de operación difíciles (ambiente, calidad de operadores).

Equipo de producción y tipo de uso	$C_i/V_e$ %	Desviación %	Nro de horas anuales
Proceso ligero	3.1	0.9	2500
Proceso pesado	6.9	1.5	7000
Equipos de trabajos públicos	15	2.3	2000
Equipos "autodestructivos"	25	0	5000
Taller de fabricación agroalimentario	4.1	0.7	5500
Taller de procesamiento agroalimentario	8.5	1.3	5000
Máquinas herramientas	9.5	1.7	5000
Herramientas maestranza	13.1	0.9	3000

Cuadro 2.1: Valores referenciales del costo de intervención vs inversión

Figura 2.1:  $C_i/V_p$  en industrias químicas (Francos/Ton) ( $V_p=1$  Ton)

### $C_i$ vs valor agregado

El valor agregado ( $V_a$ ) por el equipo es un indicador muy usado aunque no toma en cuenta las condiciones de operación. El nivel de automatización puede no influenciar el  $C_i/V_a$  debido a que a mayor cantidad de equipos, mayor productividad (valor agregado) pero también se incrementan el costo de intervención.

#### 2.6.2. Para el costo de falla

En este caso utilizamos como variables de comparación:

- horas de pana/horas de funcionamiento
- producción aceptable/capacidad nominal
- etc.

Evitar la existencia del costo de falla es una de las paradojas de la función mantenimiento debido a que tal esfuerzo implica incrementar el costo de intervención. El control del costo global de mantenimiento es entonces un proceso *iterativo* (para niveles estables de utilización del equipo).

#### 2.6.3. Para el costo de almacenamiento

El indicador:

$$\frac{\text{costo de almacenamiento}}{\text{valor de inventario}}$$

tiene un valor referencial en las industrias de 26 % con una desviación media de 4 %.

Hay que tomar en cuenta que el nivel de repuestos está estrechamente ligado al costo de falla y al riesgo de que se produzcan fallas.

El valor de referencia medio del inventario de repuestos

$$\frac{\text{valor del inventario}}{\text{valor de los equipos}}$$

varia entre 1.5 % y 2.5 % del valor (nuevo) de los equipos a mantener.

El costo de almacenamiento representa entre 4 % y 6 % del  $C_i$ . Por ello no debe ser una preocupación mayor en la gestión del costo global de mantenimiento (véase análisis de Pareto).

## 2.7. Costos referenciales en plantas de proceso

Tradicionalmente el interés académico de la investigación de operaciones aplicada a plantas de proceso se ha concentrado en:

- control de procesos,
- planificación y programación,
- control de calidad,
- inventario, y
- diagnóstico de fallas.

Sin embargo, los gerentes de planta se enfrentan con decisiones de mantenimiento preventivo que pueden afectar severamente la performance de la planta, por lo que el análisis de confiabilidad es crucial para la operación global del proceso.

La tabla 2.2 muestra algunos valores referenciales para plantas de proceso según varios autores.

Según referencia (Tan, 1997[2]), los costos de falla de una planta química típica oscilan entre los 500 USD/hora hasta los 100.000 USD/hora. Según la misma referencia una refinería media pierde 10 días de producción por año debido a fallas de equipos, con un costo de falla estimado en 20 a 30 mil USD/hora.

Indicador	Estimación	Referencia
costos de intervención/ventas	6 %	King'90[3]
Diseño de programas de mantención/costos de capital	2-6 %	Grievink et al. '93
	3-6 %	King'90
	4 %	Douglas'88
Costos de intervención/presupuesto de operaciones	hasta 50 %	Grievink et al. '93
	20-30 %	Van rijn'87
Variabilidad en costo de operación a causa de mantención	~ 50 %	Grievink et al. '93
Disponibilidad de diseño	70 %	Grievink et al. '93
	95 %	Douglas'88
Para una refinería típica		
Disponibilidad	90-95 %	Moore'94
Costo de falla	20-30 KUSD/h	Moore'94
Fallas dominantes en refinerías		Lees'80
Bombas y compresores	33.9 %	
Hornos		
Tuberías		
Columnas y reactores		
Intercambiadores		
Fallas dominantes en plantas de amoníaco		Less'80
Compresores		
Fugas		
Calderas		
Intercambiadores		

Cuadro 2.2: Indicadores económicos y de confiabilidad para plantas químicas

### 2.7.1. Equipos con rendimiento variable

<sup>1</sup>Supongamos que un equipo tiene una productividad linealmente dependiente del nivel de operación  $x$ :

$$k_1 x \text{ um/ut} \quad (2.1)$$

el nivel de operación se mide en % respecto del valor de diseño, por ejemplo. Asumamos que  $x$  debe estar en un rango

$$x \in [x_{\min}, x_{\max}] \quad (2.2)$$

El equipo dispone de un elemento de desgaste cuya vida es inversamente proporcional al nivel de operación:

$$MTTF = \frac{k_2}{x} \text{ ut}$$

Para reemplazar al componente se requieren en promedio  $MTTR$  ut. Los costos de intervención son despreciables frente a los de falla.

La disponibilidad esperada toma la forma

$$\begin{aligned}
 A(x) &= \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \\
 &= \frac{\frac{k_2}{x}}{\frac{k_2}{x} + MTTR} \\
 &= \frac{k_2}{k_2 + xMTTR}
 \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>control I, 2004-II

Los ingresos percibidos por unidad de tiempo son entonces:

$$i = A(x)k_1x \text{ um/ut}$$

La disponibilidad se maximiza cuando  $x \rightarrow 0$ . Lamentablemente ello también reduce los ingresos percibidos a 0. Surge entonces como alternativa, la maximización de los ingresos (los costos son constantes en este análisis),

$$\begin{aligned} i &= A(x)k_1x \\ &= \frac{k_1k_2x}{k_2 + xMTTR} \end{aligned}$$

Al derivar los ingresos,

$$\frac{di}{dx} = \left( \frac{k_1k_2}{k_2 + xMTTR} \right)^2$$

observamos que ella es positiva y que no se anula:  $i$  es creciente con  $x$ . Para maximizar los ingresos es necesario trabajar en el punto extremo  $x_{\text{máx}}$ .

Una tercera opción es minimizar el costo global por unidad de tiempo.

El caso de productividad máxima (hipotética) ocurre cuando la tasa de producción es:

$$k_1x_{\text{máx}} \text{ um/ut}$$

un ciclo promedio dura

$$MTTF + MTTR$$

luego, una cota superior para los ingresos en ese periodo es

$$k_1x_{\text{máx}} (MTTF(x) + MTTR)$$

Para situaciones de producción intermedias, los ingresos por unidad de tiempo son

$$k_1x$$

luego, existen dos costos de falla por ciclo: durante la fase productiva, y durante la fase de reparación:

$$\begin{aligned} C_{f,p} &= k_1 (x_{\text{máx}} - x) MTTF(x) \\ C_{f,c} &= k_1x_{\text{máx}}MTTR \end{aligned}$$

Los costos de intervención por ciclo son exclusivamente correctivos:

$$C_{i,c} = C_i$$

tenemos entonces que si,

$$MTTF(x) = \frac{k_2}{x}$$

el costo global por unidad de tiempo es

$$\begin{aligned} c_g(x) &= \frac{C_{f,p} + C_{f,c} + C_{i,c}}{MTTF(x) + MTTR} \\ &= \frac{k_1(x_{\text{máx}} - x)MTTF(x) + k_1x_{\text{máx}}MTTR + C_i}{MTTF(x) + MTTR} \\ c_g(x) &= \frac{k_1(x_{\text{máx}} - x)\frac{k_2}{x} + (k_1x_{\text{máx}}MTTR + C_i)}{\frac{k_2}{x} + MTTR} \\ &= \frac{k_1k_2(x_{\text{máx}} - x) + (k_1x_{\text{máx}}MTTR + C_i)x}{k_2 + xMTTR} \\ &= \frac{k_1k_2x_{\text{máx}} + x(k_1x_{\text{máx}}MTTR + C_i - k_1k_2)}{k_2 + xMTTR} \end{aligned} \tag{2.3}$$

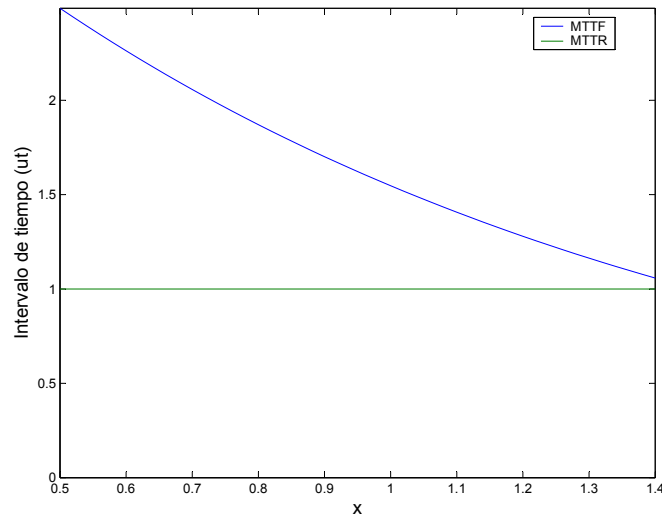


Figura 2.2:  $MTTF$  y  $MTTR$  vs tasa de producción normalizada

Otra alternativa es maximizar la utilidad esperada por unidad de tiempo, eso es

$$u(x) = \frac{k_1 x MTTF - C_i}{MTTF + MTTR}$$

**Ejemplo 7** Consideremos que el tiempo medio para reparar sigue una ley exponencial:

$$MTTF(x) = k_3 \exp^{-k_2 x}$$

y que la productividad es proporcional a  $x$  (131). El costo de intervención de una reparación es  $C_i$  y toma  $MTTR$  unidades de tiempo. Por razones técnicas, se cumple también (2.2).

$$\begin{aligned} k_1 &= 1 \\ k_2 &= 0,95 \\ k_3 &= 4 \\ x_{\min} &= 0,5 \\ x_{\max} &= 1,4 \\ MTTR &= 1 \\ C_i &= 1 \end{aligned}$$

El costo global (2.3) alcanza su mínimo en

$$x^* = 1,29$$

(figura 2.3). La utilidad se muestra en figura (2.4). La hoja excel puede ser bajada [aquí](#).

## 2.8. Comentarios finales

Hemos presentado la estructura de costos que utilizaremos en el curso. Vemos que el motor principal del mantenimiento es el costo de falla, el cual puede ser difícil de modelar pues depende de una serie de variables.

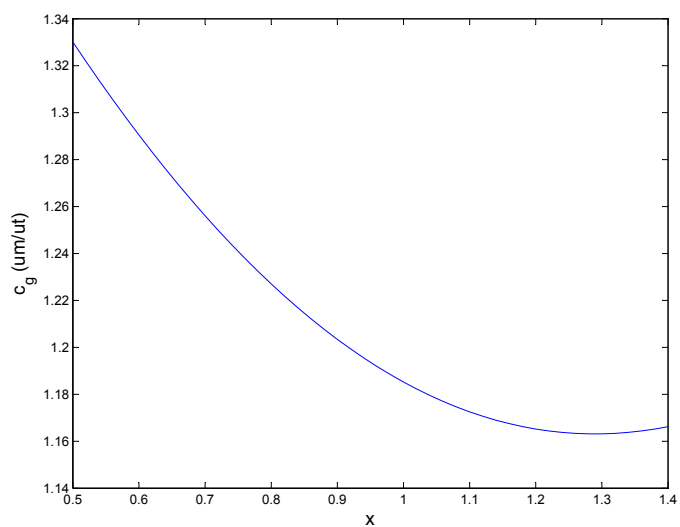


Figura 2.3: Costo global esperado por unidad de tiempo vs tasa de producción normalizada

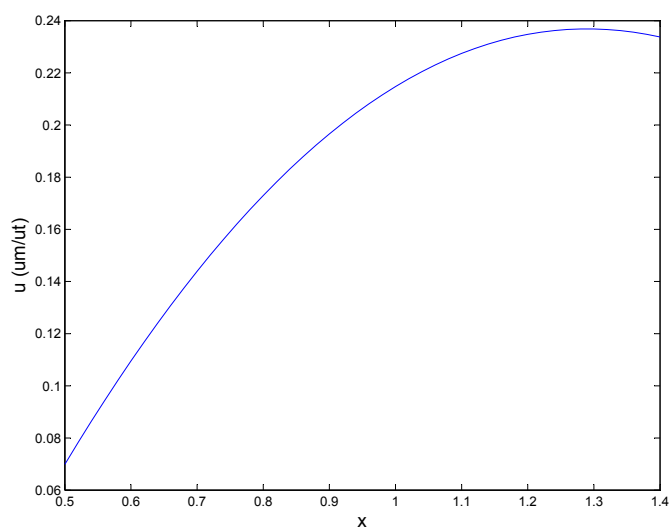


Figura 2.4: Utilidad esperada por unidad de tiempo vs tasa de producción normalizada

## 2.9. A explorar

(Al-muhaisen y Santirisi, 2002)[131] estudian los costos de intervención en la industria del cemento. Estiman que ellos están en el rango de 20-25 % de los costos de producción, en segundo lugar tras el costo de energía. El estudio se concentra en un estudio de caso de auditoría interna de mantenimiento.

(Yam et al., 2000)[134] presentan un estudio de *benchmarking* en las industrias de generación de energía. El estudio incluye una comparación de costos de intervención específicos en mantenimiento.

(Mckonee y Weiss, 1998)[20] reportan que los costos de intervención de Du Pont en 1991 eran muy similares a sus ingresos.



# Bibliografía

- [1] Douglas, J.M., *Conceptual Design of Chemical Processes*. Mc-Graw-Hill, New York, 1988.
- [2] Grievink, J., Smith, K., Dekker, R. and van Rijn, C., *Managing Reliability and Maintenance in the Process Industry*. Paper presented at Foundations of Computer Aided Process Operations, Crested Butle Resort, CO, 1993.
- [3] King, R., *Safety in the Process Industries*. Butterworth-Heinemann, Boston, MA, 1990.
- [4] Lees, F.P. *Loss Prevention in the Process Industries I and II*. Butterworth-Heinemann, Boston, MA, 1980.
- [5] Moore, J. *World Wide Refining and Gas Processing Directory*, Penn Well, Tulsa, OK, 1994.
- [6] Tan, J.S. and Kramer, M.A., *A General Framework for Preventive Maintenance Optimization in Chemical Process Operations*, Computers chem, Engng, 21(12), 1451-1469, 1997. [\[bajar\]](#)
- [7] Van Rijn, C.F.H., *A Systems Engineering Approach to Reliability, Availability, and Maintenance*. Paper presented at Foundations of Computer Aided Process Operations, Park city, UT, 1987.
- [8] Musgrave, K. and Sulis, E., *How Dome Increased Maintenance Effectiveness and Reduced Costs*, CIM Bulletin 86, 1993. (970): 60-63.
- [9] Komonen, K. (1998) *The structure and effectiveness of industrial maintenance*, Acta Polytechnica Scandinavica, Mathematics, Computing and Management in Engineering Series, 93. [\[bajar\]](#)
- [10] Komonen, K., *A cost model of industrial maintenance for profitability analysis and benchmarking*, International Journal of Production Economics, 79(1), 15-31, 2002. [\[bajar\]](#)
- [11] Wagner, H.M., *Principles of Operations Research*, Prentice-Hall, 1969.
- [12] Diaz, A., Fu, M.C., *Multi-Echelon Models for Repairable Items: A Review*.
- [13] Nahmias, S. *Managing Repairable item inventory systems: A review*. In Schwarz (Ed.) Multi-level Production/Inventory Control Systems: Theory and Practice, v16, Studies in the Management Science, North Holland, Amsterdam 1981.
- [14] Kaffel, H., *La maintenance distribuee: concept, evaluation et mise en oeuvre*, Ph.D. Thesis, Universite Laval, Quebec, Canada, 2001. [\[bajar\]](#)
- [15] K. Al-Hassan, J. Fat-Lam Chan, A.V. Metcalfe, *The role of total productive maintenance in business excellence*, Total quality management, 11(4,5,6), 596-601, 2000. [\[bajar\]](#).
- [16] Mobley, R.K., *An Introduction to Predictive Maintenance* Van Nostrand Reinhold, N.Y., 1990.
- [17] D.J. Edwards, S. Yisa, *Modelling the magnitude of plant downtime: a tool for improving plant operations management*, Engineering, Construction and Architectural Management, 8(3), 225-232, 2001. [\[bajar\]](#).
- [18] Al-Muhaisen, M., Santarisi, N., *Auditing of the maintenance system of Fuhais plant/Jordan Cement Factories Co.*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 8(1), 62-76, 2002. [\[bajar\]](#).

- [19] R. Yam, P. Tse, L. Ling, F. Fung, *Enhancement of maintenance management through benchmarking*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 6(4), 224-240, 2000. [\[bajar\]](#)
- [20] Mckone, K., Weiss, E., *TPM: Planned and autonomous maintenance: Bridging the gap between practice and research*, Production and Operations Management 7 (4), 335 351, 1998.

## Capítulo 3

# Costo de ciclo de vida

### Resumen

Se presenta un modelo de *costos de ciclo de vida* centrado en la norma inglesa *BS 3811:1993*. Este modelo de costos es complementario al visto anteriormente (norma francesa, §2) pues considera costos de inversión, retiro y de operación. Como ejemplo de aplicación, el modelo es utilizado para identificar, monitorear y mejorar el impacto económico del mantenimiento centrado en la condición con vibraciones. El análisis de costos de ciclo de vida permite identificar proyecto de mantenimiento que maximicen la rentabilidad de la empresa. Adicionalmente, permite el desarrollo de indicadores de efectividad en la gestión de mantenimiento y facilita la identificación de áreas problemáticas. Se concluye que mientras mayor sea la calidad de los datos y más fácil sea su identificación, mayor será el control posible sobre los costos de intervención y de falla. La estrategia propuesta identifica desviaciones en la performance de la gestión, con lo cual su corrección temprana es posible.

### 3.1. Introducción

La realidad muestra que el mantenimiento es visto en general solo como un centro de costos. Los beneficios económicos de la aplicación de gestión óptima de mantenimiento se ven en otras áreas tales como producción, calidad y en la reducción de capital detenido en equipos y repuestos. Los costos de falla, tales como ingresos no percibidos por fallas, calidad pobre en el producto, pérdida de clientes y porción del mercado, son en muchos casos difíciles o imposibles de estimar. Cuando ocurre una falla, es fácil acusar un mantenimiento deficiente. Sin embargo, cuando no ocurren fallas, es difícil probar que el mantenimiento logró prevenirlas[14].

Una de las ventajas del mantenimiento centrado en la condición es que reduce las paradas planificadas por mantenimiento preventivo[5, 6, 7]. La estrategia permite una detección incipiente de defectos que pueden conllevar a fallas. Ello también puede ser utilizado para detectar causas de desviaciones en la calidad del producto[?, 8]. La precisión en los resultados del análisis de condición resultan en menor cantidad de paradas preventivas y correctivas. Ello permite la reducción de costos de intervención, la implementación de prácticas más eficientes, la optimización de la fuerza de trabajo y a la performance general del sistema productivo[7, 9].

### 3.2. Costo de ciclo de vida

El costo de ciclo de vida es definido en la norma inglesa BS 3811:1993 como el costo total de posesión de un ítem, tomando en cuenta los costos de adquisición, entrenamiento de personal, operación, mantenimiento, modificaciones y retiro. La evaluación de costos de ciclo de vida ha sido usada efectivamente en una serie de toma de decisiones de largo plazo[10, 11, 17].

Los beneficios de la aplicación del mantenimiento centrado en la condición pueden ser observados en varias funciones de la empresa: producción, control de calidad, logística. Aun así, es difícil cuantificar

el impacto del mantenimiento en ellas. (Al-Najjar, 2004)[14] argumenta que ello es una de las razones por las cuales el mantenimiento es visto exclusivamente como un centro de costos en vez de como un centro de generación de utilidades, especialmente cuando se requieren inversiones, como es el caso del mantenimiento centrado en la condición.

La detención que ocurre cuando se detecta una falla inminente (y no detectada por deficiencias en el mantenimiento centrado en la condición) es definida como una *parada no planificada antes de la falla*[6]. Ellas, junto con las paradas por falla son culpables de las componentes del costo de falla:

1. Ingresos no percibidos por fallas y paradas no planificadas con falla inminente;
2. Reducción en la tasa de producción efectivas por ciclos muertos -sin procesamiento de materia prima-, velocidad reducida, reprocesamiento.
3. Productos con menor calidad (y menor precio de venta).
4. Recursos fijos desocupados por fallas y detenciones imprevistas.
5. Demoras en las entregas que impliquen castigos contractuales.
6. Productos deficientes que deben ser reparados o cambiados por cobro de la garantía, posibles pagos de lucro cesante en el contrato de garantía.
7. Insatisfacción del cliente debido a baja calidad y/o demora en la entrega.
8. Extra-energía debido a sobre-consumos asociados a mantenimiento<sup>1</sup>.
9. Desgaste acelerado producto de mala gestion/practica de mantenimiento.
10. Costo de almacenamiento excesivo
11. Sobre-inversiones en redundancia excesivos
12. Sobreinversiones en bodegas mas grandes y mantenimiento de equipos redundantes
13. Sobrecostos por mano de obra sub-capacitada
14. Castigos por polución ambiental causada por mala condición de los equipos y accidentes relacionados con mantenimiento ineficiente.
15. Costos extras en seguros debido al historial de fallas y accidentes.

La importancia relativa de los costos asociados a la lista anterior varia entre las diversas industrias. Su no ocurrencia puede ser considerada como un ahorro potencial y no como un costo potencial[14].

El costo de ciclo de vida  $C_{lc}$  está compuesto por:

$$C_{lc} = C_A + C_O + C_S + C_U + C_{IL} + C_M + C_T \text{ um} \quad (3.1)$$

donde

- $C_A$  es el costo de adquisición
- $C_O$  son los costos de operación;
- $C_S$  son los costos de apoyo logístico;
- $C_U$  es el costo de no disponibilidad;
- $C_{IL}$  son las pérdidas indirectas;
- $C_M$  son los costos de modificaciones;
- $C_T$  son los costos de retiro;

Entre los costo de apoyo logístico se cuentan los de intervención de mantenimiento. Los costos asociados a productos defectuosos por fallas de mantenimiento son: pérdidas de mercado y de reputación por demoras en entregas asociadas a no disponibilidad por mantenimiento. Estos efectos no son visibles en los sistemas de contabilidad actuales, al menos, no sin ser confundidos con otros costos. Basados en los

---

<sup>1</sup>(Rao, 1993)[13] argumenta que 20 % de la energía puede ser ahorrada con monitoreo eficiente y estrategias de gestión.

sistemas de información disponibles actualmente, es muy difícil establecer que partes del costo de falla están asociados a mantenimiento.

Para evaluar la importancia económica de las actividades de mantenimiento y el impacto económico de las inversiones realizadas en mantenimiento, es necesario estimar los ingresos del ciclo de vida. Una manera de hacer esto es evaluando los ahorros logrados por la aplicación de estrategias de mantenimiento eficientes al analizar el costo de ciclo de vida y las interacciones entre la función mantenimiento y las otras funciones de la planta, tales como producción, calidad e inventario. Estos ahorros son usualmente logrados a través de:

1. Reducción en el tiempo de detención generado por las fallas, las paradas no planificadas y las intervenciones preventivas, o sea, incrementando la disponibilidad.
2. Reducción en el numero de productos rechazados debido a falta de mantenimiento o la ineficiencia de mantenimiento, o sea, incrementar la tasa de calidad (productos buenos/productos procesados).
3. Reducción en los costos operativos. Ello puede ser logrado al alcanzar un alto grado de confianza en la estrategia de mantenimiento aplicada debido a su habilidad para evitar perturbaciones a la producción y continuamente reducir la probabilidad de fallas y otras detenciones no planificadas. En consecuencia se logra:
  - a) Mantener e incrementar la tasa de producción.
  - b) Reducir los costos de almacenamiento de materia prima, productos terminados, repuestos y equipos redundantes.
  - c) Reducir primas de seguro debido a menor cantidad de accidentes/fallas.
4. Menores demoras en entregas, o sea, programas de entrega más precisos. Ello puede ser facilitado al mejorar la confiabilidad de los equipos y la efectividad global de los mismos (OEE) usando estrategias de mantenimiento que mejoren continuamente y que detecten desviaciones incipientes (y eliminen sus causas) en la condición de los equipos. Lo anterior colabora en aumentar la participación de mercado de la empresa y aumentar su reputación.

La evaluación de los ahorros logrados por un mantenimiento eficiente se facilita al evaluar los ingresos de ciclo de vida. Ello incluye el estudio de factores externos que lo afectan:

1. Tasa de cambio monetaria para mercados internacionales, la que usualmente fluctúa.
2. Crisis políticas y monetarias a nivel mundial que influyen el costo de los recursos de entrada tales como materia prima, equipos y energía.
3. Nuevas tecnologías y productos, nuevos competidores.
4. Nuevas regulaciones nacionales e internacionales, por ejemplo, aquellas relacionadas con el ambiente y la producción limpia.

La estimación de los costos de intervención y de falla apuntan a definir el mantenimiento como un centro de costo. En una recesión, las compañías tienden a reducir el presupuesto de mantenimiento, sin tomar en cuenta los beneficios que genera en las funciones de producción, calidad, seguridad, y ambiente, entre otras. Más aún, muchos tomadores de decisiones a nivel planta cuestionan los presupuestos de mantenimiento al observar que la planta tiene tasas de falla bajas y las detenciones son cortas. Lo anterior, sin tomar en cuenta del rol que cumple el mantenimiento en alcanzar esos logros.

Las actividades que agregan valor a nivel planta son usualmente monitoreadas a través de su efecto sobre el *OEE*, que es un indicador técnico (ver §37). Al compararlo con los costos totales de producción o con el margen de la planta, es posible evaluar como reducir los costos de producción, manteniendo la satisfacción de los clientes, accionistas y de la sociedad, y así incrementar las ventas de la compañía y su cuota de mercado.

### 3.3. Indicadores de gestión

Para sobrevivir en un mercado competitivo, las compañías requieren mejorar continuamente sus procesos de manufactura y su rentabilidad. El mejoramiento continuo requiere de herramientas efectivas para *medir* y analizar información, presentar resultados, optimizar prácticas y procedimientos objetivos de toma de decisiones. Un indicador útil es la tasa de calidad, que está influenciada por muchos factores. Algunos de ellos están relacionados con el diseño del equipo así como de su construcción, materia prima, herramientas de corte, el sistema de control de calidad, la cultura existente en la compañía, etc. Otros factores están relacionados con la estrategia de mantenimiento aplicada, así como en la calidad de las intervenciones de mantenimiento. En muchos casos, especialmente cuando hay fallas crónicas, los problemas de calidad son un resultado de combinaciones de los factores ya mencionados. Ello significa que se requiere elementos de entrada de alta calidad para el proceso de fabricación para asegurar un producto de alta calidad a un precio competitivo a través de alta disponibilidad y calidad productiva estable y con poca variabilidad. Lo anterior no puede ser logrado sin una estrategia de mantenimiento efectiva que reduzca las detenciones no planificadas y mejore la eficiencia productiva del proceso, así como la tasa de fallas, tasas de accidentes, violaciones a regulaciones ambientales[14].

### 3.4. Modelo de costos

Los componentes de costos son:

1. Pérdidas económicas asociadas a mantenimiento. Corresponde a la suma de todas las pérdidas económicas que han ocurrido debido a factores relacionados con acciones de mantenimiento, tales como no disponibilidad (fallas y paradas no programadas), ineficiencias operacionales, mala calidad, y otros factores ilustrados en la próxima subsección.
2. Costos de intervención de mantenimiento. Compuesto por mano de obra y materiales. Incluye recursos propios y subcontratados.
3. Inversiones en mantenimiento. Usualmente son considerados dentro de los costos de intervención. Incluye todos los costos asociados a desarrollar el departamento de mantenimiento, tales como nuevas instalaciones, herramientas, sistemas de información y entrenamiento. El objetivo de las inversiones en mantenimiento es mejorar la performance del proceso productivo, la rentabilidad de la compañía y la competitividad.
4. Ahorros en mantenimiento. Corresponden a la suma de todos los ahorros que pueden ser logrados con la implementación de estrategias de mantenimiento más eficientes. Por ejemplo, el monitoreo centrado en la condición puede ser utilizado para evaluar la condición de los equipos y determinar las intervenciones tras detectar un defecto incipiente. Ellas son intervenidas ojalá aprovechando tiempos muertos de producción tales como limpieza, cambio de turno, cambio de herramientas, etc.
5. Beneficios del mantenimiento. corresponden a la diferencia entre los ahorros en mantenimiento durante un intervalo dado y las inversiones en mantenimiento para mejorar la eficiencia, la productividad y la rentabilidad de la empresa durante ese periodo.

### 3.5. Estudio de caso

Tomamos el ejemplo de (Al-Najjar y Alsyouf, 2004)[14]. El estudio considera un equipo de alta criticidad en una papelera sueca. El intervalo de análisis es de 4 años. Para restringir el estudio se consideran solo los datos de historial de componentes mecánicos cuya falla sea factible de detectar a través del análisis de vibraciones. A fin de usar el modelo, se confeccionaron dos hojas para registrar datos técnicos y económicos del equipo, alimentándose del sistema de información de la empresa (figura 3.2). Los datos técnicos requeridos fueron: tiempo de producción planificado, tasa de producción planificada, duración y frecuencia de paradas planificadas, fallas y paradas no planificadas, cantidad de items reprocesados o

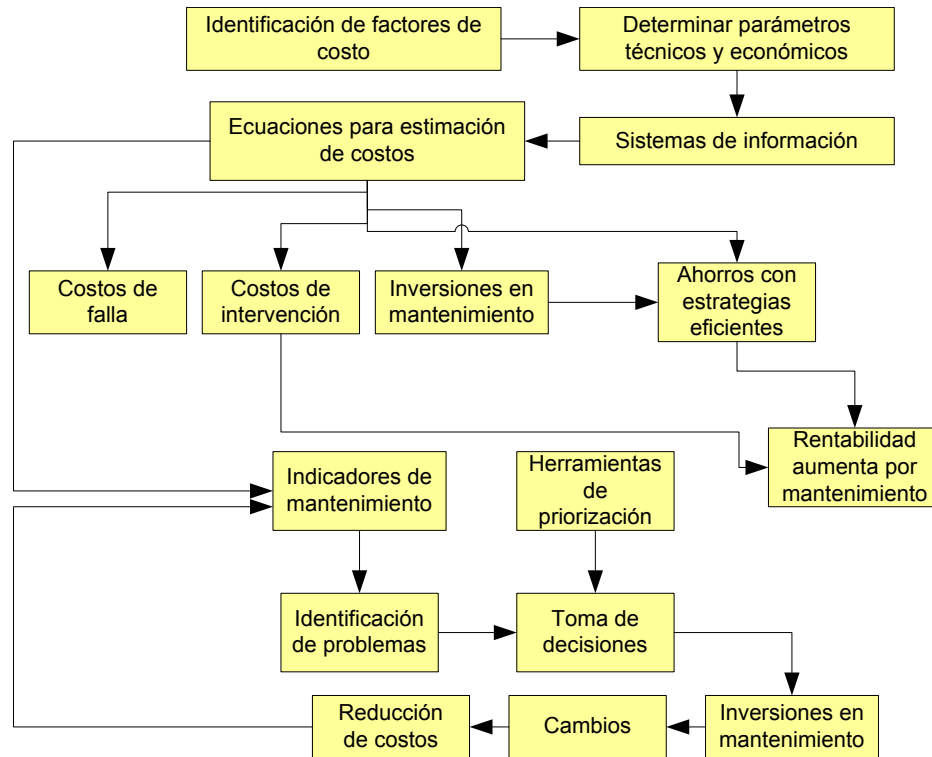


Figura 3.1: Esquema de uso del modelo

perdidos producto de deficiencias en el mantenimiento. Los datos económicos incluían: costos directos de mantenimiento, costos de operación fijos y variables, utilidad neta por unidad de producto, inversiones en mantenimiento, inventario de repuestos (figura 3.3).

### 3.5.1. Análisis de costos

El costo directo de mantenimiento asociado a componentes mecánicos se mostró relativamente constante durante el período de análisis con un promedio de 13,0 um/ut ( $um=10^6$  coronas suecas,  $ut=año$ ) como se muestra en figura (3.4).

Las inversiones en mantenimiento en el equipo (se incluye la capacitación asociada a mantenimiento) crecieron entre 1997 y 1999, con un descenso en el año 2000, como se muestra en la figura (3.5). En promedio es 0.455 um/ut.

El costo de falla asociado a mantenimiento correctivo, preventivo y predictivo, así como debido a productos de mala calidad reprocesados o perdidos por mantenimiento deficiente se muestran en figura (3.6). En promedio el costo de falla se estima en 30 um/ut, aunque está creciendo en el tiempo.

La figura (3.7) de los elementos del costo de falla revela que la paradas cortas representan su principal fuente, seguidas de paradas planificadas, problemas de calidad, fallas y paradas no planificadas antes de la falla.

Los costos de almacenamiento promedio son de 0.41 um/ut lo que es considerado bajo con respecto a cualquiera de los elementos del costo de falla estimado por unidad de tiempo<sup>2</sup>.

La tasa de fallas promedio es de 1  $ut^{-1}$ . El tiempo medio para reparar es de  $MTTR = 1,6$  horas. El numero promedio de paradas por mantenimiento predictivo es de 3.25  $ut^{-1}$ , con un tiempo medio para intervenir de 4.07 horas. Las paradas predictivas aprovechan paradas propuestas en el programa de producción (semana por medio y con duración de 8 horas) por lo que no añaden costo de falla.

La figura (3.8) muestra la disminución en el costo de falla gracias al mantenimiento centrado en la condición con análisis de vibraciones. Su promedio es estimado en 4 um/ut.

<sup>2</sup>Al-Najjar incluye los costos de almacenamiento entre los costos de falla. Conceptualmente son distintos. NdP.



Datos económicos																
Costos intervención Mantenimiento				Costos de falla mantenimiento				Datos generales						Obs		
Horas-hombre	Repuestos	Equipos e instalaciones	Outsourcing	Depreciación equipo	Costo de reprocesamiento productos defectuosos	Producción perdida durante paradas	Castigos por entregas tardías	Costos medio ambiente	Costos daños a terceros	Utilidad	Costos fijos de operación	Inversiones en mantenimiento	Tasa de descuento proyectos	Inventario de repuestos	Costos de energía	Seguros
															</	

Figura 3.3: Datos económicos registrados para el equipo y para los componentes sujetos a inspección de vibraciones

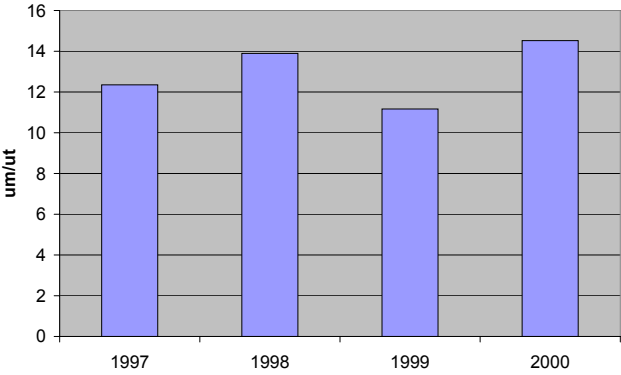


Figura 3.4: Costos de intervención de mantenimiento

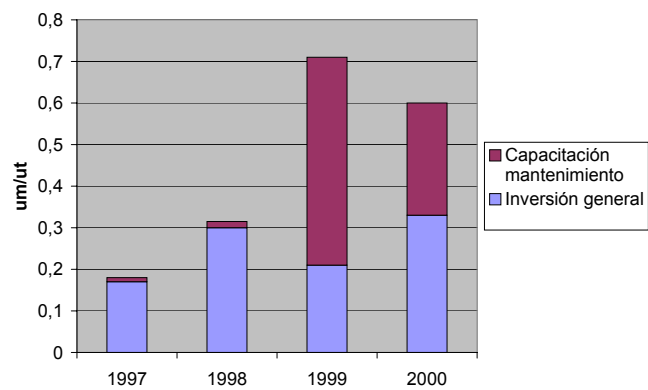


Figura 3.5: Inversiones en mantenimiento en el equipo (incluida capacitación)

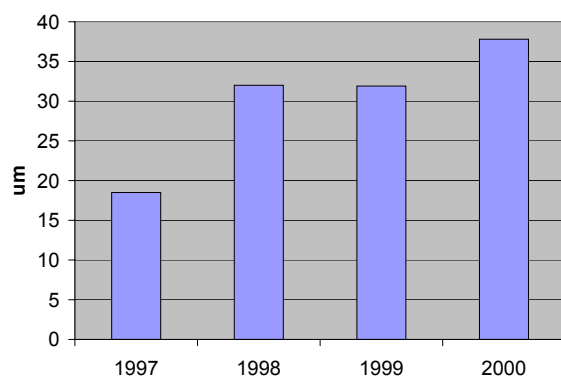


Figura 3.6: Costo de falla estimado por unidad de tiempo

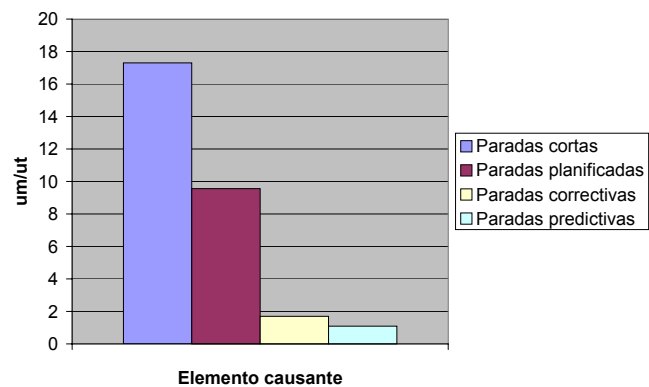


Figura 3.7: Análisis de Pareto para los costos de falla

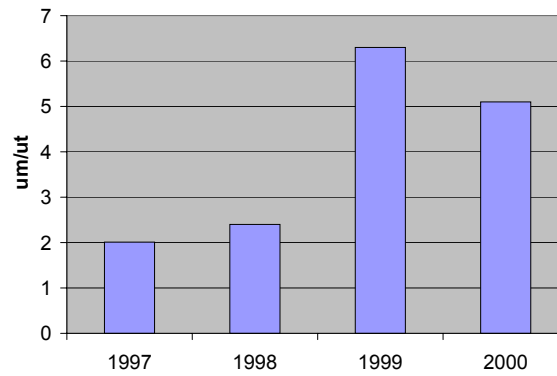


Figura 3.8: Disminución en el costo de falla gracias al análisis de vibraciones

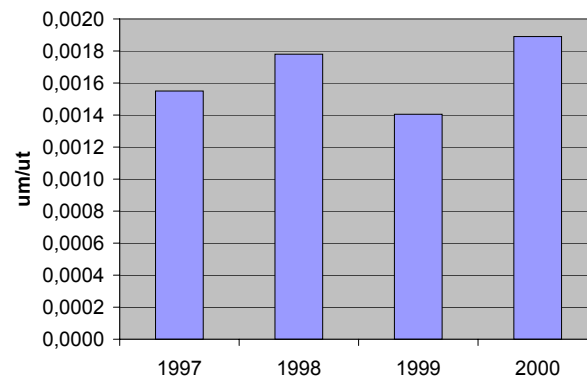


Figura 3.9: Costo de intervención de mantenimiento por unidad de tiempo de operación

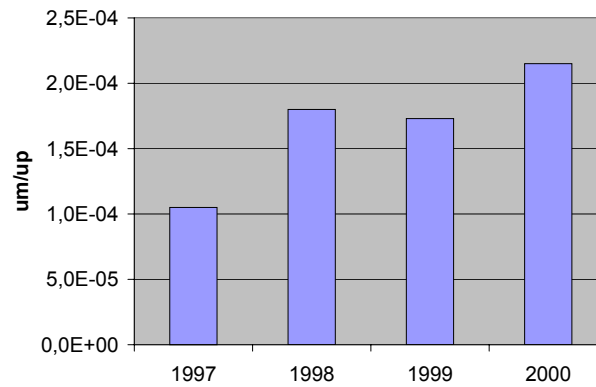


Figura 3.10: Costo de falla por unidad de producción en rango aceptable

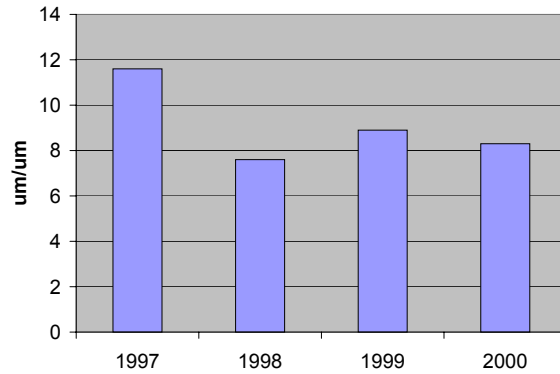


Figura 3.11: Razón entre la reducción del costo global por unidad de tiempo y las inversiones en mantenimiento

- Datos económicos generales tales como el balance, las utilidades y las pérdidas.

El uso directo de los sistemas de información actuales no permite estimaciones detalladas de las consecuencias económicas de las paradas, productos fuera de norma y otros costos tales como el costo de almacenamiento del inventario de repuestos. La información sobre inversiones es difícil de obtener debido a que están esparcidas en diversos centros de costo. Ello dificulta la obtención de los siguientes resultados:

1. Estimar y priorizar los componentes del costo global;
2. Identificar y hacer seguimiento de las causas raíces de las paradas de producción;
3. En base a (2), establecer proyectos y niveles de inversión donde la reducción del costo global sea mayor;
4. Obtener la información requerida para construir los indicadores de gestión que orienten la gestión.

### 3.6. Comentarios finales

El modelo de costo de ciclo de vida presentado permite monitorear y controlar la gestión del mantenimiento. La toma de decisiones se centra en criterios económicos objetivos que facilitan el mejoramiento continuo.

Al comparar las reducciones en el costo global producto de cada posible decisión se revela su efecto económico. La aplicación de indicadores de gestión adecuados ayuda a detectar desviaciones en etapas tempranas y así evitar mayores incrementos en el costo global.

En comparación con el enfoque francés (§2), este modelo de costos considera todos los costos asociados al equipo durante su ciclo de vida. El horizonte de análisis es entonces más largo, y la obtención de ciertos datos puede ser más difícil que en un enfoque exclusivamente centrado en el mantenimiento.

El ejemplo mostró que cada unidad monetaria de inversión en mantenimiento predictivo con análisis de vibraciones causó una reducción de 9 unidades monetarias en el costo global (o aumento en la rentabilidad de la empresa). Aun si la compañía estuviese en recesión, la inversión en este tipo de mantenimiento sería altamente rentable para ella.

# Bibliografía

- [1] Al-Najjar, B., Alsyoud, I., *Enhancing a company's profitability and competitiveness using integrated vibration-based maintenance: A case study*, European Journal of Operational Research, 157, 643–657, 2004. [\[bajar\]](#)
- [2] Zhu, X., *Sensor-based Condition Monitoring and Predictive Maintenance—An Integrated Intelligent Management Support System*, International Journal of Intelligent Systems in Accounting, 5, 241–258, 1996. [\[bajar\]](#)
- [3] Higgs, P.A. et al., *A Survey on Condition Monitoring Systems in Industry*, Proceedings of: ESDA 2004: 7th Biennial ASME Conference Engineering Systems Design and Analysis, Manchester, UK, July 19–22, 2004. [\[bajar\]](#)
- [4] Nicholls, C., *Cost-effective condition monitoring*, NIKAT Associate, Chester, UK, COMADEM International, 335–348, 1989.
- [5] Kerstein, H., *Quality improvement through preventive maintenance*, ASQC Quality Congress Transactions, Toronto, 402–415, 1989.
- [6] Al-Najjar, B., *Condition-Based Maintenance: Selection and Improvement of a Cost-Effective Vibration-Based Policy in Rolling Element Bearings*, Doctoral Thesis, Lund University/LTH, Sweden, 1997.
- [7] Anon., *Integrated plant-wide condition monitoring and process data system. Insight/non-destructive testing and condition monitoring*, Journal of the British Institute 40 (12), 809, 1998.
- [8] Olney, D., Swanson, B., *Vibration monitoring with wireless networks*, Quality, 41(6), 42–44, 2002.
- [9] Grall, A., Berenguer, C., Dieulle, L., *A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems*, Reliability Engineering and System Safety 76, 167–180, 2002.
- [10] Fabrycky, W.J., Blanchard, B.S., *System Engineering and Analysis*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1990.
- [11] Ahlmann, H., *The Economic Significance of Maintenance in Industrial Enterprises*, Lund University, Lund Institute of Technology, Sweden, 1998.
- [12] Waeyenbergh, G., Pintelon, L., *A framework for maintenance concept development*, International Journal of Production Economics, 77, 299–313, 2002.
- [13] Rao, B.K.N., *Profitable condition monitoring and diagnostic management*. In: Profitable Condition Monitoring. Kluwer, London, 37–44, 1993.
- [14] Cepin, M., *Optimization Of Safety Equipment Outages Improves Safety* Reliability Engineering & System Safety, 77(1), 71–80, 2002. [\[bajar\]](#)
- [15] Hokstad P., Qien, K., Reinertsen, R., *Recommendations On The Use Of Expert Judgment In Safety And Reliability Engineering Studies. Two Offshore Case Studies*, Reliability Engineering & System Safety, 61(1–2), 65–76, 1998. [\[bajar\]](#)

- [16] Hokstad, P., Frovig A.T., *The Modelling Of Degraded And Critical Failures For Components With Dormant Failures*, Reliability Engineering & System Safety, 51(2), 189-199, 1996. [bajar]
- [17] Tjiparuro, Z., Thompson, G., *Review Of Maintainability Design Principles and their Application To Conceptual Design*, Proceedings Of The Institution Of Mechanical Engineers Part E-Journal Of Process Mechanical Engineering 218 (E2), 103-113, 2004.
- [18] Hoshiya, M., Nakamura, T., Mochizuki, T., *Stochastic Asset Pricing With Seismic Hazard Risk*, Journal Of Engineering Mechanics-ASCE 130 (7): 780-785, 2004.
- [19] Jiang, R., Zhang WJ, Ji, *Selecting The Best Alternative Based On Life-Cycle Cost Distributions Of Alternatives*, International Journal Of Production Economics 89 (1): 69-75, 2004. [bajar]
- [20] Van Noortwijk, J.M., *Explicit Formulas For The Variance Of Discounted Life-Cycle Cost*, Reliability Engineering & System Safety, 80(2), 185-195, 2003. [bajar]
- [21] Takahashi Y, Kiureghian A.D., Ang Ahs, *Life-Cycle Cost Analysis Based On A Renewal Model Of Earthquake Occurrences*, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 33(7), 859-880, 2004.
- [22] Kleyner A, Sandborn P, Boyle, J., *Minimization Of Life Cycle Costs Through Optimization Of The Validation Program - A Test Sample Size And Warranty Cost Approach*, Proceedings : Annual Reliability And Maintainability Symposium, 553-558, 2004.
- [23] Khan, F.I., Haddara, M.A., *Risk-Based Maintenance (Rbm): A Quantitative Approach For Maintenance/Inspection Scheduling And Planning*, Journal Of Loss Prevention in the Process Industries, 16(6), 561-573, 2003.
- [24] Weissmann J, Weissmann A.J., Gona, S., *Computerized Equipment Replacement Methodology*, Transportation Research Record (1824),77-83, 2003.
- [25] Crow, L.H., *Methods For Reducing The Cost To Maintain A Fleet Of Repairable Systems*, Proceedings : Annual Reliability And Maintainability Symposium, 392-399, 2003.
- [26] Bupasiri, R., Wattanapongsakorn, N., Hokierti, J., Et Al., *Optimal Electric Power Distribution System Reliability Indices Using Binary Programming*, Proceedings : Annual Reliability And Maintainability Symposium : 556-561, 2003.
- [27] Lee, D.B., *Fundamentals Of Life-Cycle Cost Analysis*, Transportation Research Record (1812), 203-210, 2002.
- [28] Jiang R, Zhang WJ, Ji, P., *Required Characteristics Of Statistical Distribution Models For Life Cycle Cost Estimation*, International Journal Of Production Economics, 83(2), 185-194, 2003.
- [29] Park J.H., Seo K.K., Wallace D, et al., *Approximate Product Life Cycle Costing Method For The Conceptual Product Design*, Cirpannals-Manufacturing Technology, 51(1), 421-424, 2002.
- [30] Waeyenbergh, G., Pintelon, L., *A Framework For Maintenance Concept Development*, International Journal of Production Economics, 77(3), 299-313, 2002.
- [31] Zayed, T.M., Chang, L.M., Fricker, J.D., *Life-Cycle Cost Analysis Using Deterministic And Stochastic Methods: Conflicting Results*, Journal Of Performance Of Constructed Facilities, 16(2), 63-74, 2002.
- [32] Ramaswamy, M.K., *Warranty, Product Spectrum And Customer Role*, Proceedings : Annual Reliability And Maintainability Symposium, 490-495, 2002.
- [33] Stewart, M.G., *Reliability-Based Assessment Of Ageing Bridges Using Risk Ranking And Life Cycle Cost Decision Analyses* Reliability Engineering & System Safety, 74(3), 263-273, 2001.
- [34] Norris G.A., *Integrating Life Cycle Cost Analysis and LCA*, International Journal Of Life Cycle Assessment, 6(2), 118-120, 2001.

- [35] Monga A, Zuo M.J., *Optimal Design Of Series-Parallel Systems Considering Maintenance and Salvage Value*, Computers & Industrial Engineering, 40(4), 323-337, 2001.
- [36] Monga A, Zuo M.J., *Optimal System Design Considering Maintenance And Warranty*, Computers & Operations Research, 25(9), 691-705, 1998.
- [37] Cole R.J., Sterner E., *Reconciling Theory And Practice Of Life-Cycle Costing*, Building Research And Information, 28(5-6), 368-375, 2000.
- [38] Jackson J.A., Kloeber J.M., Ralston B.E., Et Al., *Selecting A Portfolio Of Technologies: An Application Of Decision Analysis*, Decision Sciences, 30(1), 217-238, 1999.
- [39] Su C.T., Chang C.C., *Minimization Of The Life Cycle Cost For A Multistate System Under Periodic Maintenance*, International Journal Of Systems Science, 31(2), 217-227, 2000.
- [40] Koushki P.A., Yaseen S, Ali L.I., *Evaluation Of Bus Transit Maintenance And Operation Costs In Kuwait*, Transport Reviews, 19(4), 305-314, 1999.
- [41] Pohl E.A., Dietrich D.L., *Optimal Stress Screening Strategies For Multi-Component Systems Sold Under Warranty: The Case Of Phase-Type Lifetimes*, Annals Of Operations Research, 91, 137-161, 1999.
- [42] Dunston P.S., Williamson C.E., *Incorporating Maintainability In Constructability Review Process*, Journal Of Management in Engineering, 15(5), 56-60, 1999.
- [43] Prasad, B., *A Model For Optimizing Performance Based On Reliability, Life-Cycle Costs And Other Measurements*, Production Planning & Control, 10(3), 286-300, 1999. [bajar]
- [44] Hatch, M., Badinelli, R.D., *A Concurrent Optimization Methodology for Concurrent Engineering*, IEEE Transactions On Engineering Management, 46(1), 72-86, 1999. [bajar]
- [45] Karyagina M, Wong W, Vlacic, L., *Life Cycle Cost Modelling Using Marked Point Processes*, Reliability Engineering & System Safety, 59(3), 291-298, 1998. [bajar]
- [46] Asiedu Y, Gu P., *Product Life Cycle Cost Analysis: State Of The Art Review*, International Journal Of Production Research, 36(4), 883-908, 1998.
- [47] Abraham D.M., Dickinson R.J., *Disposal Costs For Environmentally Regulated Facilities: LCC Approach*, Journal Of Construction Engineering And Management-ASCE 124(2), 146-154, 1998. [bajar].
- [48] Wang K.H., Sivazlian B.D., *Life Cycle Cost Analysis For Availability System With Parallel Components*, Computers & Industrial Engineering, 33(1-2), 129-132, 1997. [bajar].
- [49] Alfredsson P., *Optimization Of Multi-Echelon Repairable Item Inventory Systems With Simultaneous Location of Repair Facilities*, European Journal Of Operational Research, 99(3), 584-595, 1997. [bajar].
- [50] Murphy M.D., Paasch R., *Reliability Centered Prediction Technique For Diagnostic Modeling And Improvement Research In Engineering*, Design-Theory Applications And Concurrent Engineering 9(1), 35-45, 1997.
- [51] Dahlen P, Bolmsjo G.S., *Life-Cycle Cost Analysis Of The Labor Factor*, International Journal Of Production Economics, 46, 459-467, 1996.
- [52] Vujosevic R., *Maintainability Analysis in Concurrent Engineering Of Mechanical Systems*, Concurrent Engineering-Research and Applications, 3(1), 61-73, 1995.
- [53] Dhillon B.S., *Optimum Life Cycle And Labour Costs Estimation Of Repairable Equipment*, Micro-electronics and Reliability, 36(2), 227-229, 1996. [bajar].

- [54] Goble W.M., Paul B.O., *Life-Cycle Cost Estimating - Weighing All the Costs of Ownership*, Chemical Processing, 58(6), 34-39, 1995.
- [55] Bodsberg, L., Hokstad, P., *A System Approach To Reliability And Life-Cycle Cost Of Process Safety-Systems*, IEEE Transactions On Reliability 44 (2): 179-186, 1995.
- [56] Chang M, Lewins J.D., *Using Life Cycle Revenue Loss And Monte Carlo Simulation As A Prior And Direct Assessment Of Consequences Of Un-Wished Events*, Annals Of Nuclear Energy, 25(1-3), 117-127, 1998.
- [57] Hedge G.G., *Life-Cycle Cost - A Model And Applications*, IIE Transactions 26(6), 56-62, 1994.
- [58] Lansdowne Z.F., *Built-In-Test Factors In A Life-Cycle Cost Model*, Reliability Engineering & System Safety, 43(3), 325-330, 1994.
- [59] Deivanayagam, S., *Designing For Maintainability - Computerized Human Models*, Computers & Industrial Engineering, 23(1-4), 195-196, 1992.
- [60] Aitken A.A., Bonis R.L., Latter B.C., Et Al., *The Impact Of Product Reliability On Return On Investment*, Proceedings Annual Reliability And Maintainability Symposium, 272-276, 1991.
- [61] Govil, K.K., *A Simple-Model For Life-Cycle Cost Vs Maintainability Function*, Microelectronics And Reliability, 32(1-2), 269-270, 1992.
- [62] Stump, E.J., *An Application Of Markov-Chains To Life-Cycle Cost-Analysis*, Engineering Costs And Production Economics, 14 (2), 151-156, 1988.

## Capítulo 4

# Asignación de tareas y reemplazo

### 4.1. Introducción

El costo de falla actúa como incentivo para la toma optima de decisiones de mantenimiento. Como ya hemos visto su estimación se puede tornar muy difícil. Vorster[1] afirma:

Existing methodologies fail because they ignore too many important practical factors in order to satisfy a perceived need for quantitative precision. New thinking must be introduced to include the many factors which influence equipment decisions, but which do not appear as hard data in any cost-accounting system.

A continuación se presenta un modelo para reemplazo de equipos que toma en cuenta los costos de falla y no solo los de intervención y operación. La estrategia considera un mecanismo formal para incluir el efecto del deterioro para determinar el costo global efectivo de un equipo, operando en una aplicación particular. Ello permite asignar las tareas a un equipo multipropósito, e identificar aquellas maquinas que son candidatos a retiro o reemplazo en la medida que no sean eficientes en ninguna aplicación disponible.

### 4.2. Costos de falla

Los costos de los equipos pueden ser divididos en dos categorías: costos de posesión y costos de operación. Los costos de posesión incluyen la compra, el financiamiento, y la reventa. Los costos de operación y mantenimiento incluyen el combustible, los consumibles, mantenimiento. También es posible definir una tercera categoría, los costos de falla, que aparecen debido a que el equipo opera mas o menos frecuentemente con una productividad inferior a la esperada, impactando varios aspectos del proceso de producción.

La existencia de los costos de falla ha sido largamente reconocida[3, 4, 5], pero ha sido poco tomada en cuenta en los modelos de reemplazo. Ello se debe a que su estimación introduce dificultades e imprecisiones debido a que no aparecen en los sistemas de contabilidad. Sin embargo, su rol en la toma de decisiones no debe ser subestimada pues es el elemento que motiva la toma de decisiones de mantenimiento. Como una forma de evaluar el costo de falla, Nunnally[5] propone:

One method of assigning downtime cost to a particular year of equipment life is to use the product of the estimated percentage of downtime multiplied by the planned hours of operation for the year multiplied by the hourly cost of a replacement or rental machine.

Este enfoque se concentra exclusivamente en el equipo que falló, y no reconoce el impacto que la falla pudo tener en otros equipos de la linea, o del sistema. En consecuencia, se subestiman los costos de falla involucrados.

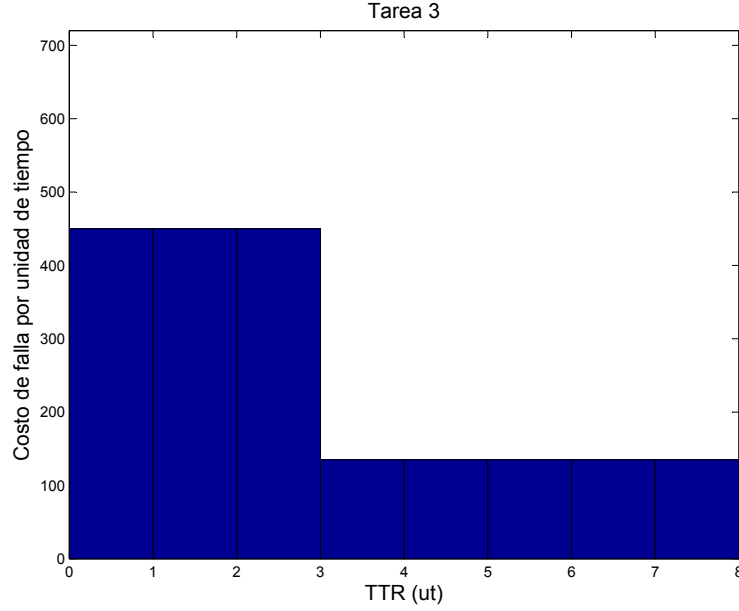


Figura 4.1: Perfil de costo de falla

### 4.3. Perfil de costos de falla

El perfil de costos de falla es un diagrama diseñado para mostrar como varia el costo global asociado a un equipo vs la duración de la reparación. La figura 4.1 muestra un ejemplo. El diagrama es función del tipo de equipo y para cada clase de aplicación (en equipos multitarea, i.e., camión de carga).

Las curvas de costo de falla son relativamente difíciles de estimar. Vorster[1] propone una estimación subjetiva a través de un cuestionario con varias preguntas. Se clasifican los equipos según su nivel de criticidad en:

- Equipos super-criticos, que detienen la producción en caso de falla, en general son únicos y representan los cuellos de botella
- Equipos criticos de flota, la capacidad de producción es disminuida producto de la redundancia.
- Equipos operando fuera de la linea de producción en servicios de apoyo
- Equipos en standby y otros equipos que pueden ser reemplazados por otros

### 4.4. Modelo de reasignación para equipos multitarea

Se disponen de  $m = 1 \dots M$  equipos similares, que pueden realizar  $j = 1 \dots J$  asignaciones o tipos de trabajo diferentes. Definimos el costo global ponderado por unidad de tiempo para un equipo  $i$  realizando una asignación  $j$  como:

$$c_{g,m,j}^w = \frac{c_{o,m,j} + c_{i,m,j}}{\alpha_{m,j}} + c_{f,m,j} \quad (4.1)$$

donde  $\alpha_{m,j}$  se define como el *índice de productividad relativa* para el equipo  $m$  asignado a tareas tipo  $j$ . Este factor expresa que equipos similares pero de edades diferentes tienen diferente nivel de productividad producto de avance tecnológicos. No toma en cuenta la frecuencia y la duración de las fallas.  $c_{i,m,j}$  corresponde a los costos de intervención tanto de operación como de mantenimiento.

Equipo $m$	$c_{om}$ (um/ut)	$c_{im}$ (um/ut)	$\lambda_m$ (fallas/ut)	$MTTR_m$ (ut)
0	90	70	0,01	3,0
1	20	110	0,07	4,5
2	50	100	0,041	2,0
3	85	70	0,022	3,5
4	85	70	0,013	4

Cuadro 4.1: Datos del modelo

Equipo $m$ /Asignación $j$	1	2	3	4
0	1,0	1,0	1,0	1,0
1	0,6	0,8	0,8	1,0
2	0,8	0,9	1,0	1,0
3	0,9	0,9	1,0	1,0
4	0,9	1,0	1,0	1,0

Cuadro 4.2: Indices de productividad

Para estimar el costo esperado de falla primer ose caracteriza la tasa de fallas ( $\lambda_m$ ) y el tiempo medio para reparar ( $MTTR_m$ ). Entonces:

$$c_{f,m,j} = \lambda_m C_{f,m,j} (MTTR_m) \quad (4.2)$$

donde  $C_{f,m,j}$  es la integral de la curva de costos de falla, que depende de la duración de las intervenciones.

## 4.5. Ejemplo

Consideremos una compañía minera que opera 4 cargadores frontales. Cada cargador puede realizar cuatro tipos de tarea:

- $j = 1$ : cargar camiones en la mina. Se trata de una aplicación rutinaria en la cual el cargador dicta la productividad. Se puede conseguir un cargador de reemplazo en un plazo de 5 horas.
- $j = 2$ : entregar materia prima. Aquí el cargador entrega materia prima a una planta anexa. Existe una pila de stock primaria que puede mantener a la planta operando por una hora sin afectar la tasa de producción. Al acabarse la pila primaria, se dispone de pilas secundarias que mantienen la planta operando con tasa de producción reducida por otras dos horas. Se puede traer un cargador de reemplazo en 5 horas.
- $j = 3$ : cargando camiones desde una pila de stock; pueden haber detenciones de hasta 8 horas sin afectar la producción.
- $j = 4$ : limpieza general. En este caso el cargador trabaja solo. Por razones de seguridad, no se debe suspender este servicio por mas de 5 horas.

Los perfiles de costo de falla se muestran en la figura 41.11.

La directiva de la empresa está considerando el reemplazo de una o más de los cargadores actuales por uno nuevo ( $m = 0$ ).

Usando la ecuación(4.2), evaluamos el costo falla esperado por unidad de tiempo para cada equipo y para cada tarea. Por ejemplo para  $m = 1$ ,  $j = 3$ :

$$\begin{aligned}
 c_{f,1,3} &= \lambda_1 C_{f,1,3} (MTTR_1) \\
 &= 0,07 \times 1552,5 \\
 &= 108,7 \text{ um/ut}
 \end{aligned}$$

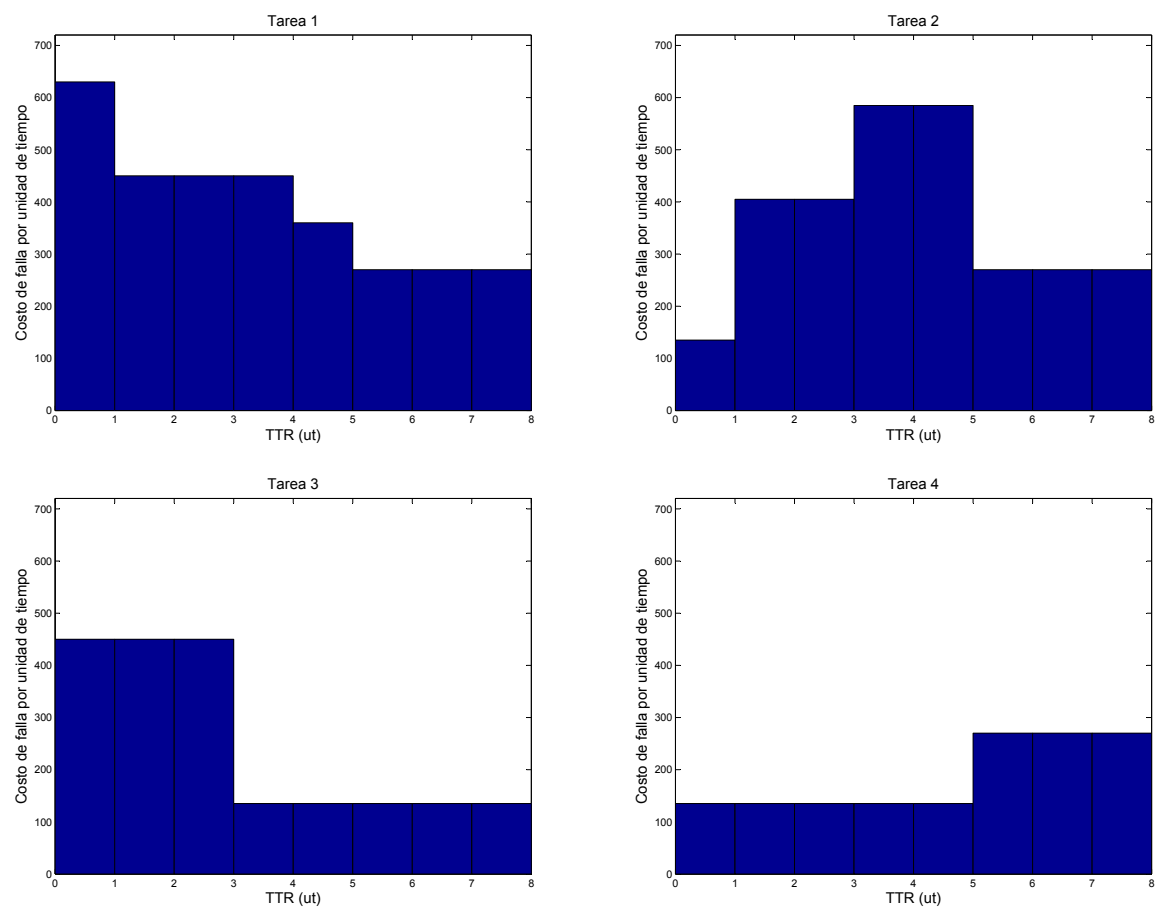


Figura 4.2: Perfiles de costos de falla para cada asignación

Equipo $m$ /Tarea $j$	1	2	3	4
0	175	169	174	164
1	368	290	271	173
2	232	189	187	161
3	211	199	186	165
4	198	175	161	162

Cuadro 4.3: Resultados

Evaluando la ecuación (4.1), obtenemos el costo global ponderado por unidad de tiempo para cada equipo y para cada tarea:

$$\begin{aligned} c_{g,1,3}^w &= \frac{20 + 110}{0,8} + 108,7 \\ &= 271,2 \text{ um/ut} \end{aligned}$$

La tabla (21.1) muestra los costos globales ponderados para todos los casos posibles.

El cargador 1 es menos competitivo que el cargador 0 (el retador) o que cualquiera de los demás cargadores. En consecuencia debe ser reemplazado. En tal caso las combinaciones  $(m, j)$  con menor costo global ponderado son  $(0, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(4, 3)$ ,  $(3, 4)$ . Si se adquieren dos cargadores nuevos, ellos deben ser asignados a las tareas 1 y 2. El equipo 4 es más competitivo que uno nuevo en la tarea 3. Lo mismo es valido para el equipo 2 con respecto a la tarea 4.

## 4.6. Modelo de optimización

A fin de automatizar la selección de la combinación más eficiente, podemos formular la función objetivo:

$$c_g^w = \sum_m \sum_j c_{g,m,j}^w I_{m,j}$$

Las variables de decisión son:

$$I_{m,j} = \begin{cases} 1 & \text{si el equipo } m \text{ se asigna a la tarea } j \\ 0 & - \end{cases}$$

Y las siguientes restricciones:

- Para los equipos 1 a 4 no puede haber más que los existentes:

$$\sum_j I_{m,j} \leq 1 \text{ para } m = 1, 2, 3, 4$$

- Debe haber un y solo un equipo asignado a cada tarea,

$$\sum_m I_{m,j} = 1 \text{ para } j = 1, 2, 3, 4$$

El modelo fue implementado para el ejemplo y puede ser bajado [aquí](#).

## 4.7. Comentarios finales

Se ha presentado un modelo para decisiones de reemplazo y reasignación de tareas en el caso de equipos multitarea operando en una flota. La estructura de costos a considerar incluye los costos de falla y un factor de productividad asociado a avance tecnológico.

La estimación de los factores de productividad relativa así como de los perfiles de costo de falla se pueden tornar muy subjetivos, lo que apunta al uso de análisis de sensibilidad acabados.



# Bibliografía

- [1] Vorster, M.C., Glenn A., *Model for Retiring, Replacing, Or Reassigning Construction Equipment*, J. Const. Eng. and Management, 113(1), 125-137, 1987. [\[bajar\]](#)
- [2] Taylor, J. S., *A statistical theory of depreciation based on unit costs*, J. Am. Stat. Assoc., 18 (New Series) (114), 1013, 1923.
- [3] Van Duzer, W.A., *When should equipment be replaced?*, Construction methods, Jan., 62, 1930.
- [4] Caterpillar Tractor Company. *Equipment economics*. Market Development Div., Caterpillar Tractor Co., Peona, Ill, 1969.
- [5] Nunally, S. W., *Managing construction equipment*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1977.
- [6] Douglas, J., *Equipment costs by current methods*, J. Constr. Div., ASCE, 104(C02), 191—205, 1978.



## Capítulo 5

# Costo de fallas de grupos de equipos

### 5.1. Introducción

Los costos que aparecen cuando un equipo falla pueden ser divididos en 2 grandes categorías:

- costos de intervención *correctivos*
  - mano de obra
  - repuestos
- costos de falla

Los costos de de intervención correctivos pueden ser registrados fácilmente usando métodos de contabilidad. Por su lado, la evaluación de los costos de falla se presenta como un problema difícil que sólo puede ser resuelto con certeza bajo condiciones bien especiales (sencillas), como veremos más adelante.

Una estimación adecuada de los costos de falla de cada equipo puede influenciar las decisiones asociadas al mantenimiento de 3 maneras:

1. Pueden ser usados como indicadores del efecto de las fallas sobre la producción<sup>1</sup>. Ello permite la comparación entre equipos para realizar un análisis de criticidad (Pareto);
2. Permiten determinar la efectividad de las estrategias de mantenimiento aplicadas al estudiar su valor acumulado por periodo de control<sup>2</sup>;
3. Pueden ser usados en modelos de reemplazo de equipos como veremos en otros capítulos. Deben ser añadidos a los costos de operación e intervención para establecer la vida óptima del equipo.

En general, la evaluación de los costos de falla es difícil pues no se puede aplicar modelos de costos convencionales. De hecho, solo pueden ser estimados debido a la naturaleza aleatoria de las fallas y de las condiciones de demanda.

Usualmente los modelos de costo definen un *costo de falla por unidad de tiempo* constante  $c_f$ . Esta forma de evaluar el costo de falla es adecuada cuando una función productiva es realizada por un sistema simple y donde la falla de un componente causa la detención de la producción. La limitaciones inherentes a tal enfoque se harán patentes a continuación.

### 5.2. Estudio de caso

Durante los últimos 20 años se ha observado una clara tendencia a incrementar la capacidad y el nivel de automatización en los equipos mineros. Ello ha sido motivado fundamentalmente por razones

---

<sup>1</sup>Ese es el caso si dominan claramente el costo global. *NdP*.

<sup>2</sup>En ese sentido, son mejores indicadores que la disponibilidad pues este ultimo indicador no toma en cuenta el efecto sobre el costo global de mantenimiento; el cual debe ser minimizado. *NdP*.

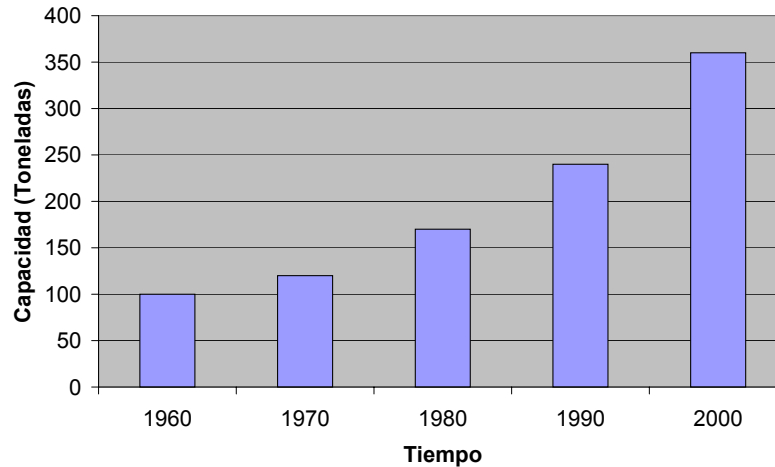


Figura 5.1: Evolución de Capacidad

de economía, pero también por la conveniencia de reducir el recurso humano en tareas tan hostiles. La figura (5.1) muestra la evolución de la capacidad de los camiones de mina a rajo abierto en los últimos 40 años. Se aprecia que en los últimos 30 años ella se ha triplicado.

Los equipos de mayor capacidad logran ahorro por la generación de economías de escala, razones para ello son:

- Los costos de intervención se reducen
  - Las cuadrillas de mantenedores y operadores son más pequeñas;
- Los consumos energéticos por tonelada de producto se reducen;
- Los costos de almacenamiento se reducen;
  - menor cantidad de repuestos en bodega

Sin embargo, es posible que el costo global de mantenimiento crezca, ello es así por:

- Equipos más grandes y modernos tienen mayor nivel de complejidad, lo que reduce su confiabilidad y mantenibilidad;
- Los costos de falla pueden incrementarse sustancialmente, como veremos.
- Específicas a la minería subterránea:
  - se incrementan sustancialmente los costos de ventilación

Actualmente ('00) varias minas de rajo abierto están considerando cambiar desde flotillas de camiones de 240 toneladas a nuevas con camiones de 320 (Komatsu 930E, por ejemplo) y 360 toneladas (Caterpillar 797). Proyecciones recientes muestran que para 2005 habrán alrededor de 500 camiones de más de 300 toneladas en el mundo[1]. Una flota de 20 camiones de 360 toneladas es capaz de realizar lo mismo que una de 30 camiones de 240 toneladas (7200 Ton/ciclo). Aparentemente, el factor más importante en la decisión es el costo de capital. Sin embargo, estudiaremos que también se deben tomar posibles incrementos en el costo global de mantenimiento, y específicamente, en el costo de falla.

Se estima que los costos de mantenimiento representan el 40 % de los costos totales de explotación en una mina a rajo abierto[2]. Si se excluye el procesamiento, el costo de mantenimiento representa aproximadamente el 50 % del costo de extracción.

En la mayoría de las minas, cuando ocurren fallas, el sistema de despacho balancea las asignaciones a los camiones, de modo de reducir el impacto en la producción. En tal caso, el transporte se vuelve el cuello

de botella del proceso. Sin embargo, el efecto de una falla sobre la producción no es monitoreado como un costo. Cuando la reducción en la producción es importante, algunas minas tienen la suerte de disponer de contratistas para suplir el déficit de capacidad. El costo de subcontratar es usualmente cargado como un costo de operación y no como uno de mantenimiento, debido a una pana no programada. Si no se dispone de contratistas, la producción se retrasa respecto de sus metas, lo que puede acarrear castigos importantes por no satisfacer las demandas contratadas.

Usualmente, el costo de capital es el factor más importante tomado en cuenta en la toma de decisión del cambio a camiones de otra capacidad. Sin embargo, hasta los repuestos pueden ser un factor importante a tomar en cuenta, por ejemplo, los neumáticos de un Komatsu 930E tienen un valor de 35 KUSD/unidad. La mayor capacidad de los equipos puede incrementar el costo de almacenamiento de manera importante. Otro ejemplo de incremento de costos por mayor capacidad pueden ser las inversiones necesarias para adaptar los talleres a los nuevos camiones.

### 5.2.1. Formulación del modelo

Consideremos las siguientes condiciones,

- La flota tiene  $n$  camiones;
- La tasa de falla sigue una distribución exponencial con media  $MTBF$ ;
- El tiempo para reparaciones sigue una distribución lognormal con media  $MTTR$  unidades de tiempo y desviación standard  $\sigma$  unidades de tiempo;
- Un camión es reemplazado tan pronto como falla (el taller y la cuadrilla de mantenedores no es una restricción);
- Se considera que el mantenimiento preventivo implica que un camión no está disponible para cualquier instante  $t$ ;
- En caso de ocurrir una falla, se dispone de un contratista que puede ofrecer hasta  $n_c$  camiones de reemplazo;
- El costo de subcontratar es considerado como un costo de operación y no de mantenimiento,
- El costo de falla por unidad de tiempo y por camión es  $c_f$ ;
- El costo de intervención correctivo por unidad de tiempo y por camión es  $c_{i,c}$ ;
- El costo global de mantenimiento por unidad de tiempo considera solo el costo de falla y el mantenimiento correctivo:

$$c_g = c_f + c_{i,c}$$

- $\alpha$  se define como la fracción de tiempo en que la mina está incurriendo en costo de falla (cuando el contratista ya ha sido copado);
- Los ingresos son  $i_u$  unidades monetarias/unidad de producto;
- el horizonte de análisis es  $T$ .

### 5.2.2. Simulación

- Para cada camión  $j$ ,
  - simular un vector de estado  $S_j(t)$  (figura 5.2),

$$S_j(t) = \begin{cases} 1 & \text{si el equipo opera en } t \in (0, T) \\ 0 & \text{si está siendo reparado} \end{cases}$$

a partir de los parámetros para el  $TBF$  y el  $TTR$ ;

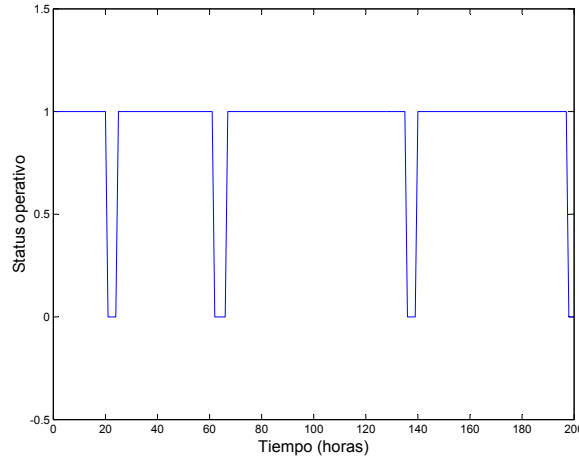


Figura 5.2: Status operativo simulado para un camión

- El mantenimiento preventivo es considerado en el  $n$ -esimo camión (por ejemplo),

$$S_n(t) = 0 \quad \forall t \in (0, T)$$

- Para cada instante  $t$ ,

- Calcular a partir de  $S_j(t)$  el número de camiones operando (figura 5.3):

$$x(t) = \sum_j S_j(t)$$

- Calcular la estimación para el costo de falla con

$$C_f(T) = \int_0^T [(n - n_c) - x(t)] I(t) c_{f,u} dt$$

donde

$$I(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(t) < n - n_c, t \in (0, T) \\ 0 & - \end{cases}$$

- la fracción de tiempo donde existe costo de falla como

$$\alpha(T) = \frac{\int_0^T I(t) dt}{T}$$

La probabilidad de disponer de  $k$  camiones en operación (figura 5.4),

$$p(x(t) = k) = \frac{\int_0^T I_k(t) dt}{T}$$

donde

$$I_k(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(t) = k, t \in (0, T) \\ 0 & - \end{cases}$$

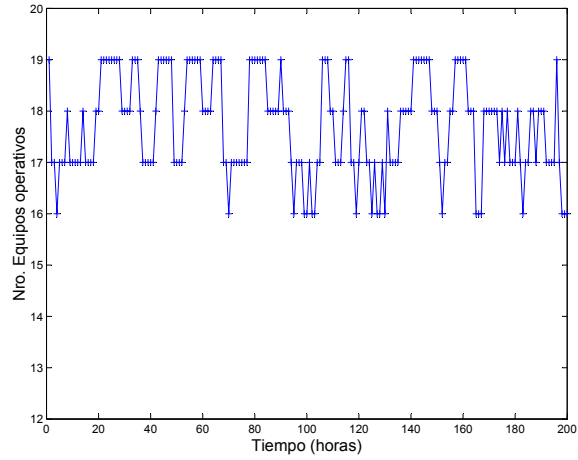


Figura 5.3: Número de equipos en operación

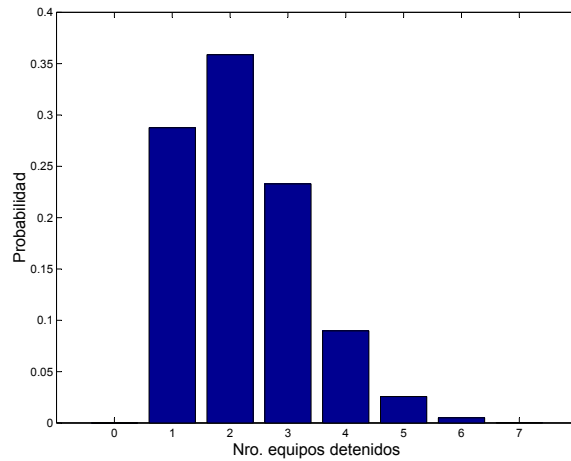


Figura 5.4: Probabilidad para número de equipos disponibles

Capacidad (Ton)	<i>MTBF</i> (horas)	$n_c$	$c_f$ (USD/hora)	$C_g$ (MUSD/año)	$\alpha$	Var. $C_g$ (%)
240	65	3	885	0,84	0,08	—
360	65	2	1300	1,47	0,10	+75 %
360	$65 \cdot 0,90$	2	1300	1,66	0,11	+97 %

Cuadro 5.1: Resultados

### 5.2.3. Ejemplo numérico

Consideremos 2 flotas de camiones con la misma capacidad total (7200 toneladas/ciclo),

- La flota 240 posee 30 camiones de 240 toneladas;
- La flota 360 posee 20 camiones de 360 toneladas;
- El horizonte de análisis es  $T = 1$  año ( $24 \times 365 = 8760$  horas);
- El *MTBF* para ambos camiones es de 65 horas de operación (escenario favorable para los camiones de mayor capacidad);
- El *MTTR* es de 4 horas, la desviación es de 1 hora;
- Un camión cumple en promedio 10 ciclos de carga en 3 horas;
- Los ingresos unitarios son de  $i_u = 1$  USD/Ton;
- Los costos de intervención correctivos de un camión de 240 Ton se estiman en 85 USD/hora de pana; para un camión de 360 Ton, en 100 USD/hora de pana;

El costo de falla de un camión de 240 Toneladas es:

$$\begin{aligned} c_{f,240} &= 240\text{Ton/ciclo} \times \frac{10}{3}\text{ciclos/hora} \times 1 \text{ USD/Ton} \\ &= 800 \text{ USD/hora} \end{aligned}$$

idem, para los de 360 toneladas,

$$c_{f,360} = 1200 \text{ USD/hora}$$

luego el costo global por unidad de tiempo (considerando solo mantenimiento correctivo) es

$$\begin{aligned} c_{g,240} &= 800 + 85 \\ &= 885 \text{ USD/hora} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} c_{g,360} &= 1200 + 100 \\ &= 1300 \text{ USD/hora} \end{aligned}$$

Para igualar capacidad de subcontratación se consideran capacidades subcontratadas iguales (720 toneladas/ciclo),

$$\begin{aligned} n_{c,240} &= 3 \\ n_{c,360} &= 2 \end{aligned}$$

Los resultados obtenidos (una simulación en cada caso) se muestran en tabla (5.1)<sup>3</sup>.

Las simulaciones muestran que efectivamente el cambio a la flota de 360 toneladas podría aumentar el costo global de mantenimiento en 75 % respecto de una flota de camiones de 240 toneladas. Una reducción de 10 % en el *MTBF* de los camiones de 360 toneladas empeora aun más la situación (incremento de 97 %). En la figura (5.4) se muestran las probabilidades de tener  $k$  camiones de 240 toneladas operando.

<sup>3</sup>En **Matlab**, >> apuntes1('me57a-roman00')

Se observa que lo más probable es tener 2 camiones fuera de servicio. El taller debe ser capaz de reparar 6 ó 7 camiones al mismo tiempo para que no se produzcan atascamientos por fallas y mantenimiento preventivo. El modelo fue implementado en Arena 7.01. El caso con 20 camiones de 360 Ton puede ser bajado [\[aquí\]](#).

**Observación 15** *Se nota cierta variabilidad en los resultados de las simulaciones. Ello puede deberse principalmente a que el modelo exponencial para el MTBF genera plazos muy variables entre fallas.*

### 5.3. Modelo para pilas de stock

<sup>4</sup>Considérese una línea de producción con 2 equipos en serie ( $A$  y  $B$ ). Entre ambos se mantiene una pila del producto semi-terminado cuyo nivel de referencia es  $x_r$  unidades. La línea produce a un ritmo de  $\dot{x}$  unidades/unidad de tiempo en estado estacionario. El tiempo medio entre fallas de  $A$  es de  $MTBF_A$ . La confiabilidad de  $B$  es unitaria. El tiempo medio para reparar  $A$  es  $MTTR_A$ . Un producto terminado vale  $p$  um. Los costos de intervención correctivos son  $C_{icA}$  um/falla. Establezca un modelo para el costo global esperado durante un intervalo  $T$  (con  $T \gg MTBF_A$ ).

Siendo un modelo sencillo consideraremos que los tiempos entre fallas y los tiempos para reparar son constantes. Evaluemos primero el costo de intervención correctivo. Se esperan:

$$\lambda = \frac{1}{MTBF_A + MTTR_A} \text{fallas/ut}$$

luego

$$c_{ic} = \lambda C_{icA} \text{ um/ut}$$

Para el tiempo medio entre fallas definiremos dos casos. En el primero la reparación demora menos que lo que dura el pulmón representado por la pila, luego:

$$MTTR < \frac{x_r}{\dot{x}}$$

Asumiremos adicionalmente que la pila puede alcanzar su nivel de referencia antes de que ocurra la próxima falla y que no hay costos extras por acelerar el proceso a tasas de producción ligeramente superiores a  $\dot{x}$ . Por conveniencia definiremos una parámetro indicador:

$$I = \begin{cases} 1 & \text{si } MTTR < \frac{x_r}{\dot{x}} \\ 0 & - \end{cases}$$

En caso de que las reparaciones duren más de lo que dura la pila, se incurrirá en un costo de falla proporcional al tiempo en que se detenga la línea, que será:

$$MTTR - \frac{x_r}{\dot{x}} \text{ unidades de tiempo}$$

luego el costo de falla para cada falla es la merma en los ingresos:

$$\left( MTTR - \frac{x_r}{\dot{x}} \right) \dot{x} p \text{ um/falla}$$

como hay  $n$  fallas durante  $T$ ,

$$\begin{aligned} c_f &= I \cdot 0 + (1 - I) \left( MTTR - \frac{x_r}{\dot{x}} \right) \dot{x} p \lambda \\ &= (1 - I) \left( MTTR - \frac{x_r}{\dot{x}} \right) \dot{x} p \lambda \text{ um/ut} \end{aligned}$$

luego el costo global queda:

$$\begin{aligned} c_g &= c_i + c_f \\ &= \lambda C_{icA} + \lambda (1 - I) \left( MTTR - \frac{x_r}{\dot{x}} \right) \dot{x} p \text{ um/ut} \end{aligned} \tag{5.1}$$

---

<sup>4</sup>control I, 2003-II, extendido en 2004-I

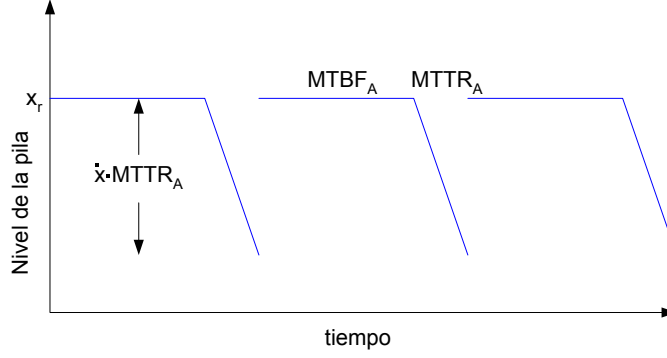


Figura 5.5: Nivel de la pila cuando ella está sobredimensionada

Una segunda opción es caracterizar el  $TTR$  y el  $TTF$ . Asumamos distribuciones de densidad de probabilidad  $f_r(t)$  para el  $TTR$  y  $f(t)$  para el tiempo entre fallas. Tenemos (si no hay mantenimiento preventivo):

$$MTTF = \int_0^{\infty} t f(t) dt \text{ unidades de tiempo}$$

como veremos en capítulo §9. Para el tiempo medio para reparar:

$$MTTR = \int_0^{\infty} t f_r(t) dt \text{ unidades de tiempo}$$

Ahora, debemos calcular la probabilidad de no superar las reservas que hay en la pila, ello es (redefiniendo el parámetro  $I$ ):

$$\begin{aligned} I &= P\left(TTR < \frac{x_r}{\dot{x}}\right) \\ &= \int_0^{\frac{x_r}{\dot{x}}} f_r(t) dt \end{aligned}$$

con lo cual podemos evaluar mejor (5.1).

Una consideración interesante a añadir a este modelo es que la pila representa un capital detenido, al cual se le podría aplicar una tasa de descuento, tal como hacemos para los repuestos, para evaluar el costo de almacenamiento. También podríamos añadir un sobrecosto  $C_x$  por falla por acelerar el proceso y poder retomar el nivel de reserva  $x_r$ .

### 5.3.1. Costo por mantener una pila

Para calcular el costo asociado a tener una pila (por razones de confiabilidad) debemos primero estimar cual es el nivel promedio de la pila. Cuando el sistema esta en regimen, la pila mantiene el nivel de referencia  $x_r$ . Consideraremos que el tiempo para retomar el nivel  $x_r$  es despreciable frente al  $MTBF_A$ .

En caso de que la pila no se alcance a consumir durante la reparación, tenemos que el nivel promedio por unidad de tiempo es (véase figura 5.5):

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \lambda \left( x_r (MTBF + MTTR) - \frac{(\dot{x} MTTR) MTTR}{2} \right) \\ &= x_r - \frac{\lambda \dot{x} MTTR^2}{2} \end{aligned}$$

y para el caso en que se consuma (figura 5.6),

$$\begin{aligned} \bar{x}_0 &= \lambda \left( x_r MTBF + \frac{x_r^2}{2\dot{x}} \right) \\ &= x_r \lambda \left( MTBF + \frac{x_r}{2\dot{x}} \right) \end{aligned}$$

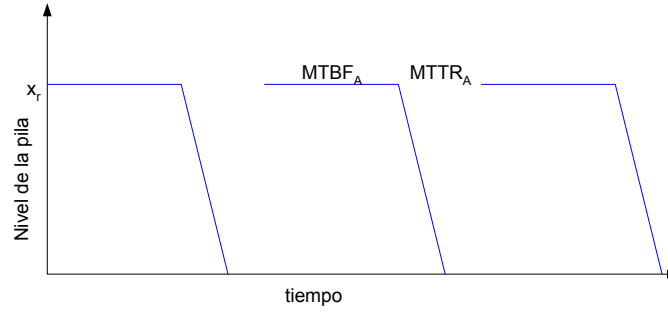


Figura 5.6: Nivel de la pila cuando ella está subdimensionada

y el costo esperado por unidad de tiempo de tener la pila (y no disponer de ese capital para otros proyectos) es

$$c_p = p(I\bar{x}_1 + (1 - I)\bar{x}_0)\iota$$

Como se ve, hemos considerado que el precio de una unidad en la pila es el del producto terminado,  $p$ .

Para considerar el sobre costo por acelerar el proceso basta calcular su valor estimado por unidad de tiempo:

$$c_x = C_x \lambda$$

Lo que nos permite agregar los nuevos términos a (??),

$$c_g(x_r) = c_i + c_f + c_p + c_x \text{ um/ut}$$

**Observación 16** Tanto el sobre costo como el costo de intervención por unidad de tiempo son constantes y por tanto no afectan la optimización.

Otra posible mejora al modelo es considerar el costo esperado acumulado en  $T \rightarrow \infty$ , considerando tasa de descuento. Así se podría modelar la inversión inicial en la pila, por ejemplo.

### 5.3.2. Ejemplo

Considere el caso de una mina de cobre donde hay una cinta transportadora con capacidad nominal 5 Ton/ut (material). La ley es de 1%. El precio del cobre es 3333 um/Ton-Cu. El costo de intervención correctivo es de 1400 um/falla y la reparación toma  $4,56 \cdot 10^{-4}$  ut. El tiempo medio para fallar desde la ultima reparación es de 0,333 ut. El sobre costo por recargar la pila es de 500 um/falla. La tasa de descuento es de 0.05 um/um/ut. Reconociendo términos:

$$\dot{x} = 5 \times 0,01 \times 365 \times 24 = 438000 \text{ Ton-Cu/ut}$$

$$p = 3333 \text{ um/Ton-Cu}$$

$$C_{icA} = 1400 \text{ um}$$

$$MTTR = 4,5610^{-4} \text{ ut}$$

$$MTTF = 0,329 \text{ ut}$$

$$C_x = 500 \text{ um}$$

$$\iota = 0,05 \text{ um/um/ut}$$

Los resultados se muestran en la figura 5.7. Se observa para la tasa de descuento dada el nivel óptimo de la pila es el que satisface la demanda durante la reparación promedio. Una situación distinta ocurre cuando la tasa de descuento es alta (ver figura 5.8).

Una posible mejora al modelo es considerar que la pila debe ser rellenada y ello consume un tiempo que debe ser optimizado, lo que veremos a continuación.

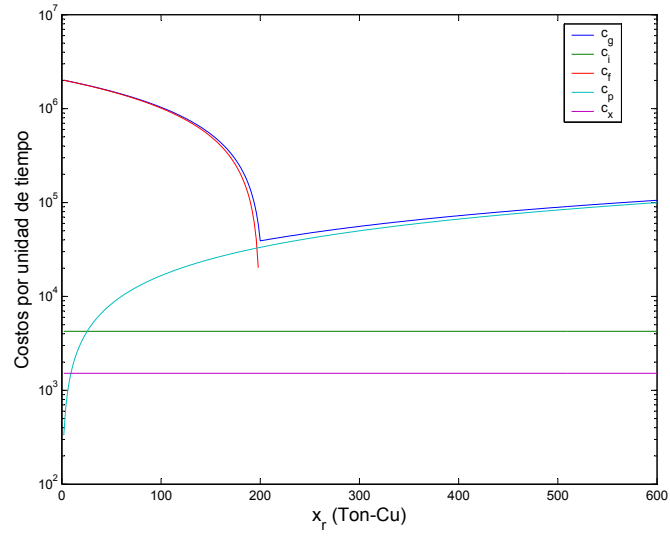


Figura 5.7: Costos esperados por unidad de tiempo con  $\iota = 0,05$

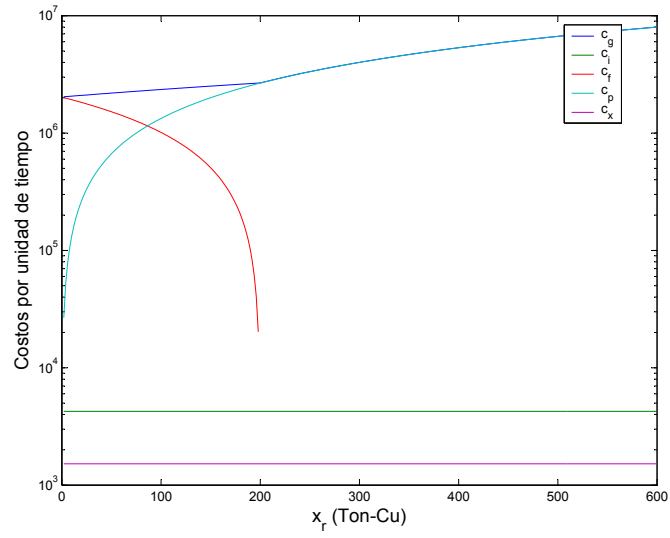


Figura 5.8: Costos esperados por unidad de tiempo con  $\iota = 4$

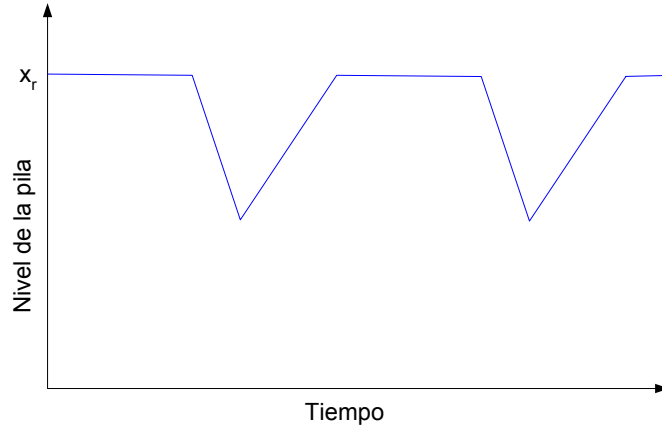


Figura 5.9: Nivel de la pila cuando ella está sobredimensionada

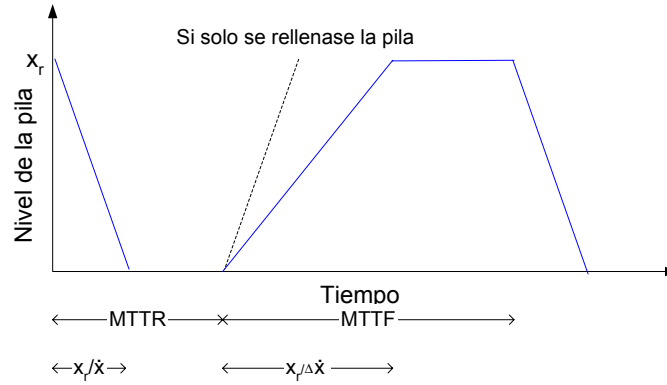


Figura 5.10: Nivel de la pila cuando ella está subdimensionada

### 5.3.3. Intervalo para reponer la pila

<sup>5</sup>Supongamos que la pila es rellenada tras una falla o fluctuación en la demanda en un intervalo de tiempo que depende del nivel hasta el cual fue vaciada y del aumento en la tasa de producción  $\Delta\dot{x}$ ,

$$\Delta\dot{x} = \kappa\dot{x} \text{ u/ut}$$

que implica una baja en la eficiencia productiva que tiene un costos de  $c_x$  um/ut.

Asumiremos que el tiempo requerido para rellenar la pila es menor que el  $MTBF$ . Nuevamente, nos ponemos en dos situaciones: pila sobredimensionada y pila subdimensionada. Ambas situaciones son mostradas en figuras (5.9) y (5.10) respectivamente.

Lo que cambia en este caso es el calculo de los valores medios de la pila para ambos casos. Tenemos:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{(MTTR + MTTF)x_r - \frac{1}{2}\dot{x}MTTR^2 - \frac{1}{2}\frac{\dot{x}MTTR}{\Delta\dot{x}}(\dot{x} \cdot MTTR)}{MTTR + MTTF} \\ &= x_r - \frac{\lambda}{2}\dot{x}MTTR^2 \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) \text{ u} \end{aligned}$$

---

<sup>5</sup>control 1, 2005-I.

En el segundo caso,

$$\begin{aligned}\bar{x}_0 &= \frac{(MTTR + MTTF)x_r - \left[\frac{1}{2}\frac{x_r}{\dot{x}}x_r + \left(MTTR - \frac{x_r}{\dot{x}}\right)x_r + \frac{1}{2}\frac{x_r}{\Delta\dot{x}}x_r\right]}{MTTR + MTTF} \\ &= x_r - \frac{1}{2}\lambda x_r^2 \left[ \frac{1}{\dot{x}} + 2 \left( \frac{MTTR}{x_r} - \frac{1}{\dot{x}} \right) + \frac{1}{\kappa} \right] u\end{aligned}$$

Para considerar el sobre costo por acelerar el proceso basta calcular su valor estimado por unidad de tiempo:

$$c'_x = c_x \lambda \frac{x_r}{\dot{x}} \text{ um/ut}$$

con lo que el costo global queda:

$$c_g(x_r) = c_i + c_f + c_p + c'_x \text{ um/ut}$$

## 5.4. Modelo para mantenimiento centrado en la condición

Un analista ha detectado un defecto en un componente critico de una línea de producción. El costo de falla se ha estimado en  $c_f \text{ um/ut}$ . La probabilidad de que el analista se haya equivocado y el elemento funcione perfectamente hasta el próximo overhaul programado de planta es  $p$ . La intervención (sea correctiva o preventiva) toma  $MTTR$  unidades de tiempo y cuesta  $C_i \text{ um/intervención}$  (en mano de obra y repuestos). En caso de reparar **ahora**, no es necesario que el equipo sea intervenido durante el overhaul. Se tiene

$$\begin{aligned}C_i &= c_i \cdot MTTR \\ 0 < \frac{1}{\alpha} &= \frac{MTTR}{MTTO} \leq 1\end{aligned}$$

1. ¿Que decisión se debe tomar si no se considera el costo de falla del overhaul?
2. Existen  $n - 1$  máquinas similares que serán atendidas en el overhaul. Se estima que durará  $MTTO$ . Cual es la decisión optima en este caso?
3. De que depende el seleccionar entre el modelo de (1) y el (2)?

Se consideran dos alternativas posibles: (a) intervenir ahora (y no durante el overhaul) y (b) esperar al overhaul. En caso de intervenir ahora, se incurre en el costo de intervención y además se suma el costo de falla por tener que detener producción, eso es:

$$C_{g,a} = (c_i + c_f) MTTR$$

en caso de esperar al overhaul, es posible que ocurra la falla antes del mismo con probabilidad  $(1 - p)$ . Por enunciado del problema no se incurren en costos extras por el hecho de que la intervención sea correctiva. En caso de que la máquina opere satisfactoriamente hasta el overhaul ella será intervenida durante el mismo. Tal probabilidad es  $p$ . Consideremos que el hacer o no el overhaul de planta no depende del equipo considerado. Luego, no hay costo de falla asociado al equipo:

$$\begin{aligned}C_{g,b} &= (c_i + c_f) MTTR (1 - p) + c_i \cdot MTTR \cdot p \\ &= [c_i + (1 - p) c_f] MTTR\end{aligned}$$

Siempre se cumple que:

$$C_{g,a} \leq C_{g,b}$$

y conviene esperar al overhaul. Como la duración del overhaul  $MTTO$  no depende de si es o no intervenido durante el mismo, el costo de falla es constante para la empresa con ambas estrategias y de todas maneras vale la pena esperar al overhaul. Como la decisión no depende de  $p$ , no vale la pena hacer mantenimiento sintomático.

## 5.5. Comentarios finales

Se ha presentado un modelo para estimar la evolución del costo de falla de un equipo desde el momento en que ocurre la falla hasta que se retorna a la operación normal. Hemos considerado su interdependencia con otros equipos en lo que hemos denominado *grupos*. El costo de falla ha sido desglosado en 4 categorías. Ello permite una mejor comprensión y análisis de las pérdidas en que incurre la empresa cuando un equipo falla.

Debido a la diversidad de modos de falla en que un equipo puede sufrir y de la gran cantidad de *escenarios* en los cuales ellos pueden pasar (pues depende de la variabilidad en la demanda y del estado del resto de los equipos del grupo) el análisis se puede tornar extremadamente complejo y es necesario establecer un grado de profundidad de compromiso.

Hemos visto como la aproximación general al costo de falla como una costo por unidad de tiempo constante  $c_f$  puede ser poco representativa de la compleja realidad operacional.

Adicionalmente, en este modelo se ha considerado cargar el costo financiero de la inversión en el equipo solo cuando ocurre la falla. Ello puede considerarse arbitrario si se hace la analogía con el costo de almacenamiento o la depreciación de equipos.

El modelo ha considerado que el ritmo de producción se mantiene, luego no se ha incluido el término por las demandas no satisfechas.

También hemos visto como el incremento en los costos de falla puede ser importante en el proceso de toma de decisión sobre el tamaño óptimo de los camiones de rajo abierto. Otros costos, tales como el de almacenamiento o el de intervenciones preventivas no han sido modelados, pero la extensión del modelo propuesto debiera ser expedita.



# Bibliografía

- [1] Fair, A., Coward, J., Oxenford and Lipsett, M., *Technology Visions for Mining at Syncrude*, CIM Bulletin, 92(1026), 113-120, 1999.
- [2] Mchattie, L. and Percy, D., *Development of an Asset Management Strategy for the Iron Ore Company of Canada*, 10th CIM Maintenance Engineering Conference, Saskatchewan, Canada, 1998.
- [3] Roman, P.A., Daneshmend, L., *Economies of Scale in Mining- Assessing Upper Bounds with Simulation*, The Engineering Economist, 45(4), 326-338, 2000. [\[bajar\]](#)
- [4] Vorster, M.C., De la Garza, J.M., *Consequential equipment costs associated with lack of availability and downtime*, Journal of Construction Engineering and Management-ASCE, 116(4), 656-669, 1990. [\[bajar\]](#)
- [5] Concannon, K., Jardine, A.K.S., McPhee, J., *Balance Maintenance Costs Against Plant Reliability with Simulation Modelling*, IE, 22-26, 1990.
- [6] Edwards, D.J., Holt, G.D., Harris, F.C., *A model for predicting plant maintenance costs*, Construction Management & Economics, 18(1), 65-75, 2000. [\[bajar\]](#)
- [7] D.J. Edwards, S. Yisa, *Modelling the magnitude of plant downtime: a tool for improving plant operations management*, Engineering Construction & Architectural Management, 8(3), 2001. [\[bajar\]](#)
- [8] *Downtime model development for construction equipment management*, Nepal M.P., Park M., Engineering, Construction and Architectural Management, 11(3), 199-210, 2004. [\[bajar\]](#)
- [9] Z.W. Mitchell, *A Statistical Analysis of Construction Equipment Repair Costs Using Field Data & The Cumulative Cost Model*, Ph.D Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998. [\[bajar\]](#)
- [10] Cor, H., *Using Simulation to Quantify the Impacts of Changes In Construction Work*, Master's Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998. [\[bajar\]](#)
- [11] G. Kannan, M.C. Vorster, J.C. Martinez, *Developing the statistical parameters for simultaneous variation in final payload and total load time*, Proceedings of the 31st conference on Winter simulation: Simulation—a bridge to the future, 1016-1022, December 05-08, 1999, Phoenix, Arizona.
- [12] Hassanein, A., Moselhi, O., *Planning and scheduling highway construction*, Journal of Construction Engineering and Management-ASCE, 130(5), 638-646, 2004. [\[bajar\]](#)



## Capítulo 6

# Discontinuidades en el costo de falla

### 6.1. Introducción

El modelo que presentaremos está orientado a tareas que sean realizadas por grupos de equipos similares; por ejemplo, una flotilla de camiones de carga. El lector interesado es referido al artículo de Vorster [1].

### 6.2. Análisis del costo de falla

Para estimar adecuadamente el costo de falla de un equipo, es necesario relacionarlo con otros que cumplan funciones *similares* en *grupos* ("molinos", camiones mina", etc). Tal clasificación permite tomar en cuenta que ante la falla de uno, otros asumen parcial o totalmente las tareas que el mismo realizaba.

Adicionalmente, un equipo puede cumplir diversas funciones productivas según una serie de variables: nivel de producción, estacionalidad, requerimientos de otras áreas productivas ,etc. Ello obliga a definir diversos *escenarios* de operación en que la falla del equipo puede ocurrir ("transporte de lingotes", "transporte de maquinaria", etc.).

Además, podemos establecer diversas *categorías* de costos de falla, para priorizar y facilitar el análisis de costos.

Así, tenemos que para un universo de equipos dado, se aplican diversos niveles de clasificación: grupo, escenarios, categorías.

**Observación 17** *Un proximo nivel de clasificación podría incluir los modos de falla de los equipos; sin embargo ello puede alargar el análisis de manera importante. NdP.*

La habilidad para estimar los costos de falla depende de la disponibilidad de información para describir lo que ocurre cuando un equipo falla. Por tanto, es necesario definir *escenarios* para describir la tarea y que pasa cuando un miembro de un *grupo* falla. Con ello se logra enfocar el análisis de costos y definir marcos de referencia para describir los efectos económicos de la falla.

Muchos equipos realizan más de un tipo de tarea y fallan bajo diferentes circunstancias. El tiempo (y recursos) necesarios para superarlas es, en general, diferente para cada *escenario*.

**Observación 18** *Al momento de estimar los costos de falla, se ponderan y suman los diferentes escenarios.*

### 6.3. Categorías de costos de falla

A fin de simplificar el análisis usaremos cuatro categorías:

- Impacto sobre recursos asociados
- Costo financiero de los equipos

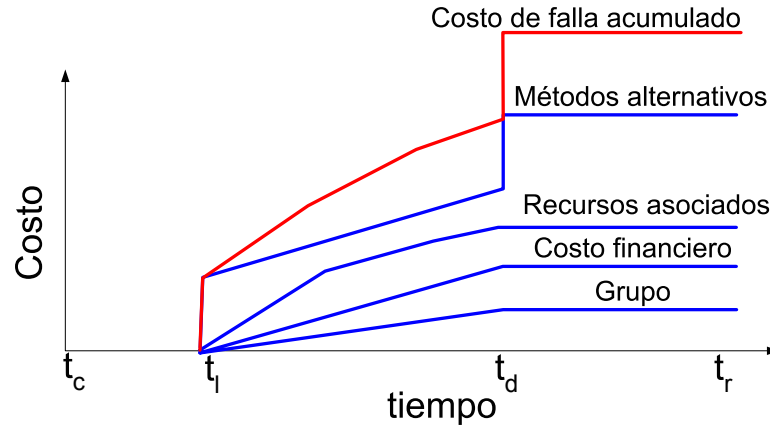


Figura 6.1: Costo de falla acumulado y sus componentes

- Impacto sobre el grupo de equipos
- Impacto de métodos alternativos

### 6.3.1. Impacto sobre recursos asociados

Este tipo de costo aparece por el efecto que la falla de un equipo tiene en la productividad de los recursos asociados al mismo: mano de obra, otros equipos. Usualmente:

- aparecen rápidamente tras la falla,
- están directamente relacionados con la ocurrencia de la falla y,
- son proporcionales al número de fallas.

**Ejemplo 8** *costo asociado al tiempo productivo perdido por un conductor cuyo camión ha fallado*

**Ejemplo 9** *costo asociado al tiempo productivo perdido por el mecánico que debe atender la pana y no realizar sus trabajos programados*

Este tipo de costo de falla también incluye aquellos que ocurren cuando la falla de un equipo afecta la productividad de otra (que no pertenezca a su grupo, ello será considerado en otra categoría).

**Ejemplo 10** *Perdida de productividad de un camión de carga cuando el cargador frontal falla.*

**Ejemplo 11** *Perdida de productividad de un cargador frontal cuando el camión que está cargando falla.*

### 6.3.2. Costo financiero de los equipos

Se definen los costos financieros de los equipos como aquellos costos que pueden o deben ser cargados dado que se espera que los recursos que representan inversiones de capital en bienes productivos deben estar disponibles para operar tanto como sea posible. Se basan en el concepto de que debe existir un mecanismo de castigo que motive a los gerentes a tener los equipos disponibles cuando sea necesario. Estos costos son análogos de muchas maneras a los costos de almacenamiento.

**Observación 19** *Este costo no es considerado por la norma francesa en el costo global de mantenimiento. Parece arbitrario cobrarlo solo cuando la máquina ha fallado. Por comparación, el costo de almacenamiento es cargado 100 % del tiempo. NdP.*

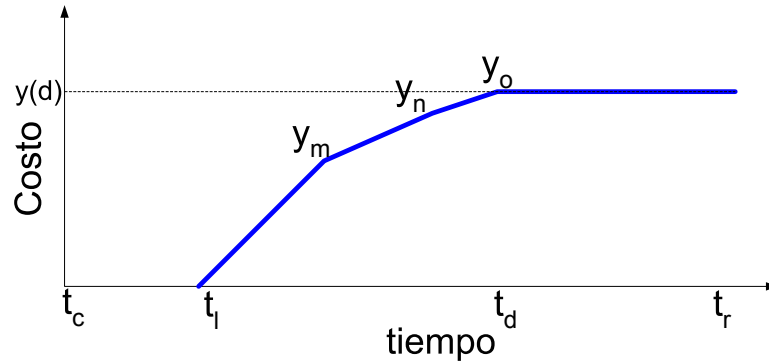


Figura 6.2: Impacto sobre recursos asociados

### 6.3.3. Impacto sobre el grupo

Est tipo de costo de falla está relacionado con el *grupo* de equipos. Ocurre cuando uno o más equipos del grupo falla y por tanto otros equipos deben trabajar de manera más costosa, menos eficiente para asegurar el nivel de demanda.

**Ejemplo 12** *La falla de un camión que obliga a los restantes a trabajar sobretiempo para mantener el programa de producción.*

### 6.3.4. Impacto de métodos alternativos

Este tipo de costo de falla ocurre cuando la falla de una maquina obliga a cambiar desde un método óptimo a otro con mayores costos de operación. Ocurren normalmente solo tras un periodo extendido de falla, y frecuentemente envuelven costos adicionales asociados a movilizar recursos necesarios para el método alternativo.

**Ejemplo 13** *Uso de vehículos standard en vez de vehículos adaptados a tareas específicas.*

## 6.4. Estimación del costo de fallas

A fin de evaluar cada una de las categorías de costo de fallas antes descritas se definen procedimientos para su correcta estimación:

### 6.4.1. Impacto sobre recursos asociados

La figura 6.2 muestra el periodo de tiempo en el cual se incurre en este tipo de costo y su evolución temporal. Se ubican en alguna zona entre el cese de la operaciones normales ( $t_c$ ) y el instante cuando se retorna a la situación normal de operación ( $t_r$ ).

En general, cada recurso asociado al equipo con falla es afectado de manera diferente y tiene un *delay* (intervalo  $[t_c, t_l]$ ) diferente. Durante este intervalo el impacto de la falla aun no es observable.

**Ejemplo 14** *delay corto: el del chofer de un camión que ha fallado.*

Cada uno de los recursos asociados es impactado durante el intervalo  $[t_c, t_d]$ . La duración del impacto puede ser igual a la duración total  $[t_c, t_r]$  si el replaneamiento del recurso no es posible. Por otro lado, puede ser sustancialmente más corta que  $[t_c, t_r]$  si se puede reasignar el recurso durante el periodo afectado por la falla.

Como la duración y el delay es distinto para cada recurso asociado afectado, la curva acumulada de costo de falla tiene perfiles del tipo *lmno*. Finalmente el costo total de falla es  $y(d)$  \$/falla.

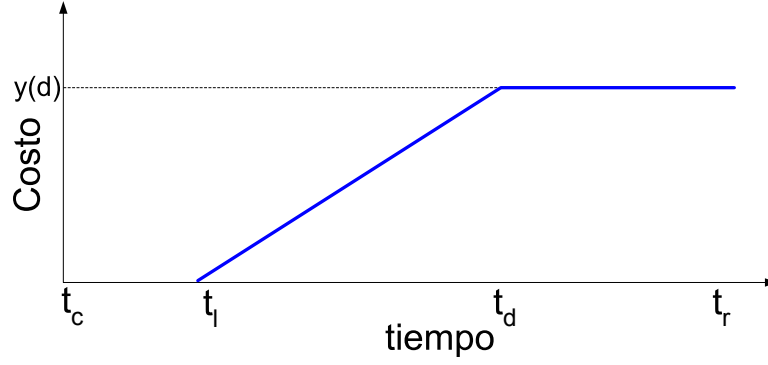


Figura 6.3: Costo financiero de los equipos

#### 6.4.2. Costo financiero de los equipos

Son calculados de manera similar al caso anterior, tomando en cuenta el *delay* del impacto y su duración (ver figura 6.3). Para estimarlo se requiere del costo financiero por unidad de tiempo  $c_{f,f}$  que se obtiene a partir de la inversión inicial en el mismo.

#### 6.4.3. Impacto en el nivel del *servicio*

Los costos de falla de este tipo ocurren cuando uno o más equipos de un grupo falla(n) y ello causa que el remanente de equipos absorba su carga de una manera mas costosa, para mantener el nivel del servicio.

El problema para cuantificar estos costos reside en los siguientes factores:

1. El nivel de demanda del servicio vs el numero de equipos disponibles para cubrirla
2. La capacidad de trabajo grupal está definida por la condición de que un numero dado de equipos estará disponible en cualquier instante, de acuerdo a la disponibilidad de cada miembro del grupo.

Lo anterior se revela muy complejo en general y para resolverlo se recurre a simulaciones de Monte Carlo, las que realizan los siguientes pasos:

1. Se calcula la disponibilidad  $A_j$  de cada maquina de acuerdo a

$$A_j = \frac{D_j}{D_j + N_j}$$

donde

$D_j$  es el tiempo que la  $j$ -esima maquina está detenida por fallas y

$N_j$  es el tiempo de operación de la misma.

2. Usando los valores  $A_j$ , la simulación estima las probabilidades de disponer de  $q = 0, 1, 2, 3, \dots$  unidades fuera de servicio y la frecuencia con que cada unidad  $j$  falla estadísticamente cuando hay  $q$  equipos fuera de servicio.
3. Usando los resultados de la simulación, se calcula la probabilidad cruzada  $P(j, q)$  de que  $q$  unidades estén fuera de servicio cuando el equipo  $j$  ha fallado.
4. Se calcula el costo adicional por unidad de tiempo  $c_{f,s}(j, q)$  requerido para mantener le nivel del servicio si hay  $q = 1, 2, 3, \dots, m$  unidades fuera de servicio.
5. Se estiman los costos por unidad de tiempo para cada maquina  $j$  a través de

$$c_{f,s}(j) = \sum_q P(j, q) c_{f,s}(j, q)$$

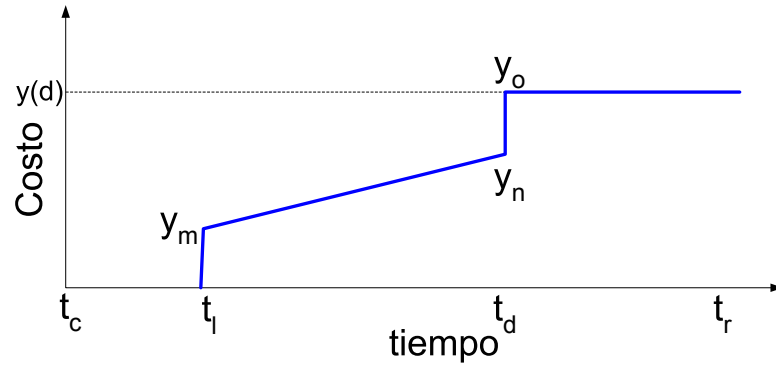


Figura 6.4: Costo por método alternativo

#### 6.4.4. Impacto de métodos alternativos

Los costos de falla de esta clase aparecen cuando la falla de un equipo del grupo fuerza un cambio de método y la organización sufre un costo de falla proporcional al costo diferencial entre los métodos.

La evolución de este tipo de costos desde la falla se muestra en figura 6.4. En este caso se nota:

1. Hay un salto vertical  $y_l - y_m$  justo al comenzar el uso del nuevo método en el instante  $t_l$ ; representa el costo de configurar el nuevo método.
2. El costo por unidad de tiempo durante el uso del nuevo método es la diferencia entre los costos por unidad de tiempo entre el método original y el método alternativo.
3. Hay un segundo salto vertical  $y_n - y_o$  al final del uso del método alternativo y que refleja el costo de regresar al método original.

**Observación 20** Dado que los costos de movilización y desmovilización son variables según la severidad de las fallas; se aproxima ponderando los diferentes casos y encontrando un valor esperado para  $y_l - y_m$  y  $y_n - y_o$ .



# Bibliografía

- [1] Vorster,M.C., De la Garza, J.M., *Consquential equipment costs associated with lack of availaibility and downtime*, Journal of Construction Engineering and Management-ASCE, 116(4), 656-669, 1990.



## Capítulo 7

# Disponibilidad y costos de intervención

### 7.1. Introducción

La mantenibilidad, la confiabilidad y la disponibilidad son los indicadores de performance y como elementos de ayuda a la toma de decisiones. La confiabilidad y la mantenibilidad se definen en general en la etapa de diseño de un proceso productivo. La disponibilidad, por su lado, se define cuando el sistema está operando. Este capítulo se centra en modelar la disponibilidad con un modelo empírico en su relación con el costo de intervención de mantenimiento.

La tasa de producción efectiva de una planta (y en consecuencia los ingresos que se perciban de esta producción) es función de la disponibilidad. Además, la disponibilidad es una función del programa de mantenimiento que se realice (y de los costos de intervención que sean requeridos). El incremento de la disponibilidad se logra en general con el aumento en los costos de intervención de mantenimiento (un contraejemplo, es la aplicación de *TPM* en donde en principio no aumenta el presupuesto asignado a mantenimiento). El posible aumento proviene de incrementos en el costo de almacenamiento en repuestos, aplicación de estrategias preventivas y predictivas, mayor capacitación en operadores y mantenedores, sistemas de monitoreo en línea, sistemas de información de mantenimiento, etc. Sin embargo, el exceso en costos para incrementar la disponibilidad puede no ser siempre rentable debido a los incrementos posibles en el costo global. El modelo que presentamos a continuación permite analizar los conflictos que aparecen y llegar a esquemas de solución donde se determine un nivel óptimo de disponibilidad.

### 7.2. Disponibilidad

La disponibilidad es el indicador mas importante para la evaluación de la efectividad de un planta industrial, en donde la gran mayoría de los equipos son *reparables*[1]. La disponibilidad estacionaria de una planta, para un periodo dado, está definida como la fracción de tiempo en la cual la planta se encuentra produciendo su producción de diseño en condiciones *adecuadas*:

$$A = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR}$$

**Observación 21** *Notemos que en la definición de disponibilidad, solo incluimos tiempos muertos asociados a mantenimiento correctivo. En un contexto real también aparecen tiempos muertos por mantenimiento correctivo (y por otras causas no asociadas a mantenimiento -ver §37).*

Al graficar las utilidades por unidad de tiempo vs la disponibilidad, se puede obtener algo similar a lo mostrado en figura ?? Para niveles bajos de disponibilidad la planta operará a pérdida. Esta tendencia continua hasta que se alcanza un punto de equilibrio en la cual la planta ni pierde ni gana. Este punto es denominado el limite inferior de la disponibilidad ( $A_l$ ). Al seguir incrementando la disponibilidad, la

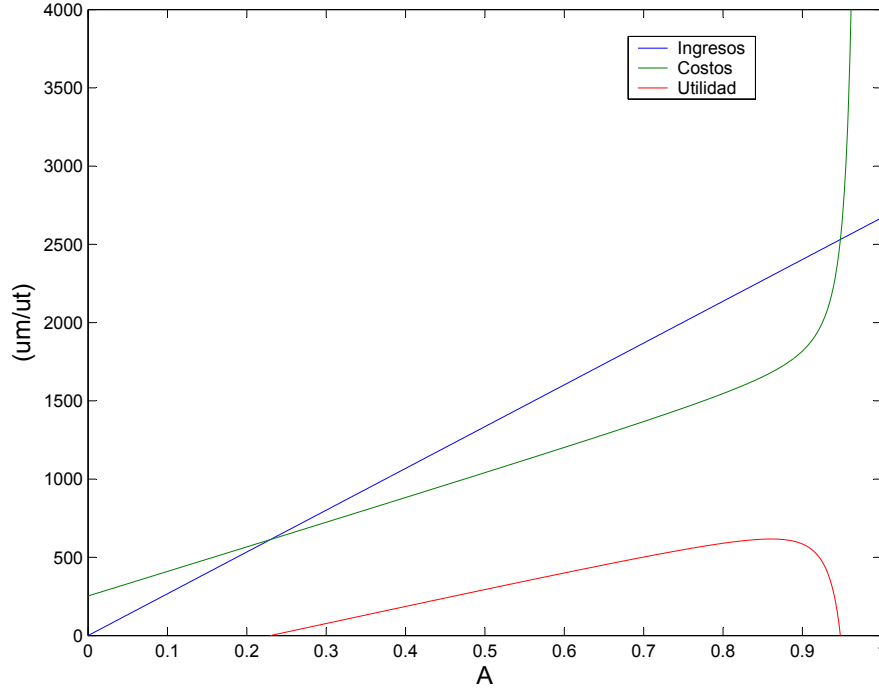


Figura 7.1: Flujos vs Disponibilidad

utilidad neta crece hasta un valor máximo denominado disponibilidad optima ( $A^*$ ). Tras este punto, al incrementar la disponibilidad, la utilidad decrece hasta otro punto de equilibrio entre costos e ingresos (limite superior de la disponibilidad,  $A_h$ ). Cualquier esfuerzo ulterior que mejore la disponibilidad resultará en pérdida neta para la empresa. En consecuencia es necesario trabajar entre los limites superior e inferior para tener utilidades. El presupuesto de mantenimiento es el criterio mas importante para estimar la disponibilidad.

### 7.3. Formulación del modelo

El modelo considera las siguientes hipótesis:

- El parque de equipos a considerar es constante, no hay retiros ni inversion en nuevos equipos;
- $c_{fix}$  (um/ut), Los costo fijos por unidad de tiempo (inversion inicial en equipos y edificios; instrumentos, salarios) son insensibles al nivel de disponibilidad.
- $c_{op}$  (um/ut), Los costos de operación por unidad de tiempo (materia prima, combustible, packing, marketing, etc.) crecen linealmente con los ingresos por unidad de tiempo (que a su vez crecen linealmente con la disponibilidad);

$$c_{op} \propto$$

- $c_i$ , Los costos de intervención de mantenimiento por unidad de tiempo (almacenamiento de repuestos, lubricantes, equipamiento para mantenimiento, entrenamiento de mantenedores, sistemas de información de mantenimiento, sistemas de monitoreo en linea, etc.) Asumiremos que crecen con el nivel de disponibilidad según alguna ley, por ejemplo:

$$c_i = c_{i\alpha} A^\beta \quad (7.1)$$

- $p_u$  (um/u), precio de mercado de una unidad de producto;
- $\lambda_r$  (u/ut), tasa de producción por unidad de disponibilidad;
- $\lambda_p$  (u/ut), tasa de producción efectiva;

$$\lambda_p = A\lambda_r \quad (7.2)$$

- $u_p$  (um/ut), utilidad por unidad de tiempo,
- $T_l$  (ut), vida esperada de la planta.
- Los costos de operación por unidad de producto  $C_s$ ,

$$C_s = \frac{c_{op}}{\lambda_p} \text{ um/u} \quad (7.3)$$

- El costo de mantenimiento por unidad de tiempo, para estimar los parámetros  $c_{i\alpha}$  y  $\beta$  basta con disponer de al menos dos puntos  $(C_{i1}, A_1)$ ,  $(C_{i2}, A_2)$ ; de lo cual es posible despejar (si usamos el modelo de ecuación 7.1):

$$\beta = \frac{\log\left(\frac{c_{i1}}{c_{i2}}\right)}{\frac{A_1}{A_2}}$$

$$c_{i\alpha} = \frac{C_{i1}}{A_1^\beta}$$

**Observación 22** En caso de haber 3 pares, se puede realizar un ajuste cuadrático.  $c_{i\alpha}$  representa el costo de intervención por unidad de tiempo cuando la disponibilidad es nula. Si no hubiese disponibilidad no debería haber costo de intervención.

El costo global por unidad de tiempo es:

$$\begin{aligned} c_t &= c_{fix} + c_{op} + c_i \\ &= c_{fix} + c_{op} + c_{i\alpha} A^\beta \text{ um/ut} \end{aligned} \quad (7.4)$$

los ingresos netos por unidad de tiempo son:

$$\lambda_p p_u \text{ um/ut} \quad (7.5)$$

por lo que la utilidad por unidad de tiempo es:

Se tiene:

$$u_p = \lambda_p p_u - (c_{fix} + c_{op} + c_{i\alpha} A^\beta) \quad (7.6)$$

usando (7.2) y (7.3) reescribimos (7.6) como:

$$u_p = \lambda_r (p_u - C_s) A - c_{i\alpha} A^\beta - c_{fix} \quad (7.7)$$

Al buscar las dos raíces de  $u_p$  se encontraran los limites inferior y superior para la disponibilidad. El óptimo se encuentra cuando el gradiente de  $u_p$  se anula:

$$\frac{du_p}{dA} = 0$$

derivando (7.7),

$$\lambda_r (p_u - C_s) - c_{i\alpha} A^{\beta-1} = 0$$

**Observación 23** Como es lógico, los costos fijos no intervienen en la obtención del óptimo de  $A$ .

En consecuencia,

$$A^* = \frac{1}{\beta - 1} \ln \left( \frac{\lambda_r(p_u - C_s)}{c_{i\alpha}\beta} \right) \quad (7.8)$$

Otra alternativa es usar un modelo exponencial,

$$c_i = c_{i\alpha} e^{\frac{\beta}{1-A}} \quad (7.9)$$

**Observación 24** Estos modelos para  $c_i(A)$  dependen de 2 parámetros por lo cual se requieren de al menos dos pares  $(c_i, A)$  para estimarlos. Ello puede ser difícil de disponer en la practica y en tal caso se podría estudiar un modelo con un parámetro. Por ejemplo:

$$c_i = e^{\frac{\beta}{1-A}}$$

**Observación 25** El modelo de ecuación (7.9) asume un costo infinito para  $A = 1$ . En un caso real, la disponibilidad no puede ser nunca unitaria pues se debe detener el equipo para realizar intervenciones preventivas.

## 7.4. Ejemplo ilustrativo

Consideremos el ejemplo propuesto en (Murty & Naikan, 1995)[1]. Se trata una planta cuya inversión en activos es de  $60 \cdot 10^7$  um. La tasa de producción es de  $\lambda_r = 2670$  u/hora. La vida útil de diseño de la planta es de  $T_l = 30$  años; si se opera 16 horas/día. Los salarios alcanzan los  $40 \cdot 10^5$  um/mes. En el año 1, el costo de intervención de mantenimiento sumo  $2,6320 \cdot 10^7$  um y se alcanzo una disponibilidad de 62 %. Al año siguiente se gastaron  $2,7231 \cdot 10^7$  um y se alcanzó una disponibilidad de 65 %. El precio unitario de un producto es de  $p_u = 60$  um. Los costos de operación (excluyendo salarios) alcanzan los  $54,7 \cdot 10^7$  um/año. Se desea establecer un nivel óptimo de disponibilidad.

Consideremos como unidad de tiempo el minuto. Cada año se dispone de:

$$365 \times 16 \times 60 = 350400 \text{ min/año}$$

para operar.

Los costos fijos son:

$$\begin{aligned} c_{fix} &= \frac{60 \cdot 10^7}{30(350400)} \\ &= 57,04 \text{ um/min} \end{aligned}$$

Los costos salariales

$$\begin{aligned} &= \frac{40 \cdot 10^5 \times 12}{350400} \\ &= 136,88 \text{ um/min} \end{aligned}$$

Los parámetros de costos de mantenimiento son:

$$\begin{aligned} c_{i\alpha} &= \frac{1,788 \cdot 10^7}{350400} \\ &= 51 \text{ um/min} \\ \beta &= 0,14715 \end{aligned}$$

El modelo ajustado y los valores del historial se observan en figura (7.2). Notemos que la extrapolación para valores altos puede estar sesgada por la cercanía entre los puntos disponibles.

La tasa de producción de diseño es

$$\lambda_r = \frac{2670}{60} = 44,5 \text{ u/min}$$

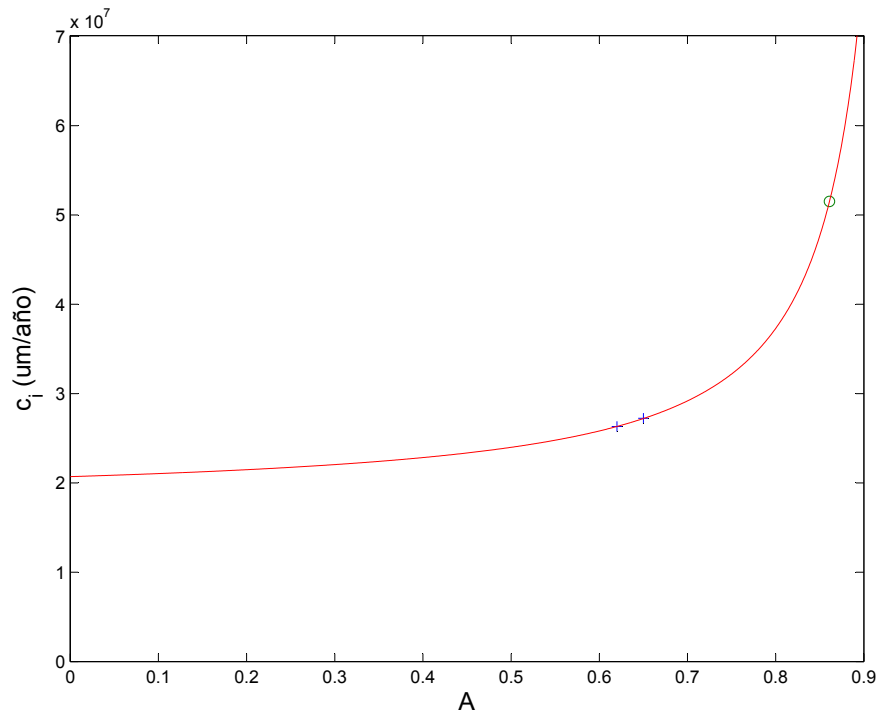


Figura 7.2: Costos de intervención vs Disponibilidad

y el costo variable por unidad,

$$C_s = \frac{54,7 \cdot 10^7}{2670 \times 16 \times 365}$$

$$= \text{um/u}$$

La utilidad esperada es entonces:

$$u_p = 44,5(60 - 35)A - 51e^{\left(\frac{0,14715}{1-A}\right)} - 194 \text{ um/min}$$

Los limites para la disponibilidad son (ver figura 7.1):

$$A_{\text{inf}} = 0,230$$

$$A_{\text{sup}} = 0,948$$

$$A^* = 0,861$$

Al operar en el óptimo, la utilidad neta es

$$u_p = 616,86 \text{ um/min}$$

y el costo de intervención de mantenimiento alcanza:

$$c_i^* = 147,0 \text{ um/min}$$

$$= 5,15 \cdot 10^7 \text{ um/año}$$

lo que implica un aumento de

$$\frac{5,15}{2,632} - 1 = +95\%$$

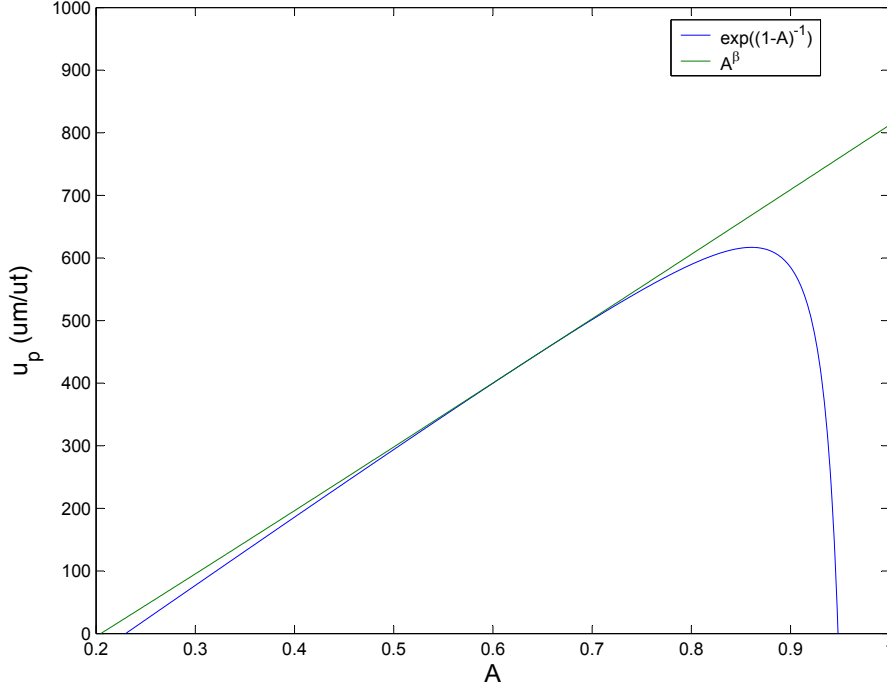


Figura 7.3: Utilidad para ambos modelos propuestos en (Murty & Naikan,1995)

en el presupuesto.

Al probar el modelo de ecuación (7.1) los costos de mantenimiento no suben lo suficiente para afectar la disponibilidad y el modelo tiene un óptimo en  $A^* = 1$  (figura 7.3). Este valor es muy discutible pues las intervenciones preventivas de un programa caro afectan la disponibilidad también.

**Ejercicio 1** *Mejore el modelo propuesto para considerar el efecto de la implementación de TPM. Tome en cuenta que durante el segundo año del estudio, 25 % del parque de equipos recibía atención TPM de parte del operador.*

## 7.5. Considerando *TPM*

Supongamos que el costo de intervención depende también de la fracción  $\sigma \in [0, 1]$  de equipos a los cuales se aplica *TPM* según:

$$c_i = (1 - A)e^{\frac{\beta}{1-A}}e^{\gamma\sigma} \text{ um/ut}$$

El modelo es de dos parámetros ( $\beta$  y  $\gamma$ ).

$$\log c_i = \log(1 - A) + \frac{\beta}{1 - A} + \gamma\sigma$$

luego,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1-A} & \sigma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \log c_i - \log(1 - A)$$

Si tenemos información de 2 unidades de tiempo,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1-A_1} & \sigma_1 \\ \frac{1}{1-A_2} & \sigma_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \log c_{i1} - \log(1 - A_1) \\ \log c_{i2} - \log(1 - A_2) \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

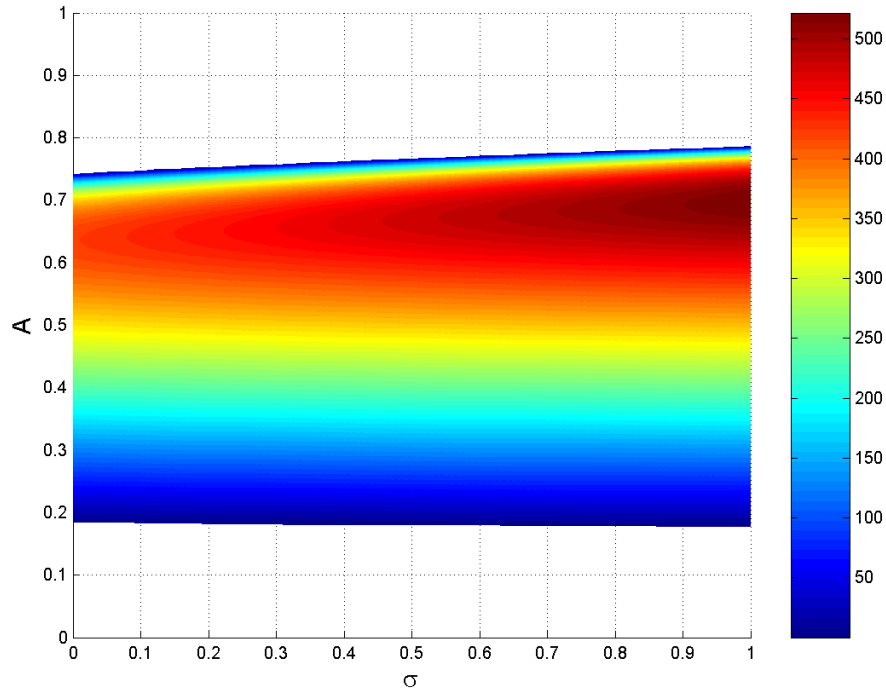


Figura 7.4: Utilidad en función de disponibilidad y de factor de implementación de *TPM*

Para el caso del ejemplo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-0,62} & 0 \\ \frac{1}{1-0,65} & 0,25 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \log - \log(1 - 0,62) \\ \log - \log(1 - 0,65) \end{Bmatrix}$$

luego,

$$\begin{Bmatrix} \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2,00 \\ -1,35 \end{Bmatrix}$$

De validarse este modelo con más datos en el futuro, está mostrando que el *TPM* está bajando los costos de intervención ( $\gamma$  negativo). La utilidad obtenida se muestra en figura (7.4). Solo se muestran las zonas con utilidad positiva. EL *TPM* se muestra conveniente para el incremento de las utilidades.

## 7.6. Comentarios finales

Este modelo muestra como un incremento injustificado en los costos de intervención de mantenimiento puede afectar negativamente la utilidad de la empresa. Las nociones entregadas por el modelo permiten establecer un criterio agregado para fijar el presupuesto de mantenimiento por unidad de tiempo.

Una posible falencia de este método es que explica todo cambio en la disponibilidad en costos asociados a mantenimiento; pueden haber otros factores que la afecten y que no se reflejen en el presupuesto de mantenimiento, por ejemplo el *TPM*.

Tal como está, el modelo considera tasa de producción y precio del producto constantes. El modelo podría ser extendido para considerar variaciones en estos parámetros.

Ciertas intervenciones se realizan en forma discreta y pueden afectar notablemente la disponibilidad estacionaria y el presupuesto. Un ejemplo son los *overhauls*.

Los costos de intervención debe estar en unidades monetarias constantes. En caso de devaluaciones/revaluaciones de la moneda, debe tomarse en cuenta en la estimación de los parámetros de costo.

Otra modificación posible consideraría la minimización del costo global. Basta probar que su mínimo se encuentra donde está el máximo de la utilidad. También se podría incluir un análisis que considere el valor del dinero en el tiempo.

## 7.7. A explorar

(Knights y Oyanader, 2004)[9] presentan un estudio de *benchmarking* de las plantas de concentración de cobre de seis empresas mineras chilenas. Las disponibilidades físicas para molinos SAG están el rango de 92.9 y 96.4 % con promedio 94,5 %. Las disponibilidades físicas para molinos convencionales fueron evaluadas entre 94.5 y 97.9 % con promedio 96,7 %.

# Bibliografía

- [1] Murty A.S.R., Naikan, V.N.A., *Availability and maintenance cost optimization of a production plant*, International Journal of Quality & Reliability Management, 12(2), 28-35, 1995. [\[bajar\]](#)
- [2] Jardine, A.K.S., *Maintenance, Replacement and Reliability*. Pitman Publishing, 1973. [\[bajar\]](#)
- [3] Knights, P., Oyanader, P., *Benchmarking de Indices de Mantenimiento para Plantas Concentradoras en Chile*, Encuentro de mantenedores de plantas mineras, Chile, 2004.



**Parte II**

**Modelos de confiabilidad**



## Capítulo 8

# Confiabilidad y costos, una introducción

### 8.1. Introducción

En esta parte del curso veremos una serie de modelos de confiabilidad<sup>1</sup> y costos aplicados al mantenimiento. Comenzaremos en este capítulo por entregar una visión general de las técnicas utilizadas actualmente para optimizar la gestión del mantenimiento.

Como ejemplo, tomemos el problema de programación de tareas preventivas. Existe un gran número de modelos de optimización posibles, ello, por varias razones:

- Existen muchas configuraciones posibles de componentes en un sistema. La inter-dependencia económica que exista entre ellos en términos de costos de falla y de intervención puede hacer conveniente su agrupamiento en lo que hemos llamado *mantenimiento oportunista*;
- Existen diferentes modelos estocásticos para medir la efectividad de las tareas de mantenimiento. Por ejemplo, algunos modelos consideran que tras un overhaul o intervención preventiva el equipo queda *tan bueno como nuevo*. En el otro extremo, otros modelos asumen que una reparación tan solo regresa el componente a su condición de operación *justo antes* de que ocurriese la falla. Se habla entonces de que el equipo queda *tan bueno como antes*. En general, cada tarea de mantenimiento estará entre ambos extremos y hablamos de *mantenimiento imperfecto*;
- Existen diferentes escenarios de producción en los cuales las fallas pueden ocurrir, afectando la estimación del costo de falla;
- La flexibilidad (o la falta de ella) del sistema para continuar ofreciendo el servicio ante una falla también afecta los costos de falla. Una condición importante es la redundancia de equipos.

**Observación 26** *La mayoría de los modelos de confiabilidad asumen que el sistema o componente tras una intervención (correctiva y/o preventiva) quedan tan bueno como nuevo o tan mal como antes de que ocurriese la falla. En la practica, La hipótesis de intervención perfecta puede ser razonable para sistemas sencillos, con un solo componente. La hipótesis de intervención mínima puede ser razonable para sistemas donde se interviene un componente entre los muchos que lo constituyen[?]. En general la situación es intermedia, por ejemplo: Tras un ajuste, un motor no es tan bueno como nuevo pero si ha sufrido un rejuvenecimiento.*

La bibliografía reciente puede ser clasificada en 2 grandes grupos:

- métodos basados en minimización de funciones objetivos a partir de métodos de programación lineal y no lineal;

---

<sup>1</sup>definamos inicialmente la confiabilidad  $R(t)$  como la probabilidad de que un equipo o componente opere satisfactoriamente en algún instante  $t$  dado

- métodos basados en modelos de Markov.

A continuación veremos una descripción breve de ambos grupos.

## 8.2. Modelos de programación lineal y no lineal

Esta clase de métodos expresan un *objetivo* como función de las *variables de decisión*. Usan técnicas de optimización standard para variables continuas y/o discretas.

La formulación de un modelo de programación pasa por definir en primer lugar los parámetros (o variables exógenas), las variables de decisión (o variables endógenas), y las restricciones y la función objetivo, que son descritas por ecuaciones.

Consideremos por ejemplo la siguiente situación: se dispone de un componente cuya tasa de fallas<sup>2</sup> crece monotónicamente en el tiempo. Existen 2 tipos de mantenimiento posibles: correctivo y preventivo. Ambas restauran el equipo a una condición *como nuevo*. El problema es determinar el mejor programa preventivo para el componente sobre un horizonte de tiempo infinito. En otras palabras, el problema es encontrar el intervalo de tiempo óptimo  $T_p$  entre intervenciones preventivas.

Sobre un horizonte de tiempo infinito, y sin considerar el valor del dinero en el tiempo, el costo promedio por unidad de tiempo es una función objetivo apropiada (y muy usada). Es posible calcular el costo por unidad de tiempo como una función de la función de densidad de probabilidad  $f(t)$  o de la probabilidad acumulada de falla  $F(t)$  asociada a la falla del componente, el costo de correctivo de una reparación ( $C_c$ ) -considerando costo de falla y de intervención-, el costo preventivo de una intervención ( $C_p$ ) -considerando el costo de intervención más el posible costo de falla asociado- y el tiempo medio de intervención -preventivo o correctivo-,  $T_m$ :

$$\begin{aligned} c_g(T_p) &= \frac{C_c F(T_p) + C_p [1 - F(T_p)]}{\left( \frac{\int_0^{T_p} t f(t) dt}{F(T_p)} \right) F(T_p) + T_p [1 - F(T_p)] + T_m} \\ &= \frac{C_c F(T_p) + C_p [1 - F(T_p)]}{\int_0^{T_p} t f(t) dt + T_p [1 - F(T_p)] + T_m} \end{aligned}$$

El numerador es el costo esperado para una intervención y se calcula como la suma de los costos de mantenimiento, ponderados por sus probabilidades de ocurrencia. Tras cualquier acción sobre el equipo, la próxima intervención tiene una probabilidad  $F(t)$  de ser correctiva y una probabilidad  $[1 - F(T_p)]$  de ser preventiva.

El denominador corresponde al valor esperado de tiempo entre intervenciones; el cual es la suma del intervalo esperado hasta la proxima intervención más el tiempo esperado para realizarla.

La duración de un ciclo sin falla es  $T_p$  (con probabilidad  $R = 1 - F$ ) y la de un ciclo con falla es (ver figura 20.3)

$$\frac{\int_0^{T_p} t f(t) dt}{F(T_p)}$$

con probabilidad de ocurrencia  $F$ .

Siendo que hemos expresado la función objetivo explícitamente en términos de la variable de decisión  $T_p$  podemos añadir la restricción lógica:

$$T_p > 0$$

y resolver el problema a través de algún método standard de programación no lineal.

Las hipótesis consideradas en este modelo son:

- 1. El estado del componente es binario (operando o con falla);
- 2. la tasa de fallas solo depende del tiempo desde la última intervención;
- 3. la tasa de falla es monotónica creciente con el tiempo;

---

<sup>2</sup>definamos inicialmente la tasa de fallas  $\lambda(t)$  como el número de fallas esperado por unidad de tiempo para el instante  $t$

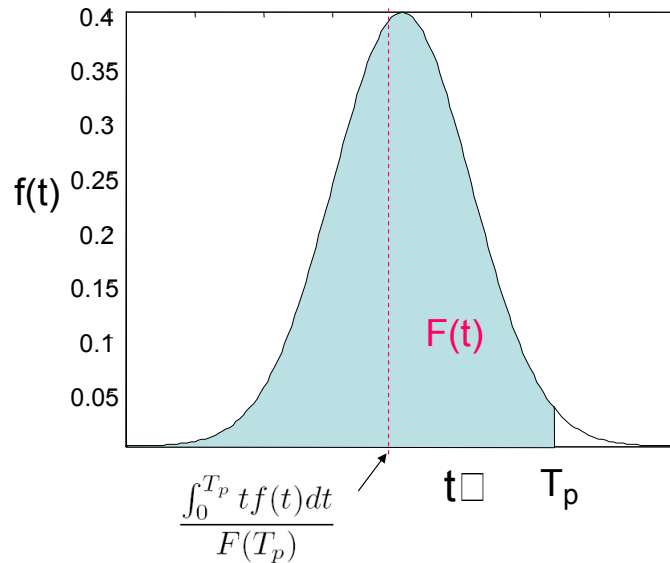


Figura 8.1: Tiempo esperado para fallar

4. el costo por unidad de tiempo es el único objetivo;
5. los costos pueden ser estimados o conocidos hasta el nivel del componente;
6. no hay restricciones acerca de cuando pueden realizarse las intervenciones preventivas;
7. solo existen intervenciones correctivas y preventivas
8. ambos tipos de intervención dejan al componente *como nuevo*;
9. el horizonte de análisis es infinito;
10. no se considera el valor del dinero en el tiempo.

Aparecen varias modificaciones posibles a este modelo al relajar una o más de la hipótesis anteriores. Sin embargo, los problemas se pueden tornar mucho más complejos de resolver. Consideremos por ejemplo:

**si el estado del componente no es binario.** Los componentes puede mostrar más de un estado de falla. Un ejemplo típico es la degradación gradual de la funcionalidad. En tal caso se requiere un modelo de la performance del componente en el tiempo, así como un modelo de como la eficiencia componente afecta económicamente a la planta.

**Si la tasa de fallas no es función exclusiva del tiempo.** La tasa de fallas también puede ser dependiente de variables continuas (desgaste, temperatura, presión, etc.) o de variables discretas (ocurrencia de eventos tales como número de partidas o detenciones, número de perturbaciones, etc.). En tal caso el programa preventivo puede ser definido como una función del tiempo, y de variables de condición y/o operación, por ejemplo.

**Si la frecuencia de fallas no es monotónica creciente con el tiempo.** El intervalo entre intervenciones preventivas  $T_p$  es optimizado cuando el gradiente de los costos correctivos por unidad de tiempo iguala al gradiente de los costos preventivos por unidad de tiempo. Si la tasa de fallas no es monotónicamente creciente, tal condición se puede alcanzar para varios puntos en el tiempo. Luego, la función objetivo puede tener varios mínimos locales.

**Si el costo no es el único objetivo.** Aparte de los costos existen otros objetivos posibles para definir un programa preventivo. Por ejemplo, la seguridad es un objetivo si la combinación de fallas puede ocasionar un evento peligroso. También se puede considerar la maximización de la disponibilidad

del equipo. En caso de disponer de multiples objetivos es conveniente construir una función objetivo que combine cada objetivo.

**Si los costos no pueden ser estimados o conocidos al nivel del componente.** En algunos sistemas industriales, la producción no es una función directa de la disponibilidad de los componentes. En este caso, aquellos componentes que pueden limitar la producción son los llamados cuellos de botella, y en general es necesario recurrir a simulaciones de Monte Carlo para estimar los costos de falla esperados.

**Si existen otras clases de intervenciones posibles.** Si es posible realizar monitoreo de condiciones, se podrá realizar la intervención preventiva justo antes de que el equipo falle. Ello puede ser incluido en el modelo presentado anteriormente. Sin embargo, si se considera el mantenimiento oportunista, el objetivo puede ser diferente. El costo global por unidad de tiempo será entonces una función del costo de mantenimiento oportunista, la aparición de oportunidades, y las variables de decisión que controlen cuando realizar intervenciones oportunistas. Por ejemplo, se puede especificar una período crítico  $T_o$  a partir de la cual se realice mantenimiento oportunista.

**Si el componente no queda como nuevo tras una intervención correctiva o preventiva.** Si una intervención preventiva solo logra que el equipo funcione tal como antes de ser intervenidos (en términos de tasa de fallas o confiabilidad), entonces ella no debe ser realizada, dado que no tiene efectos para reducir la aparición de fallas. Si la intervención no logra dejar el equipo como nuevo, entonces el problema puede incluir varios tipos de intervenciones correctivas y preventivas que son parametrizadas como intermedias entre dejar el equipo *como antes* o dejarlo *como nuevo*.

**Si el horizonte de análisis es finito.** La hipótesis de que el horizonte de análisis sea infinito permite que el objetivo sea el costo esperado por unidad de tiempo. Si el intervalo esperado entre 2 intervenciones no es significativo frente al horizonte de análisis, entonces es necesario evaluar todas las posibles combinaciones y frecuencias de eventos correctivos y preventivos para calcular la función objetivo de manera exacta.

**Si se considera el valor del dinero en el tiempo.** Si los costos de falla e intervención son variables en el tiempo, entonces no se puede usar el costo global por unidad de tiempo como objetivo. Es necesario disponer de modelos con tasa de descuento.

### 8.3. Modelos de Markov

Los problemas de optimización del mantenimiento son mucho más difíciles de resolver cuando se relajan las condiciones anteriores. En tal caso, se pueden utilizar técnicas aproximadas para estimar la función objetivo. Una posibilidad es el uso de modelos de Markov; presentados a continuación.

Un modelo de Markov es una representación gráfica que consiste de nodos (o estados) y de arcos (o transiciones entre estados).

La hipótesis crucial en un modelo de Markov es que el sistema está completamente especificado por los nodos, y que la historia pasada del sistema es irrelevante para las transiciones futuras. Así, el envejecimiento puede ser representado al discretizar la vida del componente en estados separados y estimando las probabilidades de transición entre ellos. Intervenciones que dejen el equipo *como nuevo* pueden ser representadas por una transición al primer estado discretizado (ejemplos de estos modelos serán vistos en §23 y §24, por ejemplo).

Existen dos tipos de modelos de Markov: en tiempo continuo y en tiempo discreto.

En un modelo de Markov con tiempo continuo la derivada del vector de estado  $\mathbf{s}$  es de la forma

$$\mathbf{s}' = \mathbf{M}_c^* \mathbf{s} \quad (8.1)$$

donde  $\mathbf{M}_c^*$  es la matriz de tasa de transición.

Un modelo de Markov de este tipo puede ser resuelto para cualquier instante  $t$ , dadas las condiciones iniciales. La solución de estado estacionario está dada por la condición

$$\mathbf{s}' = 0$$

puede ser encontrada sin usar las condiciones iniciales. Para resolver un problema de optimización de mantenimiento, la función objetivo (costo global por unidad de tiempo) es expresada como una función de la solución estacionaria o de la trayectoria en el tiempo. Por ejemplo, los costos pueden ser acumulados para transiciones que representen intervenciones de mantenimiento.

En un modelo de Markov en tiempo discreto, el vector de estado en el próximo incremento de tiempo  $\mathbf{s}_{t+1}$  está expresado por

$$\mathbf{s}_{t+1} = \mathbf{M}_d^* \mathbf{s}_t \quad (8.2)$$

La solución estacionaria de (8.2) considera la búsqueda del estado  $\mathbf{s}_t$  tal que:

$$\mathbf{s}_t = \mathbf{M}_d^* \mathbf{s}_t$$

Gertsbakh'77[1] entrega una lista de problemas de optimización de mantenimiento resueltos con modelos de Markov. Este tipo de modelos provee una representación simple que permite estimar la función objetivo como una función de las variables de decisión sin tener que realizar simulaciones de Monte Carlo o integraciones múltiples sobre todos los eventos posibles (horizonte finito de análisis).

Se pueden plantear modelos de Markov aun si algunas de las hipótesis antes listadas son relajadas. Por ejemplo, cuando la tasa de fallas es una función de otras variables aparte del tiempo, los estados de un componente pueden ser representados por un vector de estados con  $n$  variables. Los modelos de Markov son útiles para representar los estados de un componente cuando existen estados intermedios de falla (funcionalidad degradada) o diferentes niveles o tipos de intervenciones de mantenimiento (entre dejar como nuevo o como antes de la intervención). Además, se pueden evaluar las ecuaciones (8.1) y (8.2) sin necesidad de que el horizonte de análisis sea infinito, y cuando los costos son función del tiempo, ellos pueden ser acumulados como una función de los estados y transiciones del modelo.

Cuando se considera mantenimiento oportunista, se añade complejidad al análisis dado que la falla de un componente provee oportunidades de mantenimiento preventivo para otros. Como existen interacciones económicas entre los componentes, el modelo de Markov requiere la definición de estados representando las  $n$  dimensiones de las vidas de los componentes. Sin embargo, con  $n$  vidas de componentes divididas en  $d$  instantes discretos, la solución estacionaria del modelo (con  $d^n$  estados) requiere guardar  $d^{2n}$  elementos de  $\mathbf{M}$  para los cálculos matriciales. Cuando el número de componentes crece, la memoria del computador se vuelve una limitación. Adicionalmente, el tiempo de resolución crece proporcionalmente a  $d^{3n}$ . Lo anterior descarta a los modelos de Markov como herramientas prácticas para el mantenimiento oportunista[2].

## 8.4. Variantes de modelos de costo

De acuerdo a (Wagner, 1975)[8], existen 3 criterios en base a costos que pueden ser usados para comparar decisiones asociadas a mantenimiento:

1. Los costos esperados por unidad de tiempo, que son determinados al promediar los costos sobre un intervalo de tiempo infinito;
2. Los costos actualizados esperados sobre un intervalo de tiempo infinito, que son determinados al sumar los valores actualizados de los costos acontecidos en el tiempo (usando la tasa de descuento), bajo la hipótesis de que el valor del dinero decrece en el tiempo
3. Los costos equivalentes esperados por unidad de tiempo, los cuales son determinados al aplicar un promedio ponderado sobre los costos actualizados sobre un intervalo de tiempo infinito.

El concepto de costo *equivalente* surge de las nociones de costos promedio y costos actualizados en el sentido de que los costos equivalentes esperados por unidad de tiempo tienden hacia los costos esperados

por unidad de tiempo cuando la tasa de descuento tiende a 0. Los enfoques (2) y (3) son aconsejados cuando las inversiones iniciales son importantes. El criterio (1) es aplicado generalmente cuando no hay grandes inversiones iniciales (inspecciones por ejemplo) y en donde el valor del dinero en el tiempo is of no consequence. En general es mejor utilizar la hipótesis del valor del dinero en el tiempo.

## 8.5. Comentarios finales

Hemos tratado de dar una visión general de las metodologías aplicadas en la investigación de operaciones aplicada al mantenimiento. A continuación profundizaremos en conceptos estadísticos necesarios para la optimización de la gestión del mantenimiento.

## 8.6. Lecturas interesantes

(Van Noortwijk, 2003)[7] discuten sobre posibles funciones objetivos centrados en costos. Proponen fórmulas para estimar la varianza de tales funciones.

# Bibliografía

- [1] Gertsbakh, I.B., *Models of Preventive Maintenance*. Elsevier, New york, 1977.
- [2] Tan, J.S., Kramer, M.A., *A General Framework for Preventive Maintenance Optimization in Chemical Process Operations*, Computers in Chemical Engineering, 21(12), 1451-1469, 1997. [\[bajar\]](#)
- [3] Zheng,X. and Fard,N., *A Maintenance Policy for Repairable Systems based om Opportunistic Failure-rate Tolerance*. IEEE Transactions on Reliability, **40**, 237-244, 1991.
- [4] Dougherty, E.M., *Is human failure a stochastic process?*, Reliability Engineering and System Safety, 55, 209-215, 1997. [\[bajar\]](#)
- [5] H. Wang, H. Pham, *Some maintenance models and availability with imperfect maintenance in production systems*, Annals of Operations Research, 91, 305–318, 1999. [\[bajar\]](#)
- [6] H. Pham, H. Wang, *Imperfect maintenance*, European Journal of Operational Research, 94, 425–438, 1996. [\[bajar\]](#)
- [7] Van Noortwijk,J.M., *Explicit formulas for the variance of discounted life-cycle cost*, Reliability Engineering and System Safety, 80, 185195, 2003. [\[bajar\]](#)
- [8] Wagner, H.M., *Principles of operations research*, 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1975.



## Capítulo 9

# Conceptos asociados al análisis de confiabilidad

### 9.1. Introducción

El diseño de un programa eficiente de mantenimiento (en términos de su costo global) implica la comprensión de los fenómenos de falla de los equipos. Dado que las fallas de los equipos son eventos aleatorios, estudiaremos conceptos y modelos estadísticos que nos permitan controlar y mejorar la confiabilidad, y con ello los costos.

La mayor dificultad que enfrentaremos será el alto grado de incertidumbre de los estudios y los efectos de condiciones cambiantes ambientales y de operación en el comportamiento de los equipos.

### 9.2. Confiabilidad

La **Confiabilidad** de un componente en el instante  $t$ ,  $R(t)$ , es la probabilidad de que un ítem no falle en el intervalo  $(0, t)$ , dado que era *nuevo* o *como nuevo* en el instante  $t = 0$ . Un componente puede tener diferentes confiabilidades, asociadas a diferentes funciones.

Considere  $N$  componentes supuestamente idénticos, todos nuevos o como nuevos en  $t = 0$ . Sea  $N - n$  el número de componentes que fallan en el intervalo  $[0, t]$ .  $R(t)$  puede ser estimada a partir de:

$$R(t) = \frac{n(t)}{N}$$

### 9.3. Probabilidad acumulada de fallas

La **probabilidad acumulada de falla**  $F(t)$  se define como la probabilidad de que un ítem falle en el intervalo  $(0, t)$ . Entonces:

$$R(t) + F(t) = 1$$

y puede ser estimada como:

$$F(t) = \frac{N - n(t)}{N}$$

### 9.4. Densidad de probabilidad de falla

La **función densidad de probabilidad de fallas**  $f(t)$  se define como la probabilidad instantánea de que un ítem que no ha fallado en el intervalo  $(0, t)$  falle en el intervalo  $(t, t + dt)$ .

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

$t$ (Kciclos)	$n(t)$
0	100
10	80
20	55
30	20
40	5
50	0

Cuadro 9.1: Datos

$t$ (Kciclos)	$n(t)$	$R(t)$
0	100	1.00
10	80	0.80
20	55	0.55
30	20	0.20
40	5	0.05
50	0	0.00

## 9.5. Vida media

La vida media de un componente *no reparable* es el valor de tiempo esperado para que el componente falle. También es conocido como el tiempo medio para fallar, o *MTTF* por sus sigla en inglés.

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (9.1)$$

## 9.6. Tasa de falla

La *tasa de falla*  $\lambda(t)$  se define como el número esperado de fallas del sistema o de un componente en el intervalo  $(t, t + dt)$ . Se mide en fallas por unidad de tiempo.

Podemos definir tasa de falla *de un intervalo*  $[t_1, t_2]$ ,

$$\lambda(t) = \frac{R(t_1) - R(t_2)}{R(t_1)(t_2 - t_1)}$$

o una tasa de falla *instantánea* (en inglés, *hazard rate*),

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)\Delta t} \right] = \frac{f(t)}{R(t)}$$

También se define la tasa de fallas como el número de fallas por unidad de tiempo en el instante  $t$  dividido por el número de componentes operando en el instante  $t$ :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{n(t) - n(t + \Delta t)}{n(t)\Delta t} \right]$$

## 9.7. Disponibilidad

La función **Disponibilidad**  $A(t)$  se define como la probabilidad de que un componente esté en su estado normal en el instante  $t$ , siendo que estaba nuevo o como nuevo en  $t = 0$  [1].

**Ejemplo 15** En  $t = 0$ , se pusieron en servicio 100 componentes no reparables. En tabla 23.5, se lista el número de componentes en buen estado para varios instantes. Calcule la confiabilidad para  $t = 0, 10, 20, 30, 40$  y 50 Kciclos y el MTTF.

**Solución 2** Para integrar, consideramos la ecuación 9.1 y la regla de integración trapezoidal,

$$\begin{aligned} MTTF &= 10 \left[ \frac{1,0}{2} + (0,80 + 0,55 + 0,20 + 0,05) + \frac{0,0}{2} \right] \\ &= 21 \text{ Kciclos} \end{aligned}$$

En la etapa temprana la tasa de falla decrece con el tiempo, esto ocurre así porque algunos de los componentes del sistema venían defectuosos de fabrica, o tras el montaje. Para reducirla es necesario:

- Establecer una etapa de marcha blanca, para que los componentes defectuosos fallen y sean reemplazados;
- Aplicar ensayos no destructivos rigurosos.

Durante la madurez:

- Los sistemas eléctricos tienen  $\lambda(t)$  constante, no hay desgaste;
- Los sistemas mecánicos incrementan levemente su  $\lambda(t)$  en el tiempo.

Durante esta etapa se aplica mantenimiento preventivo.

En la "vejez" del equipo la degradación es importante; y las inspecciones frecuentes son necesarias. Ello implica la puesta a punto de un programa de mantenimiento sintomático.

Según lo anterior es importante disponer de una estimación de la curva de vida de los equipos. Obviamente ello implica una gran cantidad de información, la cual es difícil (cara) de obtener. No es posible encontrar la curva para equipos de tecnología reciente.

## 9.8. Tiempo medio entre fallas

Un indicador útil es el tiempo medio entre fallas (MTBF); o en otras palabras, el tiempo promedio en que el equipo no falla. Matemáticamente ello corresponde a la esperanza de  $T$  ( $T$  siendo el período entre 2 fallas), dada la función de distribución  $f(t)$  (9.4):

$$MTBF = E(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt$$

lo que también puede ser escrito (integrando por partes):

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (9.2)$$

**Ejemplo 16** Considérese un componente con una función confiabilidad linealmente decreciente. La confiabilidad es 1 en  $t = 0$  y de 0 en  $t = 10000$  horas. Calcule su MTBF.

**Solución 3** La función confiabilidad puede ser expresada como:

$$R(t) = \begin{cases} 1 - 10^{-4}t & \text{para } t < 10000 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Usando la ecuación 9.2,

$$MTBF = \int_0^{\infty} (1 - 10^{-4}t) dt = 5000 \text{ horas}$$

## 9.9. Mantenibilidad

### 9.9.1. Criterios de Mantenibilidad

Las normas francesas X60 – 300 y X60 – 301 especifican 5 tipos de criterios de mantenibilidad.

El primer criterio se refiere al mantenimiento preventivo: para tales fines es conveniente conocer la *accesibilidad* de los componentes, su *desmontabilidad*, y su *intercambiabilidad*.

El segundo criterio se centra en el mantenimiento correctivo: implica el tiempo para buscar la pana, y el tiempo requerido para diagnosticar.

El tercer criterio se enfoca hacia la organización del mantenimiento a través de la periodicidad de las intervenciones preventivas, el agrupamiento de tareas similares (rutas e intervenciones oportunistas), la homogeneidad de la confiabilidad de los componentes, la presencia de indicadores y contadores y a la complejidad de las intervenciones.

El cuarto criterio se centra en la calidad de la documentación técnica: su profundidad, su disponibilidad, el modo de transmisión, y los principios generales de redacción y presentación de la documentación técnica.

El ultimo criterio tiene relación con el seguimiento del fabricante: evolución del fabricante, calidad del servicio post-venta, obtención de piezas de recambio.

(Labib, 1998)[19] caracteriza el intervalo de tiempo de parada correctiva en 3 fases principales: respuesta, diagnosis, reparación. La fase de respuesta es el intervalo entre la ocurrencia de la falla y la toma de conocimiento por parte del ingeniero de mantenimiento. De acuerdo a Labib, este intervalo de tiempo debe ser eliminado y ello se facilita enormemente con la puesta a punto de un sistema de información que emita alarmas tan pronto la falla ocurre. La fase de diagnosis puede ser reducida con capacitación adecuada y acceso rápido a información pertinente (historial de fallas, árboles de mantenimiento, árboles de falla, análisis de modos de falla, etc.). La fase de reparación puede ser minimizada con un sistema de gestión de repuestos y proveedores integrado en el sistema de información (ver también §??).

### 9.9.2. Tiempos asociados a las intervenciones

El tiempo en que un equipo no está operativo es la suma de varios procesos:

- tiempo para detectar la falla;
- tiempo consumido en diagnosticar el problema;
- tiempo consumido en intervenir el equipo;
  - preparación
  - localización de la falla;
  - desmontaje;
  - obtención de piezas y herramientas;
  - reparación misma;
  - ajuste y calibración;
  - montaje;
- tiempo consumido en controlar la calidad de la intervención.

Evidentemente existen diversos factores que afectan la duración total de la reparación. Entre ellos se cuentan:

- Factores asociados al diseño:
  - complejidad del equipo;
  - manejabilidad de los componentes (peso, dimensiones, accesibilidad, herramientas necesarias,...);

- facilidad de desmontaje y montaje
- Factores asociados al recurso humano:
  - capacitación;
  - dirección;
  - disponibilidad;
- Factores asociados a la organización;
  - eficiencia de la bodega;
  - logística de la instalaciones y servicios
  - grado de centralización de las tareas;
  - disponibilidad de documentación: planos, standards, etc.

En vista del gran número de factores que afectan el tiempo total de intervención, es conveniente definir *mantenibilidad*  $M(t)$  como la probabilidad de que la intervención se realice en un intervalo de duración  $t$ , luego

$$M(t) = \int_0^t f(t)dt$$

donde  $f(t)$  es la función densidad de probabilidad para el tiempo de reparación  $TTR$ . En forma similar a la confiabilidad, el valor esperado o *Mean Time To Repair* se calcula como:

$$MTTR = \int_0^{\infty} tf(t)dt$$

Para representar a la mantenibilidad podemos usar las mismas distribuciones empleadas para la confiabilidad. Una muy usada es la log-normal; ello se justifica pues el  $TTR$  se puede modelar en muchos casos como la suma de una distribución exponencial con otra normal. Tal suma es bien representada por una distribución lognormal[2].

### 9.9.3. Tiempo para detección

El tiempo de detección se define como la duración entre el instante en que el equipo falla hasta en instante en que la falla es detectada. Hay componentes cuyas fallas no son detectadas inmediatamente; por ejemplo, una bomba en standby puede fallar estando en su fase standby y por tanto la falla no será detectada hasta la próxima inspección.

Considérese un componente cuya falla es detectada solo durante la mantenimiento preventivo. Sea el intervalo de este tipo de mantenimiento  $T_{mp}$ . En este caso el tiempo de detección es estimado en  $T_{mp}/2$ ; este valor es aceptable en el análisis de confiabilidad si:

$$T_{mp} \leq \frac{MTBF}{10}$$

## 9.10. $MTBF$ y $MTTF$

El tiempo medio para falla ( $MTTF$  por sus siglas en inglés) se define como es el tiempo esperado en el cual el componente falla siendo que está nuevo o como nuevo en  $t = 0$ . De su definición:

$$MTBF = MTTF + MTTR$$

Comp. A	T	TTR
falla 1	40.1	1.5
falla 2	83	0.8
Comp. B	T	TTR
falla 1	41.4	1.3
Comp. C	T	TTR
falla 1	40.6	1.1
falla 2	82	1.5
TTR	time to repair	
T	tiempo inicio falla	
Horizonte	100	
unidades	horas	

Figura 9.1: Historial

### 9.11. Tasa de reparación

**Definición 4** La tasa de reparación  $\lambda_m(t)$ , se define como la probabilidad por unidad de tiempo de que el componente sea reparado en el tiempo  $t$  siendo que el componente ha fallado en  $t = 0$  y no ha sido reparado en  $[0, t)$ .

**Ejemplo 17** En figura 9.1 se muestra el historial de fallas de 3 componentes en un período de estudio de 100 días. Los tres componentes estaban "como nuevos" en el instante  $t = 0$ . Calcule el MTTF, MTTR y la tasa de reparación.

**Solución 5** En este caso,

$$MTTF = \frac{40,1 + (83 - 40,1 - 1,5) + 41,4 + 40,6 + (82 - 40,6 - 1,5)}{5} = 40,76$$

El MTTR se obtiene a partir de:

$$MTTR = \frac{1,5 + 0,8 + 1,3 + 1,1 + 1,5}{5} = 1,24 \text{ horas}$$

La tasa de reparación  $\lambda_m$  es calculada a partir de su definición (4). Supóngase que se toma un intervalo de tiempo  $dt = 0,25$  horas. Si  $t$  en este caso se inicia al comenzar la reparación, en  $t = 0,75$  ninguno de los 5 componentes está reparado (ver figura 9.2). En  $[0,75,1)$  ya se ha reparado 1 luego:

$$\lambda_m(0,75) = \frac{1/5}{0,25} = 0,8$$

En  $t = 1$  quedan 4 por reparar y en  $[1,1.25)$  se repara 1

$$\lambda_m(1) = \frac{1/4}{0,25} = 1$$

En  $t = 1,25$  quedan 3 por reparar y en  $[1.25,1.5)$  se repara 1

$$\lambda_m(1,5) = \frac{1/3}{,25} = 1,33$$

En  $t = 1,5$  quedan 2 por reparar y en  $[1.5,1.75)$  se reparan ambos

$$\lambda_m(1,75) = \frac{2/2}{,25} = 4$$

Siguiendo para varios valores, se construye la curva '+' en figura 9.11. Si se cambia  $dt = 0,5$  se construye la curva 'o'.

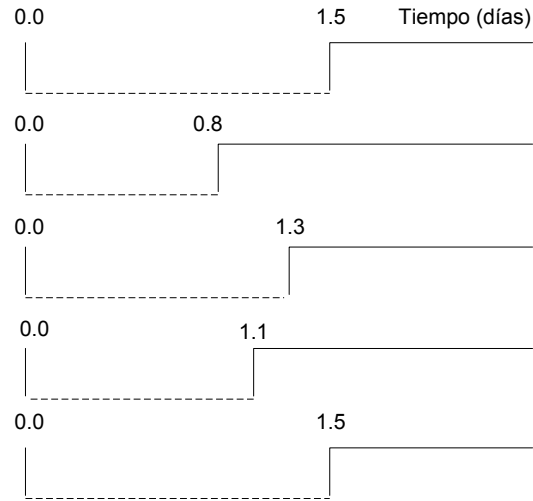


Figura 9.2: Status operacional medido desde el inicio de la reparación, para las 5 instancias estudiadas

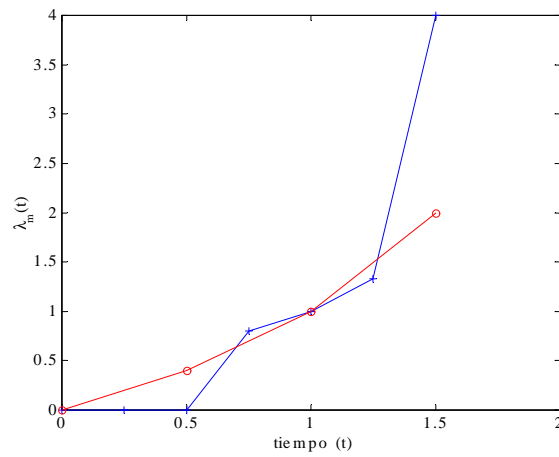


Figura 9.3: Estimación de  $\lambda_m(t)$

**Observación 27** *Nótese que las estimaciones para  $\lambda_m(t)$  difieren de manera importante. Para definir un valor aceptable se debe buscar la convergencia de las curvas entre 2 valores  $dt$  de prueba. Si la convergencia aún no se logra se sigue bajando el valor. En el ejemplo anterior se podría evaluar con  $dt = 0,125$*

## 9.12. Efecto de las condiciones ambientales y de operación

La tasa de falla es una función sensible a las condiciones de operación. Por ejemplo la tasa de falla de una correa de ventilador puede depender de la velocidad del mismo. Cuando se usan las tasas de falla para el análisis de confiabilidad se debe tener cuidado en usar datos obtenidos para condiciones similares (si no idénticas) ambientales y de operación.

**Ejemplo 18** *Un componente que opera  $t_1$  horas bajo condiciones correspondientes a la tasa de falla  $\lambda_1$  y luego  $t_2$  horas con las condiciones correspondientes a la tasa de falla  $\lambda_2$ , etc. La confiabilidad del componente para  $t = \sum t_i$ :*

$$R(t) = e^{-\sum \lambda_i t_i} \quad (9.3)$$

**Ejemplo 19** *La tasa de fallas de un equipo stand-by no es la misma del equipo en operación. Conociendo los parámetros, la ecuación 9.3 es válida.*

## 9.13. Comentarios finales

Hemos presentado varios de los conceptos asociados al análisis de confiabilidad. En los próximos capítulos continuaremos viendo metodologías para estimar los parámetros que caractericen la ocurrencia de las fallas en el tiempo; también haremos un estudio respecto de otras variables que afectan la confiabilidad; entre ellas: las condiciones de operación; las condiciones ambientales; la ocurrencia de eventos puntuales.

# Bibliografía

- [1] C.R. Sundararajan. *Guide to Reliability Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [2] Baldin, A., Furlanetto, L., Roversi, A., Turco, F., *Manual de Mantenimiento de Instalaciones Industriales*, Editorial Gustavo Gili, S.A., Barcelona, 1982.
- [3] P. Lyonnet. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [\[bajar\]](#)
- [4] Kaffel, H., *La maintenance distribuee: concept, evaluation et mise en oeuvre*, Ph.D. Thesis, Universite Laval, Quebec, Canada, 2001. [\[bajar\]](#)
- [5] Labib, A.W., *World-class maintenance using a computerised maintenance management system*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 4(1), 66-75, 1998. [\[bajar\]](#)



## Capítulo 10

# Distribuciones estadísticas

Quizá la nube sea  
no menos vana  
que el hombre que la mira en la mañana  
*Jorge Luis Borges*

### 10.1. Introducción

En este capítulo presentamos brevemente varios tipos de distribución utilizados en análisis de confiabilidad. Si usted está familiarizado con conceptos tales como densidad de probabilidad, probabilidad acumulada o valor esperado puede pasar al capítulo siguiente.

Las distribuciones se pueden clasificar según describan eventos discretos (número de fallas..) o continuos (medidas de cantidades físicas tales como la masa, ...)

### 10.2. Distribución de Poisson

Esta ley describe el **número de ocurrencias** de eventos aleatorios. Si el promedio de eventos en un intervalo de tiempo  $T$  es conocido,

$$m = \bar{\lambda}T$$

la ley entrega la probabilidad de que  $k$  eventos ocurran en el intervalo. Está descrita por:

$$P(x = k) = e^{-m} \frac{m^k}{k!}$$

donde  $m = E(x) = \sigma^2(x)$  (notése la igualdad entre la media y la varianza).

De lo anterior,

$$P(x \leq k) = \sum_{j=1}^k e^{-m} \frac{m^j}{j!}$$

**Ejemplo 20** *Cual es la probabilidad de que una máquina no falle durante un día si en promedio se producen 10 fallas en una semana laboral (5 días)?*

$$m = 10/5 = 2$$

$$P(x = 0) = e^{-2} \frac{2^0}{0!} = 0,135$$

### 10.3. Distribución geométrica

La distribución geométrica, tal como la de Poisson, es discreta y existe solo para valores enteros no negativos. Es útil para modelar el número de ensayos exitosos consecutivos al realizar ensayos independientes de un sistema.

$$\begin{aligned} f(x) &= pq^x \\ &\quad x \text{ entero, no negativo} \\ q &= 1 - p \end{aligned}$$

y

$$F(x) = \sum_{i=0}^x pq^i$$

El valor medio de la distribución es:

$$E(x) = \frac{q}{p}$$

$p$  corresponde a la probabilidad de éxito en un ensayo.

**Ejemplo 21** *La probabilidad de que un motor de partida de 5 años falle al tratar de prenderlo es de 0.03. Cual es la probabilidad de que prenda 25 veces consecutivas sin fallar?*

$$\begin{aligned} p &= 0,03 \\ F(25) &= 1 - \sum_{i=0}^{25} 0,03 \times 0,97^i \\ &= 0,453 \end{aligned}$$

### 10.4. Distribución Gaussiana

la densidad de probabilidad está dada por:

$$f(t) = \phi(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$$

donde  $\mu$  y  $\sigma^2$  corresponden a la media y la varianza respectivamente. Por tanto:

$$F(t) = \Phi(t) = \int_{-\infty}^t \phi(\tau) d\tau$$

La distribución normal no es la distribución más adecuada para análisis de confiabilidad pues su variable ordenada está en el rango  $(-\infty, \infty)$ . Sin embargo, para valores usuales, la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores negativos es despreciable.

**Observación 28** *Notése que no hay restricciones en el valor de  $x$ .*

**Observación 29**  *$F(x)$  debe ser evaluado numéricamente o usando tablas que consideran el cambio de variable  $u = \frac{x-\mu}{\sigma}$ .*

**Observación 30** *Debido a la simetría  $F(-u) = 1 - F(u)$*

**Ejemplo 22** *Los valores permisibles para una resistencia están en el rango  $[420, 720]$  horas. Si la media es de 600 y la desviación standard es de 120, cual es la probabilidad de que una resistencia esté en ese*

x	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670

Figura 10.1: Distribución normal

rango?

$$m = 600$$

$$\sigma = 120$$

$$u_1 = \frac{420 - 600}{120} = -1,5$$

$$u_2 = \frac{720 - 600}{120} = 1$$

De tablas

$$F(1) = 0,8413$$

$$F(-1,5) = 1 - F(1,5) = 1 - 0,9332 = ,0668$$

Entonces,

$$P(420 \leq x \leq 720) = ,8413 - ,0668 = 0,7745$$

o en Maple:

```
>simplify(int(1/sqrt(2*pi)*exp(-u^2/2),u=-1..1.5));
```

La tasa de fallas  $\lambda(t)$  no puede ser escrita en forma explícita para la distribución normal, pero puede ser evaluada numéricamente con:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\phi(t)}{1 - \Phi(t)}$$

Se puede demostrar que la tasa de fallas es una función creciente como puede observarse en la figura 10.2. En consecuencia, la distribución normal es usada cuando hay fenómenos de desgaste.

(Zelen y Severo, 1964)[2] proponen la siguiente aproximación polinomial para  $\Phi(t)$ :

$$\Phi(t) \approx 1 - \frac{1}{2} \left( 1 + 0,196854t + 0,115194t^2 + 0,000344t^3 + 0,019527t^4 \right)^{-4}$$

$$t \geq 0$$

cuyo error es menor que  $2.5 \cdot 10^{-4}$ .

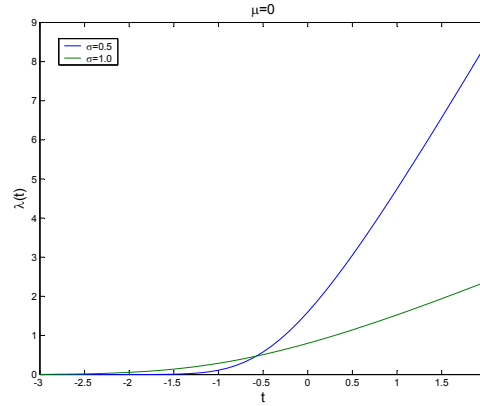


Figura 10.2: Tasa de fallas para la distribución normal

## 10.5. Distribución exponencial

Tal como la ley de Poisson, esta distribución describe la probabilidad de un número dado de eventos en un intervalo. La función de densidad de probabilidad es:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ para } t \geq 0$$

con  $E(t) = 1/\lambda$ ,  $\sigma^2 = 1/\lambda^2$ . Y:

$$F(t) = P(t \leq t_0) = \int_0^{t_0} f(t) dt = 1 - e^{-\lambda t}$$

En aplicaciones de fiabilidad,  $\lambda$  es la tasa de ocurrencia de fallas por unidad de tiempo y  $1/\lambda$  corresponde al tiempo medio entre fallas (MTBF).

**Ejemplo 23** La tasa media de falla de un cierto componente es de una falla cada 10000 h; cual es la probabilidad de que falle entre las 200 y 300 horas de operación?

$$F(300) - F(200) = e^{-0,002} - e^{-0,003} = ,001$$

Este tipo de distribución es muy usada en análisis de confiabilidad por 2 razones:

- Los cálculos se simplifican bastante en comparación con otros tipos de población;
- se trata de una distribución típica de sistemas donde los fenómenos son puramente casuales; esos es, donde las causas de las fallas son exclusivamente accidentales y su aparición es independiente de la edad del equipo.

Lo anterior se expresa en jerga estadística diciendo que el equipo *no tiene memoria*; vale decir, su comportamiento es independiente de su historia anterior.

En general, cuando un elemento cumple una cierta edad, la tasa de fallas empieza a crecer rápidamente (desgaste). Para evitar lo anterior (el incremento de costo de fallas), se deben acrecentar los esfuerzos en mantenimiento preventivo, disminuyendo los plazos entre intervenciones preventivas y/o inspecciones. Para ver el efecto de tales medidas, veamos como son afectadas las curvas de tasas de falla y confiabilidad. En figura 10.3, se observa como un mantenimiento programado con un intervalo  $T_p$  (de modo que la confiabilidad se mantenga sobre un nivel basal  $R_0$ ) logra mantener la tasa de fallas constante durante un largo periodo de tiempo. Luego, la distribución exponencial se adapta bien para este sistema, para estas condiciones de mantención.

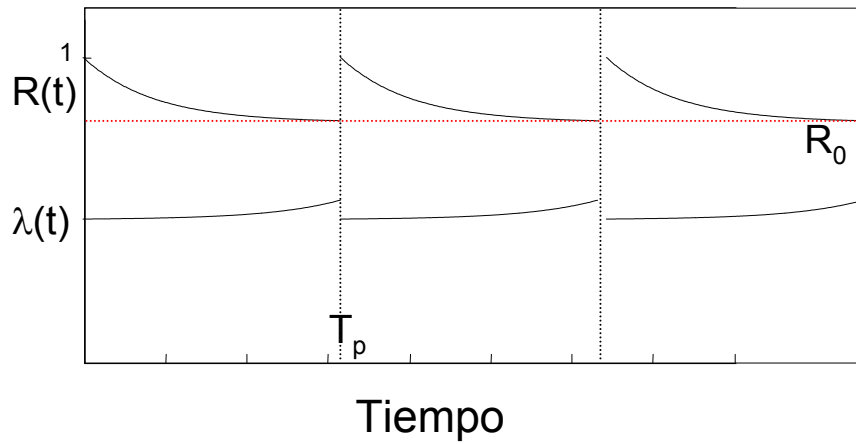


Figura 10.3: Tasa de fallas cuasi-constante

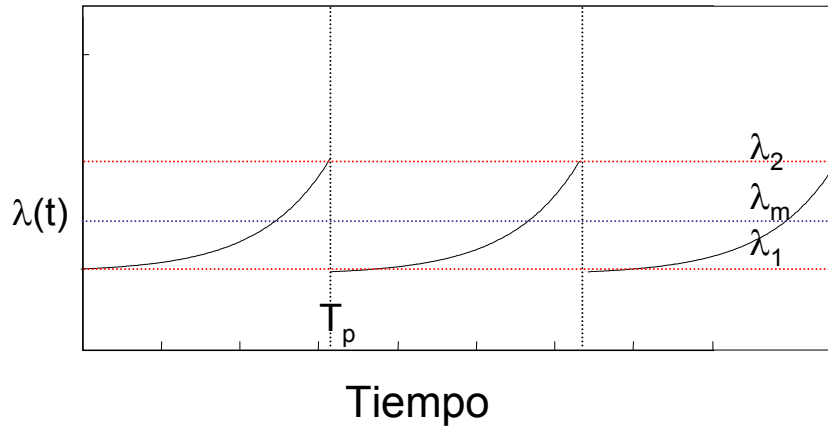


Figura 10.4: Tasa de fallas creciente

Consideremos a continuación la situación mostrada en figura 10.4. En este caso la tasa de fallas oscila entre los valores  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ . Como una primera aproximación y a fin de simplificar los cálculos, podemos considerar el valor promedio para los cálculos de confiabilidad:

$$\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$$

Otro caso en el que se puede considerar una tasa de fallas constante considera un sistema complejo con varios componentes y modos de fallas asociados. Si los componentes poseen tasas de fallas constante, la tasa de fallas *compuesta* del equipo también será constante. Ello también puede considerarse así cuando ellas son variables en el tiempo, como se ilustra en figura 10.5 y según la fórmula:

$$\lambda(t) = \sum_i \lambda_i(t)$$

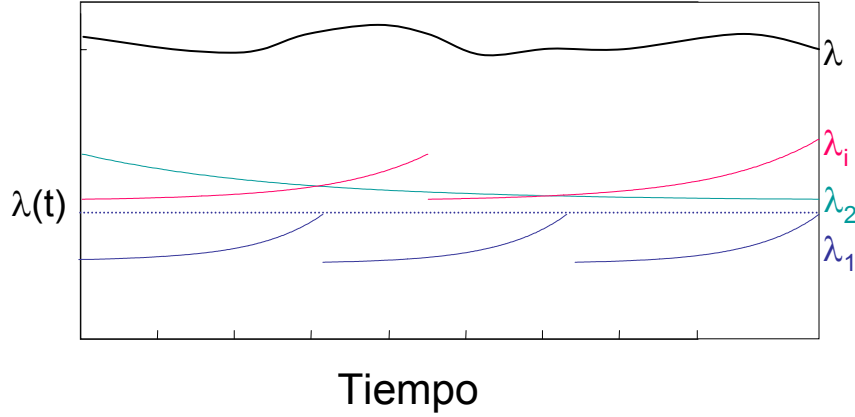


Figura 10.5: Tasa de fallas compuesta

## 10.6. Distribución de Weibull

Esta distribución es usada en estudios de confiabilidad, especialmente de sistemas mecánicos. Tiene la ventaja de ser muy flexible, y adaptable a una variedad de observaciones experimentales.

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta}$$

donde

- $t - \gamma \geq 0$ ;
- $\beta$  es el parámetro de forma;
- $\eta$  es el parámetro de escala;
- $\gamma$  es el parámetro de localización.

$$\begin{aligned} F(t) &= 1 - e^{-\left( \frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta} \\ E(t) &= \gamma + \eta \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \\ \sigma^2 &= \eta^2 \left[ \Gamma \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \right] \end{aligned}$$

La función Gamma  $\Gamma$  está definida por

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty y^{t-1} e^{-y} dy$$

Para  $t > 0$  cumple

$$\Gamma(t) = (t - 1) \Gamma(t - 1)$$

## 10.7. Comentarios finales

Existe una variedad de posibles distribuciones a ser utilizadas en análisis de confiabilidad. Las de uso más frecuente son: Weibull, exponencial, normal.

# Bibliografía

- [1] P. Lyonnet., *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991.
- [2] M. Zelen and N.C. Severo, *Probability functions*, in: Handbook of Mathematical Functions, eds. M. Abramowitz and I.A. Stegun, Applied Mathematics Series 55, U.S. Department of Commerce, 925–995, 1964.



# Capítulo 11

## Modelos básicos de confiabilidad

### 11.1. Introducción

Las máquinas y sus componentes fallan inevitablemente en algún momento. Uno de los desafíos importantes de la ingeniería de la confiabilidad es predecir *cundo* ocurrirá la falla. Para ello, aprovechamos los datos históricos del mismo equipo o de otros equipos similares, operando en circunstancias similares.

Aunque algunas fallas de componentes pueden ser bien modeladas por la distribución normal, ella es muy restrictiva para la mayoría de las circunstancias que aparecen en mantención. Por ejemplo, ella es simétrica respecto de la media y los tiempos de falla en general muestran una distribución no simétrica. Lo último es fácilmente representado en una distribución de Weibull.

La figura (11.1) representa la tasa de falla a medida que el equipo envejece en función del parámetro  $\beta$  de la distribución de Weibull. Si  $\beta$  es mayor que 1, la tasa de fallas se incrementa en el tiempo y se debe identificar en que punto es económicamente conveniente el reemplazo. Para hacer eso, se combina la curva de confiabilidad (figura 11.2) con los costos asociados a reemplazo y reparación (como veremos en los capítulos §23, 24).

Si la tasa de fallas es constante ( $\beta = 1$ ), la distribución exponencial es más simple de evaluar.

Si la tasa de fallas es decreciente ( $\beta < 1$ ) es (en general) más conveniente esperar a que el componente falle.

Es importante observar que en los modelos de confiabilidad que se presentan a continuación se considera que tras cada falla (con su reparación o reemplazo correspondiente) o tras cada intervención preventiva, el equipo vuelve a tener máxima confiabilidad y se considera *como nuevo*. Luego, la *edad* del equipo ( $t$ ) vuelve a correr desde 0.

### 11.2. Ejemplos de uso del análisis de confiabilidad

1. Se detecta que un componente ha fallado varias veces en un intervalo dado,
  - Se establece el número esperado de fallas durante el próximo intervalo para fijar el tamaño de las cuadrillas;
  - Se establece un programa óptimo de los repuestos requeridos para las reparaciones pronosticadas,
2. Estimar plazos óptimos entre overhauls para minimizar el costo global esperado;
3. Estimar redundancia óptima de equipos en una línea con componentes *cuello de botella*;
4. Corregir plazos entre intervenciones preventivas propuestas por el fabricante en función de las condiciones de operación y mantención locales;
5. Estimar períodos óptimos para reemplazo de equipos;

6. Determinar instantes óptimos para intervenciones preventivas conociendo el valor de los datos de condición del equipo.

### 11.3. Distribución exponencial

La distribución exponencial se aplica cuando la tasa de fallas es constante y tiene la ventaja de ser muy simple de aplicar. En la vida real, los componentes electrónicos tienen una tasa de falla constante  $\lambda(t) = \lambda$ , por lo que:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda du} = e^{-\lambda t}$$

y usando la ecuación 9.2:

$$MTBF = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

**Ejemplo 24** Si  $\lambda = 2E - 6$  fallas/hora, a las 500 horas:

$$R(500) = e^{-2E-6 \cdot 500} = 0,999$$

$$MTBF = \frac{1}{2E-6} = 50000 \text{ horas}$$

### 11.4. Modelo de Weibull

Entre las ventajas del modelo de Weibull sobre otros se cuentan:

- su flexibilidad
- otros modelos son casos especiales (exponencial, normal,...);
- el pequeño tamaño de la muestra necesaria para convergir a parámetros precisos.

Existen varios clases de modelos de Weibull:

- de dos parámetros;
- de tres parámetros (vista a continuación);
- de cinco parámetros (Bi-Weibull).

$$R(t) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} & t > \gamma \\ 1 & - \end{cases} \quad (11.1)$$

$$\begin{aligned} F(t) &= 1 - R(t) \\ &= \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} & t > \gamma \\ 0 & - \end{cases} \end{aligned} \quad (11.2)$$

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} & t > \gamma \\ 0 & - \end{cases}$$

$\beta$  es el parámetro de forma (adimensional);

$\eta$  es el parámetro de escala o tiempo característico (en unidades de tiempo);

$\gamma$  es el parámetro de localización (en unidades de tiempo).

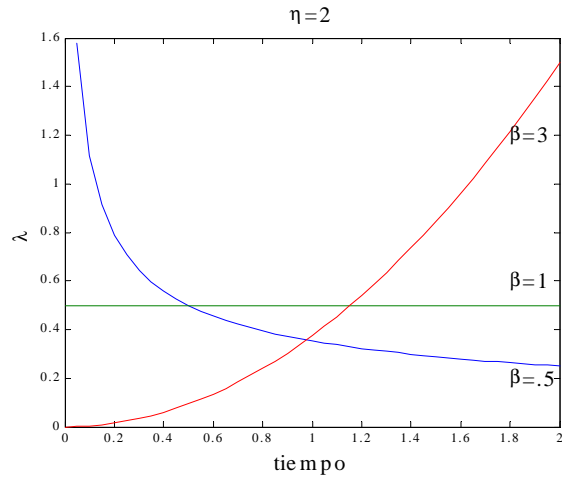


Figura 11.1: tasa de fallas según Weibull,  $\beta = 0,5, 1, 3, \eta = 2, \gamma = 0$

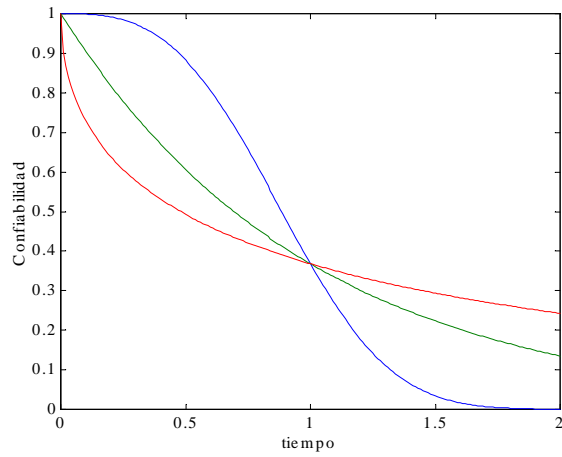


Figura 11.2: Confiabilidad en la distribución de Weibull,  $\beta = 0,5, 1, 3, \eta = 1, \gamma = 0$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (11.3)$$

$$= \begin{cases} \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} & t > \gamma \\ 0 & - \end{cases} \quad (11.4)$$

$$MTBF = \gamma + \eta \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (11.5)$$

El número esperado de fallas en un intervalo  $T$ ,

$$n(T) = \int_0^T \lambda(T) dt \quad (11.6)$$

$$= \begin{cases} \left( \frac{T-\gamma}{\eta} \right)^{\beta} & T > \gamma \\ 0 & - \end{cases} \quad (11.7)$$

**Observación 31** Para el caso  $\gamma = 0$ ,  $\beta = 1$  la ley de Weibull se reduce a la ley exponencial con parámetro  $\lambda = \frac{1}{\eta}$ . Para  $\beta > 3$  la ley converge hacia la distribución normal.

**Observación 32** El tiempo característico  $\eta$  representa la duración esperado en 63.2 % de los casos.

**Observación 33**  $\gamma$  positivo es la vida asegurada,  $\gamma$  negativo es el predesgaste del componente.

#### 11.4.1. Estimación de parámetros de Weibull

##### Método Gráfico, $\gamma = 0$

Para aplicar la ley se deben estimar los 3 parámetros. Para ello se utiliza el método gráfico **Allen Plait**. Se utiliza(ba) una hoja especial (papel Weibull) que usa las siguientes escalas

$$x = \ln t \quad (11.8)$$

$$y = \ln \ln \left[ \frac{1}{1 - F(t)} \right]. \quad (11.9)$$

$\gamma = 0$  es equivalente a que el origen del tiempo para la ley es el mismo que el de las observaciones (y al modelo de Weibull de 2 parámetros):

$$1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}}$$

por lo que:

$$\ln \ln \left[ \frac{1}{1 - F(t)} \right] = \beta \ln t - \beta \ln \eta$$

$$y = ax - b$$

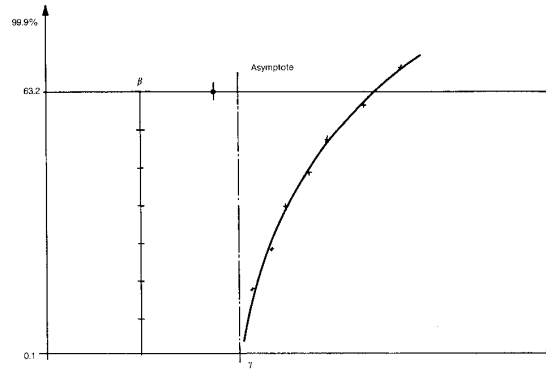
con  $y = \ln \ln \left[ \frac{1}{1 - F(t)} \right]$ ,  $a = \beta$ ,  $b = \beta \ln \eta$

Una distribución de Weibull con  $\gamma = 0$  traza una recta en un gráfico de Weibull. Al trazar tal recta se estiman los parámetros faltantes.

Cuando  $\gamma > 0$  los datos del gráfico de Weibull ya no mostraran una recta como en el caso anterior sino una curva con una asíntota vertical (ver figura 11.3). El corte de la asíntota con el eje del tiempo indica el valor de  $\gamma$ . Como el valor obtenido es estimado, el proceso se hace iterativamente corrigiendo la escala de tiempo de modo que

$$t^{(i+1)} = t^{(i)} - \gamma^{(i)}$$

**Observación 34** Si tras tres iteraciones no se divide una línea recta, la distribución no es Weibull.

Figura 11.3: Curva de Weibull para  $\gamma > 0$ 

Rango $i$	Vida (h)	$F(i)$ %
1	205	10
2	312	20
3	402	30
4	495	40
5	570	50
6	671	60
7	801	70
8	940	80
9	1150	90

Cuadro 11.1: Datos del problema

### Aplicación práctica

1. Obtener  $n$  observaciones de tiempos de vida o tiempos sin falla experimentalmente;
2. Estimar la función de densidad:

$$f(i) = \frac{1}{n+1}$$

3. Estimar la función de distribución con el método de rangos medianos <sup>1</sup> si la población es pequeña:

$$F(i) = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}$$

o por el método de rangos medios:

$$F(i) = \frac{i}{n+1}$$

4. Tabular datos  $(t_i, F(i))$ ;

**Ejemplo 25** Un grupo de rodamientos tuvieron las siguientes duraciones: 801 312 402 205 671 1150 940. Se desea conocer la confiabilidad para una vida de 600 horas y el MTBF.

Primero se reordenan en orden ascendente:

En *Matlab*:

<sup>1</sup>en este contexto, *rango* corresponde a la posición relativa de la falla con respecto a las demás. La primera falla en ocurrir tiene rango 1, la segunda falla, rango 2, etc.

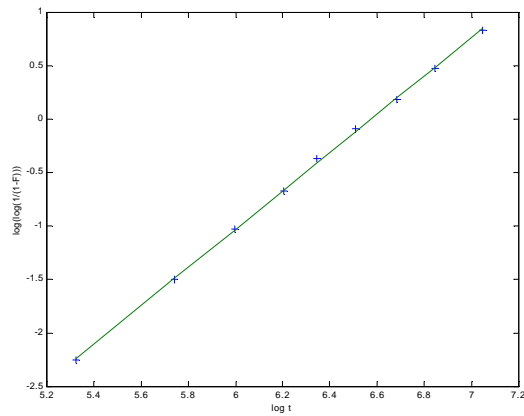


Figura 11.4:

```
>> t=[205 312 402 495 570 671 801 940 1150];
>> F=.1:.1:.9;
>> X=log(t);
>> Y=log(log(1./(1-F)));
>> P=polyfit(X,Y,1);
>> beta=P(1)
```

```
beta =
```

```
1.7918
```

```
>> eta=exp(P(2)/(-P(1)))
```

```
eta =
```

```
715.9655
```

```
>> Y2=polyval(P,X);
>> plot(X,Y,'+',X,Y2)
>> xlabel('log t')
>> ylabel('log(log(1/(1-F)))')
```

$$MTBF = \eta \Gamma(1 + 1/\beta) = 716 \cdot \Gamma(1 + 1/1.79) = 636,9 \text{ horas}$$

En Maple:

```
>MTBF=716*GAMMA(1+1/1.79)
```

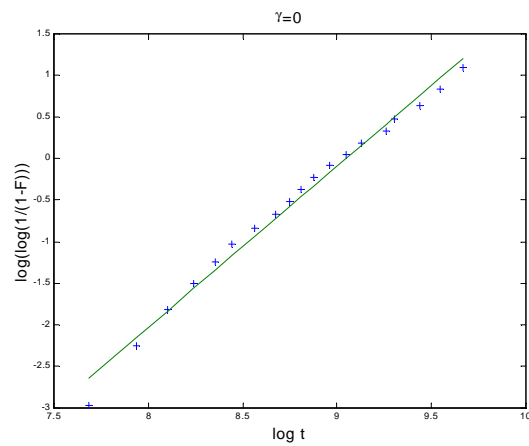
**Ejemplo 26** Estime los parámetros del modelo de Weibull si se han observado las vidas de componentes mostradas en la tabla 11.2.

**Ejercicio 2** Los siguientes tiempos de operación libre de fallas se registran: 150, 700, 1000, 1400, 1600, 2000, 2150, 2350, 2500, 2650, 2750, 2950, 3050, 3150:100:3450, 3600:100:5000, 5200:200:5600, 5700, 6000, 6200, 6600 Estime los parámetros de Weibull, el MTBF y la confiabilidad para  $t = MTBF$ .

**Ejemplo 27** Un ejemplo de aplicación en la industria minera se puede encontrar en referencia [186].

$i$	$Vida$	$F(i)(\%)$
1	2175	5
2	2800	10
3	3300	15
4	3800	20
5	4250	25
6	4650	30
7	5250	35
8	5840	40
9	6300	45
10	6700	50
11	7150	55
12	7800	60
13	8500	65
14	9200	70
15	10500	75
16	11000	80
17	12600	85
18	14000	90
19	15800	95

Cuadro 11.2: Datos del ejercicio

Figura 11.5: Ajuste de Weibull para  $\gamma = 0$ , norma del residuo 0.49,  $\beta = 1,94$ ,  $\eta = 8499$

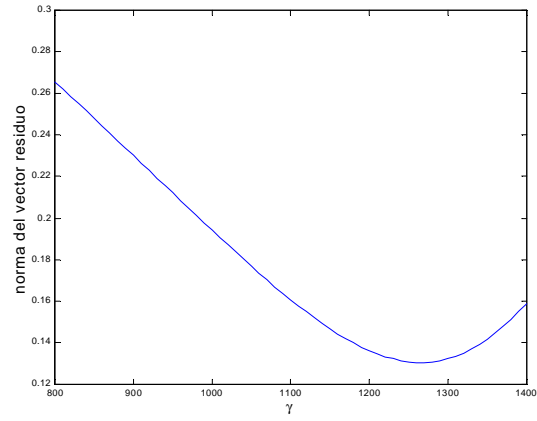


Figura 11.6: Estudio de sensibilidad

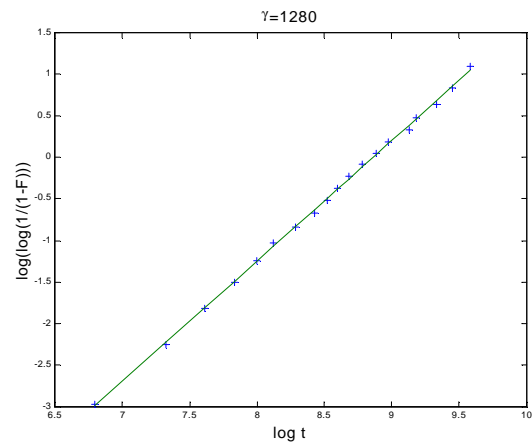


Figura 11.7: Ajuste de Weibull para  $\gamma = 1280$ , normal del residuo 0.13,  $\beta = 1,45$ ,  $\eta = 7053$

### 11.4.2. Uso del modelo de Weibull

Un estudio para establecer los parámetros de Weibull nos permite estimar una expresión de su tasa de fallas y de su función de confiabilidad. Esta última permite establecer tiempos entre inspecciones al fijar niveles basales de confiabilidad. El valor de  $\beta$  nos muestra en que parte de la curva de la bañera se encuentra el equipo para un modo de falla dado. Si  $\beta < 1$  puede ser rentable reducir el programa preventivo. En caso contrario, probablemente es más rentable crear o aumentar tal programa.

**Ejemplo 28** <sup>2</sup>Un estudio de confiabilidad ha entregado la siguiente función;

$$R = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < t < t_0 \\ e^{-\kappa(t-t_0)^{\alpha+1}} & t > t_0 \end{cases}$$

donde  $\alpha, \kappa, t_0$  son constantes y  $[0, t)$  es el período transcurrido desde la última intervención. Exprese la tasa de fallas en función del tiempo. Se reconoce una distribución de Weibull por el término  $t^{\alpha-1}$ . Se tiene:

$$\begin{aligned} R(t) &= \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < t < \gamma \\ e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} & t > \gamma \end{cases} \\ \lambda(t) &= \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \end{aligned} \quad (11.10)$$

Reconociendo términos:

$$\begin{aligned} t_0 &= \gamma \\ \alpha + 1 &= \beta \\ \frac{1}{\kappa^{-\frac{1}{\alpha+1}}} &= \eta \end{aligned}$$

Usando (20.13),

$$\lambda(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < t < t_0 \\ \kappa(\alpha+1)(t-t_0)^\alpha & t > t_0 \end{cases} \quad (11.11)$$

Cuando  $\alpha = 0$ , se tiene una distribución exponencial con vida asegurada  $t_0$ .

## 11.5. Tasa de fallas con crecimiento exponencial

Consideremos la tasa de fallas descrita por la ley:

$$\lambda(t) = e^{\alpha_0 + \alpha_1 t} \quad (11.12)$$

Aprovechando la identidad[3]:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$$

luego,

$$\int_0^t \lambda(\tau) d\tau = -\frac{e^{\alpha_0} - e^{\alpha_0 + \alpha_1 t}}{e^{\alpha_1}} = -\frac{e^{\alpha_0} (1 - e^{\alpha_1 t})}{e^{\alpha_1}}$$

y obtenemos,

$$R(t) = e^{\frac{e^{\alpha_0} (1 - e^{\alpha_1 t})}{e^{\alpha_1}}}$$

y aprovechando,

$$\begin{aligned} f(t) &= \lambda(t)R(t) \\ &= e^{\alpha_0 + \alpha_1 t + \frac{e^{\alpha_0} (1 - e^{\alpha_1 t})}{e^{\alpha_1}}} \end{aligned}$$

---

<sup>2</sup>control 2, semestre 2004-I

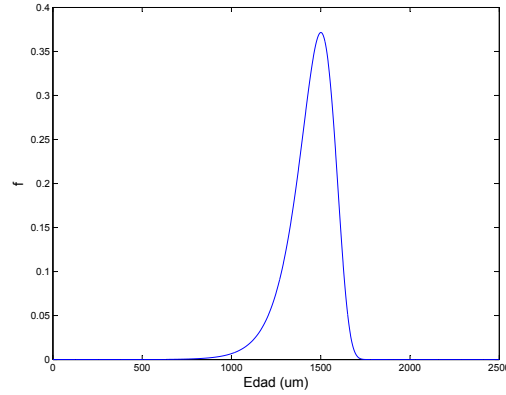


Figura 11.8: Tasa de fallas con crecimiento exponencial

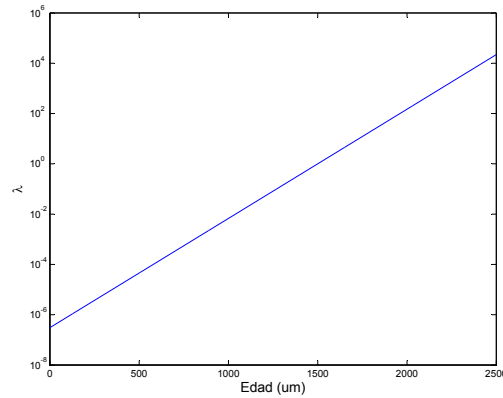


Figura 11.9: Tasa de fallas con crecimiento exponencial

**Ejemplo 29** Consideremos los parámetros,

$$\alpha_0 = -15$$

$$\alpha_1 = 0,01 \text{ } \mu\text{m}^{-1}$$

Las figuras (11.8-11.11) muestran los resultados.

## 11.6. Verificación de modelos

Para derivar la ley que describe la confiabilidad de los equipos, tomamos un conjunto de observaciones y proponemos la hipótesis de que ellas obedecen alguna ley en particular (log-normal, exponencial, Weibull,...). Luego obtenemos los parámetros asociados a tal ley.

La calidad del proceso anterior debe ser verificada. Para ello primero aceptamos que al imponer una ley dada se incurre en algún error, pero queremos que el riesgo de que ello ocurra sea menor: definimos como medida el *nivel de confianza*  $\alpha$ , en otras palabras, la probabilidad de que el modelo sea erróneo.

### 11.6.1. Test $\chi^2$

Para usar este test se debe disponer de al menos  $n = 50$  observaciones. Si es el caso se sigue el siguiente proceso:

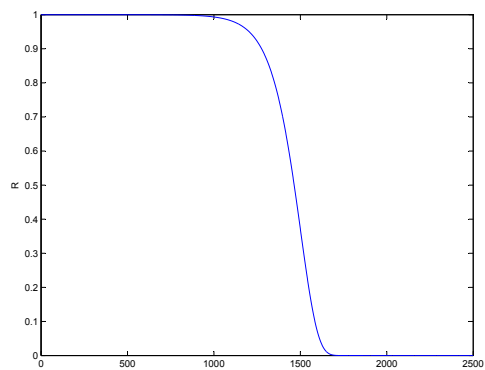


Figura 11.10: Tasa de fallas con crecimiento exponencial

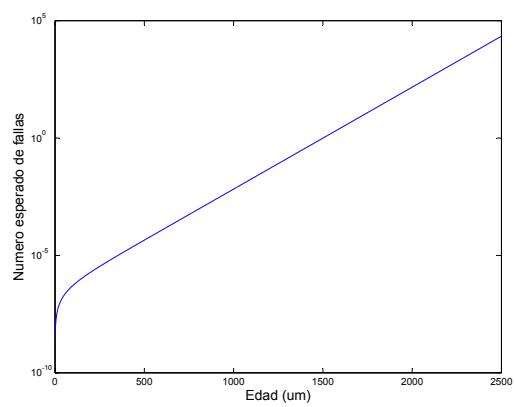


Figura 11.11: Tasa de fallas con crecimiento exponencial

1. Se agrupan las observaciones. Debe haber al menos 5 observaciones en cada grupo. Los intervalos para definir los grupos no son necesariamente de la misma longitud.
2. El test se basa en las diferencias entre el número de observaciones en cada grupo y el número que es predicho por la ley seleccionada. El criterio se define por la cantidad:

$$E = \sum_{i=1}^r \frac{(n_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$$

donde:

$r$  es el número de grupos

$n_i$  es el número de observaciones en el  $i$ -ésimo grupo

$n$  es el número total de observaciones ( $n = \sum_i n_i$ )

$p_i$  probabilidad, de acuerdo a la ley, de que una observación pertenezca al  $i$ -ésimo grupo

**Observación 35**  $n \cdot p_i$  es el número de observaciones exceptuadas del  $i$ -ésimo grupo, según la ley propuesta.

$E$  tiene una distribución  $\chi^2$  con  $v$  grados de libertad:

$$v = r - k - 1$$

donde:

$k = 1$  para la ley exponencial,

$k = 2$  para la ley normal,

$k = 3$  para la ley de Weibull

Se tiene entonces que:

$$P(E \geq \chi_{v,1-\alpha}^2) = 1 - \alpha$$

y la hipótesis de que las observaciones siguen la ley propuesta es rechazada si

$$E > \chi_{v,1-\alpha}^2$$

**Ejemplo 30** Supóngase que para un grupo de equipos similares se han observado los siguientes TBF: Hicimos

$i$	TBF (horas)	$n_i$
1	0-500	7
2	500-1000	8
3	1000-1500	9
4	1500-2000	10
5	2000-2500	12
6	2500-3000	8
$\Sigma$		<b>54</b>

Cuadro 11.3: Grupos definidos para el test

la hipótesis de que la confiabilidad de los equipos sigue una ley exponencial. El ajuste dio una tasa de fallas  $\lambda = 1/1600$  fallas/hora. Se desea realizar un test con nivel de confianza  $\alpha = 0,05$ . De acuerdo a la ley propuesta,

$$R(t) = e^{-\frac{t}{1600}}$$

La probabilidad de que una observación caiga en los grupos definidos en la tabla 11.3 es

$$p_i = R(t_i) - R(t_{i+1})$$

Según las observaciones

$$n = 54$$

$i$	TBF (horas)	$n_i$	$p_i$	$n \cdot p_i$	$n - n \cdot p_i$	$\frac{(n - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$
1	0-500	7	$e^{-\frac{500}{1600}} - 1$	14.5	-7.5	3.9
2	500-1000	8	$e^{-\frac{500}{1600}} - e^{-\frac{1000}{1600}}$	10.8	-2.6	0.6
3	1000-1500	9	$e^{-\frac{1000}{1600}} - e^{-\frac{1500}{1600}}$	7.8	1.2	0.2
4	1500-2000	10	$e^{-\frac{1500}{1600}} - e^{-\frac{2000}{1600}}$	5.7	4.3	3.2
5	2000-2500	12	$e^{-\frac{2000}{1600}} - e^{-\frac{2500}{1600}}$	4.2	7.8	14.5
6	2500-3000	8	$e^{-\frac{2500}{1600}} - e^{-\frac{3000}{1600}}$	3.0	5.0	8.3
<b>n = 54</b>						<b>E = 31,0</b>

Cuadro 11.4: Test de aceptación

$v \backslash \alpha$	0,995	0,990	0,975	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,025	0,010	0,005	0,001
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	0.06418	0.14847	0.45494	1.07420	1.64238	2.70554	3.84146	5.02390	6.63489	7.87940	10.82736
2	0.01002	0.02010	0.05064	0.10259	0.21072	0.44629	0.71335	1.38629	2.40794	3.21888	4.60518	5.99148	7.37778	9.21035	10.59553	13.81500
3	0.07172	0.11483	0.21579	0.35185	0.58438	1.00517	1.42365	2.36597	3.66487	4.64163	6.25139	7.81472	9.34840	11.34488	12.83807	16.26596
4	0.20698	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362	1.64878	2.19470	3.35669	4.87843	5.98862	7.77943	9.48773	11.14326	13.27670	14.86017	18.46623
5	0.41175	0.55430	0.83121	1.14548	1.61031	2.34253	2.99991	4.35146	6.06443	7.28927	9.23635	11.07048	12.83249	15.08632	16.74965	20.51465
6	0.67573	0.87208	1.23734	1.63538	2.20413	3.07009	3.82755	5.34812	7.23113	8.55806	10.64464	12.59158	14.44935	16.81187	18.54751	22.45746
7	0.98925	1.23903	1.68986	2.16735	2.83311	3.82232	4.67133	6.34581	8.38343	9.80325	12.01703	14.06713	16.01277	18.47532	20.27774	24.32130
8	1.34440	1.64651	2.17972	2.73263	3.48954	4.59357	5.52742	7.34412	9.52446	11.03009	13.36156	15.50731	17.53454	20.09016	21.95486	26.12393
9	1.73491	2.08789	2.70039	3.32512	4.16816	5.38006	6.39330	8.34283	10.55637	12.24214	14.68366	16.91896	19.02278	21.66605	23.58927	27.87673
10	2.15585	2.55820	3.24696	3.94030	4.86518	6.17908	7.26722	9.34182	11.78072	13.44196	15.98717	18.30703	20.48320	23.20929	25.18805	29.58789
11	2.60320	3.05350	3.81574	4.57481	5.57779	6.98867	8.14787	10.34100	12.89867	14.63142	17.27501	19.67515	21.92002	24.72502	26.75686	31.26351
12	3.07379	3.57055	4.40378	5.22603	6.30380	7.80733	9.03428	11.34032	14.01110	15.81199	18.54934	21.02606	23.33666	26.21696	28.29966	32.90923
13	3.56504	4.10690	5.00874	5.89186	7.04150	8.63386	9.92568	12.33975	15.11872	16.98479	19.81193	22.36203	24.73558	27.68818	29.81932	34.52737
14	4.07466	4.66042	5.62872	6.57063	7.78954	9.46733	10.82148	13.33927	16.22209	18.15077	21.06414	23.68478	26.11893	29.14116	31.31943	36.12387
15	4.60087	5.22936	6.26212	7.26093	8.54675	10.30696	11.72117	14.33886	17.32169	19.31065	22.30712	24.99580	27.48836	30.57795	32.80149	37.69777
16	5.14216	5.81220	6.90766	7.96164	9.31224	11.15212	12.62435	15.33850	18.41789	20.46507	23.54182	26.29622	28.84532	31.99986	34.26705	39.25178
17	5.69727	6.40774	7.56418	8.67175	10.08518	12.00226	13.53068	16.33818	19.51102	21.61456	24.76903	27.58710	30.19098	33.40872	35.71838	40.79111
18	6.26477	7.01490	8.23074	9.39045	10.86494	12.85695	14.43986	17.33790	20.60135	22.75955	25.98942	28.86932	31.52641	34.80524	37.15639	42.31195
19	6.84392	7.63270	8.90651	10.11701	11.65091	13.71579	15.35166	18.33765	21.68913	23.90042	27.20356	30.14351	32.85234	36.19077	38.58212	43.81936
20	7.43381	8.26037	9.59077	10.85080	12.44260	14.57844	16.26585	19.33743	22.77454	25.03750	28.41197	31.41042	34.16958	37.56627	39.99686	45.31422
21	8.03360	8.89717	10.28291	11.59132	13.23960	15.44461	17.18227	20.33723	23.85779	26.17109	29.61509	32.67056	35.47886	38.93223	41.40094	46.79627
22	8.64268	9.54249	10.98233	12.33801	14.04149	16.31404	18.10072	21.33704	24.93901	27.30145	30.81329	33.92446	36.78068	40.28945	42.79566	48.26762
23	9.26038	10.19569	11.68853	13.09051	14.84795	17.18650	19.02109	22.33688	26.01837	28.42879	32.00689	35.17246	38.07561	41.63833	44.18139	49.72764
24	9.88620	10.86535	12.40115	13.84842	15.65868	18.06180	19.94323	23.33673	27.09596	29.55332	33.19624	36.41503	39.36406	42.97978	45.55836	51.17897
25	10.51965	11.52395	13.11971	14.61140	16.47341	18.93975	20.86704	24.33658	28.17191	30.67520	34.38158	37.65249	40.64650	44.31401	46.92797	52.61874
26	11.16022	12.19818	13.84388	15.37916	17.29188	19.82019	21.79240	25.33646	29.24632	31.79461	35.56316	38.88513	41.92314	45.64164	48.28978	54.05114
27	11.80765	12.87847	14.57337	16.15139	18.11389	20.70298	22.71923	26.33634	30.31929	32.91168	36.74123	40.11327	43.19452	46.96284	49.64504	55.47508
28	12.46128	13.56467	15.30785	16.92788	18.93924	21.58797	23.64746	27.33623	31.39087	34.02657	37.91591	41.33715	44.46079	48.27817	50.99356	56.89176
29	13.12107	14.25641	16.04705	17.70838	19.76774	22.47505	24.57698	28.33613	32.46116	35.13937	39.08748	42.55695	45.72228	49.58783	52.33550	58.30064
30	13.78668	14.95346	16.79076	18.49267	20.59924	23.36411	25.50776	29.33603	33.53024	36.25018	40.25602	43.77295	46.97922	50.89218	53.67187	59.70221

Figura 11.12: Tabla del test

con los datos anteriores se construye la siguiente tabla: Se tiene que:

$$v = 6 - 1 - 1 = 4$$

La tabla  $\chi^2$  entrega

$$\chi_{4,0.95}^2 = 9.49$$

o en Matlab:

```
>>chi2inv(0.95,4)
```

```
ans = 9.4877
```

Dado que:

$$E > \chi_{4,0.95}^2$$

se rechaza la hipótesis de que la ley exponencial con  $\lambda = 1/1600$  represente las observaciones.

### 11.6.2. Test de Kolmogorov-Smirnov (KS)

El siguiente test se puede aplicar para cualquier número de observaciones  $n$ . Sin embargo, si  $n$  es grande es mejor agrupar las observaciones y usar el test  $\chi^2$ .

El test se basa en comparar la verdadera función de distribución con la dada por la ley propuesta; acá se usa los valores absolutos de las diferencias entre punto y punto.

Sea  $\mathcal{F}(t)$  la verdadera distribución y  $F(t)$  la distribución propuesta. La discrepancia para  $t_i$  es:

$$D_{n_i} = \mathcal{F}(t) - F(t)$$

$\mathcal{F}(t)$  puede ser estimado por el método de los rangos medios

$$\mathcal{F}(t) = \frac{i}{n+1}$$

Puede demostrarse que la distribución de  $D_n = \max(D_{n_i})$  depende solo de  $n$ ; y se puede escribir:

$$p\left(\max_i |\mathcal{F}(t) - F(t)| < D_{n,\alpha}\right) \leq 1 - \alpha$$

**Ejemplo 31** Un equipo tiene los siguientes tiempos entre fallas (en días): 23,16,56,71,4,25,51,30 Se puede asumir que la población sigue una distribución Gaussiana con media 34 y desviación standard 22, con  $\alpha = 5\%$ ? Para encontrar  $F(t)$  se puede normalizar e ir a la tabla de la distribución normalizada, por ejemplo:

$$p(t < 4) = p\left(\frac{4 - 34}{22}\right) = 0,086$$

En Excel =DISTR.NORM.ESTAND((4-34)/22)} Según la tabla

$t_i$	$F(t)$	$\mathcal{F}(t)$	$D_{n_i}$
4	0.086	0.091	0.025
16	0.200	0.209	0.022
23	0.308	0.309	0.025
25	0.345	0.345	0.099
30	0.425	0.425	0.127
51	0.779	0.779	0.112
56	0.841	0.841	0.063
71	0.955	0.955	0.065
<b>max</b>			<b>0,127</b>

Cuadro 11.5: Ejemplo test Kolmogorov-Smirnov

$$D_n = 0,127$$

El valor de  $D_{n,\alpha}$  para  $n = 8$ ,  $\alpha = 0,05$  es

$$D_{8,0,05} = 0,457$$

y se acepta la hipótesis.

**Ejemplo 32** Para el ejercicio 25 descrito anteriormente, Siendo que hay 9 observaciones y para  $\alpha = 0,05$

$$D_{9,0,05} = 0,432$$

y se acepta la hipótesis.

**Ejemplo 33** <sup>3</sup>El tiempo entre falla de un cierto componente ha sido registrado en la tabla 11.7.

1. Ajuste un modelo estadístico adecuado
2. Compruebe su modelo con un nivel de confianza de 5%.

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3	N	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
4	1	0,900	0,925	0,950	0,975	0,995
5	2	0,684	0,726	0,776	0,842	0,929
6	3	0,565	0,597	0,642	0,708	0,828
7	4	0,494	0,525	0,564	0,624	0,733
8	5	0,446	0,474	0,510	0,565	0,669
9						
10	6	0,410	0,436	0,470	0,521	0,618
11	7	0,381	0,405	0,438	0,486	0,577
12	8	0,358	0,381	0,411	0,457	0,543
13	9	0,339	0,360	0,388	0,432	0,514
14	10	0,322	0,342	0,368	0,410	0,490
15						
16	11	0,307	0,326	0,352	0,391	0,468
17	12	0,295	0,313	0,338	0,375	0,450
18	13	0,284	0,302	0,325	0,361	0,433
19	14	0,274	0,292	0,314	0,349	0,418
20	15	0,266	0,283	0,304	0,338	0,404
21						
22	16	0,258	0,274	0,295	0,328	0,392
23	17	0,250	0,266	0,286	0,318	0,381
24	18	0,244	0,259	0,278	0,309	0,371
25	19	0,237	0,252	0,272	0,301	0,363
26	20	0,231	0,246	0,264	0,294	0,356
27						
28	25	0,21	0,22	0,24	0,27	0,32
29	30	0,19	0,20	0,22	0,24	0,29
30	35	1,18	0,19	0,21	0,23	0,27
31						
32	>35	1,07	1,14	1,22	1,36	1,63
33		$\sqrt{N}$	$\sqrt{N}$	$\sqrt{N}$	$\sqrt{N}$	$\sqrt{N}$
34						

Figura 11.13: Distribución Kolmogorov-Smirnov

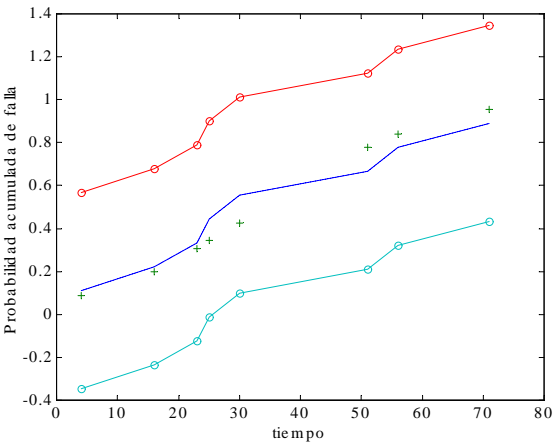


Figura 11.14: Test Kolmogorov-Smirnov

<i>i</i>	TBF(hrs)
1	24.5
2	35.5
3	38.5
4	39.5
5	42.5
6	57.5
7	62.5

Cuadro 11.6: Tiempo entre fallas

ti	Fhip	Freal	Di	Abs(Di)
205	0.10	0.10	0.001	0.001
312	0.20	0.20	0.002	0.002
402	0.30	0.30	-0.001	0.001
495	0.40	0.40	0.003	0.003
570	0.49	0.50	-0.014	0.014
671	0.59	0.60	-0.011	0.011
801	0.71	0.70	0.005	0.005
940	0.80	0.80	0.004	0.004
1150	0.90	0.90	0.003	0.003
			<b>max</b>	<b>0.014</b>

Figura 11.15: Test KS

$i$	TBF(hrs)	$\mathcal{F}$	$F_{\lambda=0,0232}$	
1	24.5	$\frac{1}{1000}$	$1 - e^{-0,0232 \cdot 24,5}$	-0,31
2	35.5		$1 - e^{-0,0232 \cdot 35,5}$	= -0,31
3	38.5		$1 - e^{-0,0232 \cdot 38,5}$	-0,21
4	39.5		$1 - e^{-0,0232 \cdot 39,5}$	-0.10
5	42.5		$1 - e^{-0,0232 \cdot 42,5}$	0.00
6	57.5		$1 - e^{-0,0232 \cdot 57,5}$	0.01
7	62.5		$1 - e^{-0,0232 \cdot 62,5}$	0.11
$D_n$				0.31

Cuadro 11.7: Tiempo entre fallas

3. Calcule MTBF
4. Puede utilizarse de manera válida la distribución exponencial? Justifique.

**Solución 6** El promedio de los TBF es 42.93. Si asumimos una distribución exponencial, la tasa de fallas es

$$\lambda = \frac{1}{42,93} = 0,0232 \text{ fallas/hora}$$

Para comprobar, realizaremos el test KS.y comprobamos en la tabla KS para  $D_{7,0,05}$

$$D_{7,0,05} = 0,486 > 0,31$$

por lo que se acepta la hipótesis.

**Ejemplo 34** <sup>4</sup> Los historiales de fallas de dos máquinas se muestra en tablas 11.8 y 11.9. Asuma una ley de distribución de Weibull,

1. Estime los parámetros
2. Calcule el MTBF
3. Realice un test de confianza para un nivel de confianza dado
4. Establezca plazos entre mantenciones preventivas para asegurar una confiabilidad de al menos 95 %.

<sup>3</sup>control 2 me57a , semestre II-2001

<sup>4</sup>examen 2002-I

Tiempo entre fallas (h)	Indice de la falla
400	1
140	2
300	3
220	4
440	5
530	6
620	7
710	8
850	9
1200	10
1000	11

Cuadro 11.8: Registro de la mquina 1

Tiempo entre fallas (h)	Indice de la falla
400	1
230	2
330	3
720	4
635	5

Cuadro 11.9: Registro de la máquina 2

**Solución 7** El listing Matlab para la máquina 1 se muestra a continuación:

```
>>t=sort([400 140 300 220 440 530 620 710 850 1200 1000])
>>F=[1:length(t)]/(length(t)+1)
>>X=log(t);
>>Y=log(log(1./(1-F)));
>>P=polyfit(X,Y,1);
>>beta=P(1)
>>eta=exp(P(2)/(-P(1)))
>>Y2=polyval(P,X);
>>plot(X,Y,'+',X,Y2)
>>xlabel('log t')
>>ylabel('log(log(1/(1-F)))')
>>MTBF=eta*gamma(1+1/beta)
```

lo que arroja los siguientes valores:

$$\begin{aligned}\beta &= 1,54 \\ \eta &= 677 \\ MTBF &= 609 \\ \delta_{\text{máx}} &= 0,0254\end{aligned}$$

dado que  $\delta_{KS}(n = 11, \alpha = ,05) = 0,39$  se acepta la hipótesis. El ajuste es mostrado en figura 11.16. Para

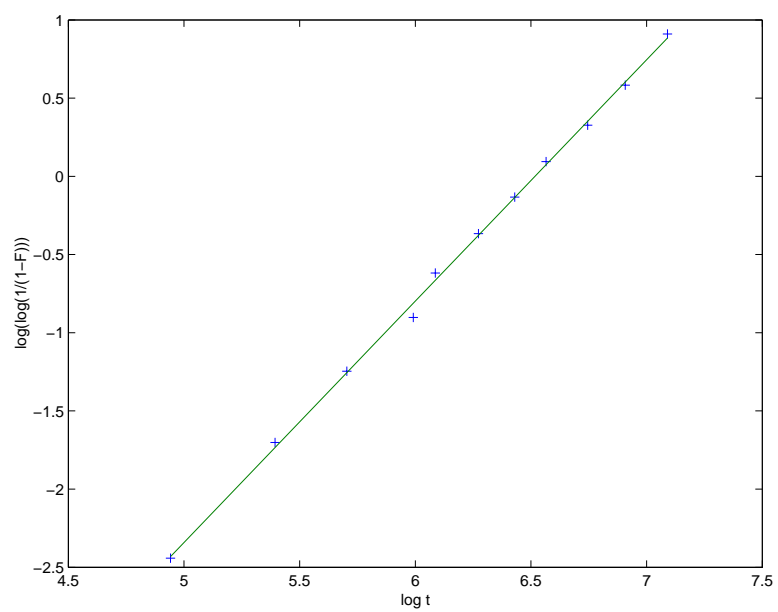


Figura 11.16: Ajuste de Weibull

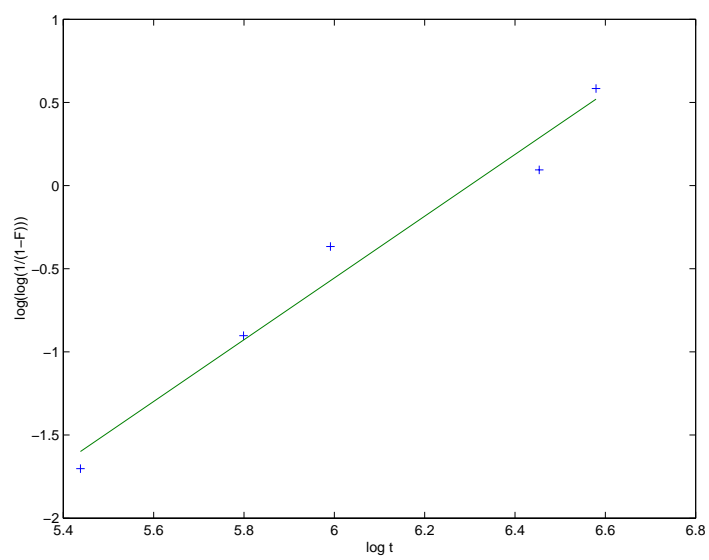


Figura 11.17: Ajuste de Weibull

la máquina 2, los parámetros estimados son:

$$\begin{aligned}\beta &= 1,86 \\ \eta &= 544 \\ MTBF &= 483 \\ \delta_{\max} &= 0,069\end{aligned}$$

Dado que  $\delta_{KS}(n=5, \alpha=,05) = 0,565$  se acepta la hipótesis. El ajuste es mostrado en figura 11.17.

**Ejemplo 35** <sup>5</sup>Se han registrado los siguientes TTR (horas) para un cierto modo de falla de un equipo: 186, 510, 290, 360, 395, 630, 250.

1. Se ajustan a una distribución de Weibull? Si es así, encuentre los parámetros y realice un test de confianza apropiado.
2. Calcule el MTTR.
3. Calcule la probabilidad de que una reparación se realice en 200 horas?

Al realizar un ajuste de Weibull con  $\gamma = 0$ , se obtiene:

$$\begin{aligned}\beta &= 2,24 \\ \eta &= 430 \text{ horas}\end{aligned}$$

Evaluando ecuación (??),

$$MTTR = 381 \text{ horas}$$

Según ecuación (11.1),

$$\begin{aligned}p(t \leq 200) &= 1 - e^{-\left(\frac{200}{431}\right)^{2,24}} \\ &= 13,19\%\end{aligned}$$

**Ejemplo 36** <sup>6</sup>El historial de un tipo de componentes no reparables se muestra en tabla 30.3. Se ha ajustado la siguiente probabilidad acumulada de falla:

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{42}}$$

¿Puede aceptarse con un nivel de confianza de 95 %? Evalúe el test que considere mas conveniente y establezca conclusiones.

Debido al bajo número de muestras, se decide realizar un test KS. El valor máximo de  $\|F - \mathcal{F}\|$  es 0.316. Al chequear en la tabla KS para  $n = 7$ ,  $\alpha = 0,05$  es

$$D_{7,0,05} = 0,486$$

por tanto se acepta la hipótesis.

## 11.7. Otros modelos de confiabilidad

### 11.7.1. Modelo normal

Para la distribución normal,

$$\begin{aligned}F_i &= \Phi\left(\frac{t_i - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi(z_i)\end{aligned}$$

---

<sup>5</sup>de control 2, semestre 2002-2.

<sup>6</sup>examen 2002-II.

<i>Indice</i>	TBF	$\mathcal{F}$	$F$	$\ F - \mathcal{F}\ $
1	24h	1/8	$1 - e^{-\frac{24}{42}} = 0,435$	0,310
2	35	2/8	$1 - e^{-\frac{35}{42}} = 0,566$	<b>0,316</b>
3	38	3/8	$1 - e^{-\frac{38}{42}} = 0,596$	0,224
4	39	4/8	$1 - e^{-\frac{39}{42}} = 0,605$	0,105
5	42	5/8	$1 - e^{-\frac{42}{42}} = 0,632$	0,007
6	57	6/8	$1 - e^{-\frac{57}{42}} = 0,743$	0,007
7	62	7/8	$1 - e^{-\frac{62}{42}} = 0,771$	0,103

Cuadro 11.10: Historial de fallas

la función inversa puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} z_i &= \Phi^{-1}(F_i) \\ &= \frac{1}{\sigma}t_i - \frac{\mu}{\sigma} \end{aligned}$$

o sea  $z_i$  es lineal en  $t$ . Al graficar los pares  $(t_i, z_i)$  se debe observar una recta. Las estimaciones para los parámetros se obtienen de la mejor recta

$$y = ax + b$$

con

$$\begin{aligned} y_i &= z_i \\ x_i &= t_i \end{aligned}$$

según mínimos cuadrados, y

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= \frac{1}{b} \\ \mu &= -a\hat{\sigma} \\ &= -\frac{a}{b} \end{aligned}$$

**Ejemplo 37** Se registraron los siguientes TTF para un conjunto de rodamientos: 68.0, 75.5, 83.0, 80.3, 87.7, 77.6, 71.1, 81.9, 87.4, 69.6, 78.0, 77.8, 88.4, 78.2, 71.4, 80.2, 85.6, 98.3, 74.3, 74.6. Estime los parámetros de la distribución a partir del método gráfico. Compare resultados con el método de muestreo usualmente usado.

El gráfico (11.18) muestra los resultados. En este caso:

$$\begin{aligned} a &= -9,815 \\ b &= 0,124 \end{aligned}$$

luego,

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= \frac{1}{0,124} = 8,09 \\ \mu &= 8,09(9,815) = 79,44 \end{aligned}$$

lo que es comparable a los valores obtenidos a partir de las fórmulas usuales:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= 7,48 \\ \mu &= 8,09(9,815) = 79,45 \end{aligned}$$

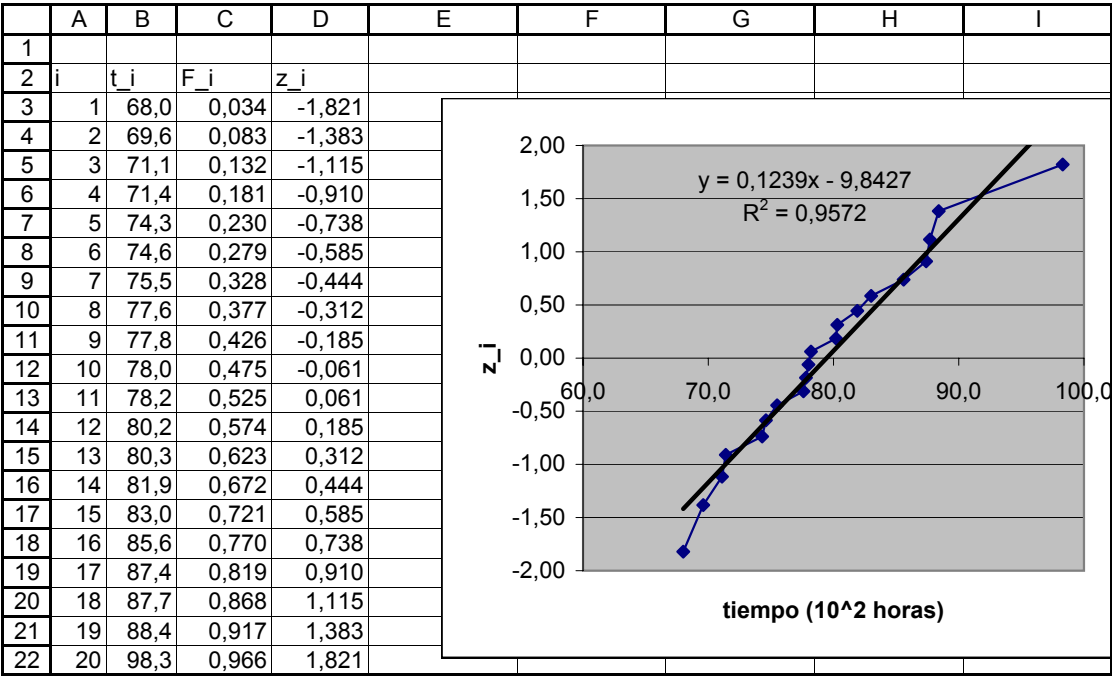


Figura 11.18: Resultados

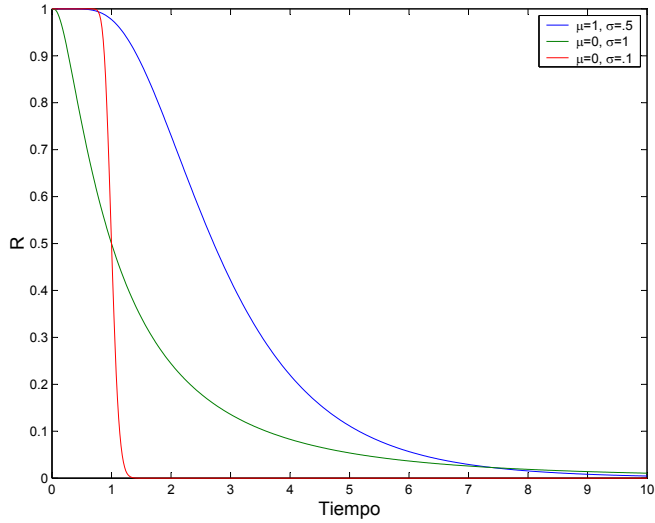


Figura 11.19: Confiabilidad en la función log-normal

### 11.7.2. Modelo log-normal

La función distribución de fallas se describe en §?? es:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{t} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{\ln t - m}{\sigma} \right]^2, \quad t \geq 0$$

y

$$R(t) = 1 - F(t) \text{ con } F(t) = \int_0^t f(u) du$$

donde  $m$  y  $\sigma$  corresponden a la media y a la desviación standard del tiempo en que fallan pero **luego de aplicar el logaritmo natural**. Haciendo un cambio de variables:

$$\begin{aligned} F(t) &= \Phi \left( \frac{\ln t - \ln \bar{t}}{\sigma} \right) \\ &= \Phi \left( \frac{1}{\sigma} \ln \frac{t}{\bar{t}} \right) \end{aligned} \quad (11.13)$$

donde  $\Phi(x)$  es la función de Gauss normalizada.

$$MTBF = \exp \left( \bar{t} + \frac{1}{2} \sigma^2 \right)$$

Para estimar los parámetros de una distribución también podemos usar el método gráfico. Según ecuación (11.13), al aplicar la función inversa:

$$z_i = \Phi^{-1}(F_i) = \frac{1}{\sigma} \ln t_i - \frac{1}{\sigma} \ln \bar{t}$$

luego, si se grafican los pares  $(\ln t_i, z_i)$  se debe observar una recta. Usamos:

$$\begin{aligned} x_i &= \ln t_i \\ y_i &= z_i \end{aligned}$$

y ajustamos la mejor recta:

$$y = ax + b$$

de la que se obtienen los parámetros para la distribución:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{b}$$

y

$$\bar{t} = e^{-\hat{\sigma}a}$$

**Ejemplo 38** La vida de un barra de dirección de un automóvil tiene una distribución log-normal con vida media  $e^5$  horas. La desviación standard en el gráfico semilogarítmico es 1.4. Calcular la confiabilidad a las 300 horas y el MTBF. De acuerdo a los datos:  $\ln \bar{t} = 5$ ,  $\sigma = 1,4$ .

$$R(300) = 1 - \Phi \left( \frac{\ln 300 - 5}{1,4} \right) = 1 - \Phi(0,502) = 0,308$$

$$MTBF = e^{(5 + \frac{1}{2} 1,4^2)} = 395 \text{ horas}$$

**Ejemplo 39** <sup>7</sup>Los resortes de compresión de los amortiguadores de impacto de un vehículo siguen una distribución log-normal con parámetros  $\ln \bar{t} = 7$  y  $\sigma = 2$ . El tiempo se mide en horas de operación.

1. Cual debe ser el período entre reemplazos si se desea una confiabilidad mínima de 90 %?

---

<sup>7</sup>de control 2, semestre 2002-II.

2. Cual es el MTBF?

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t - 7}{2}\right) = 0,9$$

entonces

$$\Phi(x) = 0,1$$

luego,

$$x = -1,282$$

y

$$\frac{\ln t - 7}{2} = -1,282$$

$$t = e^{-1,282 \cdot 2 + 7}$$

$$= 84,4$$

para el tiempo medio entre fallas,

$$\begin{aligned} MTBF &= \exp\left(7 + \frac{1}{2}2^2\right) \\ &= 8103 \end{aligned}$$

**Ejemplo 40** Se desea verificar que los tiempos de reparación de una bomba siguen una distribución lognormal. Se registraron 24 reparaciones (minutos). Los datos ordenados y los resultados se muestran en figura (11.20). Tenemos:

$$a = -7,60$$

$$b = 1,60$$

luego,

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{b} = 0,625$$

$$\bar{t} = e^{-0,625(-7,60)} = 115,6 \text{ (min)}$$

### 11.7.3. Desgaste mecánico, $\lambda(t) = at + b$

$$R(t) = e^{-\int_0^t (at+b)du} = e^{-\left(\frac{1}{2}at^2 + bt\right)}$$

y

$$MTBF = \int_0^\infty e^{-\left(\frac{1}{2}at^2 + bt\right)} dt$$

la cual puede ser evaluada numéricamente.

En la práctica real, lo común es ensayar un número de modelos para verificar que tan bien se ajustan a la curva estimada de  $\lambda$ .

**Ejemplo 41** Si  $b = 2 \cdot 10^{-6}$  fallas/h y  $a = 10^{-7}$  fallas/h<sup>2</sup>, Calcule la confiabilidad a las 500 horas, y el MTBF:

$$R(t) = \exp\left(-\left(\frac{1}{2}(1E-7)500^2 + (2E-6)500\right)\right) = 0,9866$$

en Maple:

```
>>MTBF:=int(exp(-(5*1e-7*t^2+2e-6*t)),t=0..infinity);}
```

```
MTBF:=3943.406298
```

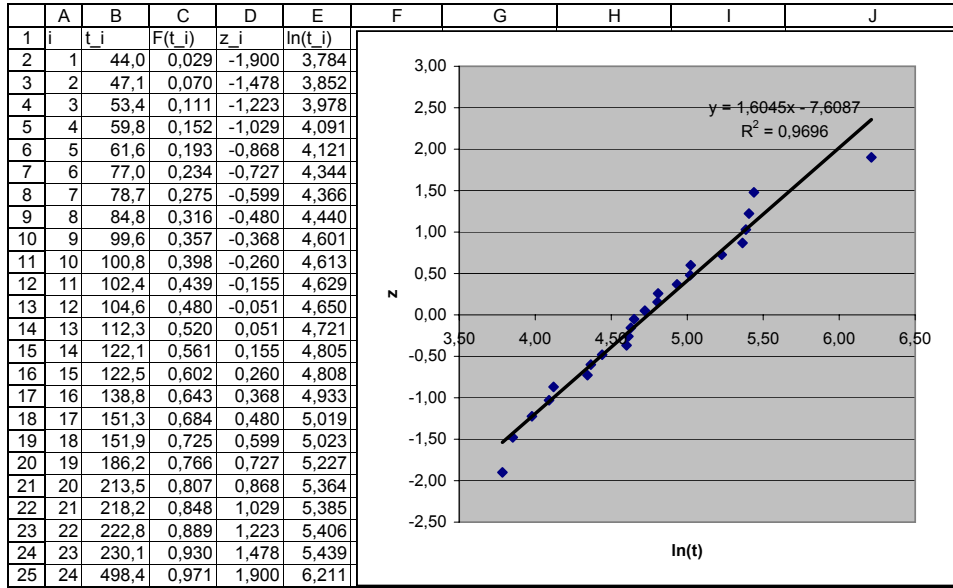


Figura 11.20: Datos ordenados y resultados

#### 11.7.4. Tasa de falla definida por tramos

Si la tasa de fallas durante la infancia y la vejez del equipo pueden ser aproximada por funciones lineales, y constante durante la madurez (figura 11.21),

$$\lambda(t) = \begin{cases} 1 - bt + \lambda & \text{para } 0 \leq t \leq t_b \\ \lambda & \text{para } t_b \leq t \leq t_u \\ c(t - t_b - t_u) & \text{para } t > t_b + t_u \end{cases}$$

donde

$$t_b = \frac{a}{b}$$

$$c = \tan \theta$$

La confiabilidad en este caso está dada por:

$$R(t) = \begin{cases} e^{-(a+\lambda)t - b\frac{t^2}{2}} & \text{para } 0 \leq t \leq t_b \\ e^{-\lambda t + a\frac{t_b}{2}} & \text{para } t_b \leq t \leq t_u \\ e^{-\frac{c}{2}(t-t_b-t_u)^2 + \lambda t + a\frac{t_b}{2}} & \text{para } t > t_b + t_u \end{cases}$$

#### 11.7.5. Modelo de Dhillon

Dhillon ([173]) propone el siguiente modelo para la curva de la bañera:

$$\lambda(t) = \frac{1}{2}kAt^{-\frac{1}{2}} + (1-k)be^{bt}$$

cuya función confiabilidad es:

$$R(t) = e^{-kAt^{-\frac{1}{2}} - (1-k)b(e^{bt}-1)}$$

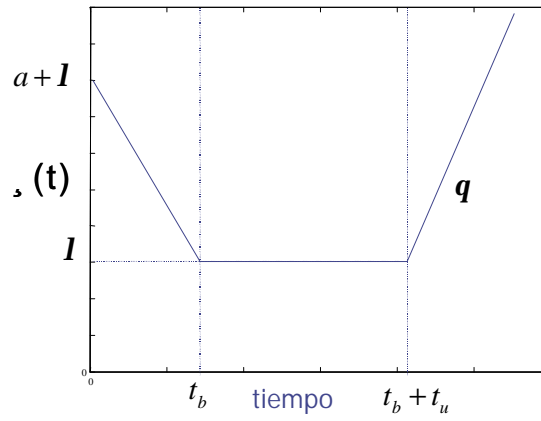


Figura 11.21: tasa de fallas definida por tramos lineales

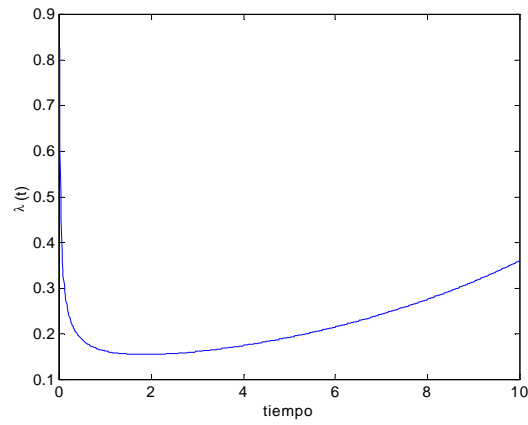


Figura 11.22: Curva de Dhillon para  $A = 0,3$ ,  $k = 0,5$ ,  $b = 0,15$

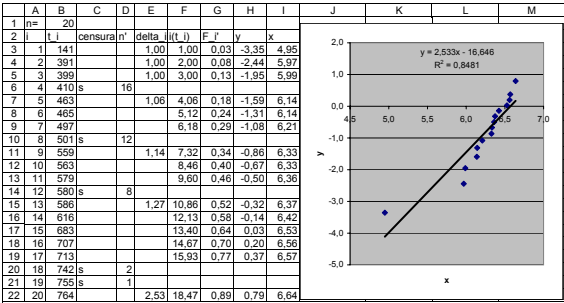


Figura 11.23: Ejemplo Weibull con datos censurados

Equipo	Horas de seguimiento	
	Stand-by	Operación
1	2800	400
2	300	2500
3	2700	700
4	2500	800
5	0	3100
total fallas		12

Figura 11.24: Resumen datos de falla

11.7.6. Métodos gráficos de estimación y datos censurados

Cuando los datos incluyen información de falla a censurar, se deben ajustar las probabilidades acumuladas  $F_i$  de acuerdo al método de ajuste de rangos visto en §12.3.3. El enfoque es ilustrado con el siguiente ejemplo. Una vez calculados los rangos ajustados  $i_{t_i}$  se estima  $F_i$  según el método de los rangos medianos:

$$F_i = \frac{i_{t_i} - 0,3}{n + 0,4}$$

**Ejemplo 42** Se han puesto a prueba 20 motores. Las instantes de falla (ordenados) se muestran en el gráfico (11.23). Las unidades de tiempo son ciclos, donde un ciclo corresponde a una partida de un motor, aceleración al máximo y detención. Las unidades censuradas corresponden a otros modos de falla. Se desea probar una distribución de Weibull. Los resultados muestran que el parámetro de forma estimado es:

$$\beta = 2,53$$

11.7.7. Otros ejemplos

**Ejemplo 43** Se recolectaron datos de falla de 5 equipos similares en una planta. El primer equipo fue seguido durante 2800 horas en modo standby y 400 horas en operación; el segundo equipo fue seguido por 300 horas en modo standby y 2500 horas en operación; el tercer equipo fue seguido por 2700 horas en modo standby y 700 horas en operación; el cuarto equipo fue seguido por 2500 en modo standby y 800 horas en operación; el quinto equipo fue seguido en 3100 horas de operación. Se observaron 7 falla en modo standby y 12 fallas en operación. Calcule las tasa de fallas de los equipos.

$$\begin{aligned}
total \text{ horas standby} &= 2800 + 300 + 2700 + 2500 + 0 \\
&= 8300 \\
nro. \text{ de fallas en modo standby} &= 7 \\
tasa \text{ de fallas en modo standby} &= \frac{7}{8300} \\
&= 8,4E - 4 \text{ fallas/hora} \\
total \text{ horas operación} &= 400 + 2500 + 700 + 800 + 3100 \\
&= 7500 \\
nro. \text{ de fallas en operación} &= 12 \\
tasa \text{ de fallas en operación} &= \frac{12}{7500} \\
&= 1,6E - 3 \text{ fallas/hora} \\
tasa \text{ de falla global} &= \frac{7 + 12}{8300 + 7500} \\
&= 1,2E - 3 \text{ fallas/hora} \\
tasa \text{ de falla promedio} &= \frac{8,4E - 4 + 1,6E - 3}{2} \\
&= 1,2E - 3 \text{ fallas/hora}
\end{aligned}$$

**Observación 36** Nótese que la tasa de falla global y la tasa de falla promedio no son necesariamente idénticas. Si se está interesado en usar un solo valor, la tasa promedio es más usada.

**Ejemplo 44** La tasa de falla puede ser calculada para cada tipo de falla si hay datos suficientes. Se recolectaron datos de falla de cuatro equipos similares en una planta química, por 2500 horas c/u. Se observaron 40 fallas. De ellas, 25 son fallas primarias y 15 son fallas secundarias. Calcule las tasas de falla.

#### Solución 8

$$\begin{aligned}
total \text{ horas} &= 4 \times 2500 = 10000 \\
nro. \text{ total de fallas} &= 40 \\
tasa \text{ de falla global} &= \frac{40}{10000} = 4E - 3 \text{ fallas/hora} \\
nro. \text{ de fallas primarias} &= 25 \\
tasa \text{ de fallas primarias} &= \frac{25}{10000} = 2,5E - 3 \text{ fallas/hora} \\
nro. \text{ de fallas secundarias} &= 15 \\
tasa \text{ de fallas secundarias} &= \frac{15}{10000} = 1,5E - 3 \text{ fallas/hora}
\end{aligned}$$

**Ejemplo 45** <sup>8</sup> Un equipo ha registrado el historial de fallas siguiente (en horas de operación desde que se instaló): 180, 1190, 1710, 2050, 2790, 3290, 3960.

1. a) Ajuste un modelo de Weibull. Realice un test KS.
- b) Se realizaron mantenciones preventivas en los instantes 0, 600, 1200, etc. Se considera que las intervenciones dejan el equipo como nuevo. Ajuste un modelo de Weibull que considere el efecto del mantenimiento preventivo. Realice el test KS.
- c) Compare los parámetros para ambos modelos. Comente (2.5 pts).
- d) Cual modelo utilizaría para la Selección de estrategias de mantención. Justifique.

---

<sup>8</sup>control 2, 2003-I.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	<b>Control 2 me57a 2003-I</b>										
2	<b>modelo 1</b>	<b>no considera m. preventivas</b>									
3	datos			n=6							
4	t <sub>i</sub> (días)	TBF		TBF							
5	180		i	ordenado	F <sub>i</sub>	X=log(t <sub>i</sub> )	Y=ln(ln(1/(1-F <sub>i</sub> )))				
6	1190	1010	1	340	0,14	5,83	-1,87	beta		2,41	
7	1710	520	2	500	0,29	6,21	-1,09	eta		721,20	
8	2050	340	3	520	0,43	6,25	-0,58				
9	2790	740	4	670	0,57	6,51	-0,17				
10	3290	500	5	740	0,71	6,61	0,23				
11	3960	670	6	1010	0,86	6,92	0,67				
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											

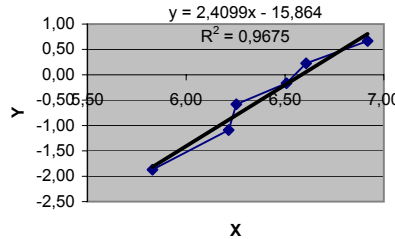


Figura 11.25: Modelo I, no considera M. preventiva

**Solución 9** El primer modelo (figura (11.25)) considera que el mantenimiento preventivo es mínimo y el mantenimiento correctivo es perfecto. En tal caso la confiabilidad regresa a un valor unitario tras cada falla y decae paulatinamente hasta la próxima falla. Los parámetros de Weibull se determinan a partir del TBF. Los parámetros resultantes son

$$\beta_1 = 2,41$$

$$\eta_1 = 721 \text{ horas}$$

Este modelo no es apropiado en este caso pues se ha especificado que el mantenimiento preventivo regresa al equipo a su estado inicial. Dada la buena calidad del ajuste de recta se omite el test de Kolmogorov-Smirnov y la estimación del parámetro de localización  $\gamma$ . La hoja Excel está disponible en [aquí](#). El segundo modelo considera que las reparaciones son mínimas y que el mantenimiento preventivo es perfecto (figura 11.26). En este caso la confiabilidad es unitaria tras cada intervención preventiva. El tiempo a considerar es aquel entre la última intervención preventiva y la falla. Los parámetros obtenidos son:

$$\beta_2 = 2,02$$

$$\eta_2 = 435 \text{ horas}$$

Dada la buena calidad del ajuste de recta se omite el test de Kolmogorov-Smirnov y la estimación de  $\gamma$ . El tercer modelo considera que ambos tipos de eventos (correctivos y preventivos) llevan el equipo a su condición inicial. En tal caso la confiabilidad es unitaria tras cada evento y decae hasta que ocurre una falla o es intervenido. El tiempo a considerar para la estimación de parámetros de Weibull es el tiempo entre eventos (TBE) (figuras 11.27 y 11.28 respectivamente). Dado que para  $\gamma = 0$  se observa una asíntota horizontal se optimizó con el solver de Excel para maximizar el coeficiente de correlación del ajuste de recta, al variar  $\gamma$ . El valor óptimo es  $\gamma = -74$  horas de operación, y

$$\beta_3 = 1,80$$

$$\eta_3 = 432 \text{ horas}$$

El modelo del capítulo (§19) considera el tercer modelo propuesto.

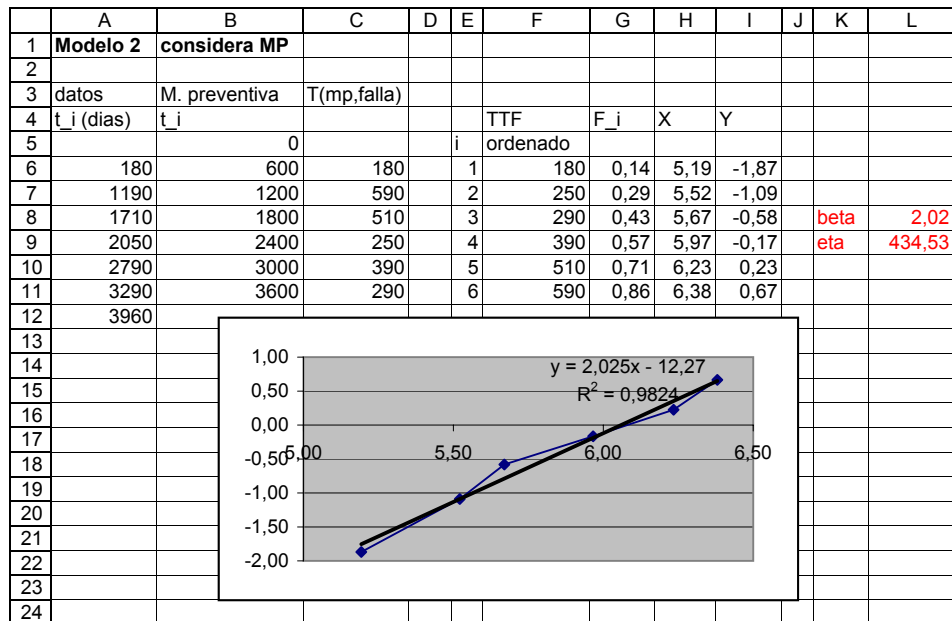


Figura 11.26: Modelo I, considera M. preventiva

## 11.8. Comentarios finales

Hemos visto una serie de distribuciones paramétricas para la estimación de la confiabilidad. En particular nos hemos concentrado sobre la distribución de Weibull. Así mismo hemos visto como estimar los parámetros de la distribuciones asumidas y como verificar su validez con los test  $\chi^2$  y de Kolmogorov-Smirnov. El uso de las distribuciones vistas para la minimización del costo global de mantenimiento y la maximización de la disponibilidad será visto en los próximos capítulos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Modelo	considera MP perfecta, MC perfecta										
2												
3	datos	M. preventiva	Eventos									
4	t <sub>i</sub> (dias)	t <sub>i</sub>	t <sub>i</sub>	TBE		TBE	F <sub>i</sub>	X	Y			
5					i	ordenado						
6	180	0	0	180	1	10,0	0,07	2,30	-2,60			
7	1190	600	180	420	2	90,0	0,14	4,50	-1,87	gamma	0,00	
8	1710	1200	600	590	3	180,0	0,21	5,19	-1,42	beta		
9	2050	1800	1190	10	4	210,0	0,29	5,35	-1,09	eta		
10	2790	2400	1200	510	5	250,0	0,36	5,52	-0,82			
11	3290	3000	1710	90	6	290,0	0,43	5,67	-0,58			
12	3960	3600	1800	250	7	310,0	0,50	5,74	-0,37	coef. Corr	0,89	
13			2050	350	8	350,0	0,57	5,86	-0,17			
14			2400	390	9	360,0	0,64	5,89	0,03			
15			2790	210	10	390,0	0,71	5,97	0,23			
16			3000	290	11	420,0	0,79	6,04	0,43			
17			3290	310	12	510,0	0,86	6,23	0,67			
18			3600	360	13	590,0	0,93	6,38	0,97			
19			3960									
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												
32												
33												

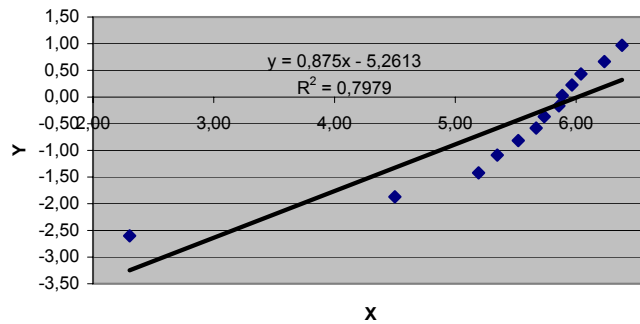


Figura 11.27: Modelo III, considera intervenciones preventivas y correctivas perfectas ( $\gamma = 0$  horas

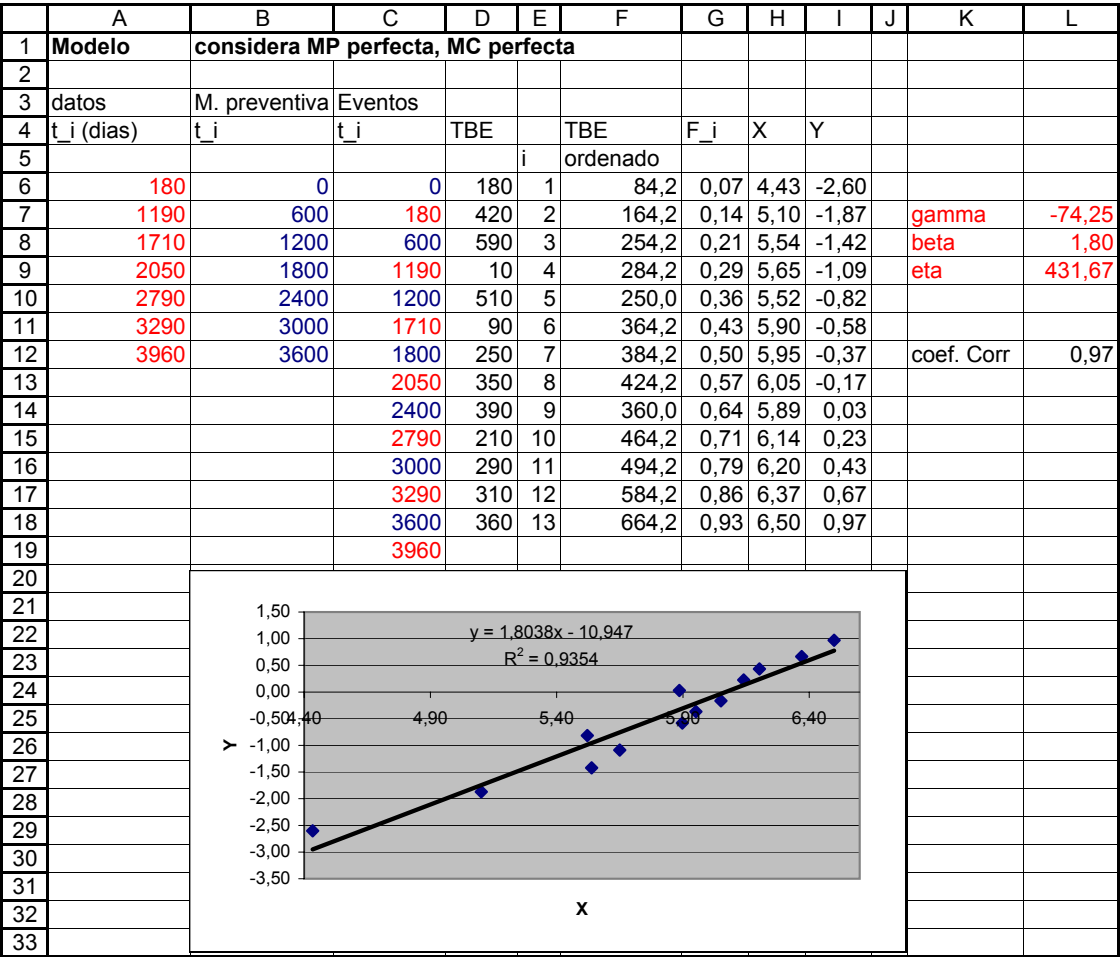


Figura 11.28: Modelo III, considera intervenciones preventivas y correctivas perfectas ( $\gamma = -74$  horas

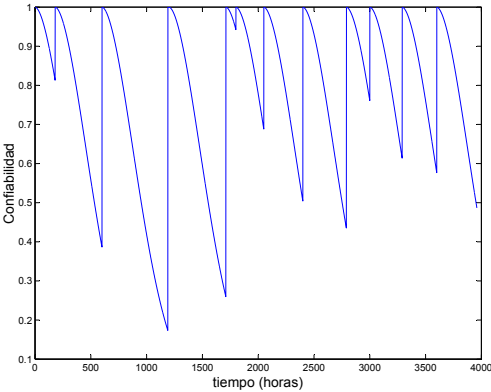


Figura 11.29: Modelo III, Confiabilidad

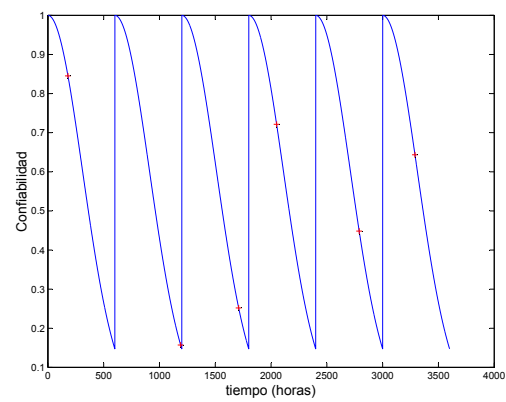


Figura 11.30: Modelo II, Confiabilidad

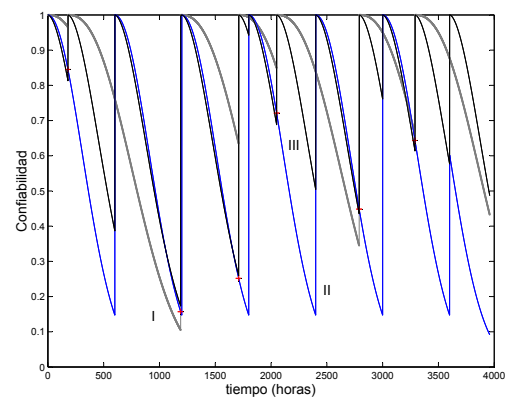


Figura 11.31: Modelos I-III, Confiabilidad

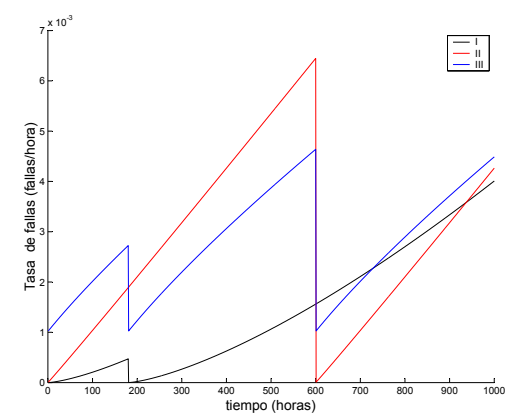


Figura 11.32: Tasas de falla estimadas

# Bibliografía

- [1] Ebeling, C.E., *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, Ch. 15, McGraw-Hill, 1997.
- [2] P. Lyonnet., *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991.
- [3] C.R. Sundararajan. *Guide to Reliability Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1991.



## Capítulo 12

# Modelos de confiabilidad con datos censurados

No creemos en ninfas ni tritones.  
La poesía tiene que ser esto:  
Una muchacha rodeada de espigas  
O no ser absolutamente nada.  
*Nicanor Parra. Manifiesto.*

### 12.1. Introducción

Existen dos enfoques generales para ajustar distribuciones de confiabilidad a los datos de falla. El primero, y usualmente el preferido, consiste en ajustar una distribución general (Weibull, normal, log-normal, etc.) . El segundo consiste en obtener, directamente de los datos, una función de confiabilidad o una tasa de fallas empírica. Este segundo enfoque será visto en este capítulo. Veremos como mejorar el modelo de confiabilidad al introducir el concepto de *censura* en el historial de fallas.

### 12.2. Clasificación de los datos

Los instantes de falla pueden ser representados por los valores  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , donde  $t_i$  representa el tiempo de falla de la  $i$ -ésima unidad. Por convención los datos son ordenados de modo que:

$$t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$$

Los datos de falla pueden ser clasificados de varias maneras, por ejemplo si se agrupan o no, y si tienen censura o no. Este último concepto es tratado a continuación.

Un problema común al generar datos de falla es la *censura*. Ocurre censura cuando los datos son incompletos porque se han detenido componentes antes de su falla o porque el ensayo ha terminado antes de que fallen todas las unidades. Una unidad es removida, por ejemplo, cuando ella falla por otros modos de falla y no por el que está siendo investigada. Se puede categorizar la censura según:

1. datos censurados una vez. Todas las unidades tienen el mismo intervalo de ensayo, y el ensayo se concluye antes de que fallen todas las unidades.
  - a) Censurados a la izquierda. Los instantes en que ocurren las fallas solo son conocidos tras un cierto intervalo especificado.
  - b) Censurados a la derecha. Los instantes en que ocurren las fallas son conocidos hasta un cierto instante especificado.
- 1) Censura tipo I: El ensayo es terminado después de un intervalo fijo de tiempo,  $t^*$ .

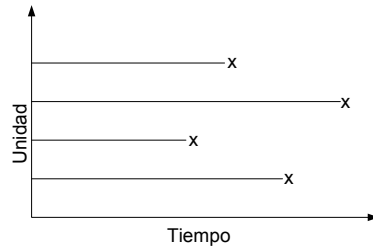


Figura 12.1: Sin censura

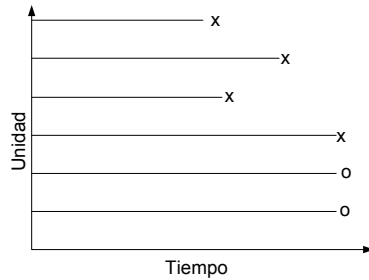


Figura 12.2: Censura tipo II

- 2) Censura tipo II: El ensayo es terminado después de que ha ocurrido un número fijo de fallas,  $r$ . El intervalo de ensayo es  $t_r$ , el tiempo en que ocurrió la  $r$ -ésima falla.
2. datos multi-censurados. Los intervalos de ensayo o de operación difieren entre las unidades censuradas. Las unidades censuradas son removidas en varios instantes de la muestra, o las unidades han iniciado su servicio en diferentes instantes.

Las figuras (12.1-12.3) comparan gráficamente los intervalos de operación de cada unidad ensayada para varios tipos de censura. La figura (12.1) muestra que todas las unidades operan hasta su falla. La figura (12.2) implica que el ensayo terminó tras ocurrir la cuarta falla (censura tipo II). La figura (12.3) es un ejemplo de censura múltiple: dos unidades han sido removidas antes de la falla y las demás, hasta que ocurrió la falla.

La recolección y análisis por modo de falla implica una censura múltiple dado que las unidades son removidas de una muestra particular dependiendo de la naturaleza de su falla.

Datos en donde no se han censurado unidades son referidos como *completos*. La censura introduce dificultades adicionales al análisis de la confiabilidad. Ignorar las unidades censuradas en el análisis puede eliminar información valiosa e influenciar los resultados. Por ejemplo si las unidades que quedan en operación en un ensayo tipo I son censuradas, solo las unidades más débiles (aquellas que fallaron primero) serán tratadas en el análisis y la confiabilidad del componente será subestimada.

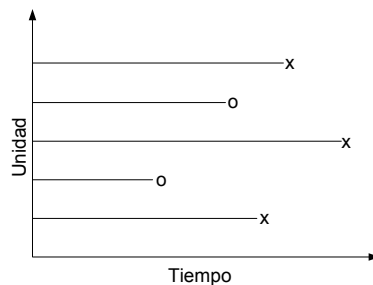


Figura 12.3: Censura múltiple

## 12.3. Métodos no paramétricos

El objetivo de este tipo de métodos es derivar, directamente de los datos de falla, la distribución de falla, la función confiabilidad, y la tasa de fallas. Se aplican cuando ninguna distribución teórica se ajusta adecuadamente a los datos.

### 12.3.1. Datos completos no agrupados

Dado que los instantes de falla están ordenados en orden creciente,

$$t_i \leq t_{i+1}$$

se tiene que en el instante  $t_i$  quedan  $n - i$  unidades operando. Por tanto, una estimación posible para la función de confiabilidad,  $R(t)$ , es simplemente la fracción de unidades operando en cada instante. o sea

$$\hat{R}(t_i) = \frac{n - i}{n} \quad (12.1)$$

sin embargo, la ecuación (12.1) implica que el valor estimado para la distribución acumulada de falla es

$$\begin{aligned} \hat{F}(t_i) &= 1 - \hat{R}(t_i) \\ &= \frac{i}{n} \end{aligned} \quad (12.2)$$

por tanto,

$$\hat{F}(t_n) = 1$$

y existe una posibilidad nula de que hayan unidades operando para  $t > t_n$ . Como es poco probable que alguna muestra incluya el tiempo de supervivencia más largo, la ecuación (12.1) tiende a subestimar la confiabilidad. Además, es razonable esperar que las primeras y las ultimas observaciones, en promedio, tengan la misma distancia con respecto al 0 % y 100 % de posibilidad, respectivamente (simetría).

Una mejor estimación de  $F(t)$  es

$$\hat{F}(t_i) = \frac{i}{n + 1} \quad (12.3)$$

luego

$$\begin{aligned} \hat{R}(t_i) &= 1 - \frac{i}{n + 1} \\ &= \frac{n + i - 1}{n + 1} \end{aligned} \quad (12.4)$$

Una forma alternativa de estimar la confiabilidad es usar la mediana<sup>1</sup>. Ella es preferida a veces pues la distribución de (12.3) tiene algún grado de asimetría para valores de  $i$  cercanos a 0 y a  $n$ . Las posiciones medianas son funciones tanto de  $n$  como de  $i$ , y deben ser calculadas numéricamente (ver tabla 12.1). También se puede aproximar por la fórmula:

$$\hat{F}(t_i) = \frac{i - 0,3}{n + 0,4} \quad (12.5)$$

Si los tamaños de muestra son relativamente grandes ambas aproximaciones son muy similares. Las figuras (12.4) y (12.5) comparan las aproximaciones para  $F$  y su desviación con respecto al método de las medianas, respectivamente, para  $n = 8$ .

Una vez obtenida una aproximación para  $R$ , se puede estimar la función densidad de probabilidad por

$$\begin{aligned} \hat{f}(t) &= -\frac{\hat{R}(t_{i+1}) - \hat{R}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \\ &= \frac{1}{(t_{i+1} - t_i)(n + 1)} \end{aligned} \quad (12.6)$$

<sup>1</sup>La mediana es el valor de  $t$  que divide al histograma en dos partes de igual área.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	50,0	29,2	20,6	15,9	12,9	10,9	9,4	8,3	7,4	6,6
2		70,7	50,0	38,5	31,3	26,4	22,8	20,1	17,9	16,2
3			79,3	61,4	50,0	42,1	36,4	32,0	28,6	25,8
4				84,0	68,6	57,8	50,0	44,0	39,3	35,5
5					87,0	73,5	63,5	55,9	50,0	45,1
6						89,0	77,1	67,9	60,6	54,8
7							90,5	79,8	71,3	64,4
8								91,7	82,0	74,1
9									92,5	83,7
10										93,3

Cuadro 12.1: Tabla de rangos medianos  $n \leq 10$

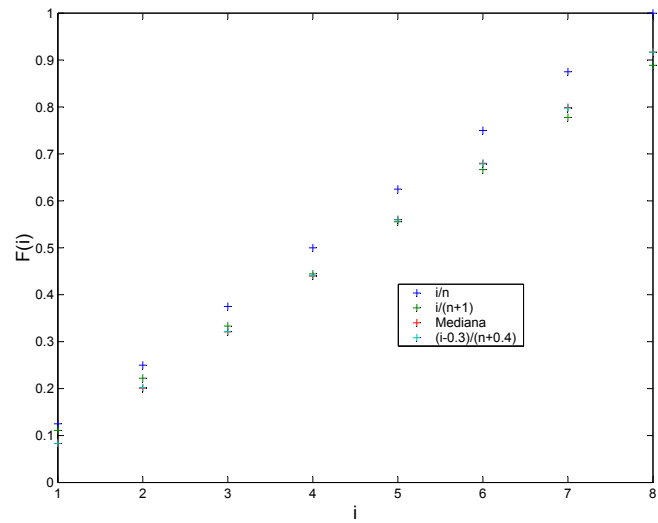


Figura 12.4: Aproximaciones para  $F$  ( $n = 8$ )

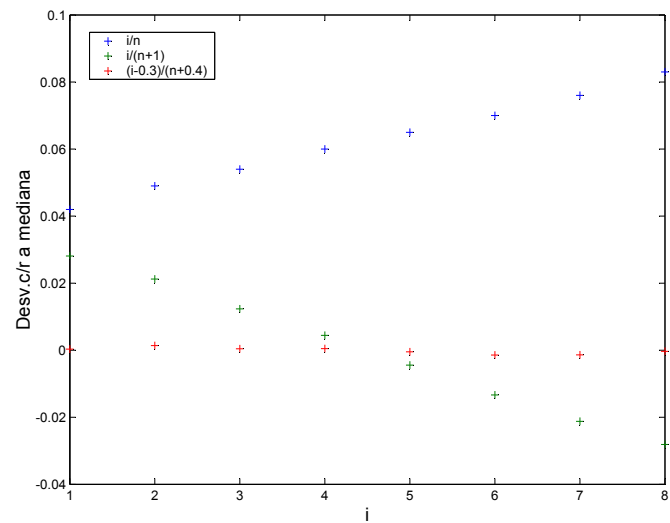


Figura 12.5: Desviaciones en  $F$  con respecto a la mediana

con

$$t_i \leq t \leq t_{i+1}$$

y

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \frac{\hat{f}(t)}{\hat{R}(t)} \\ &= \frac{1}{(t_{i+1} - t_i)(n + 1 - i)} \end{aligned} \quad (12.7)$$

**Ejercicio 3** Como parte de la demostración de mantenibilidad de una nueva máquina empaquetadora se realizaron varias pruebas que arrojaron los siguientes resultados en horas: 5, 6.2, 2.3, 3.5, 2.7, 8.9, 5.4, 4.6. Estime la distribución acumulada para el TTR. Si el MTTR debe ser de 4 horas, y se deben completar 90 % de la reparaciones antes de las 8 horas, se está alcanzando la mantenibilidad deseada?

### 12.3.2. Datos completos y agrupados

Los instantes de falla que han sido organizados en intervalos de tiempo, son referidos como *datos agrupados*. Sean  $n_1, n_2, \dots, n_k$ , el número de unidades que operan tras los instantes  $t_1, t_2, \dots, t_k$ , respectivamente. Una estimación para  $R(t)$  es

$$\hat{R}(t_i) = \frac{n_i}{n}$$

donde  $n$  es el número de unidades operando al inicio del test. Dada la larga cantidad de datos, es impráctico el uso de los datos considerados individualmente, como vimos antes. Por tanto:

$$\begin{aligned} \hat{f}(t) &= -\frac{\hat{R}(t_{i+1}) - \hat{R}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \\ &= \frac{1}{(t_{i+1} - t_i)n} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \frac{\hat{f}(t)}{\hat{R}(t)} \\ &= \frac{n_i - n_{i+1}}{(t_{i+1} - t_i)n_i} \end{aligned}$$

para

$$t_i \leq t \leq t_{i+1}$$

Para estimar el  $MTTF$  usamos el punto medio de cada intervalo. Eso es:

$$\widehat{MTTF} = \sum_{i=0}^{k-1} \bar{t}_i \frac{n_i - n_{i+1}}{n}$$

donde

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i+1} - t_i}{2}$$

y

$$t_0 = 0$$

$$n_0 = n$$

**Ejemplo 46** Se observan 70 compresores en intervalos de 5 meses, con el siguiente número de fallas: 3, 7, 8, 9, 13, 18, 12. Estime  $R(t)$ ,  $f(t)$  y  $\lambda(t)$  y determine el **MTTF**.

$i$	$t(\text{meses})$	$n_i - n_{i-1}$	$n_i$	$R$	$f$	$\lambda$
0	0	0	70	1.000	0.0086	0.0086
1	5	3	67	0.957	0.0200	0.0209
2	10	7	60	0.857	0.0229	0.0267
3	15	8	52	0.743	0.0257	0.0346
4	20	9	43	0.614	0.0371	0.0605
5	25	13	30	0.429	0.0514	0.1200
6	30	18	12	0.171	0.0343	0.2000
7	35	12	0	0.000		

Cuadro 12.2: Datos y resultados

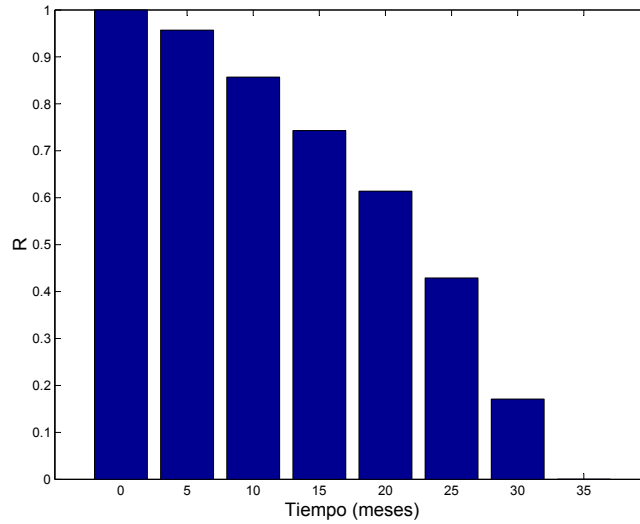


Figura 12.6: Confiabilidad estimada

Por ejemplo,

$$\begin{aligned}
 R(t=5) &= \frac{70-3}{70} = 0,957 \\
 f(t=5) &= \frac{67-60}{(10-5)70} = 0,0200 \\
 \lambda(t=5) &= \frac{67-60}{(10-5)67} = 0,0209 \\
 MTTF &= \frac{2,5 \cdot 3 + \dots + 32,5 \cdot 12}{70} \\
 &= 21,36
 \end{aligned}$$

La figura (12.6) muestra la curva estimada para la confiabilidad.

### 12.3.3. Datos censurados no agrupados

Se ensayan  $n$  unidades hasta que ocurran  $r$  fallas. Para datos censurados a la derecha, las estimaciones de  $R(t)$ ,  $f(t)$  y  $\lambda(t)$  pueden ser calculadas a partir de las ecuaciones (12.4), (12.6) y (12.7). La curva de confiabilidad estimada está truncada a la derecha en el instante en el que termina el test. En este caso, el ajuste de una distribución teórica puede proveer una imagen más completa del proceso de falla al lado derecho de la distribución.

Para datos multi-censurados,  $t_i$  representará el instante de una falla y  $t_i^+$  representará un instante de censura. Se asumirá que la vida de las unidades censuradas sigue la misma distribución que aquellas que no lo han sido. Ambos tipos de instantes son ordenados de menor a mayor en un solo vector de eventos.

### Estimado del producto límite (Lewis, 1987)

Siguiendo el trabajo de (Lewis, 1987)[7], una estimación posible sin censura es:

$$R(t_{i-1}) = \frac{n+2-i}{n+1}$$

por lo que

$$\hat{R}(t_i) = \frac{n+1-i}{n+2-i} \hat{R}(t_{i-1})$$

Si en vez de ocurrir una censura en vez de una falla en  $t_i$ , la confiabilidad no debe cambiar, luego

$$\hat{R}(t_i^+) = \hat{R}(t_{i-1})$$

Sea

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{si hay censura en } t_i \\ 0 & - \end{cases}$$

entonces

$$\begin{aligned} \hat{R}(t_i) &= \left( \frac{n+1-i}{n+2-i} \right)^{1-\delta_i} \hat{R}(t_{i-1}) \\ &= \alpha_i \hat{R}(t_{i-1}) \end{aligned}$$

con valor inicial,

$$\hat{R}(0) = 1$$

Las estimaciones para  $f(t)$  y  $\lambda(t)$  pueden ser obtenidas de (12.6) y (12.7) respectivamente, usando solo los instantes correspondientes a fallas.

**Ejemplo 47** *Se han registrado los siguientes instantes de fallas y censuras en un grupos de 10 álabes de turbina; 150,340<sup>+</sup>, 560,800, 1130<sup>+</sup>, 1720, 4210<sup>+</sup>, 5230, 6890. La censura fue resultado de otros modos de falla no relacionados con fatiga o desgaste. Determine una curva de confiabilidad empírica.*

La figura (12.7) muestra la curva de confiabilidad obtenida con el modelo de Lewis y se superpone una donde se han excluido exprofeso los puntos censurados y se ha usado la ecuación (12.3). Se observa como efectivamente el no considerar los datos censurados implica una subestimación de la confiabilidad.

### Estimador de Kaplan-Meier

Un método popular para obtener una función de confiabilidad empírica es el método de Kaplan-Meier, el cual es equivalente a la ecuación (12.1) si los datos están completos. Sean  $t_j$  los instantes de falla (ordenados) y  $n_j$  el número de unidades operando justo antes de la  $j$ -ésima falla. Asumiendo que los instantes de censura no coinciden con los de falla, el método propone:

$$\hat{R}(t) = \prod_{j:t_j \leq t} \left( 1 - \frac{1}{n_j} \right)$$

y

$$\hat{R}(t) = 1$$

para

$$0 \leq t < t_1$$

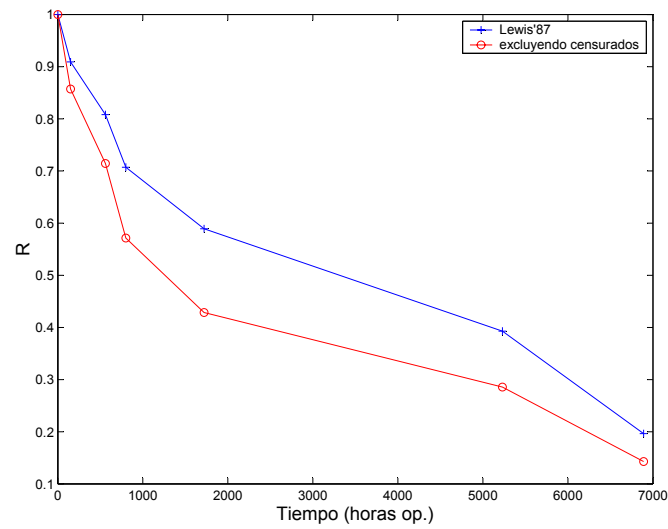


Figura 12.7: Confiabilidad estimada

<i>i</i>	<i>t<sub>i</sub></i>	$\delta$	$\frac{11-i}{12-i}$	<i>R<sub>i</sub></i>
1	150	0	$\frac{10}{11}$	$\left(\frac{10}{11}\right)^1 1 = \frac{10}{11} = 0,9091$
2	340 <sup>+</sup>	1	$\frac{9}{10}$	$\left(\frac{9}{10}\right)^0 \frac{10}{11} = \frac{10}{11} = 0,9091$
3	560	0	$\frac{8}{9}$	$\left(\frac{8}{9}\right)^1 \frac{10}{11} = 0,8081$
4	800	0	$\frac{7}{8}$	$\left(\frac{7}{8}\right)^1 0,8081 = 0,7071$
5	1130 <sup>+</sup>	1	$\frac{6}{7}$	$\left(\frac{6}{7}\right)^0 0,7071 = 0,7071$
6	1720	0	$\frac{5}{6}$	$\left(\frac{5}{6}\right)^1 0,7071 = 0,5892$
7	2470 <sup>+</sup>	1	$\frac{4}{5}$	$\left(\frac{4}{5}\right)^0 0,5892 = 0,5892$
8	4210 <sup>+</sup>	1	$\frac{3}{4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^0 0,5892 = 0,5892$
9	5230	0	$\frac{2}{3}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^1 0,5892 = 0,3928$
10	6890	0	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^0 0,3928 = 0,1964$

Cuadro 12.3: Método de Lewis

$i$	$t_j$	$n_j$	$1 - 1/n_j$	$\hat{R}(t_i + 0)$	$std(\hat{R})$
1	150	10	9/10	$R(150) = \frac{9}{10}1 = 0,9$	0,095
2	340 <sup>+</sup>				
3	560	8	7/8	$R(560) = \frac{7}{8}0,9 = 0,788$	0,134
4	800	7	6/7	$R(800) = \frac{6}{7}0,788 = 0,675$	0,155
5	1130 <sup>+</sup>				
6	1720	5	4/5	$R(1720) = \frac{4}{5}0,675 = 0,54$	0,173
7	2470 <sup>+</sup>				
8	4210 <sup>+</sup>				
9	5230	2	1/2	$R(5230) = \frac{1}{2}0,54 = 0,27$	0,210
10	6890	1	0	$R(6890) = 0$	

Cuadro 12.4: Método de Kaplan Meier

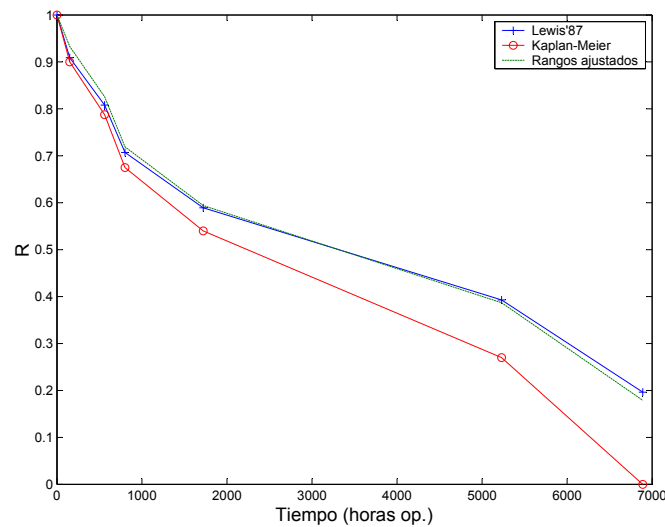


Figura 12.8: Confiabilidad estimada

El método además provee una estimación para la desviación standard de la confiabilidad estimada:

$$std[R(t)] = \sqrt{\sum_{j:t_j \leq t} \frac{1}{n_j(n_j - 1)}}$$

**Ejemplo 48** Usando los datos del ejemplo (47) y considerando  $R(t_i + 0)$  como la confiabilidad justo después de la  $i$ -ésima falla, estime la confiabilidad con el método de Kaplan-Meier.

La tabla (12.4) muestra los valores estimados para la confiabilidad y su desviación standard. La figura (12.8) muestra una comparación de los valores estimados de  $R$ .

### Método de los rangos ajustados

Un método alternativo para estimar  $R(t)$  con datos multi-censurados hace uso de la ecuación (12.5), ajustando el orden de la  $i$ -ésima falla, en caso necesario, para tomar en cuenta los instantes de censura ocurridos antes de la misma. Como la unidad censurada tiene alguna probabilidad de falla antes o después de la próxima(s) falla(s), ello influenciará el rango de las fallas subsecuentes. Por ejemplo, suponga que se obtuvieron los siguientes datos: 50, 80<sup>+</sup>, 160. Entonces, la primera falla tendrá rango  $i = 1$ ; sin embargo, la segunda falla podría tener rango  $i = 2$  si la unidad censurada fallase después de las 160 horas. Por

tanto, la segunda unidad fallada recibirá un rango entre 2 y 3, siguiendo la fórmula, que considera todas las posibles posiciones relativas de la unidad censurada:

$$\Delta i = \frac{(n+1) - i_{t_{i-1}}}{1 + n'}$$

donde

$n$  es el número total de unidades operando;

$n'$  es el número de unidades después de la unidad censurada siendo calculada;

$i_{t_{i-1}}$  es el rango de la falla ocurrida en el instante  $i - 1$ .

El incremento de rango es recalculado para la próxima falla que haya tras una censura. Su rango ajustado es:

$$i_{t_i} = i_{t_{i-1}} + \Delta i$$

y

$$\hat{R}(t) = \frac{i_{t_i} - 0,3}{n + 0,4}$$

**Ejemplo 49** si aplicamos el método al ejemplo (47),

$i$	$t_i$	$\Delta i$	$i_{t_i}$	$\hat{R}(t_i) = 1 - \frac{i_{t_i} - 0,3}{n + 0,4}$
1	150	1		0,933
2	340 <sup>+</sup>			
3	560	$\frac{11-1}{1+8} = 1,11$	$1 + 1,11 = 2,11$	0,826
4	800		$2,11 + 1,11 = 3,22$	0,719
5	1130 <sup>+</sup>			
6	1720	$\frac{11-3,22}{1+5} = 1,30$	$3,22 + 1,30 = 4,52$	0,594
7	2470 <sup>+</sup>			
8	4210 <sup>+</sup>			
9	5230	$\frac{11-4,52}{1+2} = 2,16$	$4,52 + 2,16 = 6,68$	0,387
10	6890		$6,68 + 2,16 = 8,84$	0,179

Cuadro 12.5: Rangos ajustados

El gráfico (12.8) muestra resultados comparativos. Se aprecia que la estimación es muy similar a la del método de Lewis. El método puede ser usado para mejorar la estimación de los parámetros de Weibull por el método gráfico.

**Ejemplo 50** La censura se utiliza cuando se observan los instantes de falla de un sistema contiene 2 o más componentes en serie. Cuando el sistema falla, un componente añadirá un instante de falla para ese componente y un instante de censura para el resto de componentes. Por ejemplo, se han observado las siguientes instantes de falla para un sistema con 3 componentes en serie, con 10 equipos operando hasta fallar:

Para estimar la confiabilidad del componente 1, las fallas de los componentes 2 y 3 son tratadas como datos censurados. Por tanto, tras ordenar los instantes de falla por rango, la estimación de Lewis, queda:

## 12.4. Comentarios finales

Hemos visto una serie de métodos no paramétricos para estimar la confiabilidad y la tasa de fallas. Este tipo de métodos es preferido cuando el ajuste de una distribución teórica general (Weibull, normal,...) no es aceptable.

Hemos definido censura de datos de falla y hemos clasificado los datos de falla según estén *censurados* por otros modos de falla o por mantenimiento preventivo y en caso de ser un número importante, si están agrupados o no. Ello mejora la estimación de la confiabilidad cuando los registros de falla consideran varios modos de falla o instantes en los cuales se realizaron tareas preventivas. El análisis se ha concentrado en componentes no reparables (*MTTF*), sin embargo, su extensión a componentes reparables es directa.

Equipo	Componente que falló	Instante de falla (h)
1	$C_1$	352
2	$C_2$	521
3	$C_1$	177
4	$C_1$	67
5	$C_3$	411
6	$C_2$	125
7	$C_1$	139
8	$C_1$	587
9	$C_3$	211
10	$C_1$	379

Cuadro 12.6: Datos del ejemplo

$i$	$t_i$	$\hat{R}(t_i)$
1	67	0,909
2	125 <sup>+</sup>	
3	139	0,808
4	177	0,707
5	211 <sup>+</sup>	
6	352	0,589
7	379	0,471
8	411 <sup>+</sup>	
9	521 <sup>+</sup>	
10	587	0,235

Cuadro 12.7: Resultados

**Ejercicio 4** *Un secador eléctrico tiene 2 modos de falla - uno con el sub-sistema motor (modo de falla 1) y el otro con el sub-sistema calefactor (modo de falla 2). Se han registrado las siguientes fallas en un test de 1500 horas aplicado a 9 máquinas:*

Máquina	t	modo de falla
1	250	1
2	780	1
3	673	2
4	891	1
5	190	2
6	1020	1
7	no falló	
8	922	1
9	432	2

Cuadro 12.8: Datos



# Bibliografía

- [1] Ebeling, C.E., *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, Ch. 12, McGraw-Hill, 1997.
- [2] Lewis, E.E., *Introduction to Reliability Engineering*, John Wiley & Sons, New York, 1987.



## Capítulo 13

# Modelos de confiabilidad y condiciones de operación

Los buenos guerreros hacen que los adversarios vengan a ellos,  
y de ningún modo se dejan atraer fuera de su fortaleza.  
*Sun Tzu. El Arte de la guerra.*

### 13.1. Introducción

Los capítulos anteriores se concentraron en el desarrollo de modelos en los cuales la confiabilidad del componente o sistema era considerada una función exclusiva del tiempo. En muchas aplicaciones otros factores pueden también ser relevantes. Por ejemplo, la falla de un componente puede ser dependiente del nivel de carga o de las condiciones ambientales con el que opera. Los modelos *covariantes* incorporan estos factores adicionales en la distribución de fallas al expresarla como función de estas variables.

**Ejemplo 51** *La resistencia, y consecuentemente la confiabilidad, de una viga de concreto reforzado puede depender de las impurezas encontradas en el agua y en otros materiales de la mezcla.*

### 13.2. Modelos covariantes

Nuestro interés es desarrollar distribuciones de falla que incluyan uno o más *covariantes* o *variables explicativas*. El enfoque consiste en definir los parámetros de la distribución en función de las variables explicativas. En general, si  $\alpha$  es un parámetro de la distribución seleccionada, entonces dejaremos que

$$\alpha = \alpha(\mathbf{x})$$

donde  $\mathbf{x}$  es el vector de covariantes. Un covariante puede ser un voltaje, corriente, temperatura, humedad, u otras medidas ambientales o de carga. Debe existir alguna correlación entre los covariantes y el parámetro, aunque no es necesario que sea una relación de causalidad.

#### 13.2.1. Modelos de fallas proporcionales

Los modelos que tienen la propiedad de que las tasas de fallas individuales son proporcionales entre sí, y no dependen del tiempo son conocidos como *modelos de fallas proporcionales*.

##### Caso exponencial

En este caso, el modelo covariante más simple está dado por

$$\lambda(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^k a_i x_i$$

donde los valores  $a_i$  son parámetros desconocidos a ser determinados. Por convención,

$$x_0 = 1$$

Como vemos, la tasa de falla no depende del tiempo.

Otras formas funcionales pueden ser asumidas. Por ejemplo, podemos considerar que los covariables afectan la tasa de falla multiplicativamente:

$$\lambda(\mathbf{x}) = \prod_{i=0}^k a_i x_i$$

lo que ha mostrado buena correlación con datos observados experimentalmente.

**Ejemplo 52** (Ploe, 1990)[2] provee el siguiente modelo par la predicción de la tasa de falla de rodamientos:

$$\lambda(\mathbf{x}) = \lambda_b \left( \frac{l_a}{l_s} \right)^y \left( \frac{A_e}{0,006} \right)^{2,36} \left( \frac{\nu_0}{\nu_1} \right)^{0,54} \left( \frac{c_1}{60} \right)^{0,67} \frac{M_b}{M_f} C_w$$

donde,

$\lambda_b$  es un valor de referencia asociado al tipo de rodamiento;

$l_a$  carga radial real;

$l_b$  carga radial de diseño;

y 3.33 para rodamientos de rodillos, 3.0 para rodamientos de bolas;

$A_e$  error angular de alineación

$\nu_0$  viscosidad de diseño del lubricante;

$\nu_1$  viscosidad real;

$C_1$  nivel de contaminación del lubricante;

$M_b$  esfuerzo máximo admisible del material;

$M_f$  esfuerzo real;

$C_w$  factor de contaminación del agua en el lubricante

$$C_w = \begin{cases} 1 + 460x & \text{para } x < 0,002 \\ 2,023 + 1,029x - 0,0647x^2 & - \end{cases}$$

$x$  es el porcentaje de agua presente en el aceite.

Una forma popular del modelo multiplicativo es de la forma

$$\begin{aligned} \lambda(\mathbf{x}) &= \prod_{i=0}^k e^{a_i x_i} \\ &= e^{\sum_{i=0}^k a_i x_i} \end{aligned}$$

Este modelo asegura que

$$\lambda(\mathbf{x}) > 0$$

y además es lineal si se toma el logaritmo de  $\lambda(\mathbf{x})$ .

Tenemos además que independientemente del modelo exponencial que utilicemos:

$$R(t) = e^{-\lambda(\mathbf{x})t}$$

**Ejemplo 53** Un enfoque popular en la industria aeroespacial para estimar los costos de ciclo de vida y las tasas de falla o tiempos medios entre fallas es usar ecuaciones paramétricas. Ellas relacionan el MTTF a una o más variables asociadas con las fallas. Ejemplos de variables usadas son: el peso del componente (como una forma de expresar su complejidad) o el área del componente (como una forma de expresar el número de partes que incluye). El siguiente es un modelo para el tiempo medio entre intervenciones preventivas (MTBM) obtenidos de datos sobre 33 aeronaves en un período de 2 años:

$$MTBM = 34,104 + 0,0009853W - 0,31223\sqrt{W}$$

donde  $W$  es el peso del motor (libras) y el MTBM está en horas de vuelo.

### Caso Weibull

En este caso es común asumir que solo la vida característica  $\eta$  es dependiente de los covariables. Si tomamos un modelo multiplicativo:

$$\eta(\mathbf{x}) = e^{\sum a_i x_i}$$

tenemos

$$R(\mathbf{x}, t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta(\mathbf{x})}\right)^\beta}$$

además,

$$\begin{aligned}\lambda(\mathbf{x}, t) &= \frac{\beta t^{\beta-1}}{\eta(\mathbf{x})^\beta} \\ &= \frac{\beta t^{\beta-1}}{(e^{\sum a_i x_i})^\beta}\end{aligned}$$

La razón entre 2 tasas de fallas con vectores de covariables distintos es:

$$\frac{\lambda(\mathbf{x}_1, t)}{\lambda(\mathbf{x}_2, t)} = \left(\frac{\eta(\mathbf{x}_2)}{\eta(\mathbf{x}_1)}\right)^\beta$$

que no depende del tiempo y es por tanto un modelo de fallas proporcionales. Lo anterior sugiere que una forma general de la tasa de fallas puede ser

$$\lambda(\mathbf{x}, t) = \lambda_0(t)g(\mathbf{x})$$

con

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k a_i x_i$$

donde  $\lambda_0(t)$  es una tasa de fallas de referencia (para  $g(\mathbf{x}) = 1$ ).

**Ejemplo 54** *Un motor de corriente alterna se ha modelado con una distribución de Weibull con parámetro de forma  $\beta = 1,5$ . Ensayos de confiabilidad han mostrado que la vida característica (en horas de operación) depende de la carga de operación  $x$  según:*

$$\eta(x) = e^{23,2-0,34x}$$

*Encuentre la vida de diseño para una confiabilidad de 95 % para un motor que sufre una carga  $x = 115$ . Si la carga es reducida a 100, en cuanto aumentará la vida del equipo?*

### Solución 10

$$\begin{aligned}\eta(115) &= e^{23,2-0,34(115)} \\ &= 2416,3 \text{ hr}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}t_{0,95} &= 2416,3 (-\ln 0,95)^{0,6667} \\ &= 333 \text{ hr}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta(100) &= e^{23,2-0,34(100)} \\ &= 18,034 \text{ hr}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}t_{0,95} &= 18,034 (-\ln 0,95)^{0,6667} \\ &= 2489 \text{ hr}\end{aligned}$$

*Una disminución de  $(1-100/115)100 = 13 \%$  en la carga aumenta la vida del equipo en  $18033/333 = 54$  veces!*

### 13.2.2. Modelos de localización-escala

Otra familia de modelos covariables es referida como la de modelos de *localización-escala*, que se obtienen al parametrizar la media según

$$\mu(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^k a_i x_i$$

#### Caso lognormal

En este caso

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \sum_{i=0}^k a_i x_i}{s}\right)$$

**Ejemplo 55** *El MTTF (horas de operación) de un conector eléctrico sigue una distribución lognormal con parámetro de forma  $s = 0,73$ . Las fallas están relacionadas con la temperatura de operación y el número de contactos. Se ha estimado el siguiente modelo covariable:*

$$MTTF(\mathbf{x}) = -3,86 + 0,1213x_1 + 0,2886x_2$$

donde  $x_1$  es la temperatura de operación en grados centígrados y  $x_2$  es el número de contactos. Un conector de un PC operará a  $80^\circ\text{C}$  y tiene 16 pines. Su tiempo medio entre fallas es

$$MTTF(80, 16) = -0,386 + 0,1213(80) + 0,2886(16) \\ 10,46$$

y confiabilidad a las 5000 horas de uso será:

$$R(5000) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln 5000 - 10,46}{0,73}\right)$$

### 13.3. Modelos estáticos

En muchas situaciones no es apropiado asumir que la confiabilidad es una función del tiempo. Esta sección considera una carga aplicada a un sistema durante un período relativamente corto de tiempo. Una falla ocurre si la carga excede la resistencia del sistema. La resistencia del sistema es la máxima carga que el sistema puede soportar sin fallar. Por tanto, la confiabilidad es vista de una manera estática (no dependiente del tiempo).

**Ejemplo 56** *Trenes de aterrizaje de aeronaves durante un aterrizaje, cohetes durante su lanzamiento, un edificio soportando un huracán.*

Los modelos estáticos manejan el caso cuando una carga instantánea o (cuasi-instantánea) es aplicada al sistema.

Para cuantificar la carga y la resistencia, definamos una variable aleatoria  $x$  que represente la carga aplicada al sistema. Sea  $f_x(x)$  la función densidad de probabilidad, e  $y$  la variable aleatoria que representa la capacidad del sistema.  $f_y(y)$  es su función densidad de probabilidad. La probabilidad de que la carga no exceda el valor  $x_0$  está dada por:

$$P(x \leq x_0) = F_x(x_0) = \int_0^{x_0} f_x(x)dx \quad (13.1)$$

y la probabilidad de que la capacidad no exceda el valor  $y_0$  es:

$$P(y \leq y_0) = F_y(y_0) = \int_0^{y_0} f_y(y)dy$$

Estudiamos a continuación varias situaciones posibles.

### 13.3.1. Carga aleatoria y resistencia constante

Si la resistencia del sistema es una constante conocida  $y_k$  y la carga es una variable aleatoria, entonces la confiabilidad (estática) del sistema puede ser definida como la probabilidad de que la carga no supere la resistencia. Eso es,

$$R = \int_0^{y_k} f_x(x) dx = F_x(y_k)$$

**Ejemplo 57** La carga ejercida sobre un motor tiene la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1125} & \text{para } 0 \leq x \leq 15 \text{ Lbf} \\ 0 & - \end{cases}$$

Y se ha estimado a través de ensayos de laboratorio que la base del motor tiene una tolerancia fija de 14 Lbf. Luego, su confiabilidad estática es

$$\begin{aligned} R &= P(x \leq 14) \\ &= \int_0^{14} \frac{x^2}{1125} dx \\ &= 0,813 \end{aligned}$$

### 13.3.2. Carga constante y resistencia aleatoria

Si la carga es un valor constante conocido  $x_s$  y la resistencia es una variable aleatoria, la confiabilidad es la probabilidad de que la resistencia exceda la carga fija, o sea:

$$\begin{aligned} R &= P(y \geq x_s) \\ &= \int_{x_s}^{\infty} f_y(y) dy \end{aligned}$$

**Ejemplo 58** La resistencia de un nuevo pegamento sigue una distribución aleatoria que depende de las mezcla de compuestos usados en el proceso de manufactura.

$$f_y(y) = \begin{cases} \frac{10}{y^2} & \text{para } y \geq 10 \text{ Lbf} \\ 0 & - \end{cases}$$

Si se aplica una carga de 12 Lbf, cual es la confiabilidad?

$$\begin{aligned} R &= P(y \geq 12) \\ &= \int_{12}^{\infty} \frac{10}{y^2} dy \\ &= 0,833 \end{aligned}$$

### 13.3.3. Carga aleatoria y resistencia aleatoria

Si ambos son aleatorios, la confiabilidad es la probabilidad de que la carga sea menor que la resistencia (o equivalentemente, que la resistencia sea superior a la carga). Sin embargo, para calcular la confiabilidad, se debe resolver la siguiente integral doble:

$$\begin{aligned} R &= P(x \leq y) \\ &= \int_0^{\infty} \left[ \int_0^y f_x(x) dx \right] f_y(y) dy \\ &= \int_0^{\infty} F_x(y) f_y(y) dy \end{aligned} \tag{13.2}$$

y como

$$R(y) = F_x(y)$$

se tiene que

$$R = \int_0^{\infty} R(y) f_y(y) dy \quad (13.3)$$

La confiabilidad depende de la región de las dos curvas en las cuales las colas se superponen, o interfieren una con la otra. Por esta razón el análisis de carga vs resistencia es también conocido como *teoría de interferencia*.

**Ejemplo 59** Sea:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{50} & \text{para } 0 \leq x \leq 50 \\ 0 & - \end{cases}$$

$$f_y(y) = \begin{cases} 0,0008y & \text{para } 0 \leq y \leq 50 \\ 0 & - \end{cases}$$

entonces,

$$F_x(y) = \begin{cases} \int_0^y \frac{1}{50} dx & \text{para } 0 \leq y \leq 50 \\ 1 & - \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{y}{50} & \text{para } 0 \leq y \leq 50 \\ 1 & - \end{cases}$$

Entonces

$$R = \int_0^{50} \frac{y}{50} 0,0008y dy + \int_{50}^{\infty} 1(0) dy$$

$$= 0,667$$

### Caso exponencial

En este caso,

$$f_x(x) = \frac{1}{\mu_x} e^{-\frac{x}{\mu_x}}$$

$$f_y(y) = \frac{1}{\mu_y} e^{-\frac{y}{\mu_y}}$$

tras usar (32.15), se obtiene:

$$R = \frac{1}{1 + \frac{\mu_x}{\mu_y}}$$

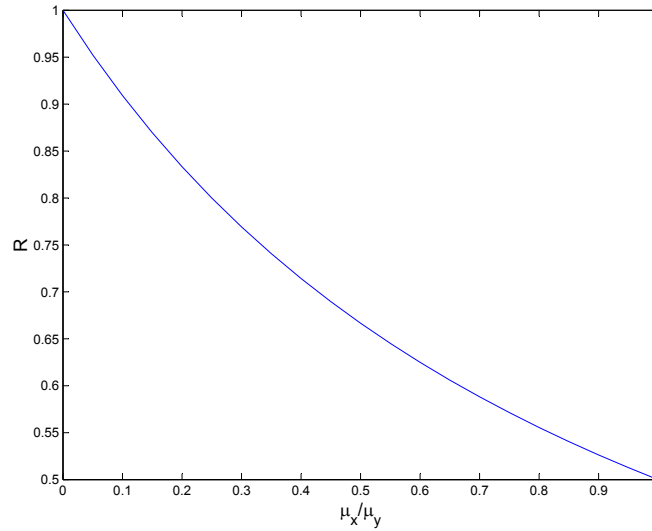
La figura (13.1) muestra la confiabilidad vs la razón  $\frac{\mu_x}{\mu_y}$ . Se observa que para obtener valores razonables se requiere

$$\frac{\mu_x}{\mu_y} \leq \frac{1}{10}$$

### Caso normal

En este caso,

$$R = \Phi \left( \frac{\mu_y - \mu_x}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \right)$$

Figura 13.1: Confiabilidad vs  $\mu_x/\mu_y$ 

**Ejemplo 60** Si la carga sigue una distribución normal con media 10.3 y desviación standard 2.1, y la resistencia sigue una distribución normal con media 25.8 y desviación standard 8.2, determine la confiabilidad del sistema.

$$R = \Phi \left( \frac{25,8 - 10,3}{\sqrt{2,1^2 + 8,2^2}} \right) = 0,966$$

#### Caso lognormal

Aquí,

$$R = \Phi \left( \frac{\ln \frac{m_y}{m_x}}{\sqrt{s_x^2 + s_y^2}} \right)$$

**Ejemplo 61** Una estructura tiene una capacidad para soportar terremotos que sigue una distribución lognormal con valor mediano 8.1 en la escala de Richter y parámetros de forma  $s_y = 0,07$ . Históricamente, la magnitud de los terremotos en esta región sigue una distribución lognormal con valor mediano 5.5 y  $s_x = 0,15$ . La confiabilidad estática de la estructura para un terremoto es:

$$R = \Phi \left( \frac{\ln \frac{8,1}{5,5}}{\sqrt{0,15^2 + 0,07^2}} \right) = 0,99$$

### 13.4. Modelos dinámicos

Si una carga es aplicada repetidamente en el tiempo sobre un sistema, entonces, bajo ciertas condiciones, se puede estimar la *confiabilidad dinámica*. Se discutirán dos casos. En el primero la carga es aplicada periódicamente al sistema. En el segundo caso, la carga es aplicada en intervalos aleatorios que siguen una distribución de Poisson. En ambos casos se asumirá que ni la resistencia ni la carga son funciones del tiempo (proceso estacionario). Ello excluye situaciones donde el envejecimiento y el desgaste son relevantes.

### 13.4.1. Cargas periódicas

Asumamos que la carga es aplicada  $n$  veces (ciclos) en los instantes  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , y que la carga tiene una distribución con función densidad de probabilidad  $f_x(x)$ . por su lado, la resistencia del sistema tiene una función densidad de probabilidad  $f_y(y)$ . Sean  $x_i$  e  $y_i$  la carga y la resistencia en el  $i$ -ésimo ciclo. Tras  $n$  ciclos la confiabilidad  $R_n$  está dada por:

$$\begin{aligned} R_n &= P(x_1 < y_1, \dots, x_n < y_n) \\ &= P(x_1 < y_1) \cdot \dots \cdot P(x_n < y_n) \end{aligned}$$

si asumimos que las cargas y la resistencia son independientes en cada ciclo.

Si las distribuciones de  $x$  e  $y$  son idénticas para cada ciclo (proceso estacionario), entonces

$$P(x_i < y_i) = R$$

donde  $R$  es la confiabilidad estática para la aplicación de una sola carga. Luego:

$$R_n = R^n$$

**Ejemplo 62** La resistencia a la ruptura de una viga de soporte tiene parámetros de Weibull  $\eta = 1200$  Lbf y  $\beta = 2,1$ . Se usan 4 vigas para soportar una estructura que carga las vigas con 100 Lbf c/u. Cual es la confiabilidad de la estructura?

La estructura falla si falla cualquiera de las vigas. Ello se puede representar como un sistema de componentes en serie. Luego, la confiabilidad estática de la estructura es la multiplicación de las confiabilidades estáticas de las vigas que la componen:

$$\begin{aligned} R_4 &= e^{-4\left(\frac{100}{200}\right)^{2,1}} \\ &= 0,9785 \end{aligned}$$

Si los instantes en que se aplica la carga son constantes y conocidos, la confiabilidad dinámica puede ser estimada a partir de

$$R(t) = R^n$$

para

$$t_n \leq t \leq t_{n+1}$$

con

$$t_0 = 0$$

En caso de que la aplicación de las cargas sea periódica con intervalo  $\Delta t$ ,

$$R(t) = R^{\frac{t}{\Delta t}}$$

**Ejemplo 63** Una estructura está diseñada para soportar una fuerza de 10 KLbf. Para probarlo, se aplica una fuerza con un cilindro hidráulico que ejerce una fuerza con distribución exponencial con media 1 KLbf. Si el cilindro actúa cada 2 minutos, cual es la confiabilidad de completar un turno de 8 horas?

$$R = 1 - e^{-10/1}$$

y

$$\begin{aligned} R(8) &= \left(1 - e^{-10/1}\right)^{8/(2/60)} \\ &= 0,9891 \end{aligned}$$

### 13.4.2. Cargas aleatorias

Si las cargas son aplicadas aleatoriamente en el tiempo de modo que el número de aplicaciones siga una distribución de Poisson, entonces la probabilidad  $P_n$  de que ocurran  $n$  aplicaciones de la carga durante el intervalo  $(0, t)$  es

$$P_n(t) = (\alpha t)^n \frac{e^{-\alpha t}}{n!} \quad (13.4)$$

con

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$\alpha$  es el número medio de aplicaciones por unidad de tiempo, luego

$\alpha t$  es el número medio de aplicaciones durante el intervalo  $(0, t)$ .

La confiabilidad puede ser encontrada a partir de

$$\begin{aligned} R(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} R^n P_n(t) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} R^n \left[ (\alpha t)^n \frac{e^{-\alpha t}}{n!} \right] \\ &= e^{-\alpha t} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(\alpha t R)^n}{n!} \right] \end{aligned}$$

pero sabemos que

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$$

luego

$$R(t) = e^{-(1-R)\alpha t} \quad (13.5)$$

**Observación 37** El resultado anterior es equivalente a usar una tasa de fallas solo dependiente del tiempo

$$\lambda = (1 - R)\alpha$$

$NdP$ .

**Ejemplo 64** Una estructura está diseñada para soportar vientos de hasta 120 mph. Las ráfagas de un huracán siguen una distribución normal con media 86 mph y una desviación standard de 9 mph. En la región, los huracanes ocurren con una frecuencia que sigue una distribución de Poisson con media 2 huracanes/año. Obtenga una expresión para la confiabilidad.

**Solución 11** Siguiendo la ecuación (13.1), la confiabilidad estática de la estructura es

$$\begin{aligned} R &= \Phi\left(\frac{120 - 86}{9}\right) \\ &= 0,99992 \end{aligned}$$

y usando ecuación ??,

$$R(t) = e^{-(0,00008)2t}$$

Si se desea una confiabilidad de 0.99, esta estructura de este tipo duraría,

$$\begin{aligned} t &= \frac{\ln 0,99}{-0,00016} \\ &= 62,8 \text{ años} \end{aligned}$$

### Cargas fijas aleatorias y resistencia

Se obtiene un resultado diferente si determinan aleatoriamente la carga y la resistencia una vez y luego se fijan ambas para cada ciclo. En el caso de ciclos aleatorios (Poisson),

$$\begin{aligned} R(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} R_n P_n(t) \\ &= P_0(t) + R \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) \end{aligned}$$

donde  $P_n(t)$  se define en ecuación 13.5.

Dado que

$$R_0 = 1$$

y

$$R_n = R$$

para

$$n = 1, 2, \dots$$

y sabiendo que

$$\sum_{i=0}^{\infty} P_i(t) = 1$$

luego

$$R(t) = P_0(t) + R(1 - P_0(t))$$

Como

$$P_0(t) = e^{-\alpha t}$$

para un proceso Poissoniano,

$$\begin{aligned} R(t) &= e^{-\alpha t} + R(1 - e^{-\alpha t}) \\ &= R + (1 - R)e^{-\alpha t} \end{aligned} \tag{13.6}$$

**Ejemplo 65** Una válvula de protección tiene una resistencia con media 3700 Lbf. La carga está distribuida exponencialmente con media 740 Lbf. Una vez aplicada, la carga permanecerá constante. Se realizan procedimientos de emergencia 1 vez por año. Calcule la confiabilidad al año de operación.

**Solución 12** Primero calculamos la confiabilidad estática  $R$  a partir de ecuación 13.3.3:

$$\begin{aligned} \frac{\mu_x}{\mu_y} &= \frac{740}{3700} \\ &= 0,2 \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{1 + 0,2} \\ &= 0,83 \end{aligned}$$

y usando ecuación 13.6,

$$R(t) = 0,83 + 0,17e^{-t}$$

con  $t$  en años. Al cabo de un año,

$$R(1) = 0,892$$

## 13.5. Modelos físicos de falla

Hasta ahora, hemos tratado la ocurrencia de fallas como un proceso aleatorio. Este enfoque es aplicado por nuestra incertidumbre sobre los procesos físicos que ocasionan en la falla. Como consecuencia, debemos desarrollar modelos estadísticos. De la recolección y análisis de datos de falla, podemos estimar los parámetros usados en tales modelos. Dada la naturaleza estadística del modelo, las estimaciones de confiabilidad son válidas para la población pero dicen poco sobre un individuo específico. De hecho, si las fallas siguen una distribución exponencial (o casi cualquier otra), entonces el *TTF* de una falla puede ser cualquier instante  $t \geq 0$ . Tras un largo número de eventos de falla se puede observar el patrón exponencial. Por tanto, tras un largo número de fallas somos capaces de hacer buenas predicciones de confiabilidad. Una segunda limitación de usar modelos estadísticos es que no consideran el efecto de cargas y condiciones ambientales individuales. Los modelos covariables manejan esta situación hasta cierto punto, aun así siguen siendo modelos estadísticos desarrollados a partir de muestras sobre una población.

Un enfoque alternativo está representado por los modelos basados en la física de la falla. Ellos son modelos matemáticos, usualmente determinísticos, basados en los mecanismo de falla y la causa raíz de las fallas. Una falla no es vista como un evento estocástico. En vez, se estima un tiempo para falla para cada modo de falla basados en las condiciones de operación, propiedades del material, la geometría, etc. Los tiempos estimados para cada modo son ordenados y el más próximo es el *TTF* estimado para el componente. Las desventajas de este tipo de enfoque es que los modelos son específicos al mecanismo de falla. Se requiere de una comprensión profunda del fenómeno; un nivel importante de información experimental, análisis ingenieril para derivar las ecuaciones. Como resultado, el número de modelos disponibles es muy limitado.

Aunque no existe un enfoque bien definido para desarrollar un modelo físico, se pueden identificar varios pasos:

1. Identificar modos de falla y mecanismos;
2. Construir modelos matemáticos;
3. Estimar la confiabilidad para las condiciones de operación y ambientales presentes y para las características dadas de los componentes;
4. Determinar la vida de servicio;
5. Rediseñar para incrementar la vida de servicio de diseño.

Mecanismos que han sido modelados:

- fatiga
- fricción
- corrosión
- contaminación
- esfuerzo mecánico

**Ejemplo 66** Andrade (1914) [3] propuso la siguiente relación empírica para medir la deformación como una función del tiempo y de la temperatura sometido a esfuerzo constante, resultando eventualmente en fractura:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \beta \sqrt[3]{t}\right) e^{kt}$$

donde

$\varepsilon$  deformación en el instante  $t$

$\varepsilon_0$  deformación inicial

$\beta, k$  constantes

Si  $\varepsilon_{\text{máx}}$  es la deformación de fractura, este modelo permite estimar la vida de diseño con respecto al creep.

**Ejemplo 67** La vida útil de las herramientas de corte, puede ser modelada por la geometría y las características operacionales del corte, así como la dureza del material. Se pueden identificar varios modos de falla incluyendo fractura, deformación plástica, desgaste gradual. Respecto de este último modo de falla, F. Taylor (1907) propuso el siguiente modelo:

$$t = \frac{c(B_{bn})^m}{v^\alpha f^\beta d^\gamma}$$

donde

$t$  vida de la herramienta en minutos;

$B_{bn}$  dureza Brinell;

$v$  velocidad de corte en pies/minuto;

$f$  avance en pulgadas/diente;

$d$  profundidad de corte en pulgadas;

$c, m, \alpha, \beta, \gamma$  constantes determinadas empíricamente.

Usualmente

$$\alpha > \beta > \gamma > m$$

lo que indica que la vida de la herramienta es más sensible a la velocidad de corte, luego el avance, la profundidad de corte, y finalmente la dureza del material.

Considérese el siguiente caso:

$$f = 0,02 \text{ pulg/rev}$$

$$d = 0,011 \text{ pulg}$$

$$v = 40 \text{ pies/min}$$

$$B_{bn} = 180$$

A partir de un ajuste por mínimos cuadrados de datos obtenidos en ensayos de laboratorio se llegó al siguiente modelo:

$$t = \frac{0,023 (180)^{1,54}}{40^{7,1} 0,02^{4,53} 0,011^{2,1}} = 186 \text{ min}$$

**Observación 38** Sería interesante optimizar los parámetros de corte para maximizar la disponibilidad, por ejemplo. NdP.

## 13.6. Comentarios finales

Tanto los modelos covariables como los modelos basados en la física de la falla estiman la confiabilidad a partir de condiciones medibles experimentalmente. Sin embargo, existen diferencias importantes entre ambos enfoques. Los modelos covariables retienen explícitamente una distribución de falla preseleccionada; cuyos parámetros son determinados a partir de los covariables. Los modelos basados en la física de la falla tratan el tiempo para falla como una variable determinística, aunque en algunas aplicaciones se debe interpretar como un valor medio. Los modelos covariables no son modelos físicos y no muestran necesariamente causa y efecto, aun si los covariables pueden expresar la causalidad asociada a la falla. Los modelos físicos, por su lado, tratan de capturar las variables causales relevantes y sus interrelaciones para modelar el mecanismo de falla. Los modelos covariables generalmente no incluyen constantes físicas, como si lo hacen los modelos físicos. Ambos tipos de modelos están basados en datos experimentales, y ambos usan técnicas de mínimos cuadrados para estimar sus parámetros.

## 13.7. Lecturas interesantes

(Murty y Naikan, 1997)[37] utilizan la teoría de interferencias para la selección de maquinaria, a fin de alcanzar un nivel adecuado en la confiabilidad del producto.

# Bibliografía

- [1] Ebeling, C.E., *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, Ch. 7, McGraw-Hill, 1997.
- [2] Ploe, R.J., Skewis, W.H., *Handbook of Reliability Prediction Procedures for Mechanical Equipment*, David Taylor Research Center, Bethesda, Maryland, 1990.
- [3] Andrade, E.N. da C., *The flow in Metals under Large Constant Stress*, Proceedings of the Royal Society, Vol. 90A, 1914, pp. 329-342.
- [4] Murty, A.S.R., Naikan, V.N.A., *Machinery selection process capability and product reliability dependence*, International Journal of Quality & Reliability Management, 14(4), 381-390, 1997. [\[bajar\]](#)



## Capítulo 14

# Estimación de confiabilidad con datos censurados y agrupados

### 14.1. Introducción

Los datos censurados y agrupados pueden ser analizados en una *tabla de vida*. Este tipo de tablas resume la información de supervivencia de las unidades sujetas a falla. Ellas han sido usadas en investigación médica para estimar la probabilidad de supervivencia de pacientes con ciertas enfermedades y que han recibido tratamientos u operaciones quirúrgicas. Asumamos que los instantes de falla o censura han sido agrupados en  $k + 1$  intervalos de la forma  $(t_{i-1}, t_i)$  con  $i = 1, 2, \dots, k + 1$ , donde  $t_0 = 0$  y  $t_{k+1} = \infty$ . Los intervalos no requieren ser de la misma duración. Sean:

- $F_i$  el número de fallas en el  $i$ -ésimo intervalo;
- $C_i$  número de datos censurados en el  $i$ -ésimo intervalo;
- $H_i$  el número de unidades en riesgo en el instante  $t_{i-1}$ ,

$$H_i = H_{i-1} - F_{i-1} - C_{i-1}$$

- $H'_i$  el número de unidades ajustado al riesgo de que los instantes de censura ocurran uniformemente sobre el intervalo:

$$H'_i = H_i - \frac{C_i}{2}$$

entonces, la probabilidad condicional de una falla dado que se ha sobrevivido hasta  $t_{i-1}$ ,

$$\frac{F_i}{H'_i}$$

luego, la probabilidad condicional de sobrevivir al intervalo es

$$p_i = 1 - \frac{F_i}{H'_i}$$

La confiabilidad  $\hat{R}_i$  de una unidad de sobrevivir el  $i$ -ésimo intervalo puede ser escrita como

$$\hat{R}_i = p_i \hat{R}_{i-1}$$

año	nro. de fallas	numero de datos censurados
1981	5	0
1982	10	1
1983	12	5
1984	8	2
1985	10	0
1986	15	6
1987	9	3
1988	8	1
1989	4	0
1990	3	1

Cuadro 14.1: Historial de la flota

$i$	$F_i$	$C_i$	$H_i$	$H_i'$	$p_i$	$R_i$
1	5	0	200	200	0,975	0,975
2	10	1	195	194,5	0,949	0,925
3	12	5	184	181,5	0,934	0,864
4	8	2	167	166	0,952	0,822
5	10	0	157	157	0,936	0,770
6	15	6	147	144	0,896	0,690
7	9	3	126	124,5	0,928	0,640
8	8	1	114	113,5	0,930	0,595
9	4	0	105	105	0,962	0,572
10	3	1	101	100,5	0,970	0,555

Cuadro 14.2: Resultados

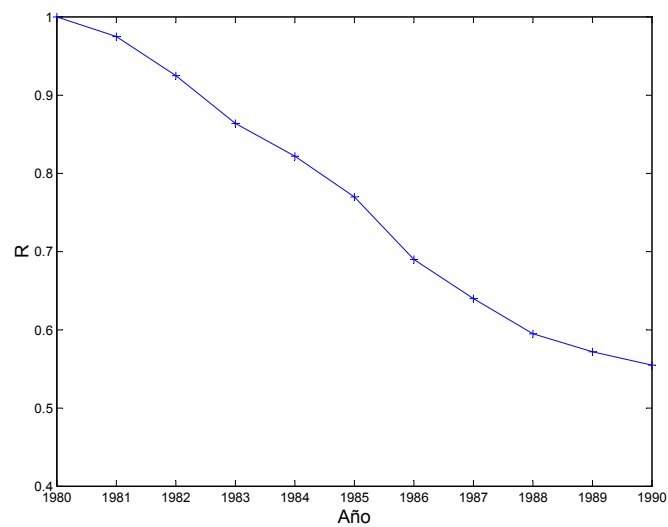


Figura 14.1: Confiabilidad estimada

## 14.2. Ejemplo

Construya una tabla de vida para los motores de una flota de 200 aviones que tienen el historial mostrado en tabla 14.1. Los datos censurados representan aquellos aviones que tuvieron otros modos de falla.

La solución es mostrada en la tabla 14.2.

Una aproximación para la desviación standard de la confiabilidad estimada es:

$$std(\hat{R}_i) = \sqrt{\hat{R}_i \sum_{k=1}^i \frac{1 - p_k}{H'_k p_k}}$$



# Bibliografía

- [1] Ebeling, C.E., *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, Ch. 12, McGraw-Hill, 1997.



## Capítulo 15

# Estimación de confiabilidad con máxima verosimilitud

### 15.1. Introducción

Aunque los métodos gráficos ya vistos para la estimación de parámetros son fáciles de usar; ello no implica que sean los mejores o los preferidos. Esto es especialmente cierto para los test de validación basados en el *estimador de máxima verosimilitud*. El concepto de máxima verosimilitud será ilustrado inicialmente con un ejemplo; luego veremos definiciones generales; y finalmente su aplicación a modelos de confiabilidad clásicos.

**Ejemplo 68** Sea  $x$  una variable discreta que representa el número de ensayos requeridos para obtener la primera falla. Si asumimos que la probabilidad de una falla permanece constante ( $p$ ) y que cada ensayo es independiente, entonces

$$P(x = x_0) = f(x_0) = (1 - p)^{x_0 - 1} p$$

con

$$x = 1, 2, 3, \dots$$

O sea es la probabilidad de  $x_0 - 1$  ensayos exitosos (con probabilidad  $(1 - p)^{x_0 - 1}$ ) seguido por una falla (con probabilidad  $p$ ).

Si  $x_1, x_2, \dots, x_n$  representa una muestra de tamaño  $n$  de esta distribución, se tiene que

$$\begin{aligned} f_{x_1, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \prod_{i=1}^n f(x_i) \\ &= p^n (1 - p)^{\sum_{i=1}^n (x_i - 1)} \end{aligned} \quad (15.1)$$

La ecuación (15.1) es llamada *función de verosimilitud* y representa la probabilidad de obtener la muestra observada. Dado que la ecuación (15.1) contiene el parámetro desconocido  $p$ , y deseamos encontrar el valor del mismo que sea consistente con la muestra observada. Si se encuentra un valor que maximice la función de verosimilitud, este también maximizará la posibilidad de encontrar la muestra observada. Por tanto, deseamos resolver el siguiente problema:

$$\max_{0 \leq p \leq 1} g(p) = p^n (1 - p)^{\sum_{i=1}^n (x_i - 1)}$$

Podemos encontrar el máximo de una función al encontrar el punto donde la primera derivada es cero. Ello se hace más fácil si se usa el logaritmo de la función de verosimilitud, o

$$\begin{aligned}\max \ln g(p) &= \ln \left\{ \prod_{i=1}^n f(x_i) \right\} \\ &= n \ln p + \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - 1) \right] \ln(1 - p)\end{aligned}$$

tomando la derivada e igualando a cero,

$$\frac{n}{p} - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 1)}{1 - p} = 0$$

o

$$\hat{p} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (15.2)$$

Por tanto, el valor de  $\hat{p}$  obtenido a partir de (15.2) es el estimador de máxima verosimilitud para esta distribución (que es denominada *geométrica*).

**Ejemplo 69** Se registraron los siguientes numero de representan los ciclos de operación de un equipo que falló y detuvo la linea de producción: 5,8,2,10,7,1,2,5. La variable aleatoria de interés,  $x$ , es el numero de ciclos de operación necesarios para obtener una falla. Asumiendo una distribución geométrica,

$$\begin{aligned}\hat{p} &= \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i} \\ &= \frac{8}{40} \\ &= 0,2\end{aligned}$$

luego,

$$P(x = x_0) = 0,8^{x_0-1}0,2$$

La media de esta distribución es  $1/p$ . Luego,  $40/8 = 5$  es el numero medio de ciclos de operación hasta que ocurre una falla. La probabilidad de que ocurra una falla en el tercer ciclo es

$$\begin{aligned}P(3) &= 0,8^{3-1}0,2 \\ &= 0,128\end{aligned}$$

## 15.2. Estimación de máxima verosimilitud

En general, para encontrar el estimador de máxima verosimilitud de una distribución con datos completos, se debe encontrar el máximo de la siguiente función de verosimilitud con respecto a los parámetros desconocidos  $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}^T$ :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i|\theta)$$

El objetivo es encontrar los valores de los estimadores de  $\theta$  que logran que la función  $L$  sea lo más grandes posible para valores dados de  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . Dada forma multiplicativa de  $L$ , el máximo de logaritmo de  $L$  es usualmente un problema más fácil de resolver (se torna lineal). En general, la condiciones necesarias para encontrar el estimador se obtiene al igualar a cero el gradiente de logaritmo de  $L$  con respecto al vector de parámetros  $\theta$ .

Si hay datos censurados a la derecha (tipo I), se modifica la función de verosimilitud a

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^r f(t_i|\theta) [R(t_*)]^{n-r}$$

donde

$r$  es el numero de fallas;

$n$  es le numero de unidades en riesgo de falla;

$t_*$  es la duración del test.

El factor  $[R(t_*)]^{n-r}$  es la probabilidad de que  $n-r$  unidades censuradas no fallen antes de que finalice el test. Para datos censurados tipo II, se reemplaza  $t_*$  por  $t_r$ .

### 15.2.1. Distribución exponencial

Tanto para datos completos como censurados, el estimador de máxima verosimilitud para el parámetro  $\lambda$  está dado por:

$$\lambda = \frac{r}{T}$$

donde

$r$  es el numero de fallas, y

$T$  se define según el tipo de test:

Para datos sin censura,

$$T = \sum_{i=1}^n t_i$$

Para censura tipo I:

$$T = \sum_{i=1}^r t_i + (n-r) t_*$$

Para censura tipo II,

$$T = \sum_{i=1}^r t_i + (n-r) t_r$$

Obtengamos por ejemplo, el estimador con censura tipo II:

La función densidad de probabilidad es:

$$f(t_i) = \lambda e^{-\lambda t_i} \text{ con } i = 1, \dots, r$$

donde los valores  $t_i$  están ordenados en forma creciente. La probabilidad de que  $n-r$  unidades superen  $t_r$  es

$$P(t_i > t_r \text{ para todo } i > r) = (e^{-\lambda t_r})^{n-r}$$

luego, la función de verosimilitud es:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \prod_{i=1}^r \lambda e^{-\lambda t_i} (e^{-\lambda t_r})^{n-r} \\ &= \lambda^r e^{-\lambda \sum_{i=1}^r t_i - \lambda(n-r)t_r} \end{aligned}$$

y el logaritmo de  $L$ ,

$$\ln L(\theta) = r \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^r t_i - \lambda(n-r)t_r$$

derivando,

$$\frac{r}{\lambda} - \sum_{i=1}^r t_i - \lambda(n-r)t_r = 0$$

Resolviendo para  $\lambda$ ,

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{\sum_{i=1}^r t_i - \lambda(n-r)t_r} = \frac{r}{T}$$

### 15.2.2. Distribución de Weibull

El estimador de máxima verosimilitud para una distribución de Weibull de 2 parámetros puede ser calculado numéricamente. Tanto para datos completos como censurados, el valor estimado del parámetro de forma  $\beta$ , es encontrado al resolver la siguiente ecuación:

$$g(\beta) = \frac{\sum_{i=1}^r t_i^\beta \ln t_i + (n-r) t_s^\beta \ln t_s}{\sum_{i=1}^r t_i^\beta + (n-r) t_s^\beta} - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_i = 0$$

donde

$$t_s = \begin{cases} 1 & \text{para datos completos} \\ t_* & \text{para censura tipo I} \\ t_r & \text{para censura tipo II} \end{cases}$$

disponiendo de una estimación para  $\beta$ , la vida característica  $\eta$  es obtenida a partir de

$$\eta = \sqrt[\beta]{\frac{1}{r} \left( \sum_{i=1}^r t_i^\beta + (n-r) t_s^\beta \right)}$$

Un valor inicial para el proceso iterativo se puede obtener a partir del método gráfico.

**Ejemplo 70** *Estime, usando máxima verosimilitud, los valores para los parámetros de la distribución de Weibull asociados a los datos de falla: 25.1, 73.9, 75.5, 88.5, 95.5, 112.2, 113.6, 138.5, 139.8, 150.3, 151.9, 156.8, 164.5, 218, 403.1.*

### 15.2.3. Distribuciones normales y lognormales

La obtención del estimador puede ser revisada en referencia [4], por ejemplo. Sus valores son:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(n-1)s^2}{n}$$

donde

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\hat{\mu}^2}{n-1}$$

Para la distribución lognormal, se aplica nuevamente la relación utilizada para la distribución normal. En este caso,

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln t_i}{n}$$

entonces

$$\bar{t} = e^{\hat{\mu}}$$

$$\hat{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\ln t_i - \hat{\mu})^2}{n}}$$

## 15.3. Estimación de máxima verosimilitud con datos censurados múltiplemente

Cuando la censura es múltiple, la función de verosimilitud debe ser modificada para reflejar el hecho de que en los instantes censurados, no ocurrieron fallas. Para ello, se define la función de verosimilitud de la siguiente manera:

$$L(\theta) = \prod_{i \in F} f(t_i; \theta) \prod_{i \in C} R(t_i^+; \theta)$$

donde  $F$  es el conjunto de índices no censurados, y  $C$  incluye los índices censurados.

### 15.3.1. Distribución exponencial

En este caso,

$$\begin{aligned} L(\lambda) &= \prod_{i \in \mathcal{F}} \lambda^r e^{-\lambda t_i} \prod_{i \in C} e^{-\lambda t_i^+} \\ &= \lambda^r e^{-\lambda \sum_{i \in \mathcal{F}} t_i} e^{-\lambda \sum_{i \in C} t_i^+} \end{aligned}$$

donde  $r$  es el numero total de fallas. Tomando el logaritmo,

$$\ln L(\lambda) = r \ln \lambda - \lambda \sum_{i \in \mathcal{F}} t_i - \lambda \sum_{i \in C} t_i^+$$

derivando e igualando a cero,

$$\frac{r}{\lambda} - \sum_{i \in \mathcal{F}} t_i - \sum_{i \in C} t_i^+ = 0$$

luego

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{\sum_{i \in \mathcal{F}} t_i + \sum_{i \in C} t_i^+}$$

resultado que confirma que para una distribución exponencial se puede estimar la tasa de fallas a partir del numero total de fallas dividido por el tiempo total.

### 15.3.2. Distribución de Weibull

Siguiendo los desarrollos de Nelson [5], la estimación del parámetro de forma  $\beta$  implica la solución del problema no lineal:

$$\sum_{i \in \mathcal{F}} \frac{\ln t_i}{r} = \sum_{i \in \mathcal{F}+C} t_i^\beta \ln t_i \sum_{i \in \mathcal{F}+C} \frac{1}{t_i^\beta} - \frac{1}{\beta} \quad (15.3)$$

Obtenida la estimación de  $\beta$ ,

$$\eta = \sqrt[\beta]{\sum_{i \in \mathcal{F}+C} \frac{t_i^\beta}{r}} \quad (15.4)$$

**Ejemplo 71** Se pusieron 15 unidades para una prueba de 500 horas. Se registraron los siguientes instantes de falla: 34, 136, 145<sup>+</sup>, 154, 189, 200<sup>+</sup>, 286, 287, 334, 353, 380<sup>+</sup>. Encuentre estimación para parámetros exponencial y de Weibull.

Para el caso exponencial:

$$\begin{aligned} T &= 34 + 136 + 145 + 154 + 189 + 200 + 286 + \\ &\quad 287 + 334 + 353 + 380 + 4 \cdot 500 \\ &= 4498 \end{aligned}$$

y fallaron 8 unidades, luego:

$$\hat{\lambda} = \frac{8}{4498} \text{ fallas/hora}$$

Para la estimación de Weibull, se asigna un tiempo de censura de 500 horas para las unidades que no fallaron. El lado izquierdo de la ecuación (15.3) es 5.21385. La iteración resulta en

$$\beta = 1,43$$

Usando (15.4),

$$\eta = 491$$

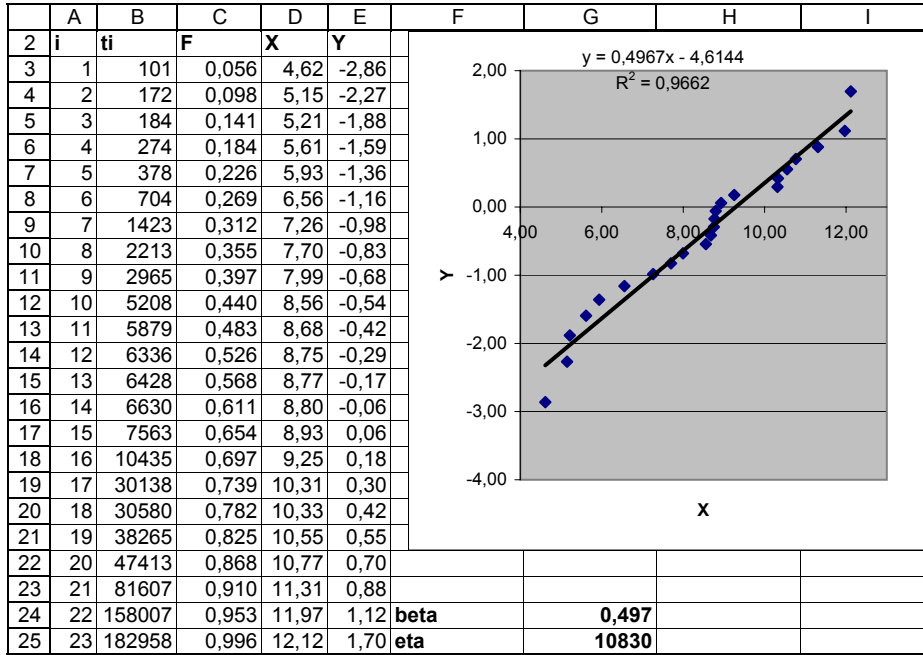


Figura 15.1: Datos y resultados preliminares

## 15.4. Estimación del parámetro de localización

Cuando la gráfica de Weibull muestra curvaturas en vez de rectas, es una indicación de que existe una denominada *vida garantizada o vida mínima*. Para obtener una recta, es necesario restar la vida mínima  $\gamma$ , definiendo:

$$t'_i = t_i - \gamma$$

La estimación de máxima verosimilitud para  $\gamma$  no está bien definida. Un borne superior para  $\gamma$  es  $t_1$ , el instante de la primera falla. El método gráfico ofrece la posibilidad de iterar sobre este parámetro para obtener la mejor recta posible. Otra posibilidad es utilizar el trabajo presentado en referencia [2]:

$$\hat{\gamma} = \frac{t_1 t_n - t_j^2}{t_1 + t_n - 2t_j}$$

donde

$$j = np$$

y

$$p = \begin{cases} 0.5 & \text{para dist. lognormal} \\ 0.8829n^{-0.3437} & \text{para dist. Weibull} \end{cases} \quad (15.5)$$

Para una distribución exponencial es mejor utilizar[2]:

$$\hat{\gamma} = 2t_1 - t_2$$

También es posible que  $\hat{\gamma}$  sea negativo. Esto puede suceder, por ejemplo, si se desgasta antes de entrar en servicio (en la bodega por ejemplo). También se debe tomar en cuenta que el control de calidad y las inspecciones tienden a eliminar los modos de falla que aparecen durante la infancia. Los avances en ingeniería así como en los materiales pueden generar un  $\hat{\gamma}$  positivo.

**Ejemplo 72** Se han observado los instantes de falla que se muestran en gráfica 15.1<sup>1</sup>. Donde además se muestran las estimaciones obtenidas por mínimos cuadrados, que entregan los parámetros de Weibull

<sup>1</sup>Los datos fueron generados a partir de una distribución con  $\beta = 0,4$ ,  $\eta = 10^4$ ,  $t_0 = 100$ [3].

(según referencia [3]):

$$\begin{aligned}\hat{\beta} &= 0,517 \\ \hat{\eta} &= 13948\end{aligned}$$

Una estimación para  $p$  se calcula a partir de la ecuación (15.5):

$$\begin{aligned}p &= 0,8829 (23)^{-0,3437} \\ &= 0,3\end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned}j &= \text{round}(0,3 \cdot 23) \\ &= 7\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\hat{\gamma} &= \frac{101 \cdot 182958 - 1423^2}{101 + 182958 - 2 \cdot 1423} \\ &= 91,3\end{aligned}$$

tras realizar la corrección se obtiene (por mínimos cuadrados):

$$\begin{aligned}\hat{\beta} &= 0,45 \\ \hat{\eta} &= 13079\end{aligned}$$

## 15.5. Intervalos de confianza

Para determinar la precisión con la cual el método de máxima verosimilitud estima los parámetros de la distribución seleccionada. Para ello se construyen intervalos de confianza. Un intervalo de confianza provee un rango de valores en donde existe un alto grado de confianza en que el parámetro verdadero esté incluido.

### 15.5.1. Distribución exponencial

Un intervalo de confianza de  $100(1 - \alpha)\%$  para el  $MTTF$  está dado por:

$$\begin{aligned}MTTF_L &= \frac{2T}{\chi_{\alpha/2, k}^2} \\ MTTF_U &= \frac{2T}{\chi_{1-\alpha/2, 2r}^2}\end{aligned}$$

donde

$$k = \begin{cases} 2(r+1) & \text{censura tipo I} \\ 2r & \text{censura tipo II y datos completos} \end{cases}$$

$T$  es el tiempo total del test;

$r$  es el numero de fallas;

$\chi^2$  es el valor de la tabla  $\chi^2$  con el nivel de confianza deseado y los grados de libertad indicados.

Un intervalo de confianza para la confiabilidad para algún instante  $t$  está dado por:

$$e^{-t/MTTF_L} \leq R(t) \leq e^{-t/MTTF_U}$$

Alternativamente, la vida de diseño  $T_r$ , o aquella que toman las unidades para alcanzar un nivel de confiabilidad  $R$  es:

$$-MTTF_L \ln R \leq T_r \leq -MTTF_U \ln R$$

**Ejemplo 73** Se ensayaron 30 unidades hasta observar 20 fallas. Los tiempos de falla registrados son: 50.1, 20.9, 31.1, 96.5, 36.3, 99.1, 42.6, 84.9, 6.2, 32.0, 30.4, 87.7, 14.2, 4.6, 2.5, 1.8, 11.5, 84.6, 88.6, 10.7.

Un intervalo de confianza del 90 % para el  $MTTF$  de la distribución exponencial para datos con censura tipo II con  $n = 30$  y  $r = 20$  es:

$$\begin{aligned} T &= 50,1 + 20,9 + \dots + 10,7 + (30 - 20) 99,1 = 1827,3 \\ \chi_{0,975,40}^2 &= 24,433 \\ \chi_{0,025,40}^2 &= 59,342 \\ MTTFL &= \frac{2(1827,3)}{59,342} = 61,58 \\ MTTFU &= \frac{2(1827,3)}{24,433} = 149,58 \end{aligned}$$

Para un tiempo de operación de  $t_0 = 10$  horas,

$$\begin{aligned} e^{-10/61,58} &\leq R(t) \leq e^{-10/149,58} \\ 0,850 &\leq R(t) \leq 0,935 \end{aligned}$$

Para una confiabilidad  $R = 0,95$ ,

$$\begin{aligned} -61,58 \ln 0,95 &\leq t_r \leq -149,58 \ln 0,95 \\ 3,16 &\leq t_r \leq 7,67 \end{aligned}$$

### 15.5.2. Distribución exponencial de 2 parámetros

En caso de existir una vida mínima garantizada,

$$R(t) = \begin{cases} 1 & t \leq \gamma \\ e^{-(t-\gamma)/MTTF} & t \geq \gamma \end{cases}$$

y las estimaciones para los parámetros son:

$$\begin{aligned} MTTF &= \frac{\sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_s - nt_1}{r} \\ \gamma &= t_1 - \frac{MTTF}{n} \end{aligned}$$

donde

$$t_s = \begin{cases} t_* & \text{censura tipo I} \\ t_r & \text{censura tipo II} \end{cases}$$

Los intervalos de confianza para  $MTTF$ ,  $\gamma$  y  $R$  están definidos por:

$$MTTFL = \frac{2(r-1)}{\chi_{\alpha/2, 2r-2}^2} MTTF \leq MTTF \leq \frac{2(r-1)}{\chi_{1-\alpha/2, 2r-2}^2} MTTF = MTTFU$$

$$\gamma_L = t_1 - \frac{MTTF}{n} F_{\alpha, 2, 2r-2} \leq \gamma \leq t_1$$

y

$$e^{-(t-\gamma)/MTTFL} \leq R(t) \leq e^{-(t-\gamma)/MTTFU}$$

donde

$$F_{\alpha, 2, 2r-2} = (r-1) \left[ \alpha^{-1/(r-1)} - 1 \right]$$

### 15.5.3. Distribución de Weibull

Para obtener intervalos de confianza para la distribución de Weibull se requiere el uso de técnicas numéricas o tablas especiales. Para tamaños de muestra grande con datos completos, se pueden usar las expresiones[?]:

$$\hat{\beta}e^{-0,78z_{\alpha/2}/\sqrt{n}} \leq \beta \leq \hat{\beta}e^{0,78z_{\alpha/2}/\sqrt{n}}$$

$$\hat{\eta}e^{-1,05z_{\alpha/2}/(\beta\sqrt{n})} \leq \eta \leq \hat{\eta}e^{-1,05z_{\alpha/2}/(\beta\sqrt{n})}$$

donde

$\hat{\beta}$  y  $\hat{\eta}$  son valores estimados de máxima verosimilitud;  
 $z_{\alpha/2}$  es la desviación normal standard.

**Ejemplo 74** De las 15 fallas del ejemplo 70, y usando las siguientes valores estimados:

$$\hat{\beta} = 1,806$$

$$\hat{\eta} = 158,65$$

Obtenga los intervalos de confianza para 90 %.

Tenemos,

$$n = 15$$

$$z_{0,05} = 1,645$$

luego,

$$1,297 \leq \beta \leq 2,52$$

$$124,1 \leq \eta \leq 203,3$$

La referencia [3] presenta intervalos de confianza para datos censurados.

## 15.6. Estimación de parámetros para modelos covariables

En general, las estimaciones de máxima verosimilitud para los parámetros de los modelos covariables, implica resolver sistemas de ecuaciones no lineales. Ilustraremos este tipo de estimación con un modelo covariable exponencial donde

$$\lambda = e^{\sum_{i=0}^k a_i x_i}$$

donde

$$x_0 = 1$$

y se desea estimar el valor de los parámetros  $a_i$ . Si los datos están completos:

$$L(\mathbf{a}) = \prod_{j=1}^n e^{\sum_{i=0}^k a_i x_{ij}} e^{-t_j \sum_{i=0}^k a_i x_{ij}}$$

donde  $x_{ij}$  es el valor del  $i$ -ésimo covariable asociado a la  $j$ -ésima falla. La función logarítmica de verosimilitud es

$$\ln L(\mathbf{a}) = \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{i=0}^k a_i x_{ij} - t_j e^{-\sum_{i=0}^k a_i x_{ij}} \right\}$$

y el set de ecuaciones a resolver es:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a_i} = \sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1}^n t_j x_{ij} e^{-\sum_{i=0}^k a_i x_{ij}} = 0$$

con

$$i = 0, 1, \dots, k$$

Un estimador menos eficiente pero más simple de resolver es obtenido al usar mínimos cuadrados. Para desarrollarlo, se escribe la función de confiabilidad en términos de los covariables:

$$R(t) = e^{-t \exp(\sum_{i=0}^k a_i x_i)}$$

o

$$-\ln R = t e^{\sum_{i=0}^k a_i x_i}$$

y tomando nuevamente el logaritmo,

$$\ln(-\ln R(t)) = \ln t + \sum_{i=0}^k a_i x_i$$

La cual es una hiperrecta en  $(\ln t, \ln(-\ln R(t)))$  a ser estimada.

Se puede emplear un enfoque similar para la distribución de Weibull si el logaritmo de la vida característica es una función lineal de uno o mas covariables. La función confiabilidad es escrita como

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\exp(\sum_{i=0}^k a_i x_i)}\right)^\beta}$$

luego

$$\ln\left(\ln \frac{1}{1-F(t)}\right) = \beta \ln t - \beta \sum_{i=0}^k a_i x_{ij} \quad (15.6)$$

donde los puntos de la hiperrecta son definidos por los pares

$$\left(\ln t_i, \ln\left(\ln \frac{1}{1-F(t_i)}\right)\right)$$

**Observación 39** En el modelo covariable presentado, se considera que el valor de los covariables son constantes en el tiempo para cada unidad ensayada. La variación se produce entre unidades.

**Ejemplo 75** Se registraron los datos mostrados en figura (15.2) de un ensayo de confiabilidad en donde el covariable es una carga medida (Volts). Asuma que la vida característica es una función de la carga aplicada.

Para obtener los parámetros se construyó el sistema sobre-determinado

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

que representa a la ecuación (15.6) para cada punto, con

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} \beta \\ \beta a_0 \\ \beta a_1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \ln\left(\ln \frac{1}{1-F(t_j)}\right)$$

y cada fila de  $\mathbf{A}$ ,

$$\{ \ln t \quad -1 \quad x_{1j} \}$$

Los resultados obtenidos son:

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} 0,4903 \\ -4,2125 \\ 0,0075 \end{Bmatrix}$$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	i	t <sub>i</sub>	x <sub>0i</sub>	x <sub>1i</sub>	F	ln(t <sub>i</sub> )	ln(ln(1/(1-F)))
3	1	4,7	1	160	0,049	1,548	-2,999
4	2	7,5	1	160	0,118	2,015	-2,074
5	3	10,3	1	160	0,188	2,332	-1,572
6	4	20,5	1	160	0,257	3,020	-1,214
7	5	141,6	1	120	0,326	4,953	-0,929
8	6	166	1	120	0,396	5,112	-0,685
9	7	209,1	1	120	0,465	5,343	-0,468
10	8	324,1	1	120	0,535	5,781	-0,268
11	9	551,3	1	100	0,604	6,312	-0,076
12	10	3125	1	90	0,674	8,047	0,113
13	11	4671	1	100	0,743	8,449	0,307
14	12	5049	1	100	0,813	8,527	0,515
15	13	5220	1	90	0,882	8,560	0,759
16	14	9658	1	90	0,951	9,176	1,107

Figura 15.2: Datos y resultados preliminares

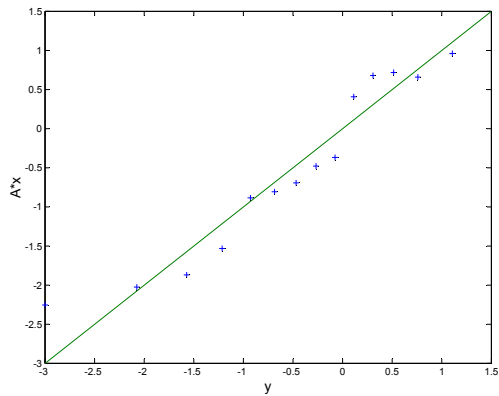


Figura 15.3: Ajuste por mínimos cuadrados

luego

$$\begin{aligned}\beta &= 0,490 \\ a_0 &= 8,59 \\ a_1 &= -0,02\end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned}\hat{\eta} &= \sum_{i=0}^k a_i x_i \\ &= 8,59 - 0,02x\end{aligned}$$

## 15.7. Comentarios finales

En este capítulo hemos tratado la estimación de los parámetros de la distribución a partir del método de máxima verosimilitud. Él se presenta como una alternativa al método de mínimos cuadrados ya visto anteriormente. Además hemos establecido intervalos de confianza para las estimaciones.

Varios de los modelos desarrollados están disponibles en Web en la planilla Excel [ebeling15.xls](#).

# Bibliografía

- [1] Ebeling, C.E., *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, Ch. 15, McGraw-Hill, 1997.
- [2] Muralidhar, K.H., and Zanakis, S., *A Simple Minimum-Bias Percentile Estimator of the Location Parameter for the Gamma, Weibull and Lognormal Distributions*, Decision Sciences, Vol. 23, No. 4, pp 862-879, 1992.
- [3] Lawless, J.F., *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons, New York, 1982.
- [4] Ross, S.M., *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [5] Nelson, W., *Applied Life Data Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1982.



**Parte III**

**Modelos de costos**



## Capítulo 16

# Planificación de overhauls en flotas mixtas

En el mar tormentoso de Chile vive el rosado congrio,  
gigante anguila de nevada carne. Y en las ollas chilenas, en la costa,  
nació el caldillo grávido y succulento, provechoso.  
Lleven a la cocina el congrio desollado, su piel manchada cede como un huante  
y al descubierto queda entonces el racimo del mar,  
el congrio tierno reluce ya desnudo, preparado para nuestro apetito.  
Ahora recoges ajos, acaricia primero ese marfil precioso, huele su fragancia iracunda,  
entonces deja el ajo picado caer con la cebolla y el tomate  
hasta que la cebolla tenga color de oro.  
Mientras tanto se cuecen con el vapor los regios camarones marinos  
y cuando ya llegaron a su punto, cuando cuajó el sabor  
en una salsa formada por el jugo del océano y por el agua clara  
que desprendió la luz de la cebolla, entonces que entre el congrio  
y se sumerja en gloria, que en la olla se aceite, se contraiga y se impregne.  
Ya sólo es necesario dejar en el manjar caer la crema como una rosa espesa,  
y al fuego lentamente entregar el tesoro  
hasta que en el caldillo se calienten las esencias de Chile,  
y a la mesa lleguen recién casados los sabores del mar y de la tierra  
para que en ese plato tú conozcas el cielo.  
*Pablo Neruda. Oda al Caldillo de Congrio.*<sup>[4]</sup>

### 16.1. Resumen

Se presenta un modelo determinístico de programación lineal entera para establecer un programa de overhauls para una flota de equipos mecanizados. El objetivo es minimizar la edad promedio de la flota, la cual se mide a través del total de unidades de distancia que operan los equipos sobre un horizonte finito de tiempo. Se incluyen restricciones de capacidad de los talleres y restricciones para asegurar que una fracción de la flota sea reacondicionada en cada unidad de tiempo.

### 16.2. Introducción

Consideremos una flota de equipos que están asignados a varias unidades, donde cada unidad tiene niveles de operación y mantenimiento propios para un equipo. Dentro de la flota existen varias subflotas de equipos *diferentes*.

El programa de mantenimiento de los equipos tiene varios *escalones*, de los cuales el más alto es el escalón de overhauls, realizado en talleres especializados.

El objetivo general es maximizar la disponibilidad de la flota en cada unidad. La hipótesis de este trabajo es que la disponibilidad de la flota es proporcional a la *edad* promedio de la misma, donde la *edad* de un equipo corresponde al período de tiempo que ha transcurrido desde el último overhaul.

### 16.3. Formulación del modelo

Consideraremos las siguientes hipótesis y consideraciones:

- el tiempo es discretizado en unidades (por ejemplo, trimestres),
- al principio de cada unidad de tiempo, se decide qué equipos deben ser intervenidos
- El ciclo de vida de un equipo es conocido,  $T$  ut.
- Al principio de cada unidad de tiempo se registra el uso de cada equipo de la flota (ud)
- La tasa de uso de un equipo es constante y conocida (ud/ut)
- La edad de un equipo corresponde al número de unidades de tiempo transcurridas desde que se terminó su último overhaul (o sea, un overhaul es considerado una intervención perfecta -ver §25-)
- El transporte desde y hacia los talleres es despreciable frente a una unidad de tiempo
- La duración del overhaul mismo es menor que una unidad de tiempo
- Un taller dispone de una capacidad limitada (y conocida) para intervenir equipos en cada unidad de tiempo
- Un taller es capaz de atender a cualquier equipo de la flota

### 16.4. Modelo matemático

#### 16.4.1. Indices

- $b, bt$ : unidades operacionales,  $b, bt = 1 \dots B$
- $d, dt$ : talleres de overhaul,  $d, dt = 1 \dots D$
- $a, at$ : edad del equipo,  $a, at = 1 \dots A_b$
- $A_b$ : máxima edad de un equipo en la unidad  $b$
- $t, tt$ : unidad de tiempo,  $t, tt = 1 \dots T$
- $y$ : año,  $y = 1 \dots Y$
- $k$ : tipo de equipo,  $k = 1 \dots K$

**Observación 40**  $A_b$  debe ser predeterminado. Es necesario elegir un valor suficientemente grande, pero además no demasiado pues el número de variables de diseño puede tornarse innecesariamente grande.

### 16.4.2. Parámetros

- $IN_{b,a,k}$ : número inicial de tanques de tipo  $k$  en el batallón  $b$  de edad  $a$
- $\lambda_b$ : tasa de uso promedio (ud/ut) en la unidad  $b$
- $RB_{b,k}$ : número de equipos tipo  $k$  asignados a la unidad  $b$
- $\alpha$ : fracción de equipos de una unidad que deben ser reacondicionados por año
- $TL_b$ : número máximo de equipos de la unidad  $b$  a ser intervenidos por año, luego

$$TL_b = \alpha \sum_k RB_{b,k} \quad \forall b$$

- $DC_d$ : capacidad del taller  $d$  (u/ut)
- $DV1_{d,k}$ : número de equipos tipo  $k$  en el taller  $d$  al principio de la primera unidad de tiempo
- $DV2_{d,k}$ : número de equipos tipo  $k$  en el taller  $d$  al principio de la última unidad de tiempo ( $T$ )

### 16.4.3. Variables de decisión

- $x_{(b,a,t),(b,a+1,t+1),k}$ : número de equipos tipo  $k$  en la unidad  $b$  de edad  $a$  al principio de la unidad de tiempo  $t$  que ha envejecido una unidad de tiempo al principio de la unidad de tiempo  $t+1$
- $x_{(b,a,t),(d,t+1),k}$ : número de equipos tipo  $k$  de edad  $a$  al principio de la unidad de tiempo  $t$  que han sido enviados desde la unidad  $b$
- $x_{(d,t),(b,0,t),k}$ : número de equipos tipo  $k$  que han sido enviados desde el taller  $d$  a la unidad  $b$  al principio de la unidad de tiempo  $t$
- $x_{(d,t),(d,t+1),k}$ : número de equipos tipo  $k$  que ... el taller  $d$  a la unidad  $b$  al principio de la unidad de tiempo  $t$

### 16.4.4. Objetivo

Minimizar

$$\sum_k \sum_b \sum_a \sum_t (a \cdot \lambda_b \cdot (x_{(b,a-1,t-1),(b,a,t),k} - x_{(b,a,t),(d,t+1),k})) \quad (16.1)$$

La función objetivo calcula el total de unidades de distancia acumulados entre overhauls para toda la flota durante su ciclo de vida. El término

$$(x_{(b,a-1,t-1),(b,a,t),k} - x_{(b,a,t),(d,t+1),k}) \quad (16.2)$$

cuantifica el número de equipos de edad  $a$  al principio de la unidad  $t$ . El primer término de la expresión (27.4):

$$x_{(b,a-1,t-1),(b,a,t),k}$$

representa el número de equipos tipo  $k$  en el batallón tras la ultima unidad de tiempo y el segundo

$$x_{(b,a,t),(d,t+1),k}$$

representa los equipos tipo  $k$  que fueron enviados para overhaul.

### 16.4.5. Restricciones

$$x_{(b,0,1),(b,1,2),k} = IN_{b,0,k} + \sum_d x_{(d,1),(b,0,1),k} \quad \forall k, b \quad (16.3)$$

$$x_{(b,0,t),(b,1,t+1),k} = \sum_d x_{(d,t),(b,0,1),k} \quad \forall k, b, 2 \leq t \leq T-1 \quad (16.4)$$

$$x_{(b,a,1),(b,a+1,2),k} + \sum_d x_{(b,a,1),(d,2),k} = IN_{b,a,k} \quad \forall k, b, a > 0 \quad (16.5)$$

$$x_{(b,a,t),(b,a+1,t+1),k} + \sum_d x_{(b,a,t),(d,t+1),k} = x_{(b,a-1,t-1),(b,a,t),k} \quad \forall k, b, 2 \leq t \leq T-1 \quad (16.6)$$

$$x_{(d,1),(d,2),k} + \sum_b x_{(d,1),(b,0,1),k} = DV1_{d,k} \quad \forall k, d \quad (16.7)$$

$$x_{(d,1),(d,t+1),k} + \sum_b x_{(d,t),(b,0,t),k} = \sum_{a>0} \sum_b x_{(b,a,T-1),(d,t),k} \quad \forall k, d, 2 \leq t \leq T-1 \quad (16.8)$$

$$DV2_{d,k} + \sum_b x_{(d,T),(b,0,T),k} = \sum_{a>0} \sum_b x_{(b,a,T-1),(d,T),k} \quad \forall k, d \quad (16.9)$$

$$\sum_d x_{(d,1),(b,0,1),k} - \sum_d \sum_a x_{(b,a,1),(d,2),k} = RB_{b,k} - IN_{b,a,k} \quad \forall k, b \quad (16.10)$$

$$\sum_a x_{(b,a,t-1),(b,a+1,t),k} + \sum_d x_{(d,t),(b,0,t),k} - \sum_d \sum_a x_{(b,a,1),(d,t+1),k} = RB_{b,k} \quad \forall k, b, 2 \leq t \leq T-1 \quad (16.11)$$

$$\sum_a x_{(b,a,T-1),(b,a+1,t),k} + \sum_d x_{(d,t),(b,0,T),k} = RB_{b,k} \quad \forall k, b \quad (16.12)$$

$$\sum_d \sum_a x_{(b,a,t-1),(d,t),k} \leq DC_d \quad \forall d, 2 \leq t, a \neq 0 \quad (16.13)$$

$$\sum_k \sum_d \sum_a x_{(b,a,t),(d,t+1),k} \leq TL_b \quad \forall b \quad (16.14)$$

$$x_{(l,a,t),(l',a',t'),k} \geq 0 \text{ y enteras } \forall k, l, a, t \quad (16.15)$$

Los lados izquierdos y derechos de las restricciones (43.2)-(33.18) indican para cada nodo el flujo hacia afuera y hacia adentro, respectivamente. Las restricciones (43.2)-(43.3) satisfacen el balance de flujo en las unidades operacionales para equipos de edad 0. La restricción (43.2) permite definir la distribución inicial de equipos. Las restricciones (33.17)-(33.19) hacen lo mismo pero para las demás posibles edades. Las restricciones (33.20)-(33.18) imponen el balance de flujo en los talleres. Las restricciones (33.20) y (33.18) también permiten establecer la distribución inicial de equipos en los talleres. Las restricciones (21.5)-(16.12) aseguran que cada unidad operacional disponga del número de equipos asignados para ella, en cada unidad de tiempo. Observamos que no se envían tanques a reparar en la ultima unidad de tiempo. Las restricciones (16.13)-(16.14) representan las restricciones de capacidad de los talleres y la fracción de equipos que es intervenido. Por último, la restricción (16.15) obliga a las variables de decisión a ser no negativas y enteras.

Unidad	Flota <i>CT</i>	Flota <i>PJ</i>
1er batallón activo	30	28
2do batallón activo	44	14
1er batallón de reserva		32
2do batallón de reserva		32
Centro de ejercicios combinados		22
1era escuadra	58	
2da escuadra	58	
3era escuadra	58	
Talleres overhaul	21	6
$\Sigma$	239	134

Cuadro 16.1: Distribución de ambas flotas

## 16.5. Ejercicio

### 16.5.1. Presentación

Un sistema de armas tal como un tanque M1A1 requiere de una inversión inicial de 4 um[75] (1 um=1 MUSD). Cada overhaul cuesta 0.2 um y el ciclo de vida de diseño es de  $T = 20$  años. Lo anterior justifica ampliamente el estudio del programa de overhauls a fin de buscar posibles economías.

Para 1995, el plan de mantenimiento de reacondicionamiento del cuerpo de infantería de marina de los Estados Unidos consistía en ofrecer reacondicionamiento al 25 % de la flota cada año. La flota de tanques M1A1 estaba distribuida así (geográficamente a distancia):

- 2 batallones activos
- 2 batallones de reserva
- 1 centro de ejercicios combinados
- 3 escuadrones en la flota marina
- 2 talleres para reacondicionamiento

Adicionalmente, se puede subcontratar servicios del taller para reacondicionamiento del ejército.

Cada unidad es rotada en todas estas unidades con el fin de balancear la operación y el mantenimiento de los equipos.

Cuando un tanque llega a un taller para reacondicionamiento, su tiempo medio para ser reparado (*MTTR*) es de un trimestre ( $ut = 1$  trimestre).

La flota de tanques puede ser subdividida en dos subflotas, *CT* (común) y *PJ* (upgrade), respectivamente. La diferencia principal entre ambas es el blindaje, la cual no influencia el mantenimiento del equipo.

La tabla 31.3 muestra la distribución típica de la flota en las diferentes unidades.

Cuando un tanque alcanza un kilometraje de referencia tras su ultimo overhaul, o cuando se juzga necesario, es enviado a un taller de reacondicionamiento (3er escalón en el cuerpo de marines, 4to escalón en Chile). El envío ocurre tras la llegada del equipo reemplazante para mantener el poder disuasivo de la flota. El envío a un batallón activo puede ser hecho desde un taller de reacondicionamiento o también desde alguna flota en las escuadras ultramarinas (los tanques no son usados cuando están en las naves). La rotación de ambas subflotas se diagrama en figura 16.1.

La tasa de uso de un equipo depende de la unidad en que se encuentre. Por ejemplo, aquellos que estén en el centro de ejercicios combinados acumulan kilómetros más rápidamente que en otras unidades. También entre unidades similares hay diferencias importantes. Por ejemplo, en 1994, un tanque del 1er batallón activo acumuló en promedio 309 millas/trimestre, mientras que en el segundo batallón acumularon 90 millas/trimestre[75]. La tabla 16.2 muestra los valores muestreados para el ejemplo. La edad máxima se puede calcular a partir de la tasa de uso y de la restricción según la cual un tanque no

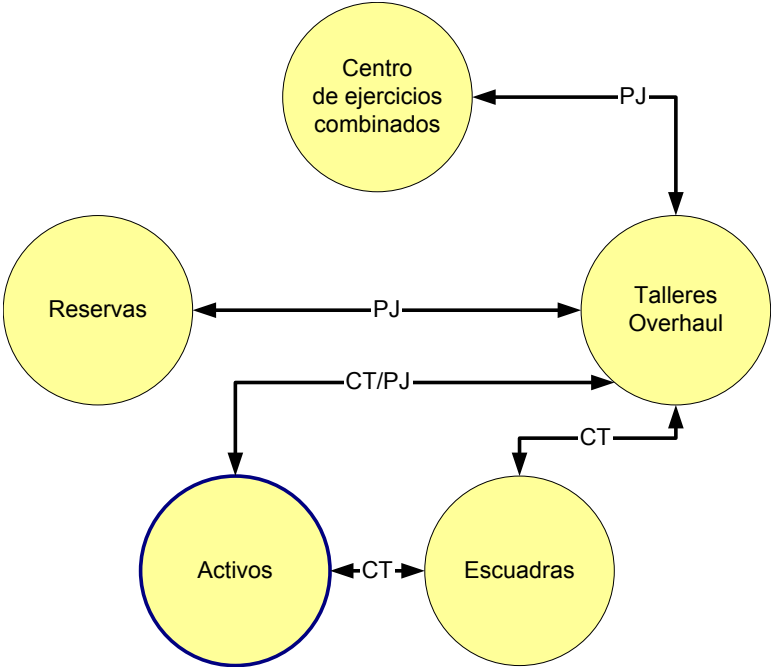


Figura 16.1: Esquema de rotación de cada subflota entre las unidades

Unidad	Promedio (Millas/trimestre)	Desviación standard (Millas/trimestre)	Edad máxima (Trimestre)
1er batallon activo	309	71	16
2do batallon activo	90	26	20
1er batallon de reserva	309	71	16
2do batallon de reserva	90	26	20
Centro de ejercicios combinados	309	71	16

Cuadro 16.2: Tasa de uso del ejemplo

Edad/batallon	1	2	3	4	5
1		2			
2	2	2			
3	2	2			
4		2	2	2	
5	3		2	2	1
6			2	2	
7		4	3	3	
8	3	4	3	3	1
9	3		2		2
10	3	4	3	3	2
11	10	9	4	4	5
12	14	7	2	2	6
13	8	7	2	2	2
14	8	7	2	2	2
15	2	5	3	3	1
16					
17		1		1	
18					
19		1			
20		1		1	

Cuadro 16.3: Edades iniciales

puede operar mas de 5000 millas sin ser reacondicionado. Ello implica un periodo de 13 años, lo cual es excesivo. Se fijó un plazo máximo de 5 años ó 20 trimestres.

A fin de asegurar disponibilidad y confiabilidad en la flota asociada a una unidad dada (considerando que hay rotación entre unidades (y con ello variaciones en las condiciones de operación y mantenimiento), se fijó una estrategia según la cual cada unidad envía 25 % de su flota a taller de reacondicionamiento cada año.

La tabla (16.3) representa las edades iniciales en cada batallón.

Finalmente, la capacidad de cada taller es de 12 tanques/trimestre.

## 16.6. Comentarios finales

Se ha presentado un modelo de programación lineal entera para definir qué equipos de una flota deben ser reacondicionados en que unidad de tiempo y sobre el ciclo de vida, para minimizar la edad promedio de la flota (medido a través de la suma de los intervalos desde el ultimo overhaul). El modelo puede ser extendido para minimizar la edad promedio bajo restricciones presupuestarias por ejemplo (ver §33).



# Bibliografía

- [1] Bargerón, J., *Optimal depot level maintenance planning*, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, 1995. [\[bajar\]](#)
- [2] Goodhart, C.A., *Depot-Level Maintenance Planning for Marine Corps Ground Equipment*, Military Operations Research, 4, 3, 77-89, 1999. [\[bajar\]](#)
- [3] Taha, H., *Investigación de Operaciones, una introducción*, 6ta ed., Prentice Hall, 1998.
- [4] <http://www.uchile.cl/neruda/obra>



## Capítulo 17

# Sistemas multi-escalón y manejo de repuestos

### 17.1. Introducción

Consideremos la situación donde varias  $i = 1..I$  compañías disponen de flotas de  $n_i$  equipos similares. El mantenimiento de los equipos es realizado en 3 niveles o *escalones*: operacional, local, central. El escalón operacional considera las intervenciones de mantenimiento realizadas *in situ*. Si ellas lo requieren pasan al segundo escalón, y si son más profundas pasan al tercer escalón. El tercer escalón es común a todas las compañías. Cada equipo está compuesto por  $j = 1..J$  subsistemas reparables o  $LRU_j$ <sup>1</sup>, los cuales a su vez pueden disponer de  $k = 1..K$  componentes reparables o  $SRU_k$  que pueden ser reemplazados en el taller de segundo escalón<sup>2</sup>.

### 17.2. Formulación del modelo

Consideremos las siguientes condiciones:

- Los intervalos medios entre fallas siguen distribuciones exponenciales, por lo que el mantenimiento preventivo es inefectivo. Aplica una estrategia correctiva.
- Los subsistemas y componentes considerados siempre son reparables. -La población de  $LRUs$  y  $SRUs$  es constante-.
- Los subsistemas y componentes no fallan cuando están en bodega.
- Cada sistema (equipo) posee una sola  $LRU_j$  de cada tipo considerado.
- Las fallas son siempre debidas a la falla de un y solo un  $LRU_j$ .
- Existe un solo taller de tercer escalón.
- El período de simulación  $T$  ut corresponde al ciclo de vida de los sistemas y componentes considerados.
- El cálculo de disponibilidad estacionaria se hará tomando en cuenta una lista parcial de  $LRU$  y  $SRU$ , confeccionada tras un análisis de Pareto, por ejemplo.

---

<sup>1</sup>En inglés, *Line Replaceable Unit*.

<sup>2</sup>*Shop Replaceable Unit*.

$j \backslash i$	1 (u)	2 (u)	1 + 2 (u)
1	3	2	5
2	2	3	5
3	2	3	5
4	3	3	6
5	3	2	5

Cuadro 17.1: Nivel inicial de inventarios *LRU* de ambas flotas.

$k \backslash i$	1 (u)	2 (u)	1+2 (u)
1	3	7	10
2	5	5	10

Cuadro 17.2: Nivel inicial de inventarios de *SRU* en ambas flotas.

### 17.3. Ejemplo

Consideremos un caso donde hay 2 flotas:

$$n_1 = 30 \text{ u}$$

$$n_2 = 20 \text{ u}$$

La unidad de tiempo de referencia es 1 día. En cada sistema consideraremos  $I = 5$  tipos de *LRU*. En una situación inicial, el nivel de inventarios para cada flota (y también la suma para cuando consideremos consolidación de repuestos) se muestra en tabla (17.1).

Cuando una *LRU* falla, y no hay disponibles en inventario, el equipo pierde el status operacional y su disponibilidad se reduce. La *LRU*<sub>2</sub> contiene a la *SRU*<sub>1</sub>. La probabilidad de que falle la *LRU*<sub>2</sub> dado que falló la *SRU*<sub>1</sub> es 0,99. A su vez, la *LRU*<sub>4</sub> incluye a la *SRU*<sub>2</sub>. La probabilidad de que falle este subsistema a causa de la falla de ese componente es 0,53. Por lo anterior, ambas *SRU* son consideradas *críticas* en el análisis. El nivel de inventario para las *SRU* críticas se muestra en tabla (17.2).

Asumiendo un nivel de operación *normal* de los equipos, se han estimado los tiempo medio entre falla de los componentes en cada flotas (tabla 17.3). La distribución asociada a la frecuencia de fallas es exponencial. La última columna muestra los valores promedios (ponderados por el tamaño de cada flota) para el análisis de la flota consolidada.

El tiempo requerido para desmontar o instalar una *SRU* tiene una distribución triangular con parámetros (0,25,0,375,0,5) ut. Luego de desmontar, los repuestos son inspeccionados. El tiempo para inspeccionar sigue una distribución uniforme con parámetros (0,125,0,375) ut. Tras la inspección se determina si la *SRU* es reparada en el segundo escalón o es enviada al tercer escalón. La probabilidad de que ello ocurra se muestra en tabla (17.4).

El intervalo de tiempo requerido para desmontar/instalar una *SRU* sigue una distribución triangular con parámetros (0,25,1,00,1,50) ut. El intervalo para inspeccionar cual *SRU* ha fallado en una *LRU* sigue una distribución uniforme con parámetros (0,25,1,00) ut.

Cuando una *LRU* no ha fallado a causa de la falla de un *SRU* crítica, el intervalo de tiempo para reparar sigue alguna de las distribuciones mostradas en tabla (17.4).

El diagrama (17.1) esquematiza el proceso de reparación de las *LRU*,  $j = 1, 3, 5$ . Un diagrama similar

$j \backslash i$	1 (ut)	2 (ut)	1 + 2 (ut)
1	220	147	$\frac{220 \cdot 30 + 147 \cdot 20}{30 + 20} = 191$
2	270	180	$\frac{270 \cdot 30 + 180 \cdot 20}{30 + 20} = 234$
3	174	116	$\frac{174 \cdot 30 + 116 \cdot 20}{30 + 20} = 151$
4	146	97	$\frac{146 \cdot 30 + 97 \cdot 20}{30 + 20} = 127$
5	272	181	$\frac{272 \cdot 30 + 181 \cdot 20}{30 + 20} = 236$

Cuadro 17.3: Tiempo medio entre fallas (ut).

$j$	$p$
1	0,70
2	0,88
3	0,80
4	0,66
5	0,69

Cuadro 17.4: Probabilidad de que un componente sea enviado al tercer escalón tras la inspección.

$j$	Distribución	$MTTR$ (ut)	Desv. Std.
1	Exponencial	1,04	—
2	Lognormal	0,41	0,26
3	Exponencial	1,12	—
4	Exponencial	0,36	—
5	Exponencial	1,72	—

Cuadro 17.5: Intervalo de tiempo medio para reparar un subsistema

se muestra en figura (17.2) para las  $LRU$ ,  $j = 2, 4$ . Observemos que en esta última figura hemos incluido la verificación de las  $SRU$  críticas.

Cuando se decide enviar una  $LRU$  o una  $SRU$  a mantenimiento de tercer escalón, la pieza pasa por los siguientes procesos: transporte (marítimo o aéreo) y demoras administrativas y reparación. La tabla (17.6) muestra los parámetros para las distribuciones asociadas.

El taller de segundo escalón opera 8 horas/día. El modelo en Arena se muestra en figura (17.3).

### 17.3.1. Resultados

La tabla (17.7) muestra el número de partes enviadas al taller de tercer escalón en un período de 10 años, lo que representa el ciclo de vida de una  $LRU$  o  $SRU$ . Se muestra el promedio y el valor para el cual la probabilidad de que sea excedido sea menor que 5%.

La disponibilidad obtenida para cada flota en caso de no consolidar sus repuestos es:

$$A_1 = 0,83975$$

$$A_2 = 0,86578$$

## 17.4. Modelo con consolidación

Si ambas flotas consolidan sus bodegas, podemos considerar que se dispone de una flota de  $20+30 = 50$  aeronaves. Los niveles de la bodega consolidada (física o *virtual*) sería la suma de los valores mostrados en tabla en la última columna de las tablas (17.1) y (17.2). Para los  $MTBF$  de la flota consolidada se considera un valor promedio ponderado por el tamaño relativo de cada flota (última columna de tabla ??). El nivel de disponibilidad de la flota consolidada es

$$A_{1+2} = 0,88838$$

Actividad	Distribución	$T_{min}$	$T_{max}$
Transporte marítimo flota 1	Uniforme	30	45
Transporte marítimo flota 2	Uniforme	20	40
Reparación $LRU$	Uniforme	30	90
Reparación $SRU$	Uniforme	30	90

Cuadro 17.6: Parámetros para mantenimiento de tercer escalón

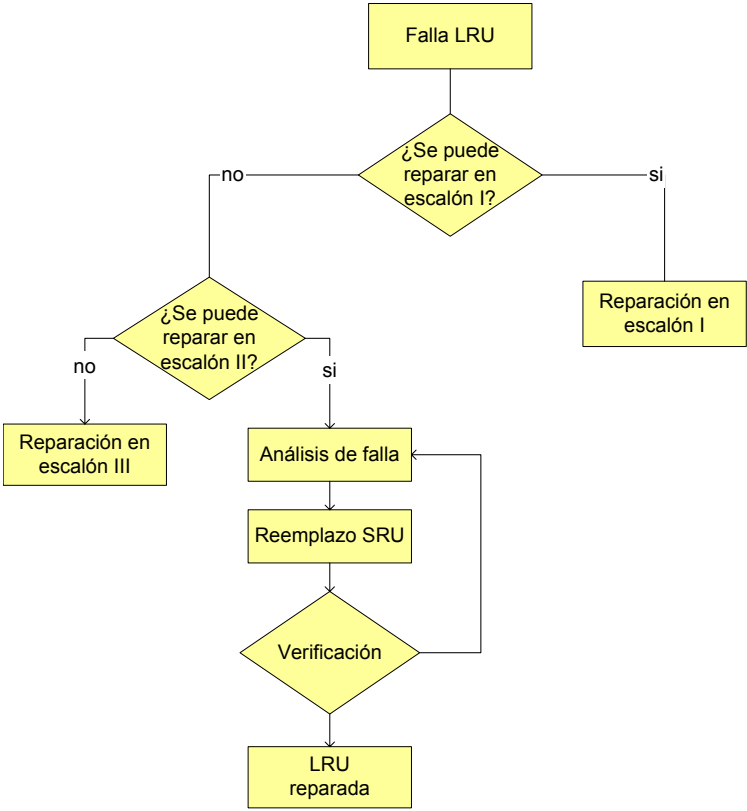
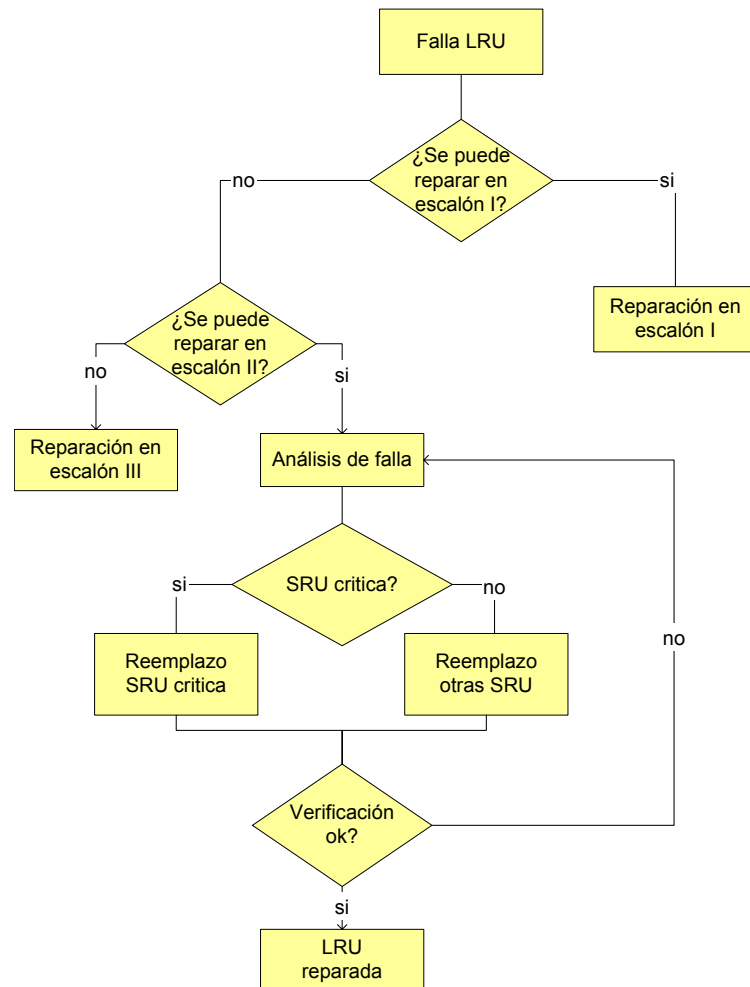


Figura 17.1: Ciclo de reparación de los subsistemas  $i = 1, 3, 5$

$i$	1		2		1 + 2	
$LRU/SRU$	Promedio	95 %	Promedio	95 %	Promedio	95 %
$j = 1$	58	64	53	59	107	115
$j = 2$	53	60	51	57	103	112
$j = 3$	85	94	89	97	178	188
$j = 4$	87	95	115	124	205	215
$j = 5$	43	49	39	44	81	89
$k = 1$	8	9	8	9	14	16
$k = 2$	25	27	31	35	55	59

Cuadro 17.7: Número de partes enviadas a tercer escalón en 10 años

Figura 17.2: Ciclo de reparación de las *LRU*,  $i = 2, 4$  (contiene *SRU* críticas)

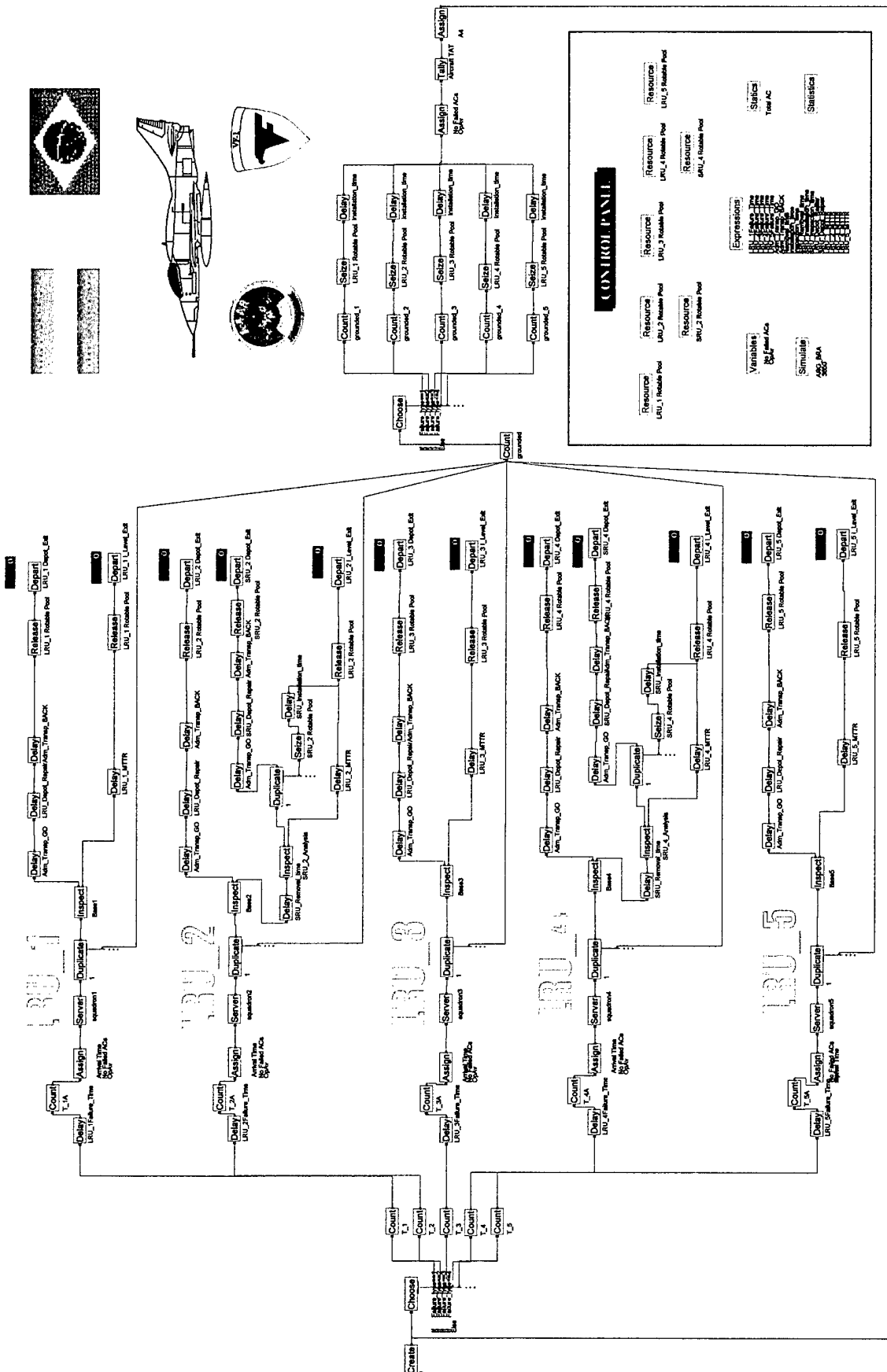


Figura 17.3: Modelo en Arena (de ref. [79])

Ello implica que la primera flota dispone en promedio de:

$$20 (0,88838 - 0,83975) = 0,973 \text{ u}$$

aeronaves extras, mientras que la segunda flota,

$$30 (0,88838 - 0,86578) = 0,678 \text{ u}$$

O sea, a cero costo extra ambas flotas pueden incrementar su flota operacional en 1 equipo. Obviamente, la decisión de consolidar los inventarios tiene que ver también con las decisiones estratégicas y la aversión al riesgo de cada empresa.

## 17.5. Comentarios finales

El uso de técnicas de simulación ha permitido modelar una situación real de mantenimiento de alta complejidad. Nuevamente hemos verificado la conveniencia de consolidar los inventarios entre empresas con flotas similares.



# Bibliografía

- [1] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Cap. 7, Pitman Publishing, 1973. [\[bajar\]](#)
- [2] Rodrigues, M.B., Karpowicz, M., *An analysys of operational availaibility of Brazilian Navy and Argentine Air Force A-4 fleets using simulation modeling*, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 1999. [\[bajar\]](#).
- [3] Rodrigues, M.B., Karpowicz, M., Kang, K., *A readiness analysis for the argentine air Force and the Brazilian Navy A-4 Fleet via consolidated logistics support*, Proceedings of the 32nd conference on Winter simulation, Orlando, Florida, 1068-1074, 2000. [\[bajar\]](#).
- [4] *Arena Professional Edition Reference Guide*, Rockwell Software Inc., 2000.



## Capítulo 18

# Sistemas de apoyo a la toma de decisiones

Decisiones, cada día,  
Alguien pierde, alguien gana ¡Ave María!  
Decisiones, todo cuesta,  
Salgan y hagan sus apuestas, ¡Ciudadanía!  
*Rubén Blades*

### 18.1. Introducción

Básicamente, los sistemas de información actuales trabajan como bases de datos, que mantienen registros del historial de mantenimiento de los equipos, las ordenes de trabajo, repuestos, etc. Además, entregan reportes, que requieren de procesamiento de los datos para producir indicadores de costos, análisis de fallas, análisis de disponibilidad, etc. Actuando así, podemos hablar de sistemas de información *pasivos*.

Algunos sistemas ofrecen opciones de optimización de las tareas de mantenimiento. También se pueden encontrar paquetes especializados[1, 10, 11, 12]. Sin embargo, estos paquetes requieren la intervención del usuario en una forma u otra. Esta intervención puede incluir un nivel de actividades muy variable, por ejemplo: ingresar los datos al computador, verificar su calidad y consistencia, seleccionar un modelo matemático adecuado para el análisis, recomendar acciones en base al resultado del análisis, examinar estrategias alternativas. Este tipo de implementación ha probado ser muy útil en sistemas con pocos componentes (por ejemplo; los más críticos en un análisis de Pareto) pero no es adecuada cuando el número de componentes es grande.

La realidad actual muestra que los sistemas de información de mantenimiento en sistemas a gran escala sirven básicamente para producir indicadores de gestión. Este uso restringido de la información no es causado por una falta de interés de los actores, sino a la escasez de recursos para analizar la información disponible.

La optimización de la gestión del mantenimiento requiere tomar los siguientes puntos en consideración:

**Los sistemas consisten de un gran número de componentes** Lo que conlleva a una gran variedad de situaciones que pueden ser tratadas utilizando diferentes modelos y métodos.

**Los sistemas actuales requieren un alto grado de *expertise*** Los ingenieros de mantenimiento a cargo de la optimización requieren estar familiarizados con el modelamiento del mantenimiento, aparte de su *know-how* ingenieril sobre los sistemas estudiados.

**El tiempo de análisis por componente o sistema es prohibitivo** Aun si se dispone del recurso humano capacitado, las tareas de análisis requieren de un tiempo prohibitivo por la gran cantidad de

componentes y por la posible dificultad en obtener información *suficiente y fidedigna*. Es así, que solo los sistemas más críticos son analizados.

**El cambio en las tecnologías y rediseños es constante** El reemplazo de componentes con otros de tipos diferentes o modificaciones que se realicen sobre el diseño implican nuevos desafíos en el tiempo.

Lo anterior apunta al diseño e implementación de sistemas *inteligentes* de apoyo a la toma de decisiones, que requieran poca supervisión por parte del ingeniero de mantenimiento.

## 18.2. Sistemas *inteligentes* de apoyo a la toma de decisiones

La toma de decisiones asistida por computador es conocida como *DSS* por sus siglas en inglés<sup>1</sup>. Desde mediados de los años '80 han aparecido una serie de técnicas de inteligencia artificial y sistemas expertos que han ayudado al desarrollo de los *DSS*, llevándolos a un estado en que pueden ser considerados *inteligentes*. (Eom y Lee, 1990)[3] sugieren que los *DSS* se distinguen de otros sistemas por incluir modelos de investigación de operaciones.

La idea central que desarrollaremos aquí es la selección del modelo apropiado con el uso de una base de reglas. Los modelos considerados están orientados a la toma de decisiones de mantenimiento. Se alimentan del historial de mantenimiento para un componente simple o una serie de componentes similares.

Los requerimientos definidos por Kobbacy[2] para un *DSS inteligente* son:

1. acceder los datos de historial desde el sistema de información;
2. examinar la calidad de los datos;
3. reconocer patrones en los datos;
4. solicitar información adicional al usuario (criterio, ponderación, etc);
5. seleccionar el modelo más adecuado para el análisis de los datos;
6. estimar los parámetros del modelo seleccionado;
7. optimizar el modelo para proveer una evaluación de la situación actual vs la situación tras tomar la estrategia de mantenimiento óptima;
8. presentar los resultados en un formato flexible, incluyendo una recomendación sobre la estrategia de mantenimiento a futuro y una comparación con la estrategia actual;
9. responder preguntas del usuario, realizar análisis "¿que pasaría si...?" y proveer explicaciones de las decisiones;
10. auto-aprender y mejorar la base de conocimiento.

Claramente, algunos de los puntos anteriores son muy difíciles, sino imposibles de realizar usando los sistemas informáticos actuales (por ejemplo, los puntos 3, 5 y 9).

## 18.3. Modelo de *DSS* inteligente

A modo de ejemplo, consideremos un sistema donde:

1. Se tiene un número grande de componentes;
2. cada componente es mantenido ya sea con mantenimiento preventivo (centrado en el tiempo) o con mantenimiento correctivo;
3. Si se realiza una intervención preventiva, el componente regresa a un estado *como nuevo*.

---

<sup>1</sup>*DSS*, Decision Support Systems.

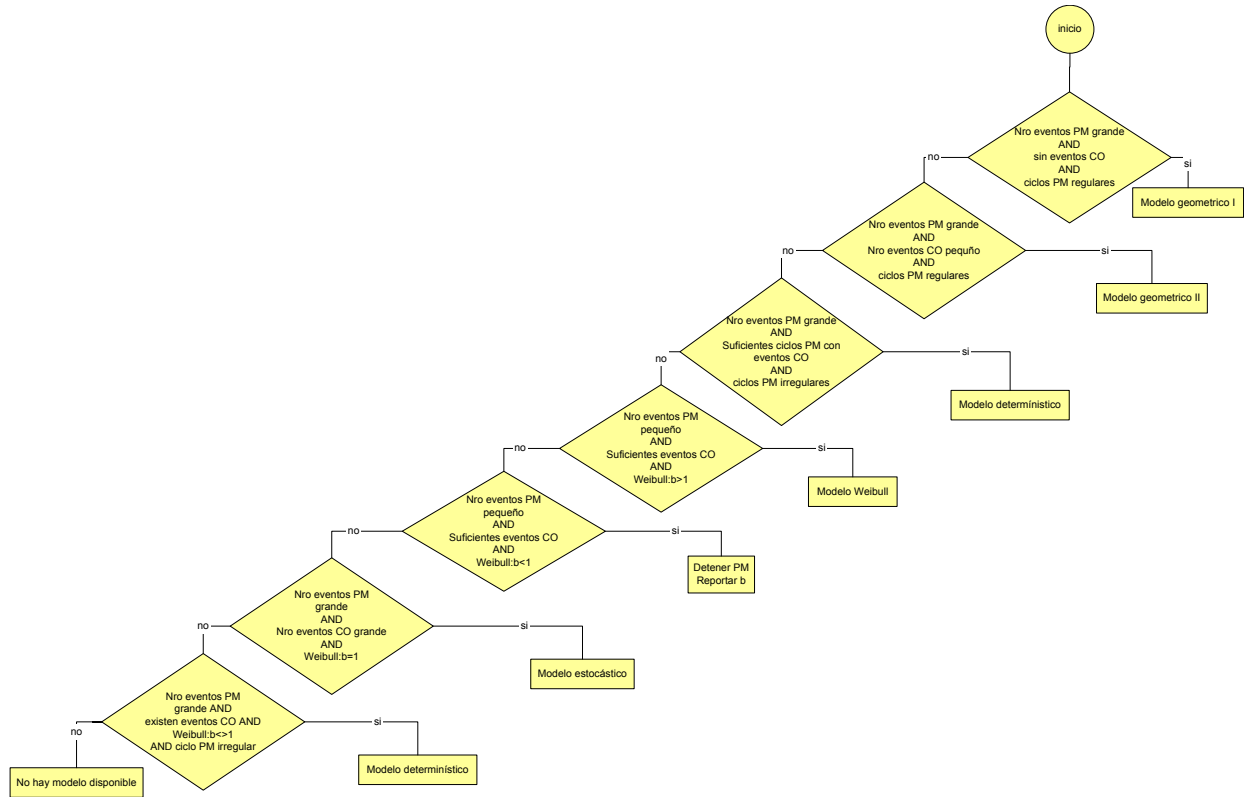


Figura 18.1: Árbol de decisión para la selección de método

4. El mantenimiento correctivo de un componente es *mínimo*, eso es, lo deja *tan bueno como antes* de qué ocurriese la falla.

En una aplicación real, se deberían incluir otras estrategias de mantenimiento. Por ejemplo, pueden haber varios niveles de mantenimiento preventivo, aplicados con diferentes intervalos; se podrían agrupar actividades preventivas; podrían realizarse inspecciones (mantenimiento centrado en la condición), etc.

### 18.3.1. Formato de los datos y verificación

El sistema de información contiene un registro de intervenciones para cada componente. Una intervención puede ser de dos tipos: preventiva o correctiva, y tiene asociada una fecha y el tiempo de detención asociado.

Antes de realizar un análisis, el *DSS* toma las fechas de cada evento y normaliza la *edad* del componente tras cada evento a alguna unidad de tiempo adecuada. También se verifica la consistencia de los datos con algún análisis de tendencia, o verificación de frecuencias de intervenciones preventivas. El objetivo aquí es usar el historial minimizando la intervención del usuario.

### 18.3.2. Análisis

El primer paso en el análisis de los datos es el cálculo de parámetros básicos tales como el número de eventos preventivos y correctivos, el tiempo medio para fallar, el tiempo medio para reparar o intervenir. Es necesario considerar posibles censuras en los datos pues el mantenimiento preventivo afecta el cálculo de la confiabilidad y sus parámetros asociados, a partir de los cuales se toman decisiones.

Los intervenciones preventivas representan censuras a la derecha (ver capítulo §12). La vida del componente es terminada antes de qué la eventual falla ocurriese: eso es, el componente ha *sobrevivido* hasta el instante  $t = T_p$ , donde  $T_p$  es el intervalo entre preventivas.

La confiabilidad de un componente es modelada aquí con una distribución de Weibull. Uno de los modelos utilizado (determinístico) considera que el parámetro de forma es unitario (con un nivel de confianza dado), lo que equivale a utilizar una distribución exponencial, con tasa de fallas constante.

### 18.3.3. Criterios de optimización

En el *DSS* considerado, la única variable de decisión es el intervalo entre intervenciones preventivas,  $T_p$ . Las posibles funciones objetivos son:

#### Maximización de la disponibilidad

Este criterio es apropiado en los casos en los cuales el costo de falla es mucho mayor que los costos de intervención.

#### Minimización de los costos de intervención

A partir de un modelo de disponibilidad es fácil obtener uno para el de los costos de intervención. El problema está en que no se toma en cuenta el costo de falla. Es necesario añadir restricciones para asegurar los requerimientos mínimos de disponibilidad.

#### Minimización del costo global

Este objetivo es el que interesa directamente al propietario de la empresa. Lo negativo es que requiere la estimación del costo de falla, que como ya hemos visto puede ser difícil de obtener. La cantidad de información requerida crece bastante y está fuera del alcance del sistema de información que consideraremos. La obtención de la información adicional no es trivial.

El sistema de información no entrega los costos. Luego, se seleccionó la maximización de la disponibilidad como objetivo para todos los componentes.

### 18.3.4. Selección de método

El elemento más importante del *DSS* propuesto es el árbol de decisión para la selección del modelo más adecuado para cada componente. La *base de conocimiento* consiste de una serie de reglas. Esta *base de reglas* captura de alguna manera el conocimiento de los expertos en modelamiento de toma de decisiones de mantenimiento acerca de qué modelo es más apropiado aplicar para cada situación particular (en base al conjunto de eventos en el historial de un componente).

Los factores que influyen la selección del modelo para identificar un conjunto de datos dado son (para este *DSS*):

1. Historial
  - a) Tipo: costos de intervención, tiempos para reparar, horas-hombre requeridas.
  - b) Patrón: por ejemplo:
    - 1) En relación a intervenciones correctivas: *sin* fallas, *pocas* fallas, *muchas* fallas con pocas intervenciones preventivas;
    - 2) En relación a los intervalos entre intervenciones preventivas: intervalo *variable*, intervalo *constante*;
  - c) Distribución: tipos de distribuciones: exponencial, Weibull con  $\beta > 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $\beta < 1$ ;
2. Estrategia actual de mantenimiento
  - a) Inspección (no aquí);
  - b) Solo intervenciones correctivas mínimas e intervenciones preventivas perfectas;
  - c) Reemplazo (no aquí);

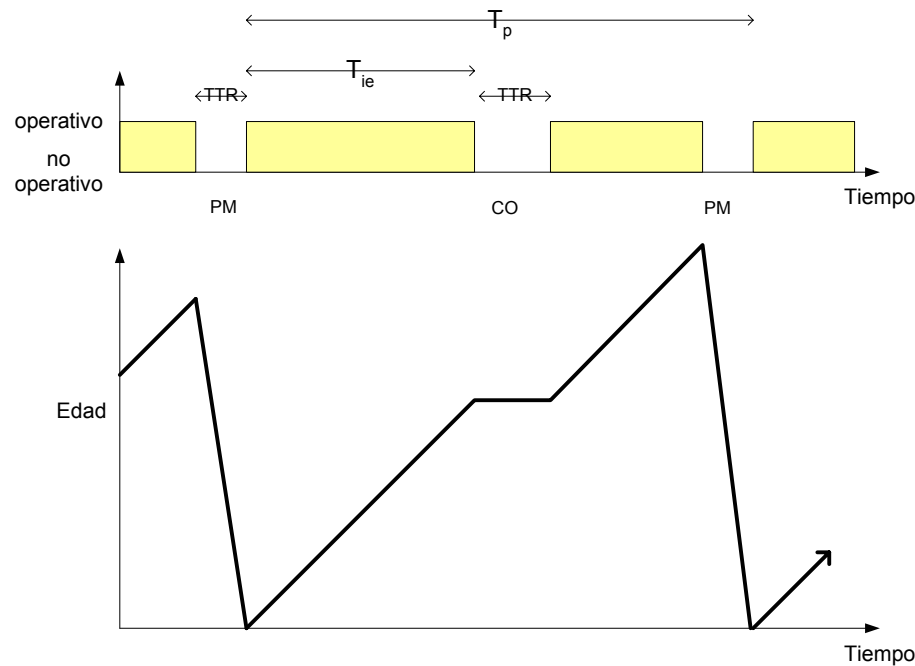


Figura 18.2: Intervalos, estados y edad del equipo vs tiempo

### 3. Criterio de optimización

- a) Minimizar costo de intervención (no aquí);
- b) Maximizar disponibilidad;
- c) Maximizar seguridad (no aquí).

### 4. Información adicional: juicio de expertos y del usuario;

- a) calidad de la intervención correctiva (mínima, imperfecta, perfecta);
- b) realizar intervenciones preventivas por grupos de componentes o por componente (mantenimiento oportunista) -no aquí-;
- c) etc.

El proceso de selección se muestra en el diagrama (18.1). La clave del proceso es la identificación de patrones en el historial del componente. Existen lenguajes específicos para describir el árbol de decisión descrito, por ejemplo, PROLOG. Ello permite mejorar el árbol con nuevos criterios, modelos, prioridades y juicios de expertos.

Varias de las reglas presentadas requieren juicios subjetivos. Por ejemplo, para aplicar el modelo determinístico, los intervalos entre intervenciones preventivas debe ser *suficientemente* variables. Es necesario entonces fijar algún criterio de suficiencia; por ejemplo, que el menor intervalo sea menor que 0.7 veces la media. Este juicio subjetivo es una característica común en los *sistemas expertos*.

## 18.3.5. Modelos considerados

Variables y consideraciones comunes a los modelos son:

- $T_p$ , el intervalo entre intervenciones preventivas (ut), medido desde el fin de la última intervención preventiva (ver figura 18.2);
- Se dispone del intervalo de tiempo transcurrido desde el fin del último evento  $T_{ie}$ ;

- $n_e$ , el número de eventos (preventivos o correctivos) registrado para el componente;
- La  $i$ -ésima intervención puede ser preventiva o correctiva,

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{si es correctiva} \\ 0 & \text{si es preventiva} \end{cases}$$

y toma  $TTR_i$  unidades de tiempo en ser llevada a cabo; el intervalo entre preventivas  $j$ , considera los intervalos intereventos incluidos en el mismo, los intervalos para intervenciones correctivas y una intervención preventiva (ver figura 18.2):

$$T_{p,j} = \sum_{i \in j} T_{ie} + \sum_{i \in j, co} TTR_i + TTR_{i,pm}$$

- Un ciclo comienza y termina tras la terminación de una intervención preventiva;
- La edad del componente es medida según el esquema mostrado en figura 18.2;
- $C_{i,pm}$ , el costo de intervención promedio de una intervención preventiva (um);
- $C_{i,co}$ , el costo de intervención promedio de una intervención correctiva (um).
- $MTTR_{pm}$ , el tiempo medio requerido para realizar una intervención preventiva (ut) es estimado con

$$MTTR_{pm} = \frac{1}{\mu_{pm}} = \frac{\sum_i^{n_e} (1 - \delta_i) TTR_i}{\sum_i^{n_e} (1 - \delta_i)}$$

necesariamente,

$$T_p \geq MTTR_{pm} \geq 0$$

- $MTTR_{co}$ , el tiempo medio para reparar (ut) se estima con

$$MTTR_{co} = \frac{1}{\mu_{co}} = \frac{\sum_i^{n_e} \delta_i TTR_i}{\sum_i^{n_e} \delta_i}$$

### Modelo determinístico

Este modelo es aplicable cuando el número de intervenciones preventivas es *suficientemente* grande, han ocurrido *suficientes* fallas; y los intervalos entre intervenciones preventivas son *suficientemente* variables para establecer una ley que relacione el número de fallas esperado  $n_{co}(T_p)$  en  $(0, T_p)$  con el intervalo  $T_p$ :

$$n_{co} = n_{co}(T_p)$$

- La disponibilidad  $A(T_p)$  y el costo de intervención esperado por unidad de tiempo  $c_i(T_p)$  pueden ser calculados usando las siguientes expresiones:

$$A(T_p) = \frac{T_p - MTTR_{co}n_{co} - MTTR_{pm}}{T_p} \quad (18.1)$$

y

$$c_i(T_p) = \frac{C_{i,co}n_{co} + C_{i,pm}}{T_p} \quad (18.2)$$

sujeto a la restricción

$$A(T_p) \geq A_{\min} \quad (18.3)$$

En este modelo los costos e intervalos para intervenir no dependen de  $T_p$ , aunque la extensión puede ser hecha fácilmente. Mejor que resolver el modelo absoluto (18.2) es definir:

$$\begin{aligned} C_{i,co} &= c_{i,co} MTTR_{co} \\ C_{i,pm} &= c_{i,pm} MTTR_{pm} \end{aligned}$$

y resolver el objetivo normalizado,

$$\begin{aligned}
 \phi(T_p) &= \frac{c_i(T_p)}{c_{i,co}} \\
 &= \frac{C_{i,co}n_{co} + C_{i,pm}}{T_p c_{i,co}} \\
 &= \frac{c_{i,co}MTTR_{co}n_{co} + c_{i,pm}MTTR_{pm}}{T_p c_{i,co}} \\
 &= \frac{MTTR_{co}}{T_p} n_{co} + \frac{c_{i,pm}}{c_{i,co}} \frac{MTTR_{pm}}{T_p}
 \end{aligned} \tag{18.4}$$

donde la razón de costos por unidad de tiempo es más fácil de estimar ( $c_{i,pm}/c_{i,co}$  seguramente es menor que 1).

El modelo utilizado por Kobbacy para  $n_{co}(T_p)$  es el polinomio,

$$n_{co} = a_1 T_p + a_2 T_p^2 \tag{18.5}$$

aunque se pueden utilizar otras aproximaciones más sofisticadas, por ejemplo con Weibull:

$$n_{co}(T_p) = \left( \frac{T_p - MTTR_{co}n_{co} - MTTR_{pm}}{\eta} \right)^\beta \tag{18.6}$$

(pero que requiere un proceso iterativo de solución). El numerador dentro del paréntesis representa la edad esperada al final del intervalo. Como usualmente

$$T_p \gg MTTR_{co}n_{co} + MTTR_{pm}$$

podemos intentar la aproximación

$$n_{co}(T_p) = \left( \frac{T_p}{\eta} \right)^\beta \tag{18.7}$$

La maximización de la disponibilidad (18.1) permite encontrar el óptimo  $T_p^*$ .

### Modelo determinístico con costo de falla variable y minimización del costo global

<sup>2</sup>Consideremos,

1. Tanto las intervenciones correctivas como las preventivas duran lo mismo,  $MTTR$ ;
2. El costo de intervención (tanto preventivo como correctivo) varía según:

$$C_i = \frac{C_{i,0}}{MTTR}$$

donde  $C_{i,0}$  corresponde la costo de intervención cuando la intervención demora una unidad de tiempo;

3. El costo de falla correctivo depende de la duración de la intervención, presentando discontinuidades y cambios de pendiente producto del agotamiento de pilas, uso de otros métodos menos eficientes, desvío de otros recursos para satisfacer lo mejor posible el programa de producción según se observa en figura 18.3.
4. El número esperado de fallas sigue el polinomio,

$$n_{co} = a_1 T_p + a_2 T_p^2 \tag{18.8}$$

---

<sup>2</sup>control 2, 2004-II.

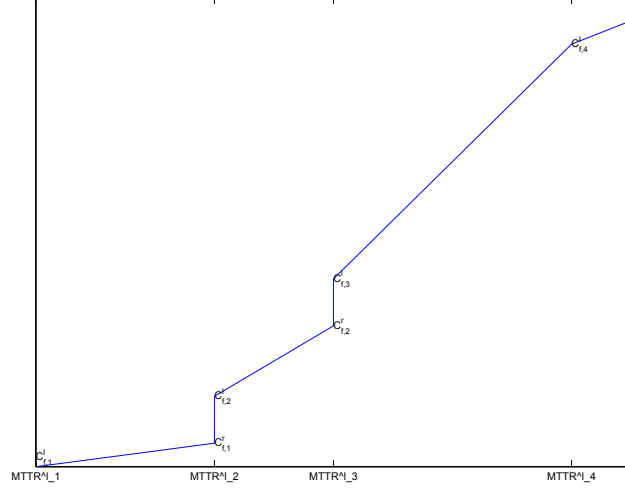


Figura 18.3: Modelo determinístico con costo de falla por unidad de tiempo variable

5. Se desea fijar un intervalo óptimo entre preventivas así como un tiempo de intervención óptimo que minimizen el costo global esperado por unidad de tiempo.

Para modelarlo se utilizan:

$$\delta_j = \begin{cases} 1 & \text{si } MTTR_j^l \leq MTTR \leq MTTR_{j+1}^l \\ 0 & - \end{cases}$$

Además,

$$MTTR_j = \begin{cases} MTTR & \text{si } MTTR_j^l \leq MTTR \leq MTTR_{j+1}^l \\ 0 & - \end{cases} \quad (18.9)$$

Para obligar a  $MTTR_j$  a estar activo solo en el intervalo activo según (18.9),

$$\begin{aligned} \delta_j MTTR_j^l &\leq MTTR_j \text{ para } j = 1..J \\ MTTR_j &\leq \delta_j MTTR_{j+1}^l \text{ para } j = 1..J \end{aligned}$$

Para obligar a  $C_f$  a tomar su definición,

$$C_f = \sum_j \left[ C_{f,j}^l + \frac{C_{f,j}^r - C_{f,j}^l}{MTTR_{j+1}^l - MTTR_j^l} (MTTR_j - MTTR_j^l) \right] \delta_j$$

Para que un solo intervalo esté activo,

$$\sum_j \delta_j = 1$$

El costo global esperado por unidad de tiempo queda,

$$c_g(T_p, \delta, \mathbf{MTTR}) = \frac{(1 + [a_1 T_p + a_2 T_p^2]) \left( C_f + \frac{C_{i,0}}{\sum_j MTTR_j} \right)}{T_p}$$

por supuesto,

$$T_p > 0$$

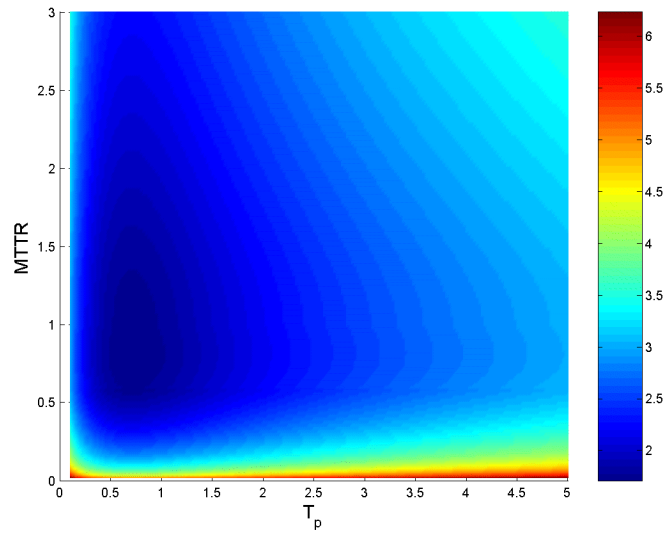


Figura 18.4: Logaritmo del costo global esperado por unidad de tiempo

**Ejemplo 76** Consideremos los siguientes parámetros:

$$C_{i,0} = 1 \text{ um ut}$$

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = 2 \text{ ut}^{-2}$$

$j$	$MTTR_j^l$	$C_{f,j}^l$	$C_{f,j}^r$
1	0	0	0.05
2	0.2	0.2	0.3
3	0.6	0.4	1
4	1	1	$10^4$
5	$10^4$		

Cuadro 18.1: Parámetros

La figura (18.4) muestra la topología de la función objetivo. El óptimo se encuentra en

$$T_p^* = 0,707 \text{ ut}$$

$$MTTR^* = 0,817 \text{ ut}$$

donde el costo global esperado por unidad de tiempo es

$$c_g^* = 5,514 \text{ um/ut}$$

La implementación en excel puede ser bajada [aquí](#).

### Costo de intervención definido por segmentos

<sup>3</sup>Una mejora natural al modelo anterior considera que el costo de intervención presenta discontinuidades en función del  $MTTR$ , tal como el costo de falla. La curva está definida por  $MTTR_j^l$ , y

<sup>3</sup>examen 2004-II

los costos  $C_{i,j}^l$  y  $C_{i,j}^r$  por la izquierda y la derecha del segmento  $j$ . Para obligar a  $C_i$  a tomar su definición,

$$C_i = \sum_j \left[ C_{i,j}^l + \frac{C_{i,j}^r - C_{i,j}^l}{MTTR_{j+1}^l - MTTR_j^l} (MTTR_j - MTTR_j^l) \right] \delta_j$$

El costo global esperado por unidad de tiempo queda,

$$c_g(T_p, \delta, \mathbf{MTTR}) = \frac{(1 + [a_1 T_p + a_2 T_p^2]) (C_f + C_i)}{T_p}$$

**Observación 41** En el modelo descrito, los segmentos de las curvas de costo de falla e intervención están definidos para los mismos valores de  $MTTR$ .

### Modelo estocástico

Este modelo es aplicable si tanto el número de intervenciones correctivas como el de preventivas son *suficientemente* grandes. Se asume que las reparaciones son mínimas, en el sentido de que dejan al equipo operando *tal como antes* de la falla.

Asumiremos que los  $TTF$  en ambas estrategias siguen una distribución exponencial,

$$\begin{aligned} MTTF_{co} &= \frac{1}{\lambda_{co}} \\ MTTF_{pm} &= \frac{1}{\lambda_{pm}} \end{aligned}$$

(Watson,1970)[4] define el *factor de impacto*  $\gamma$ ,

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{MTTF_{pm}}{MTTF_{co}} \\ &= \frac{\lambda_{co}}{\lambda_{pm}} \end{aligned} \tag{18.10}$$

y definamos adicionalmente el factor de servicio,

$$\nu = \frac{\mu_{co}}{\mu_{pm}} = \frac{MTTR_{pm}}{MTTR_{co}}$$

Claramente,  $\gamma$  debe ser mayor que 1 para que el mantenimiento preventivo sea efectivo.

Se puede probar[4] que la disponibilidad en este modelo es

$$A(T_p) = 1 - MTTR_{co} \left[ \frac{1}{MTTF_{co}} + \frac{\nu - (\gamma - 1) F_{pm}(T_p)}{T_p} \right] \tag{18.11}$$

con

$$F_{pm}(T_p) = 1 - e^{-\lambda_{pm} T_p}$$

(Watson, 1970)[4] presenta un modelo que considera un grupo de componentes. El intervalo óptimo entre intervenciones preventivas es obtenido al maximizar la disponibilidad del conjunto de componentes, con el mismo factor de mejora. El modelo es muy práctico dado que las intervenciones preventivas son aplicadas en general a un sistema o subsistema completo en vez de a un componente por separado. También es posible generalizar el modelo para utilizar otras distribuciones.

### Modelo geométrico I

Este modelo es aplicable a un componente sujeto a mantenimiento preventivo con intervalos relativamente similares (digamos  $T_{p0}$ ) y no se han registrado fallas en el historial. Estos casos implican posibles excesos en el programa preventivo. Ocurre en general cuando el programa preventivo se basa en las recomendaciones hechas para modelos previos, sin considerar los efectos de las mejoras de diseño (Moss, 1985)[5].

En ausencia de historial de fallas, es imposible hacer una estimación exacta de la confiabilidad de un componente. Si es posible hacerlo, la decisión racional en esta situación es incrementar  $T_p$  gradualmente para evitar la posibilidad de enfrentar repentinamente los efectos del desgaste.

En un enfoque pesimista, podríamos pensar que un componente que no ha fallado en  $n_c$  ciclos preventivos, podría fallar en el próximo. Asumamos además que las fallas siguen una distribución exponencial con parámetros  $\lambda$ . Según lo anterior y usando el método de los rangos medios no simétricos (ver §9),

$$F(T_{p_0}) = \frac{1}{n_c + 1} \quad (18.12)$$

**Observación 42** La ecuación (29.5) no corresponde a rangos medios standard:

$$F_i = \frac{i}{n + 1}$$

sino a la versión inicial,

$$F_i = \frac{i}{n}$$

y siendo exponencial,

$$F(T_{p_0}) = 1 - e^{-\lambda_0 T_{p_0}} \quad (18.13)$$

luego,

$$e^{-\lambda_0 T_{p_0}} = \frac{n_c}{n_c + 1}$$

$$\lambda_0 = -\frac{\log\left(\frac{n_c}{n_c + 1}\right)}{T_{p_0}}$$

**Ejemplo 77** Un componente ha pasado por  $n_c = 6$  ciclos PM sin sufrir fallas. El intervalo entre preventivas es:

$$T_{p_0} = 6 \text{ um}$$

luego,

$$\lambda_0 = -\frac{\log\left(\frac{6}{6+1}\right)}{6}$$

$$= 0,0257 \text{ fallas/um}$$

Usando (18.13) podemos calcular la confiabilidad  $R(T_p)$  vs  $T_p$ , como se muestra en figura (18.5).

El modelo debe considerar que la tasa de fallas depende de  $T_p$  (como en el modelo con  $T_p$  variable).

**Observación 43** Si la tasa de fallas es constante (e independiente de  $T_p$ ) entonces el mantenimiento preventivo no tiene efectos sobre el componente: para que hacer más o menos mantenimiento preventivo?

Consideramos entonces que la tasa de fallas varía según alguna ley arbitraria, pues solo tenemos un punto de la misma. El punto disponible es  $(\lambda_0, T_{p_0})$  donde  $T_{p_0}$  es el intervalo fijado históricamente. Si usamos el modelo (18.5) tenemos,

$$n_{co} \approx \int_0^{T_p - MTTR_{pm}} \lambda(T_p) dt$$

$$\approx \lambda(T_p)(T_p - MTTR_{pm})$$

$$\approx -\lambda(T_p)MTTR_{pm} + \lambda(T_p)T_p$$

$$\approx a_1 T_p + a_2 T_p^2$$

luego  $\lambda(T_p)$  debe tomar la forma

$$\lambda(T_p) = a_2 T_p$$

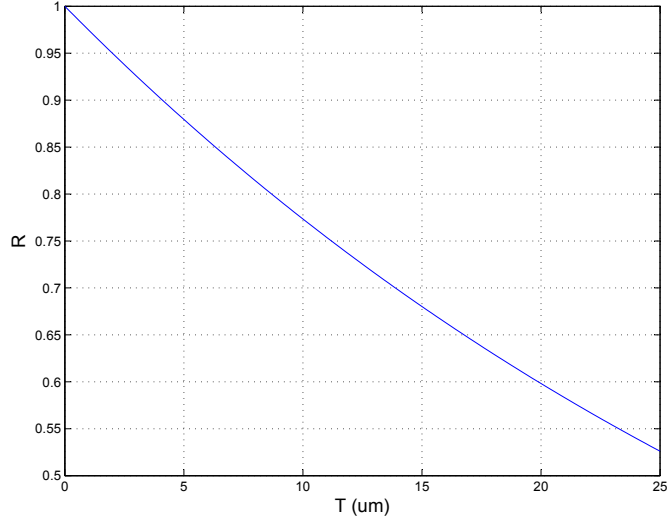


Figura 18.5: Modelo geométrico I. Confiabilidad vs intervalo entre intervenciones preventivas.

sustituyendo

$$\begin{aligned} n_{co}(T_p) &\approx -a_2 MTTR_{pm} T_p + a_2 T_p^2 \\ &\approx a_2 T_p (T_p - MTTR_{pm}) \end{aligned}$$

y  $a_2$  puede ser encontrado a partir del punto conocido  $(T_{p0}, \lambda_0)$ ,

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{n_{co}(T_{p0})}{T_{p0} (T_{p0} - MTTR_{pm})} \\ &= \frac{\lambda_0 (T_{p0}) (T_{p0} - MTTR_{pm})}{T_{p0} (T_{p0} - MTTR_{pm})} \\ &= \frac{\lambda_0}{T_{p0}} \end{aligned} \tag{18.14}$$

y

$$a_1 \approx -a_2 MTTR_{pm} \tag{18.15}$$

Una vez obtenidos los parámetros de (18.5), podemos calcular la disponibilidad esperada con (18.1) y hallar el intervalo óptimo que la maximice.

### Modelo geométrico II

Este método es aplicable cuando un componente ha recibido mantenimiento preventivo con intervalo constante  $T_{p0}$  durante  $n_c$  ciclos preventivos, y ha sufrido pocas fallas,

$$n_{co} \ll n_c$$

(Locks, 1973)[6]. La probabilidad de que una falla ocurra en un ciclo puede ser estimada como

$$F(T_{p0}) = \frac{n_{co}}{n_c} \tag{18.16}$$

Si asumimos distribución exponencial,

$$F(T_{p0}) = 1 - e^{-\lambda_0 T_p} \tag{18.17}$$

luego,

$$\lambda_0 = -\frac{\log\left(\frac{n_c - n_{co}}{n_c}\right)}{T_{p0}} \quad (18.18)$$

### Análisis de Weibull

El análisis de Weibull es realizado cuando el historial muestra suficientes eventos de falla y pocos (o ningún) evento(s) preventivo(s), que actúen como censura. Esta situación ocurre cuando no se ha implementado un programa preventivo para los componentes o cuando no ha estado operando por un largo intervalo de tiempo. El análisis permite establecer la tasa de fallas del componente (y con ella el número esperado de fallas en  $T_p$ ). El análisis del parámetro de forma  $\beta$  permite sugerir programas preventivos ( $\beta > 1$ ), o aumentar los intervalos entre intervenciones preventivas ( $\beta < 1$ ).

## 18.4. Estudio de casos

Para validar los resultados recomendados por el *DSS*, se utilizaron 6 componentes reales de una industria y se compararon sus resultados con los de 6 expertos. La planta opera 15 horas/día. La unidad de tiempo seleccionada es  $ut = 1$  día.

Los criterios de los expertos son:

- Intervalo *regular* entre intervenciones preventivas,

$$\frac{T_{p\min} - T_{p\max}}{\mu T_p} \leq 0,7$$

- Número *grande* intervenciones preventivas,

$$n_p = \sum_{i=1}^n (1 - \delta_i) \geq 10$$

- Número *grande* de intervenciones correctivas,

$$n_{co} = \sum_{i=1}^n \delta_i \geq 10$$

- Número *suficiente* de intervenciones correctivas,

$$n_{co} = \sum_{i=1}^n \delta_i > 2$$

para poder estimar los dos parámetros del modelo parabólico para el número de fallas esperado vs  $T_p$ ; o de un modelo de Weibull de 2 parámetros.

### 18.4.1. Caso I: modelo geométrico I

La tabla (18.2) muestra el historial registrado (bajar [aquí](#)). Como se observa, no hay eventos de falla en el historial.

El promedio de los intervalos entre eventos *PM* es 90.3 días, la desviación standard es 5.6 días.

$$\frac{T_{p\min} - T_{p\max}}{\mu T_p} = \frac{101 - 82}{90} = 0,21 \leq 0,7$$

Se consideran intervalos regulares. Aplicamos el método geométrico I.

Evento $i$	Intervalo desde último evento $T_{ie}$ (días)	Tipo de evento ( $\delta$ )	$TTR$ (horas)
1	-	0	1
2	87	0	1
3	82	0	1
4	94	0	1
5	94	0	1
6	101	0	1
7	82	0	1
8	88	0	1
9	90	0	1
10	90	0	1
11	94	0	1
12	91	0	1

Cuadro 18.2: Historial componente 1

La disponibilidad inicial observada es:

$$A_0 = 1 - \frac{12/15}{993} = 0,9992$$

El componente ha pasado por  $n_c = 12 - 1 = 11$  ciclos PM sin sufrir fallas. El intervalo entre preventivas es:

$$T_{p_0} = 90,3 \text{ um}$$

luego,

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= -\frac{\log\left(\frac{11}{11+1}\right)}{11} \\ &= 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ fallas/um}\end{aligned}$$

Usando (18.13) podemos calcular la confiabilidad  $R(T_p)$  vs  $T_p$ , como se muestra en figura (18.6). Esta curva es válida solo para  $T_p = T_{p_0}$ .

A continuación se analiza un modelo para la tasa de fallas en función de  $T_p$ . Utilizamos el modelo propuesto por Kobbacy, en ecuación (18.5) y usamos (18.14) y (18.15) para estimar los coeficientes del modelo:

$$a_2 = \frac{\lambda_0}{T_{p_0}} = \frac{9,6 \cdot 10^{-4}}{90,3} = 1,07 \cdot 10^{-5} \text{ fallas/ut}^2$$

y

$$a_1 = -a_2 MTTR_{pm} = -1,07 \cdot 10^{-5} \frac{1}{15} = -7,12 \cdot 10^{-7} \text{ fallas/ut}$$

Con lo que podemos construir la curva de número de fallas esperada vs  $T_p$  (figura 18.7) y la curva de disponibilidad vs  $T_p$  (figura 18.8). La disponibilidad puede ser aumentada ,03 % al llevar el intervalo entre preventivas desde 90 a  $T_p^* = 306$  días. Claramente los costos de intervención en preventivas bajaran un tercio.

La figura 18.9 muestra el costo esperado de intervención por ut (normalizado) vs  $T_p$  para  $\kappa = c_i/C_{i,pm} = 2$ . En este caso el óptimo intervalo entre preventivas es un poco menor que si se maximiza la disponibilidad.

**Ejercicio 5** *Proponga un modelo y obtenga el intervalo óptimo entre preventivas si el costo de falla por unidad de tiempo cumple:*

$$c_f = \nu c_{i,pm}$$

y

$$c_{i,co} = \nu c_{i,pm}$$

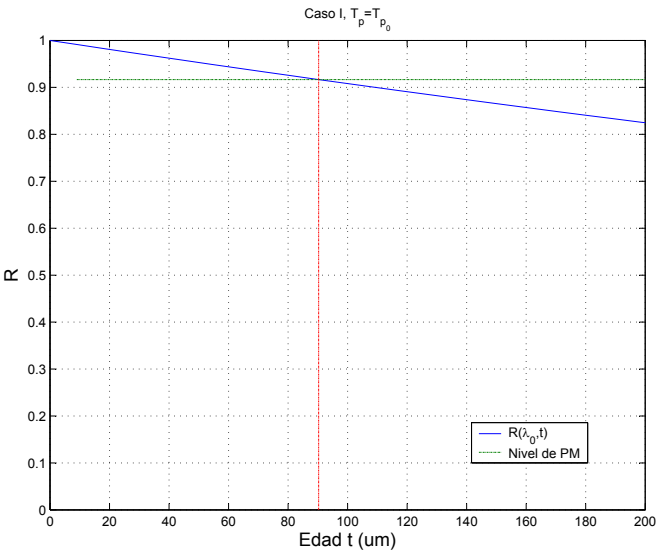


Figura 18.6: Caso I. Modelo geométrico I. Confiabilidad vs intervalo entre intervenciones preventivas.

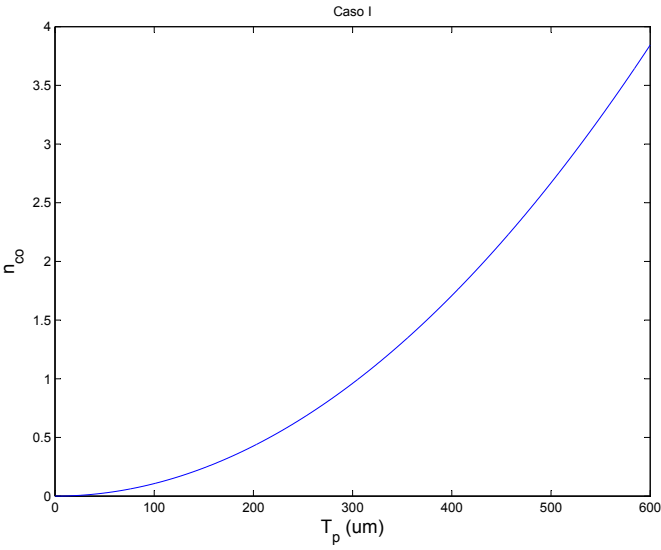


Figura 18.7: Caso I. Modelo geométrico I. Número esperado de fallas vs intervalo entre intervenciones preventivas (modelo parabólico).

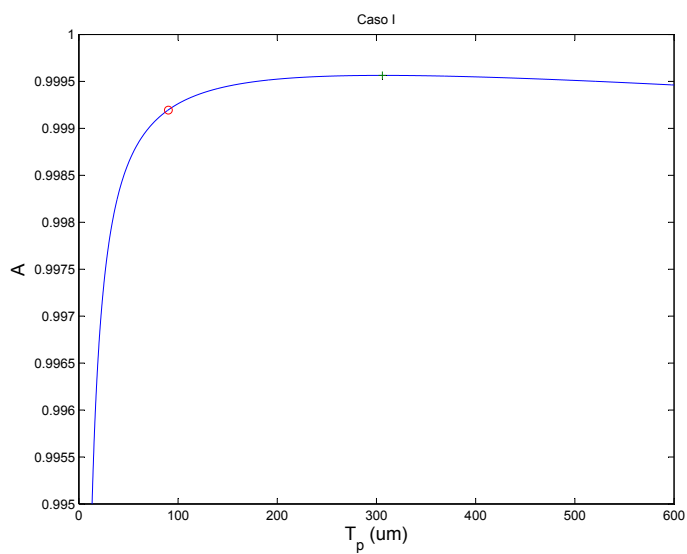


Figura 18.8: Caso I. Modelo geométrico I. Disponibilidad esperada vs intervalo entre intervenciones preventivas.

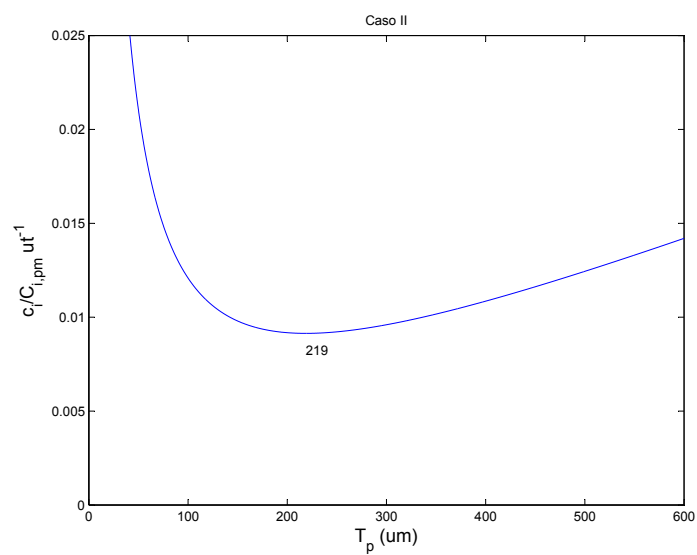


Figura 18.9: Caso I. Modelo geométrico I. Costo esperado de intervención por ut (normalizado) vs  $T_p$ .

Evento $i$	Intervalo desde el fin del último evento (días) $T_{ie}$	Tipo de evento $\delta$	$MTTR_{pm}$ (horas)	Ciclo de vida $j$	Edad $t_i$ al inicio del evento (días)
1	-	0	12		desconocida
2	82	0	1	1	82
3	115	0	1	2	115
4	83	0	1	3	83
5	82	0	1	4	82
6	89	0	1	5	89
7	162	0	1	6	162
8	52	0	3	7	52
9	59	0	1	8	59
10	88	0	1	9	88
11	92	0	1	10	92
12	79	1	4	10	79
13	16	0	1	11	79 + 16
14	98	0	1	12	98
15	342	0	1	13	342
16	96	0	5	14	96
17	53	1	4	14	53
18	8	1	0	14	53 + 8
19	0	1	2	14	53 + 8 + 0
20	38	0	1	15	53 + 8 + 0 + 38
21	73	0	1	16	73
22	85	0	1	17	85
23	134	0	1	18	134
24	34	0	1	19	34
25	151	0	1	20	151
26	351	0	0	20	351
27	184	0	1	21	184
28	584	0	5	22	584
29	76	0	1	23	76

Cuadro 18.3: Historial componente 2

donde

$$C_{i,pm} = c_{i,pm} MTTR_{pm}$$

$$C_{i,co} = c_{i,co} MTTR_{co}$$

evalúe para

$$v = 1, 10$$

$$\nu = 2$$

#### 18.4.2. Caso II: modelo determinístico

En este caso existen eventos de falla y los intervalos entre intervenciones preventivas son bastante variables. Utilizaremos el modelo determinístico. Hay  $n_e = 29$  eventos, de los cuales  $n_{co} = 4$  corresponden a fallas y  $n_c = 23$  ciclos de intervenciones preventivas. La tabla de datos se puede bajar [aquí](#).

Una intervención correctiva demora en promedio,

$$MTTR_{co} = \frac{4 + 4 + 0 + 2}{4} = 2,5 \text{ horas}$$

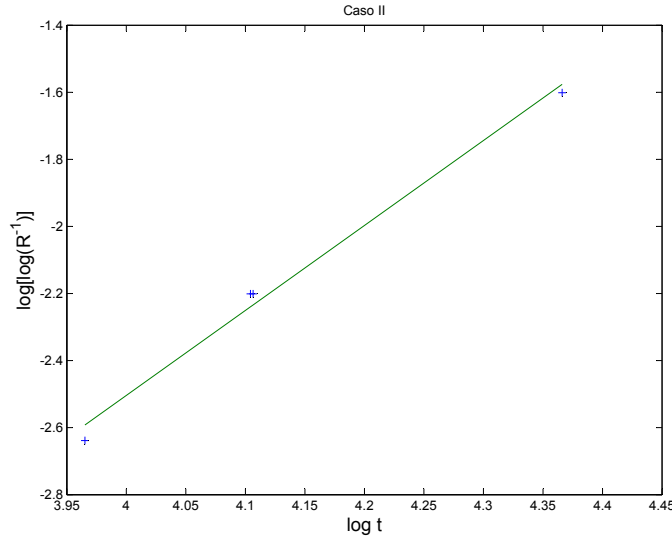


Figura 18.10: Caso II. Modelo estocástico. Análisis de Weibull.

Similarmente,

$$MTTR_{pm} = \frac{\sum_{i=1}^{n_e} (1 - \delta_i) TTR_i}{\sum_{i=1}^{n_e} (1 - \delta_i)} = 1,32 \text{ horas}$$

Utilizaremos Weibull para modelar el número de fallas en un ciclo entre intervenciones preventivas:

$$n_{co}(T_p) \approx \left( \frac{T_p - MTTR_{pm}}{\eta} \right)^\beta$$

donde  $\beta$  y  $\eta$  se calculan considerando las edades al comienzo de un evento y las censuras (renacimientos) producidas por las intervenciones preventivas. En primer lugar se calculó la edad a la que ocurrió cada evento (última columna de tabla 18.3). Usando el método de Lewis[7] (§12) se estimó la confiabilidad para los 4 eventos de falla (figura 18.10) y luego se ajustaron los siguientes parámetros de Weibull:

$$\begin{aligned} \beta &= 2,54 \\ \eta &= 146,7 \text{ días} \end{aligned}$$

lo que nos permite estimar la confiabilidad, el número de fallas vs el intervalo entre preventivas y la disponibilidad (figuras 18.11- 18.13).

### 18.4.3. Caso III: modelo estocástico

La tabla (18.4) muestra el historial para este caso (bajar [aquí](#)). Habiendo suficientes intervenciones preventivas y correctivas se selecciona en modelo estocástico. Se asume que las reparaciones son *mínimas* y que los  $TTF$  en ambas estrategias siguen una distribución exponencial,

$$\begin{aligned} MTTF_{co} &= \frac{1}{\lambda_{co}} = 38 \text{ ut} \\ MTTF_{pm} &= \frac{1}{\lambda_{pm}} = 153 \text{ ut} \end{aligned}$$

entonces el *factor de impacto*  $\gamma$  es,

$$\gamma = \frac{MTTF_{pm}}{MTTF_{co}} = 4,01$$

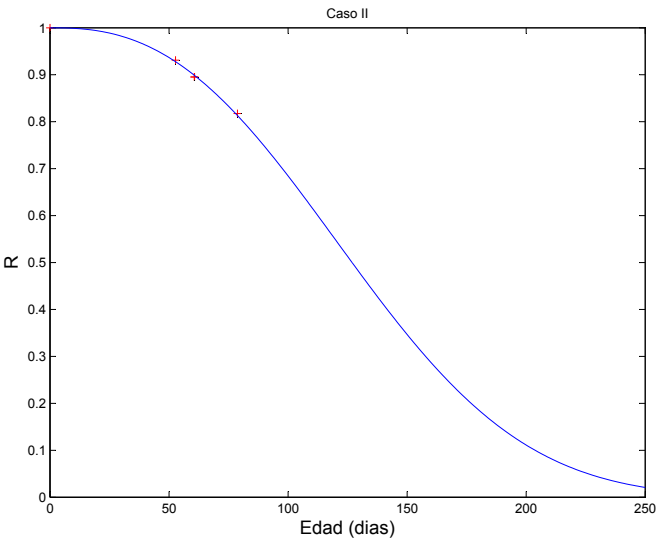


Figura 18.11: Caso II. Modelo estocástico. Confiabilidad vs edad del componente.

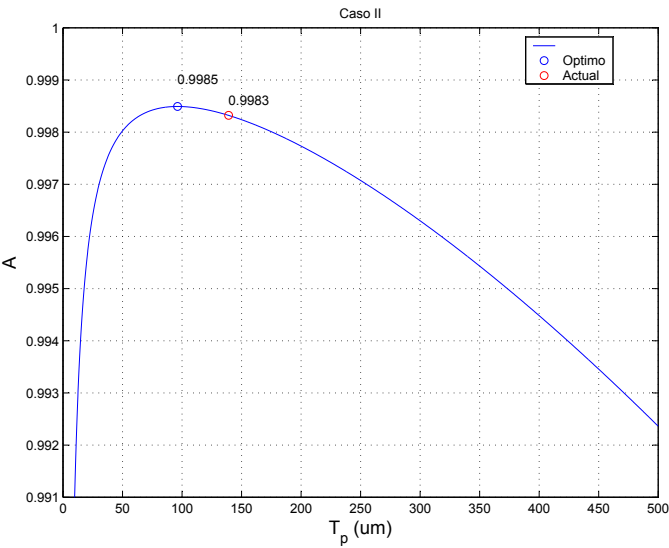


Figura 18.12: Caso II. Modelo estocástico. Disponibilidad en función del intervalo entre intervenciones preventivas.

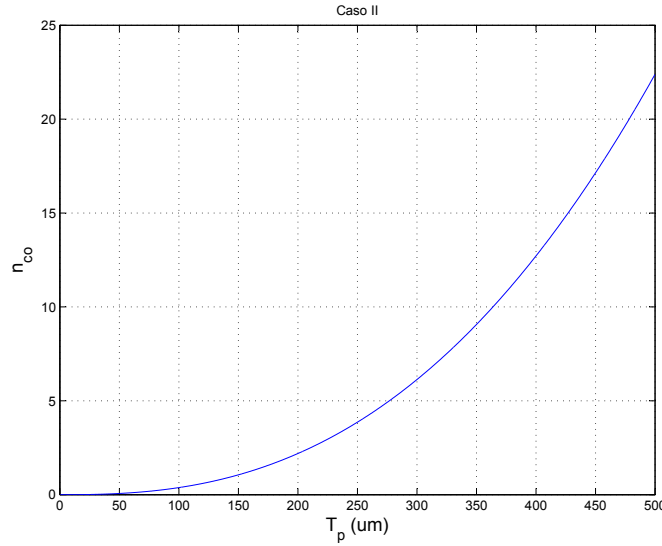


Figura 18.13: Caso II. Modelo estocástico. Número de fallas esperado función del intervalo entre intervenciones preventivas.

y el *factor de servicio*,

$$\nu = \frac{MTTR_{pm}}{MTTR_{co}} = 0,293$$

o sea las intervenciones correctivas duran más de 3 veces lo que las preventivas.

Usando (18.11) calculamos la disponibilidad, que se muestra en figura (18.14). La máxima disponibilidad se alcanza en:

$$T_p^* = 80 \text{ ut}$$

#### 18.4.4. Caso IV: Weibull

La tabla (18.4) muestra el historial para este caso

La tabla (18.5) muestra el historial de este componente (bajar [aquí](#)). Se observan solo eventos de falla. Se aplica un modelo de Weibull. En este caso no hay censura por mantenimiento preventivo y se considera que las intervenciones correctivas retornan al componente a su estado *como nuevo*.

La disponibilidad con la estrategia correctiva histórica es:

$$A = 0,997$$

La estimación de  $R$  se realizó con el método de rangos medianos aproximados, tomando en cuenta que hay 2 pares de individuos que tienen la misma vida (y por tanto deben tener la misma confiabilidad).

La figura (18.15) muestra el ajuste de Weibull con 2 parámetros. Las vidas de duración nulas no fueron consideradas. Se obtiene:

$$\begin{aligned}\beta &= 0,663 \\ \eta &= 86 \text{ ut}\end{aligned}$$

$\beta < 1$  lo que indica que la tasa de fallas descende con el tiempo (etapa de infancia). No conviene realizar mantenimiento preventivo.

evento <i>i</i>	Intervalo desde último evento (días)	Tipo de evento $\delta$	<i>TTR</i> (horas)	Edad <i>t</i> al inicio del evento
1	-	0	1	desconocida
2	79	0	1	79
3	51	1	1	51
4	133	0	1	133+51
5	59	0	1	59
6	127	0	1	127
7	85	0	1	85
8	90	0	1	90
9	156	0	1	156
10	62	1	1	62
11	35	0	1	62+35
12	83	0	1	83
13	254	0	10	254
14	53	0	1	53
15	118	0	1	118
16	181	0	1	181
17	168	0	1	168
18	29	0	1	29
19	130	0	8	130
20	55	0	1	55
21	87	0	1	87
22	171	0	1	171
23	188	0	0	188
24	175	0	8	175
25	1	1	18	1
26	498	0	1	498+1
27	445	0	1	445

Cuadro 18.4: Historial componente 3

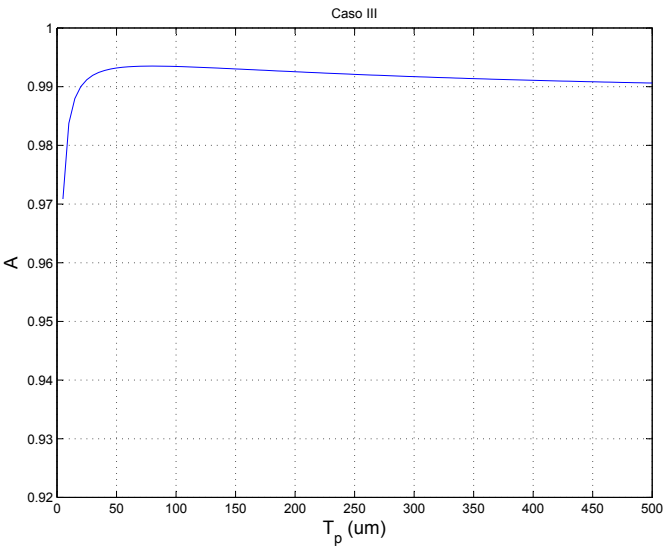


Figura 18.14: Caso III. Modelo estocástico. Disponibilidad media esperada en función del intervalo entre intervenciones preventivas.

Evento $i$	Intervalo desde último evento (días)	Tipo de evento ( $\delta$ )	$TTR$ (horas)
1	-	1	1
2	0	1	0
3	264	1	24
4	11	1	1
5	0	1	0
6	69	1	0
7	64	1	1
8	0	1	0
9	71	1	0
10	3	1	2
11	13	1	0
12	0	1	2
13	42	1	2
14	0	1	0
15	72	1	24
16	10	1	0
17	42	1	1
18	0	1	0
19	76	1	8
20	540	1	0
21	0	1	2
22	720	1	0
23	0	1	2
24	97	1	6
25	132	1	1
26	0	1	0
27	126	1	24
28	0	1	0
29	41	1	1
30	5	1	0
31	2	1	0
32	2	1	1

Cuadro 18.5: Historial componente 4

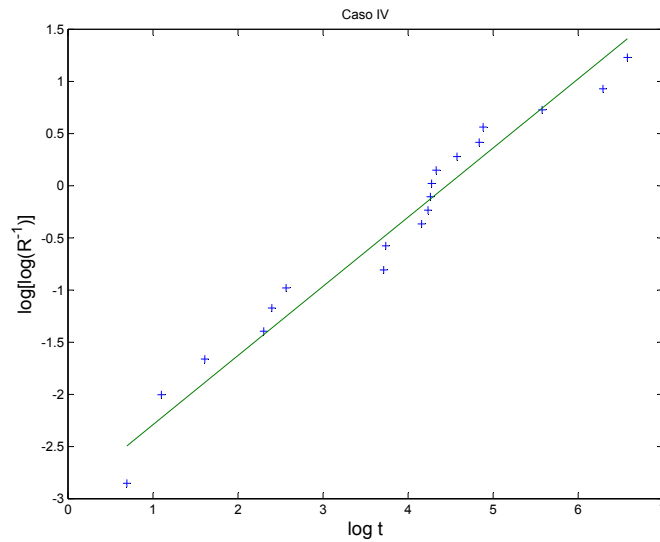


Figura 18.15: Caso IV. Ajuste de Weibull considerando reparaciones perfectas

#### 18.4.5. Caso V: Modelo geométrico II

El historial mostrado en tabla (18.6) muestra solo 3 intervenciones correctivas. La primera corresponde al primer evento del historial por lo que se desconoce la edad del componente al iniciar ese ciclo de vida. La tercera falla ocurre justo al terminar de reparar la segunda por lo que se trata de una muerte infantil posiblemente producto de una intervención de mala calidad. Es así que solo queda una sola falla útil para el análisis. Además, los intervalos entre preventivas son bastante regulares. Lo anterior apunta al uso del modelo geométrico II según el árbol de decisiones propuesto. Para la estimación de  $T_{p0}$  se descarta el evento 2 pues no se conoce el intervalo desde la ultima intervención preventiva. El modelo entrega la disponibilidad mostrada en figura (18.16).

**Ejercicio 6** Realice un análisis para el componente cuyo historial se muestra en tabla 18.7.

### 18.5. Comentarios finales

Hemos presentado un prototipo de *DSS* para el problema de optimizar las decisiones de mantenimiento en sistemas industriales complejos. El enfoque muestra ser muy viable y factible de ser desarrollado, para enriquecer la base de modelos y el árbol de decisión que realiza la selección del modelo más adecuado. Kobbacy reporta que tal como está planteado, el *DSS* logró tratar 35 % de los componentes de un planta industrial real.

Se argumenta que la viabilidad de los *DSS* de mantenimiento se dificulta por la falta de confianza en el registro de los datos del historial. Sin embargo, en la medida que la gente que alimenta el historial se convenza de su uso *real* en la optimización de la toma de decisiones, entonces crecerá su preocupación por mejorar la calidad de los datos.

Evento $i$	Intervalo desde último evento (días)	Tipo de evento	$TTR_i$ (horas)
1	-	1	2
2	5	0	1
3	188	0	2
4	192	0	2
5	173	0	2
6	170	0	2
7	233	0	2
8	180	0	2
9	171	0	1
10	63	1	3
11	0	1	0
12	114	0	1
13	296	0	1
14	77	0	1
15	197	0	1
16	145	0	1
17	205	0	1

Cuadro 18.6: Historial componente 5

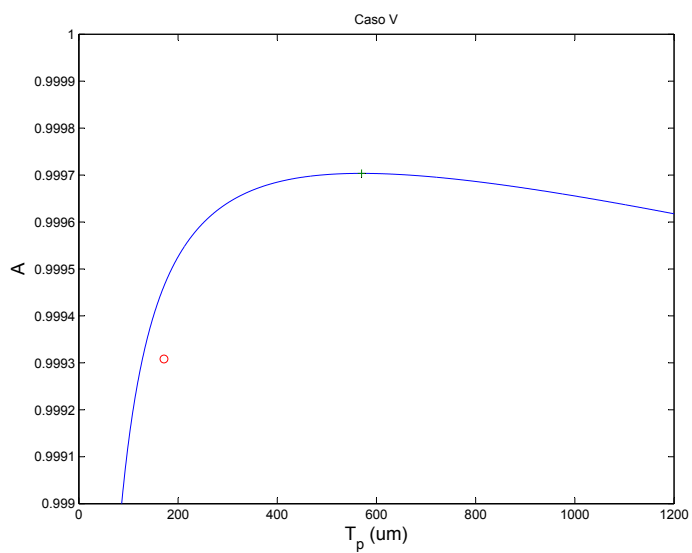


Figura 18.16: Caso V. Modelo geométrico II.

Evento $i$	Intervalo desde último evento (días)	Tipo de evento ( $\delta$ )	$TTR_i$ (horas)
1	-	1	2
2	91	1	2
3	110	0	2
4	507	1	6
5	421	0	2
6	323	1	2
7	511	0	2
8	6	1	12
9	11	1	4
10	188	1	3

Cuadro 18.7: Historial componente 6



# Bibliografía

- [1] A.K.S. Jardine and D. Banjevic, M. Wiseman, S. Buck, T. Joseph, *Optimizing a mine haul truck wheel motors' condition monitoring program*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 7(4), 286-301, 2001. [bajar].
- [2] Kobbacy, K.A.H., Proudlove, NC, Harper, MA, *Towards an intelligent maintenance optimization system*, Journal of the Operational Research Society, 46 (7): 831-853, 1995. [bajar].
- [3] Eom, H.B., Lee, S.M., *A Survey of Decision Support System Applications (1971 april 1988)*, Interfaces, 20(3), 65-79, 1990.
- [4] Watson, C., *Is preventive maintenance worthwhile?*, In Operational Research in Maintenance (A.K.S. Jardine, Ed.), Manchester University Press, 142-173, 1970. [bajar].
- [5] Moss, M.A., *Designing for minimal maintenance expense, the practical application of Reliability and Maintainability*, Marcel Dekker, Inc., 1985.
- [6] Locks, M.O., *Reliability, Maintainability and Availaibility Assessment*, Hayden Book Co., New Jersey, 1973.
- [7] Lewis, E.E., *Introduction to Reliability Engineering*, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [8] Dekker, R., Scarf, P.A., *On the impact of optimisation models in maintenance decision making: the state of the art*, Reliability Engineering and System Safety, 60, 111-119, 1998. [bajar].
- [9] Dekker, R. and Van Rijn, C.F.H., *PROMPT-a decision support system for opportunity maintenance. In Reliability and Maintenance of Complex Systems*, ed. S. Ozekici, NATO-AS1 series 154. Springer Verlag, Berlin, 517-536, 1996.
- [10] Hastings, N.A.J., Jardine, A.K.S., *Component replacement and the use of RELCODE*. Micro. and Rel., 19, 49-56, 1979.
- [11] *LCC-OPT: a decision support system for life cycle costing and optimisation*. S and G en Partners, Wijchen, The Netherlands, 1997.
- [12] Van Rijn, C.F.H., Van Aken, J.A. and Smit, A.C.J.M., *EMMA, a maintenance manning assessment tool*. In Proceedings 3rd. EsReDa seminar on Equipment Ageing and Maintenance, Chamonix, France, 14- 15 October 1992.
- [13] KAH Kobbacy, J Jeon, *The development of a hybrid intelligent maintenance,optimisation system (HIMOS)*, Journal of the Operational Research Society, 52, 762-778, 2001. [bajar].
- [14] R. C. M. Yam, P. W. Tse, L. Li1 and P. Tu, *Intelligent Predictive Decision Support System for Condition-Based Maintenance*, Int J Adv Manuf Technol, 17, 383-391, 2001. [bajar].
- [15] James T. Luxhoj, Trefor P. Williams, *Integrated decision support for aviation safety inspectors*, Finite Elements in Analysis and Design, 23, 381-403, 1996. [bajar].
- [16] Patel, S.A., Kamrani, A.K., *Intelligent Decision Support System for Diagnosis and Maintenance of Automated Systems*, Computers ind. Engng, 30(2), 297-319, 1996. [bajar].

- [17] Moynihan GP, Bowers JH, Fonseca DJ, et al., *A knowledge-based approach to maintenance project planning*, Expert Systems, 19(2), 88-98, 2002. [\[bajar\]](#).

## Capítulo 19

# Selección de estrategias de mantenimiento

Reading made Don Quixote a gentleman.  
Believing what he read made him mad.  
*George Bernard Shaw*

### 19.1. Introducción

Hoy en día, muchas compañías han establecido programas de mantenimiento predictivo. Sin embargo, los costos de intervención asociados pueden ser altos mientras que la reducción en los costos de falla puede ser difícil de estimar.

Este capítulo ofrece un procedimiento para ayudar en la toma de decisiones de mantenimiento. Permite a la compañía seleccionar la estrategia más apropiada en términos del costo global de mantenimiento.

La toma de decisión considera tres alternativas de mantenimiento: correctivo, preventivo y predictivo.

Los sistemas en los cuales la *seguridad de las personas* es un tema importante son excluidos del análisis. Se presenta un ejemplo donde se aplica la metodología a una situación industrial.

### 19.2. Estimación de costos

Para los cálculos se consideran dos tipos de costo. Los costos del servicio de mantenimiento han sido agrupados bajo *costos de intervención*  $C_i$  um/intervención. Esto incluye los costos de repuestos, insumos, y del personal requerido para la reparación de equipos, o para el reemplazo de componentes en mal estado. Las consecuencias de una parada sobre la producción son consideradas en el *costo de falla*  $C_f$  um/falla. Este costo incluye la detención de la maquinaria, demoras en la producción, desorganización de la producción. El valor exacto de los parámetros mencionados es algunas veces difícil de obtener; sin embargo, el análisis de los datos provenientes de un sistema informático de mantenimiento bien implementado permite una evaluación suficientemente aproximada[3].

#### 19.2.1. Mantenimiento correctivos vs preventivo

Si el costo de una intervención (por intervención) es  $C_i$  um/intervención, y el costo de falla (por falla) es  $C_f$  um/intervención, Boucly [1] propone un método de comparación entre los costos de mantenimiento correctivo y mantenimiento preventivo. Si la confiabilidad de un componente sigue la distribución de Weibull:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} = e^{-x^\beta} \quad (19.1)$$

donde

$t$  es el tiempo transcurrido desde que el equipo está *como nuevo* con respecto a este modo de falla (o sea, tras una intervención preventiva. );

$\beta, \eta, \gamma$  son los parámetros de Weibull y  $x$  es el tiempo normalizado con respecto a la vida característica  $\eta$ :

$$x = \frac{t - \gamma}{\eta}$$

**Observación 44** *Este modelo considera que cualquier intervención (correctiva o preventiva) es perfecta, vale decir, dejar al equipo como nuevo. Ello puede ser exagerado, sobre todo en largo plazo. El tiempo  $t$  se define entonces como el tiempo transcurrido desde la última intervención. Los parámetros de Weibull se calculan a partir del tiempo entre intervenciones, lo que coincide con el tiempo entre fallas, solo si no se han realizado mantenimientos preventivos desde la última falla. NdP.*

Si se decide hacer mantenimiento correctivo, se tiene que el valor esperado para la duración de un ciclo de renovación es  $MTBF$  ut, y

$$c_{g,c}(T_s) = \frac{C_i + C_f}{MTBF}$$

lo que queda en términos de  $x_s$ :

$$c_{g,c}(x_s) = \frac{C_i + C_f}{\Gamma(1 + 1/\beta)}$$

y para mantenimiento preventivo realizado cada  $T_s$  unidades de tiempo, existen dos tipos de ciclos posibles uno sin falla, cuya probabilidad de ocurrencia es  $R(T_s)$ , costo esperado  $C_i$  y duración  $T_s$ . En caso de ocurrir una falla antes de  $T_s$  (con probabilidad  $F = 1 - R(T_s)$ ) el costo será  $C_i + C_f$  y el ciclo tendrá una duración esperada

$$\frac{\int_0^{T_s} t f(t) dt}{1 - R(T_s)}$$

luego tenemos que

$$c_{g,p}(T_s) = \frac{C_i R(T_s) + (C_i + C_f) [1 - R(T_s)]}{T_s R(T_s) + \frac{\int_0^{T_s} t f(t) dt}{1 - R(T_s)} [1 - R(T_s)]}$$

Simplificando y aplicando el cambio de variable,

$$c_{g,p}(x_s) = \frac{C_i + C_f [1 - R(x_s)]}{\int_0^{x_s} R(x) dx}$$

la razón entre el costo global esperado de mantenimiento preventivo por unidad de tiempo  $c_{g,p}$  y el costo global de mantenimiento correctivo  $c_{g,c}$  está dada por<sup>1</sup>:

$$\frac{c_{g,p}}{c_{g,c}}(x_s, \alpha_r, \beta) = \frac{1 + [1 - R(x_s)] \alpha_r}{1 + \alpha_r} \frac{\Gamma(1 + 1/\beta)}{\int_0^{x_s} R(x) dx} \quad (19.2)$$

donde:

$$\alpha_r = \frac{C_f}{C_i}$$

es la razón entre el costo de falla y el costo de intervención para una falla, y

$$C_f = c_f \cdot MTTR$$

donde  $c_f$  es el costo de falla por unidad de tiempo y  $MTTR$  es el tiempo medio para reparar.

$\Gamma(1 + 1/\beta)$  es el tiempo medio entre fallas (MTBF) -normalizado por  $x$ -,

---

<sup>1</sup>Notese que se ha asumido que el costo de intervención por mantenimiento preventivo es igual al costo de intervención por mantenimiento correctivo. Discutible. NdP.

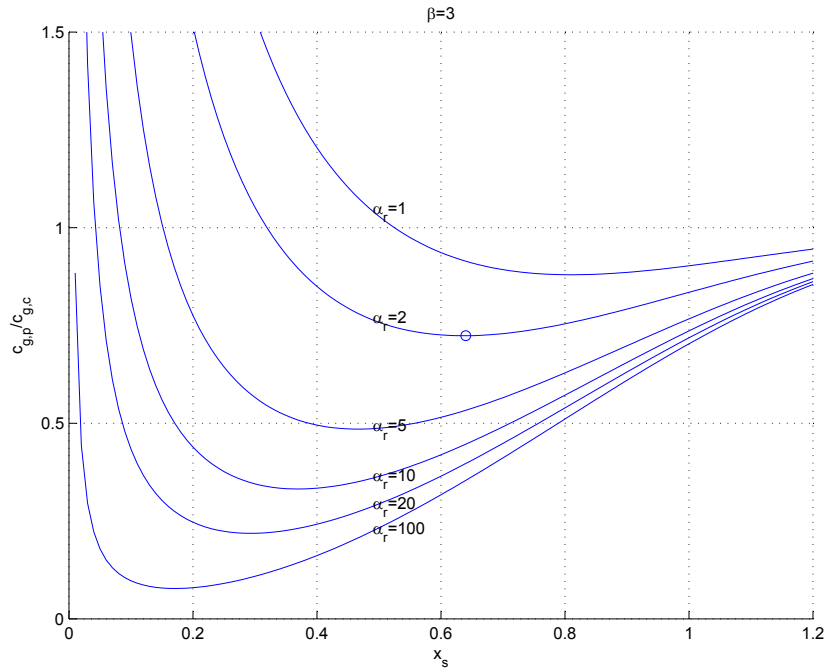


Figura 19.1:  $\frac{c_{g,p}}{c_{g,c}}$  para  $\beta = 3,0$ , y varios  $\alpha_r$

$$x_s = \frac{T_s - \gamma}{\eta}$$

donde  $T_s$  es el período entre intervenciones preventivas.

La razón 19.2 es una función del tiempo normalizado  $x_s$  y de dos parámetros: la razón  $\alpha_r$  y del coeficiente  $\beta$ . El estudio de esta función muestra que en algunos casos un mínimo bajo 1 es encontrado. En tales casos se encuentra que el valor que el período óptimo de reemplazo es:

$$T_s^* = \eta x_s^* + \gamma$$

donde  $x_s^*$  representa al período óptimo entre intervenciones.

Como ejemplo se muestra un estudio de  $\frac{c_{g,p}}{c_{g,c}}$  vs  $x_s$  para  $\beta = 3$  y varios valores de  $\alpha_r$ .

### 19.2.2. Mantenimiento sintomático

El mantenimiento sintomático trata de evitar fallas repentinas midiendo los síntomas observables sobre el componente. Si se usa la hipótesis de que el seguimiento de las variables de condición es *perfecto*, el costo de falla ya no se aplica<sup>2</sup>. Solo permanecen los costos de intervención, al cual se debe agregar el costo de inspección o monitoreo. El costo de intervención predictivo puede ser resultado de una sola inversión, o costos repetidos. La inversión corresponde a la adquisición de equipos, al costo de capacitar al personal para el análisis. Los gastos repetidos corresponden al pago de servicios de medición y análisis. Estos costos pueden ser expresados como un costo de intervención de mantenimiento sintomático  $C_s$  por cada ciclo de intervención preventiva:

$$C_s = c_s MTBF$$

Si se utiliza mantenimiento sintomático, el período entre dos intervenciones preventivas es aproximadamente el tiempo medio entre fallas  $MTBF$ . Si las inspecciones son hechas *sin detener la producción*

<sup>2</sup>Asumiendo que no hay detención por inspección. *NdP*.

su costo global esperado por unidad de tiempo es:

$$c_{g,s} = \frac{C_i + C_s}{MTBF} \quad (19.3)$$

Si las inspecciones requieren la detención del equipo, se debe añadir el costo de falla asociado  $C_{f,s}$  (calculado por cada ciclo entre intervenciones preventivas):

$$C'_s(T_s \approx MTBF) = C_s + C_{f,s}$$

y similarmente al caso anterior

$$c_{g,s} = \frac{C_i + C'_s}{MTBF}$$

Si todas las fallas repentinas con detención no son evitadas, se evaluará el riesgo de detención como una probabilidad de no detección  $\alpha$ . Esta probabilidad solo puede ser estimada por experiencia. Así, debemos añadir el costo de falla (para cada ciclo entre intervenciones preventivas):

$$C''_{g,s}(T_s \approx MTBF) = C_s + \alpha C_f$$

En este caso:

$$c_{g,s} = \frac{C_i + C''_s}{MTBF}$$

### 19.3. Selección de estrategia de mantenimiento

Para ser interesante desde un punto de vista económico, el mantenimiento predictivo debe tener un costo inferior a los otros tipos de mantenimiento. Se pueden comparar calculando la razón entre el costo global de mantenimiento predictivo por unidad de tiempo  $c_{g,s}$  y mantenimiento correctivo  $c_{g,c}$ . Para ser más barata que la preventiva debe ser inferior a  $\frac{c_{g,p}}{c_{g,c}}$ .

Según ecuaciones 19.3,

$$\frac{c_{g,p}}{c_{g,s}} = \frac{C_i + C_s}{MTBF} \frac{MTBF}{C_i + C_f} = \frac{C_i + C_s}{C_i + C_f} = \frac{1 + C_s/C_i}{1 + \alpha_r}$$

En figura 19.1, se muestra un estudio de  $\frac{c_{g,s}}{c_{g,c}}$  vs la razón  $C_s/C_i$  para varios valores de  $\alpha_r$ .

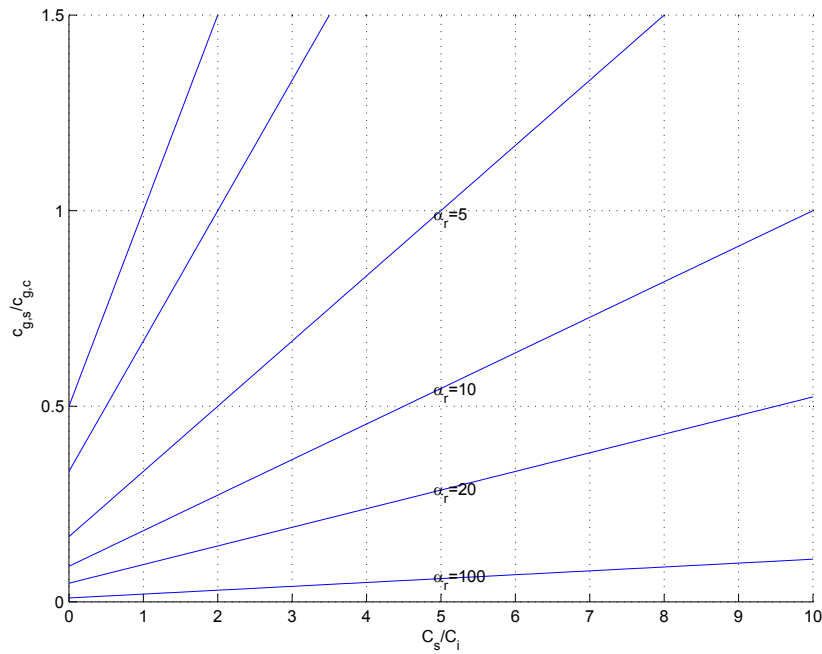
Este gráfico puede ser usado para dos propósitos:

- si el costo de intervención de inspecciones  $C_s$  es conocido, entonces sabremos si  $\frac{c_{g,s}}{c_{g,c}}$  es inferior a  $\frac{c_{g,p}}{c_{g,c}}$ ,
- si  $C_s$  es desconocido, se puede conocer el costo máximo admisible  $C_s^*$  que garantice la rentabilidad de un proyecto para hacer mantenimiento sintomático.

El diagrama 19.3 muestra el procedimiento a seguir para tomar una decisión.

### 19.4. Ejemplo

Consideremos en ejemplo propuesto en (Luce, 1999)[4]. Se trata de una empresa de hornos. Las máquinas a analizar son las prensas de corte. La compañía dispone de 6 con una capacidad entre 200 y 450 T. Estas máquinas pueden operar en serie o en paralelo (autónomas). Dado que están al principio de la línea, son consideradas críticas para la producción. La política de la empresa apunta hacia la reducción de niveles de repuestos.

Figura 19.2:  $c_{g,s}/c_{g,c}$  varios  $r$ 

### 19.4.1. El componente

Un análisis *ABC* del tiempo medio para reparaciones *MTTR* muestra que el embrague es el componente crítico de las máquinas. El estudio de los costos de intervención (insumos, horas-hombre, servicios externos) muestra que el embrague representa mas de 90% de los mismos, para estas máquinas. Las máquinas tienen en promedio 910 horas de intervención con un costo de 590 *um* en un período de 5 años. Los costos incluidos son insumos, repuestos y servicio. El estudio de la historia de los equipos revela 6 intervenciones por falla repentina, lo que permitió construir un modelo de Weibull con los siguientes parámetros<sup>3</sup>:

$$\beta = 1,67$$

$$\gamma \cong 0$$

$$\eta = 43 \text{ ut}$$

$$\Gamma(1 + 1/\beta) = 0,89$$

La unidad de tiempo considerada es 1 semana. El test de Kolmogorov-Smirnov validó el modelo de Weibull. La duración de una reparación es de 130 HH (1 HH=0.2 *um*), los repuestos tienen un costo de 4 *um*, lo que suma 30 *um*/intervención y es lo que cuesta cambiar los discos del embrague. Una detención catastrófica requiere una intervención no planificada inmediata del personal de mantenimiento, frecuentemente con sobretiempo. Si la falla es mayor se contratan servicios de contratistas externos. La parada de una máquina implica pérdidas de producción. El costo de falla es estimado en 2 veces el costo de intervención, o sea 60 *um*/intervención.

### 19.4.2. Selección del tipo de mantenimiento

Tomando en cuenta el costo de repuestos, el mantenimiento preventivo es manejado individualmente, por lo que no implica sacrificios de producción. La curva a usar es entonces la razón entre el costo

<sup>3</sup>N. de T.: Notese que el análisis se hace por máquina, por componente y por tipo de falla. Debido a lo arduo que puede ser, es mejor realizar el análisis de Pareto.

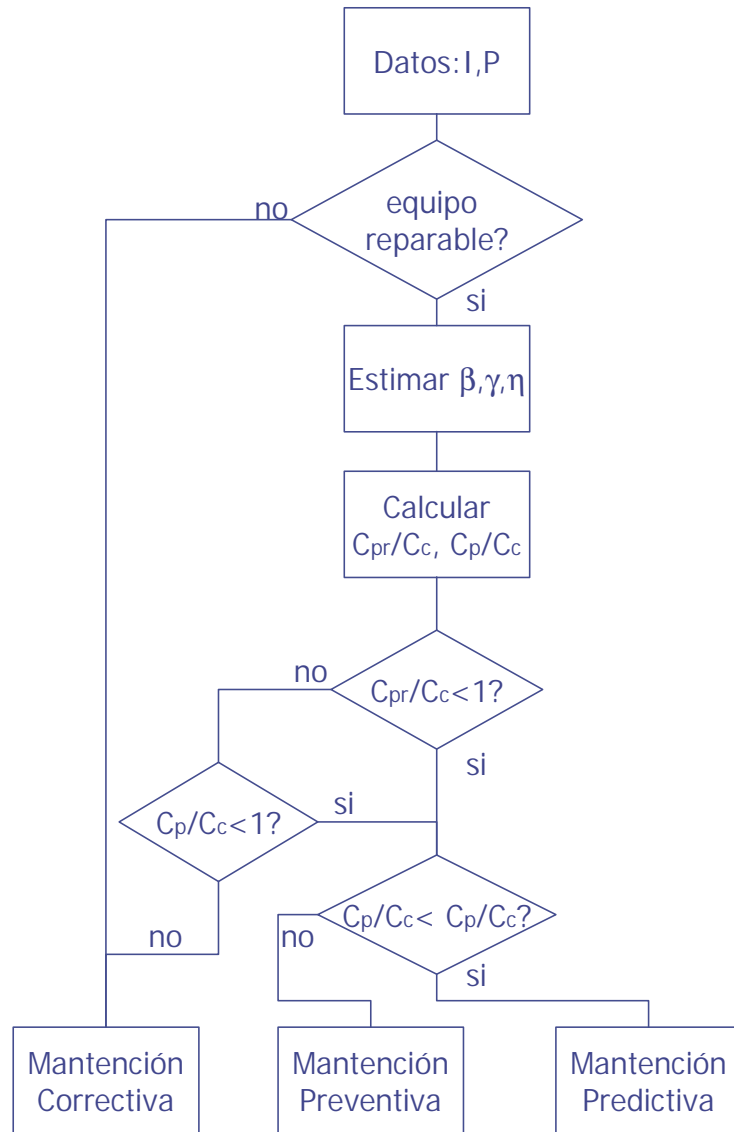


Figura 19.3: Diagrama de decisión

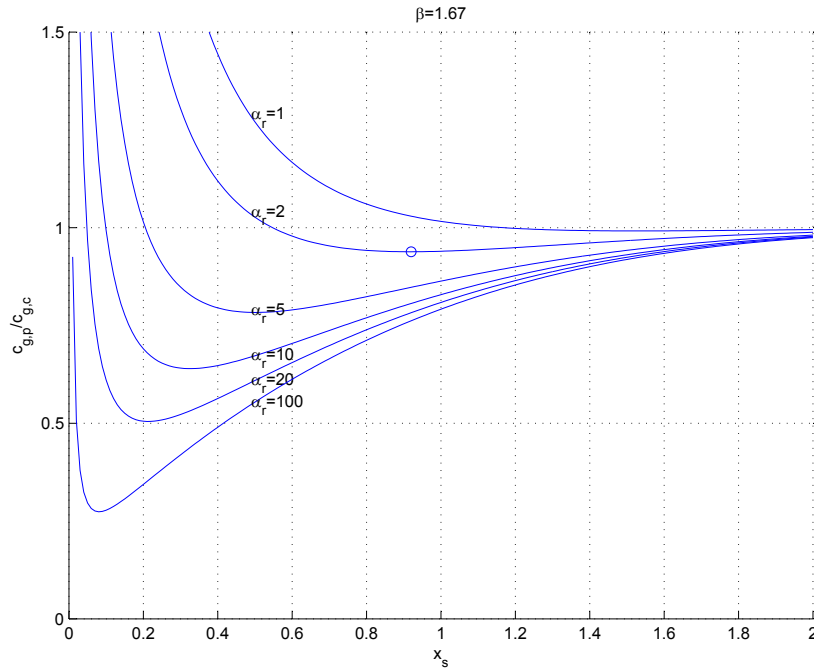


Figura 19.4:  $c_{g,p}/c_{g,c}$  para  $\beta = 1,67$ , y varios  $r$

preventivo y el correctivo, con  $\beta = 1,6$ ,  $\alpha_r = 2$  (figura 19.4). El mínimo de la curva se encuentra en  $x_s = 1,1$  donde  $c_{g,p}/c_{g,c} = 0,95$ . Ello implica que la mantención preventiva es más barata que la correctiva en 5 %. El período de intervención óptimo es:

$$\begin{aligned} T_s^* &= \eta x_s^* + \gamma \\ &= 43 \cdot 1,1 + 0 \\ &= 47 \text{ ut} \end{aligned}$$

En ese caso, la duración media entre 2 intervenciones es:

$$\eta \int_0^{x_s} R(x) dx = 43 \cdot 0,7445 = 32 \text{ ut}$$

La figura 19.2 permite comparar los costos de mantenimiento sintomático vs los de mantenimiento preventivo.

El mantenimiento predictivo es rentable hasta que su costo alcance un valor correspondiente a  $C_s/C_i = 2$ . El cálculo más detallado puede ser hecho rápidamente: la razón entre el costo predictivo y el correctivo debe ser inferior a  $c_{g,p}/c_{g,c}$ :

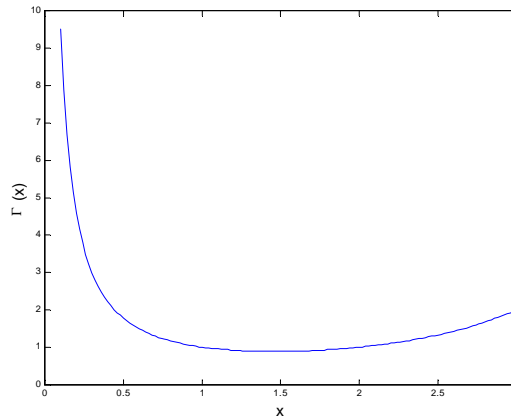
$$\frac{c_{g,s}}{c_{g,c}} = \frac{1 + C_s/C_i}{1 + \alpha_r} < \frac{c_{g,p}}{c_{g,c}}$$

despejando

$$\frac{C_s}{C_i} < \frac{c_{g,p}}{c_{g,c}} (1 + \alpha_r) - 1 = 0,95 (1 + 2) - 1 = 1,85$$

Siendo  $C_i = 30$  um/intervención, el costo del mantenimiento predictivo no debe superar los  $C_s = 55,5$  um (entre dos intervenciones, o sea aproximadamente el *MTBF*):

$$MTBF = \eta \Gamma(1 + 1/\beta) + \gamma = 43 \cdot 0,89 + 0 \approx 38 \text{ ut}$$

Figura 19.5: Función  $\Gamma$ 

Esto corresponde a un presupuesto anual de:

$$55,5 \frac{52}{38} \approx 76 \text{ um/año}$$

Dado que la inversión en un equipo de análisis de vibraciones es del orden de 40 um, se justifica la implementación de mantenimiento predictivo sobre este equipo (y componente).

**Ejemplo 78** <sup>4</sup>Tras realizar un seguimiento estadístico de un cierto modo de falla de un equipo se ha establecido que la distribución asociada es de Weibull con parámetros  $\beta = 3$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\eta = 1$  (mes). El costo de falla asociado se estima en 5 veces el costo de intervención (tanto en mantenimiento preventivo como correctivo).

1. Estime % de ahorro si se realiza mantenimiento preventivo optimizado.
2. Calcule el *MTBF*
3. Estime plazo óptimo para mantenimiento preventivo.

**Solución 13** De los datos,  $\alpha_r = 5$ ,  $\beta = 3$ . Ello nos permite usar las curvas (19.1).

1. La razón mínima entre preventivo y correctivo es aproximadamente 0.5. O sea, el realizar mantenimiento preventivo produce ahorros de 50 % sobre el mantenimiento correctivo.
2. De fórmula (11.3),

$$\begin{aligned} MTBF &= \gamma + \eta \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \\ &= 0 + 1 \cdot \Gamma \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \\ &= \Gamma(1,33) \end{aligned}$$

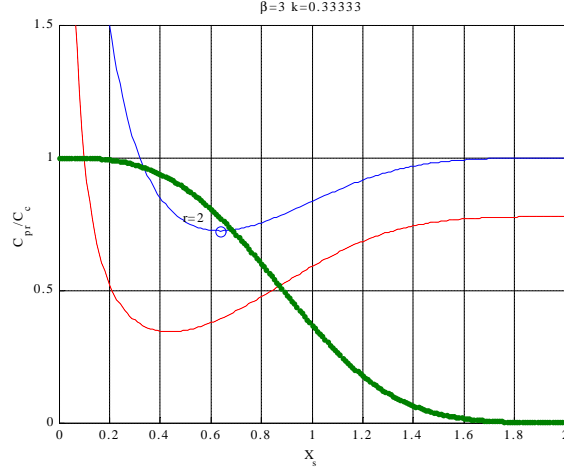
Observando en el gráfico (19.5)

$$\Gamma(1,33) \approx 1$$

O sea, el tiempo medio entre fallas es aproximadamente 1 mes.

**Observación 45** Las curvas presentadas fueron generadas en Matlab. Los programas están en *luce.m* y en *erre.m*.

<sup>4</sup>control 2 me57a , semestre II-2001

Figura 19.6:  $\beta = 3$ ,  $\alpha_r = 2$ ,  $\alpha_k = 1, 1/3$ 

## 19.5. Mejoras al modelo

### 19.5.1. Considerando corrección por costos de intervención

Una limitación del modelo presentado en ref. [4] es que considera que los costos de intervención  $C_i$  son iguales tanto en mantenimiento correctivo como en preventivo. Consideremos ahora que los costos de una intervención correctiva es  $C_{i,c}$  y el de una intervención preventiva  $C_{i,p}$ .

$$c_{g,p}(x_s) = \frac{C_{i,p} + [1 - R(x_s)] C_f}{\int_0^{x_s} R(x) dx}$$

$$c_{g,c}(x_s) = \frac{C_{i,c} + C_f}{MTBF_x}$$

$$MTBF_x = \Gamma(1 + 1/\beta)$$

Definiendo

$$\alpha_r = \frac{C_f}{C_{i,c}}$$

$$\alpha_k = \frac{C_{i,p}}{C_{i,c}}$$

Se obtiene la relación:

$$\frac{c_{g,p}}{c_{g,c}}(\alpha_r, \alpha_k, x_s) = \frac{\alpha_k + [1 - R(x_s)] \alpha_r}{1 + \alpha_r \int_0^{x_s} R(x) dx} \Gamma(1 + 1/\beta)$$

En general  $\alpha_k$  es menor que 1. Para el primer ejemplo se gráficán las curvas para  $\alpha_r = 2$ ,  $\beta = 3$  con  $\alpha_k = 1$  (caso ya estudiado) y  $\alpha_k = 1/3$  (figura 19.6). Adicionalmente se muestra la curva de confiabilidad, la que inevitablemente se reduce con el tiempo. Se observa que el mantenimiento preventivo es rentable solo si no es excesivamente frecuente. Al aumentar el plazo entre intervenciones preventivas la razón de costos tiende a un valor constante e inferior a 1 (para este caso). En caso de no existir un mínimo absoluto el criterio de costos es insuficiente para determinar un óptimo. En tal caso convendría asegurar algún nivel dado de confiabilidad (o de disponibilidad). En caso de no existir un mínimo absoluto de  $\frac{C_{g,p}}{C_{g,c}}$  y a igualdad de valores, convendrá el punto con mayor confiabilidad (el que esté más a la izquierda).

## 19.6. Comentarios finales

El procedimiento descrito permite la selección, de acuerdo a ley de vida de servicio y los costos de mantenimiento, del método de mantenimiento más económico para un modo de falla de un componente.

El modelo no toma en cuenta la posible interacción económica entre los modos de falla (por ejemplo un costo de falla común). Ello será investigado en el capítulo sobre mantenimiento oportunista.

Se ha propuesto una modificación al modelo presentado en (Luce, 1999)[4] para tomar en cuenta que en general los costos de intervención preventiva son menores a los de intervención correctiva pues los *MTTR* son menores por la programación de actividades así como el no deterioro de componentes adyacentes al que falló.

# Bibliografía

- [1] F. Boucly. *Condition optimale de remplacement preventif*. Achats et entretien, 336, 27-33, 1989.
- [2] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*, Pitman Publishing, 1973. [\[bajar\]](#)
- [3] S. Luce. *Pour une GMAO plus efficace*. Association Universitaire de Mecanique. 4, 545-548, 1997.
- [4] S. Luce. *Choice criteria in conditional preventive maintenance*. Mechanical Systems and Signal Processing, 13(1), 163-168, 1999. [\[bajar\]](#)



## Capítulo 20

# Inspecciones y tasa de fallas

As far as the laws of mathematics refer to reality,  
they are not certain; and as far as they are certain,  
they do not refer to reality.

*Albert Einstein*

### 20.1. Introducción

El propósito básico de una inspección es determinar el estado del equipo. Conocidos los valores de los síntomas (temperatura, nivel de vibración, etc.) se pueden tomar acciones preventivas, según el estado del equipo.

En el capítulo anterior veíamos la posibilidad de establecer una estrategia de mantenimiento sintomático que permitiese realizar la intervención preventiva justo antes de que ocurriese la falla (en el caso ideal). En este capítulo estudiaremos la frecuencia óptima para realizar inspecciones.

Los factores que afectan la frecuencia de inspección son:

- costo global de la inspección (intervención, falla)
- beneficios de la inspección, tales como la detección y corrección de defectos incipientes antes de la falla catastrófica.

### 20.2. Costo global mínimo si hay detención del equipo

Se tomarán en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Los equipos fallan de tiempo en tiempo, y su reparación requiere de mano de obra y materiales ( $C_i$ ).
2. Durante la reparación, la producción es afectada ( $C_f$ ).
3. Para reducir el numero de fallas se puede implementar un programa de inspecciones periódicas.
4. Las inspecciones tienen costos por materiales y mano de obra ( $C_i$ ) y por la detención del equipo en horario de producción ( $C_f$ ).

Se desea establecer el programa de inspecciones que asegure que el costo global del equipo sea minimizado en el largo plazo.

### 20.2.1. Modelo con tasa de fallas exponencial

1. Consideremos una tasa de fallas constante  $\lambda$ , luego

$$MTBF = \frac{1}{\lambda}$$

2. y un tiempo para reparación con distribución exponencial con media

$$MTTR = \frac{1}{\mu}$$

unidades de tiempo/falla

3. Se espera conocer la tasa de inspecciones:  $f$  inspecciones/unidad de tiempo. El tiempo requerido para realizar una inspección tiene distribución exponencial con media

$$MTTI = \frac{1}{i}$$

4. El tiempo detenido del equipo representa una perdida neta de  $c_f$  um/ut.
5. El costo de intervención de una inspección es

$$C_{i,i} = c_{i,i}MTTI$$

$c_{i,i}$  en um/ut.

6. El costo de intervención de la reparaciones es de

$$C_{i,r} = c_{i,r}MTTR$$

$c_{i,r}$  en um/ut.

7. La tasa de fallas  $\lambda$  es una función de  $f$ , la frecuencia de inspección (inspecciones/unidad de tiempo):

$$\lambda = \lambda(f)$$

El efecto de realizar inspecciones es incrementar el  $MTBF$ .

8. El objetivo es seleccionar la tasa de inspecciones  $f$  para minimizar el costo global esperado por unidad de tiempo  $c_g(f)$ .

El costo global de mantenimiento por unidad de tiempo  $c_g$  que se obtiene del equipo es una función del numero de inspecciones:

$$\begin{aligned} c_g &= c_g(f) \\ &= c_{f,c} + c_{f,i} + c_{i,c} + c_{i,i} \text{ um/ut} \end{aligned}$$

El costo de falla  $c_{f,c}$  considera el costo de falla por unidad de tiempo  $\times$  numero de fallas por unidad de tiempo  $\times$  tiempo medio para reparar:

$$c_{f,c} = c_f \lambda MTTR = c_f \frac{\lambda}{\mu} \text{ um/ut}$$

**Observación 46** Nótese que  $\frac{\lambda}{\mu}$  es la fracción de tiempo en que el equipo está siendo reparado.

**Observación 47** Se ha asumido una tasa de fallas exponencial. En caso de considerar un distribución de Weibull (debido a un análisis de confiabilidad), es necesario mejorar el modelo.

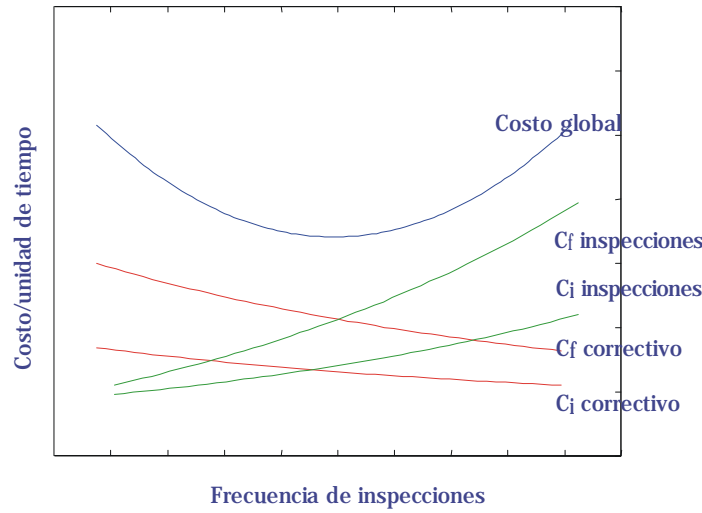


Figura 20.1: Frecuencia optima de inspecciones

El costo de falla asociado a las inspecciones mismas considera el costo de no producir, el numero de inspecciones por unidad de tiempo y el tiempo medio para inspeccionar:

$$c_{f,i} = c_f \frac{f}{i}$$

El costo de intervención de las reparaciones por unidad de tiempo  $c_{i,c}$  considera el costo de la reparación no interrumpida por unidad de tiempo, el numero de fallas por unidad de tiempo y el tiempo medio para realizar las reparaciones:

$$c_{i,c} \frac{\lambda}{\mu}$$

El costo de intervención de las inspecciones por unidad de tiempo considera el costo de las inspecciones no interrumpidas por unidad de tiempo, el numero de inspecciones por unidad de tiempo y el tiempo medio para inspeccionar:

$$c_{i,i} \frac{f}{i}$$

Según lo anterior,

$$c_g(f) = c_f \frac{\lambda}{\mu} + c_f \frac{f}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda}{\mu} + c_{i,i} \frac{f}{i} \quad (20.1)$$

**Observación 48** En este modelo el equipo solo es intervenido de manera correctiva. no se considera explícitamente que de una inspección puede nacer una orden de trabajo preventiva (costo de intervención preventivo) y que por tanto el equipo será detenido (costo de falla preventivo). Ello implica que  $c_{i,i}$  es el valor esperado de la inspección y posible intervención preventiva y  $MTTI$  es el valor esperado de inspección y posible intervención preventiva ( $NdP$ ).

**Observación 49** Dado que el análisis es por unidad de tiempo, está implícito que la planta opera en regimen estacionario. O sea, no hay estacionalidad en los costos de falla.

Para encontrar el mínimo basta con derivar con respecto a  $f$  e igualar a 0:

$$\frac{dc_g(f)}{df} = c_f \frac{\lambda'(f)}{\mu} + \frac{c_f}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda'(f)}{\mu} + c_{i,i} \frac{1}{i} = 0$$

donde

$$\lambda'(f) = \frac{d\lambda}{df}(f)$$

y se llega a la condición general,

$$\lambda'(f) = -\frac{\mu}{i} \left( \frac{c_f + c_{i,i}}{c_f + c_{i,r}} \right) \quad (20.2)$$

**Caso:**  $\lambda \propto \frac{1}{f}$

Si la tasa de fallas varía inversamente con el número de inspecciones

$$\lambda(f) = \frac{k}{f}$$

para algún valor  $k$ , se tiene que

$$\lambda'(f) = -\frac{k}{f^2}$$

sustituyendo en (43.2) y despejando

$$f^* = \sqrt{k \frac{i}{\mu} \left( \frac{c_f + c_{i,r}}{c_f + c_{i,i}} \right)} \quad (20.3)$$

**Observación 50**  $k$  puede ser interpretada como la tasa de fallas cuando se realiza una inspección por unidad de tiempo ( $f = 1$ ).

**Observación 51**  $f$  no depende directamente de la duración de las tareas de inspección y reparación sino de la razón entre ellas:  $\frac{i}{\mu}$ .

**Ejemplo 79** Tomamos este ejemplo de ref. [176]. Supongamos que se dan 3 fallas/mes cuando se hace una inspección por mes. El tiempo medio para reparar es de 1 día. El tiempo medio para inspeccionar es de 8 horas. El costo de falla del equipo es de 30000 um/mes. El costo de la reparación es de 250 um/mes. El costo de la inspección (ininterrumpida) es de 125 um/mes. Si seleccionamos como unidad de tiempo un mes,

$$\begin{aligned} \lambda(f=1) &= k = 3 \\ \frac{1}{\mu} &= \frac{1}{30} \text{ mes/falla} \\ \frac{1}{i} &= \frac{8}{24 \cdot 30} \text{ mes/inspección} \\ c_f &= 30000 \text{ um/mes} \\ c_{i,r} &= 250 \text{ um/mes} \\ c_{i,i} &= 125 \text{ um/mes} \end{aligned}$$

*Evaluando*

$$\begin{aligned} f^* &= \sqrt{3 \frac{30 \cdot 24}{30 \cdot 8} \left( \frac{30000 + 250}{30000 + 125} \right)} \\ &= 3,00 \end{aligned}$$

El número óptimo de inspecciones por mes para minimizar el costo global es de 3.

Mes	Nro. Inspecciones	Nro fallas
1	0	7
2	5	0
3	3	3
4	4	2
5	4	3
6	6	1
7	6	2

Cuadro 20.1: Estudio Inspecciones vs fallas

**Ejemplo 80** *Un ingeniero de mantenimiento ha estudiado la influencia del numero de inspecciones/mes en el numero de fallas que un cierto equipo presentaba. Los datos registrados se muestran en tabla 20.1. Una falla no detectada implica una perdida de ingresos de 100 um/hora y la reparación dura 8 horas en promedio. La hora-hombre del inspector y del reparador se valoran en 10 um y 5 um respectivamente. La reparación requiere de 2 técnicos. El costo de repuestos no es significativo. Una inspección detiene el equipo por 1 hora. Establezca una relación entre numero de fallas y numero de inspecciones inspecciones. Elabore un modelo para minimizar el costo global esperado mensual. Establezca un numero óptimo de inspecciones/mes. Para modelar la relación entre fallas/mes e inspecciones/mes usaremos la ley*

$$\lambda(f) = \frac{k}{f}$$

y estimamos el parámetro  $k$  con mínimos cuadrados,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix} k = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

luego

$$k \approx 8,29 \text{ fallas/mes} \cdot \text{inspección}$$

asumiendo 1 turno diario de 8 horas, 20 días al mes

$$\begin{aligned} k &= \frac{8,29}{8 \cdot 20} \\ &= 0,052 \text{ fallas/hora} \cdot \text{inspección} \end{aligned}$$

la calidad del ajuste se puede observar en figura 20.2.

Notese que deliberadamente hemos dejado fuera la primera observación pues no es coherente con el modelo propuesto. Se hace notar que el muestreo en este caso es bastante restringido.

$$\frac{1}{\mu} = 8 \text{ hora/falla}$$

$$\frac{1}{i} = 1 \text{ horas/inspección}$$

$$c_f = 100 \text{ um/hora}$$

$$c_{i,r} = 5 \cdot 2 \text{ um/hora}$$

$$c_{i,i} = 10 \text{ um/hora}$$

y sustituyendo en ecuación (20.3),

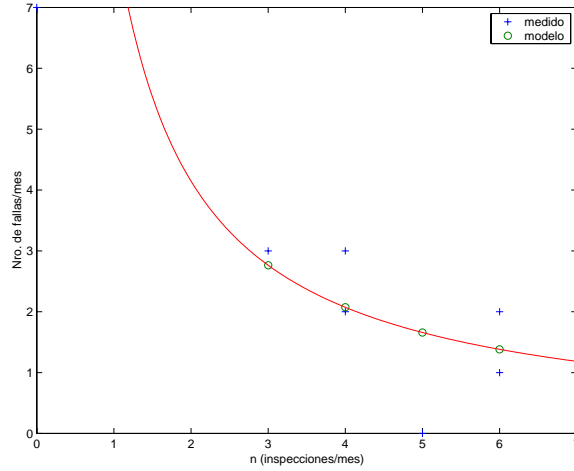


Figura 20.2: Tasa de fallas vs inspecciones

$$f^* = \sqrt{0,052 \cdot 8 \left( \frac{100 + 10}{100 + 10} \right)}$$

$$= 0,65 \text{ inspecciones/hora}$$

Probemos a continuación un modelo que represente mejor la tasa de fallas cuando la frecuencia tienda a 0. Por ejemplo:

$$\lambda(f) = \lambda_{\infty} + (\lambda_0 - \lambda_{\infty})e^{-kf} \quad (20.4)$$

El ajuste restringiendo los parámetros a valores no negativos y usando el error cuadrático entrega:

$$\lambda_0 = 7,05 \text{ fallas/mes}$$

$$\lambda_{\infty} = 0$$

$$k = 0,30 \text{ mes}$$

En este caso bastaban 2 parámetros.

El gradiente de la función (20.4) es:

$$\lambda' = -(\lambda_0 - \lambda_{\infty})ke^{-kf}$$

y usando la condición general (43.2), tenemos

$$(\lambda_0 - \lambda_{\infty})ke^{-kf} = \frac{\mu}{i} \left( \frac{c_f + c_{i,i}}{c_f + c_{i,r}} \right) \quad (20.5)$$

luego

$$f^* = -\frac{1}{k} \log \left[ \frac{1}{k(\lambda_0 - \lambda_{\infty})} \frac{\mu}{i} \left( \frac{c_f + c_{i,i}}{c_f + c_{i,r}} \right) \right]$$

Evalutando,

$$f^* = -\frac{1}{0,3} \log \left[ \frac{1}{0,3 \cdot 7,05} \frac{1}{8} \left( \frac{100 + 10}{100 + 10} \right) \right]$$

$$= 9,42 \text{ inspecciones/mes}$$

### 20.2.2. Modelo con tasa de fallas de Weibull

Considere las mismas condiciones que en el modelo anterior, excepto que las fallas siguen una distribución de Weibull de dos parámetros, con  $\beta$  independiente de  $f$ , mientras que  $\eta = \eta(f)$  según<sup>1</sup>,

$$\eta_f = \alpha f \quad (20.6)$$

De §11.4 sabemos que en este caso el  $MTBF$  es proporcional a  $\eta$ ,

$$MTBF = \eta \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right)$$

y la tasa de fallas es dependiente del tiempo,

$$\lambda(\eta, t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1}$$

donde  $t$  es el tiempo desde que el componente está *como nuevo* respecto del modo de falla. Ello puede ocurrir tras una inspección, o tras una intervención correctiva, en la medida que ella reponga al componente a su estado inicial. En general tendremos una situación como la descrita en figura (10.4). Siendo un análisis por unidad de tiempo se está considerando implícitamente que son todos similares (o sea que la tasa de fallas es independiente del tiempo). A fin de simplificar los cálculos, se considera el valor medio de la tasa de fallas,

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(\eta) &= \frac{1}{MTBF} \\ &= \frac{1}{\eta \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right)} \end{aligned}$$

y sustituyendo (20.6),

$$\bar{\lambda}(f) = \frac{1}{\alpha f \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right)}$$

donde reconocemos del modelo anterior,

$$k = \frac{1}{\alpha \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right)}$$

y de ecuación (20.3), obtenemos el numero óptimo de inspecciones,

$$f^* = \sqrt{\frac{1}{\alpha \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right)} \frac{i}{\mu} \left( \frac{c_f + c_{i,r}}{c_f + c_{i,i}} \right)} \quad (20.7)$$

### 20.2.3. Economías de escala

<sup>2</sup>Supongamos que el costo de una inspección depende de la frecuencia de la manera que se esquematiza en figura (20.3).

o sea,

$$c_{i,i}(f) = (1 - \alpha_j) c_{i,i}$$

si

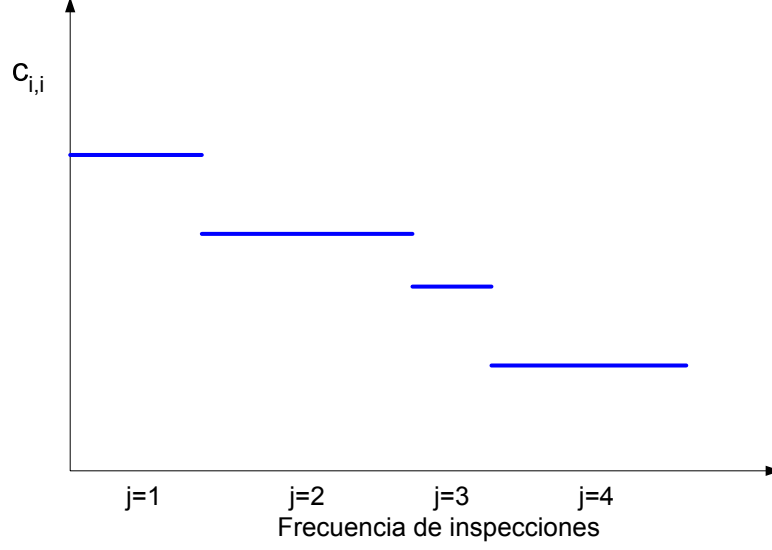
$$f_j^l \leq f \leq f_{j+1}^l \quad (20.8)$$

---

<sup>1</sup>de control 2 2003-I.

<sup>2</sup>control 3 recuperativo, 2004-I.

Figura 20.3: Economía de escala por frecuencia de inspecciones



$\alpha_j$  corresponde a un vector de parámetros que definen el descuento sobre el costo de referencia de la inspección  $c_{i,i}$  si la frecuencia está en el segmento  $j$ , en  $(f_j, f_{j+1})$ . Retomando (20.1)

$$c_g(f) = c_f \frac{\lambda}{\mu} + c_f \frac{f}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda}{\mu} + c_{i,i}(f) \frac{f}{i} \quad (20.9)$$

Definimos dos variables extras,

$$I_j = \begin{cases} 1 & f_j^l \leq f_j \leq f_{j+1}^l \\ 0 & - \end{cases}$$

y

$$f_j = \begin{cases} f & f_j^l \leq f \leq f_{j+1}^l \\ 0 & - \end{cases}$$

$$f_1^l = 0$$

donde  $f_j^l$  define el valor inferior que define al  $j$ -ésimo segmento e  $I_j$  es un conjunto de variables binarias. El objetivo queda,

$$c_g(f) = c_f \frac{\lambda}{\mu} + \frac{c_f}{i} \sum_j I_j \frac{f_j}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda}{\mu} + \sum_j I_j (1 - \alpha_j) c_{i,i} \frac{f_j}{i} \quad (20.10)$$

**Observación 52** Como aparece el producto  $I_j f_j$  la función objetivo es no lineal (aparte de la relación no lineal entre  $\lambda$  y  $f$ ).

La minimización en este caso no aparece de la derivación de la función objetivo. Para asegurarse que solo un segmento esté activo, se añade la restricción:

$$\sum_j I_j = 1$$

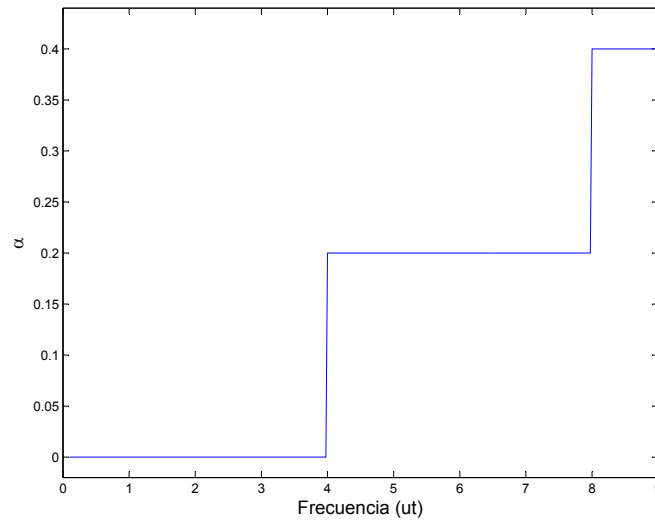
y forzamos al único  $I_j$  activo para que se aplique el costo  $(1 - \alpha_j)c_{i,i}$  si y solo si se cumple la condición (28.14), usamos

$$I_j f_j^l \leq f_j \text{ para } j = 1..J$$

$$f_j < I_j f_{j+1}^l \text{ para } j = 1..J$$

Notemos que estas dos restricciones fuerzan a  $f_j$  a ser cero si  $I_j$  no está activa.

Figura 20.4: Programa de descuento sobre valor de referencia



**Ejemplo 81** Consideremos el problema:

$$\begin{aligned}
 k &= 3 \\
 MTTR &= ,05 \\
 MTTI &= 0,01 \\
 c_f &= 1 \\
 c_{ir} &= ,5 \\
 c_{ii} &= 1,5
 \end{aligned}$$

La solución se produce en el segundo segmento, como se aprecia en figura (81).

### 20.3. Costo global mínimo sin detención de equipo

**Ejemplo 82** El  $c_f$  de un cierto equipo ha sido estimado en 1000 um/hora. Al realizar una inspección cada 2 semanas se producen en promedio 2 fallas/semana en uno de sus componentes críticos. Al variar la tasa de inspecciones se ha observado que la tasa de esa falla es inversamente proporcional al número de inspecciones por unidad de tiempo. La HH de inspección se ha valorado en 20 um. La HH de mantención correctiva en 10 um. Ambas tareas requieren de 1 solo hombre. La inspección no requiere que el equipo sea detenido.

1. Estime un periodo óptimo entre inspecciones que minimice el costo global asociado.
2. Calcule el costo global asociado al programa de inspección.

**Solución 14** <sup>3</sup>En este caso se tiene que

$$\begin{aligned}
 c_g &= c_{f,c} + c_{i,c} + c_{i,i} \text{ um/ut} \\
 c_g(f) &= c_f \frac{\lambda}{\mu} + c_{i,r} \frac{\lambda}{\mu} + c_{i,i} \frac{f}{i}
 \end{aligned}$$

<sup>3</sup>Para la formulación anterior se consideró que el equipo es detenido para hacer la inspección (y por tanto hay un costo de falla asociado, NdP).

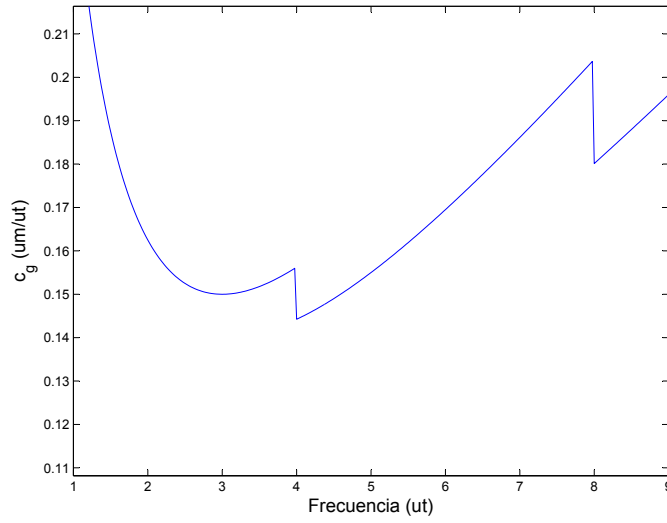


Figura 20.5: Discontinuidad en el objetivo por economías de escala

derivando

$$\frac{dc_g(f)}{df} = c_f \frac{\lambda'(f)}{\mu} + c_{i,r} \frac{\lambda'(f)}{\mu} + c_{i,i} \frac{1}{i} = 0$$

se llega a la condición

$$\lambda'(f) = -\frac{\mu}{i} \left( \frac{c_{i,i}}{c_f + c_{i,r}} \right) \quad (20.11)$$

para este problema,

$$\begin{aligned} \lambda(f) &= \frac{k}{f} \\ \lambda'(f) &= -\frac{k}{f^2} \end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned} -\frac{k}{f^2} &= -\frac{\mu}{i} \left( \frac{c_{i,i}}{c_f + c_{i,r}} \right) \\ f^* &= \sqrt{k \frac{i}{\mu} \left( \frac{c_f + c_{i,r}}{c_{i,i}} \right)} \end{aligned} \quad (20.12)$$

Para el ejemplo, se producen 2 fallas/semana cuando se inspecciona cada 2 semanas. Asumiendo un jornada de 8 horas diarias y 6 días a la semana,

$$\begin{aligned} \lambda(f = 2 \text{ semanas}) &= 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} \text{ fallas/hora de operación} \\ \lambda(2 \times 6 \times 8 = 96 \text{ horas operación}) &= \frac{1}{24} \text{ fallas/hora de operación} \end{aligned}$$

ósea

$$\frac{1}{24} = \frac{k}{96}$$

entonces

$$k = 4$$

Asumiendo que  $MTTR$  y  $MTTI$  son iguales

$$\frac{i}{\mu} = 1$$

y de los datos

$$c_f = 1000 \text{ um/ut}$$

$$c_{i,r} = 10 \text{ um/ut}$$

$$c_{i,i} = 20 \text{ um/ut}$$

Evaluando (20.12),

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{4 \times 1 \left( \frac{1000 + 10}{20} \right)} \\ &= 14 \text{ inspecciones/hora} \end{aligned}$$

Conviene realizar 14 inspecciones por hora (!). En esta situación obviamente las horas disponibles del inspector actúa como restricción (de capacidad).

## 20.4. Costo global mínimo bajo condiciones estacionales

Empresas tales como los packing y operaciones mayores tales como los overhaul implican que el costo de falla varía durante el año. Como modelo inicial consideremos que la planta pasa alternativamente por 2 niveles de costo de falla:  $c_{f,1}$  y  $c_{f,2}$  durante su vida con una periodicidad  $T$ . Durante  $\alpha_p T$  unidades de tiempo la planta está en modo 2 y el resto del tiempo  $(1 - \alpha_p)T$  opera en modo 1.

El costo global esperado por unidad de tiempo es

$$\frac{C_g}{T} = \frac{C_{g,1} + C_{g,2}}{T}$$

donde en un periodo  $T$

$$\begin{aligned} C_{g,1}(T) &= C_{f,c,1} + C_{f,i,1} + C_{i,c,1} + C_{i,i,1} \text{ um} \\ &= \left( c_{f,1} \frac{\lambda_1(f_1)}{\mu} + c_{f,1} \frac{f_1}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda_1(f_1)}{\mu} + c_{i,i} \frac{f_1}{i} \right) (1 - \alpha_p)T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{g,2}(T) &= c_{f,corr,2} + c_{f,ifsp,2} + c_{i,r,2} + c_{i,i,2} \text{ um} \\ &= \left( c_{f,2} \frac{\lambda_2(f_2)}{\mu} + c_{f,2} \frac{f_2}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda_2(f_2)}{\mu} + c_{i,i} \frac{f_2}{i} \right) \alpha_p T \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} c_g(\lambda_1, \lambda_2) &= \frac{C_g}{T} = \left( c_{f,1} \frac{\lambda_1(f_1, f_2)}{\mu} + c_{f,1} \frac{f_1}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda_1(f_1, f_2)}{\mu} + c_{i,i} \frac{f_1}{i} \right) (1 - \alpha_p) + \\ &\quad \left( c_{f,2} \frac{\lambda_2(f_1, f_2)}{\mu} + c_{f,2} \frac{f_2}{i} + c_{i,r} \frac{\lambda_2(f_1, f_2)}{\mu} + c_{i,i} \frac{f_2}{i} \right) \alpha_p \text{ um/ut} \end{aligned}$$

Si por ejemplo modelamos la tasa de falla como

$$\lambda_i(f_1, f_2) = \frac{k_i}{f_1 f_2} \text{ con } i = 1, 2 \quad (20.13)$$

Resta minimizar  $c_g(\lambda_1, \lambda_2)$  con respecto a las tasas de falla definidas en (20.13).

## 20.5. Costo global mínimo considerando explícitamente $c_i$ y $c_f$ preventivos

A fin de mejorar el modelo propuesto en sección §20.2, resolvamos la observación 68. Si de la inspección se concluye que el equipo debe ser intervenido preventivamente,

$$\begin{aligned} c_g &= c_g(f) \\ &= c_{f,c} + c_{f,i} + c_{f,p} \\ &\quad + c_{i,c} + c_{i,i} + c_{i,p} \text{ um/ut} \end{aligned}$$

donde

$c_{f,p}$  es el costo esperado de falla por unidad de tiempo asociado a inspecciones que aconsejan intervenir y  $c_{i,p}$  es el costo de intervención asociado.

**Observación 53** *En este contexto utilizaremos el término preventivo como una intervención antes de que la falla detenga el equipo y que son decididas en base a inspecciones.*

Una inspección gatillará una orden de trabajo si se estima que la confiabilidad se ha reducido más allá de un valor crítico  $R_c$ . La confiabilidad  $R(t, \lambda)$  es función de la tasa de fallas  $\lambda$ , la cual a su vez es función de la frecuencia de inspecciones  $f$ . Para una equipo con distribución exponencial,

$$R(t, f) = e^{-\lambda t}$$

donde  $t$  es el tiempo medido desde la ultima reparación.

En el caso critico

$$\begin{aligned} R_c &= e^{-\lambda MTBR_{pre}} \\ &= e^{-\frac{\lambda}{m}} \end{aligned} \tag{20.14}$$

donde  $MTBR_{pre}$  se define como el tiempo medio entre intervenciones preventivas y  $\lambda_m$  como la tasa de intervenciones preventivas por unidad de tiempo,

$$\begin{aligned} \lambda_m(R_c, \lambda) &= \frac{1}{MTBR_{pre}} \\ &= -\frac{\lambda}{\log R_c} \end{aligned}$$

**Observación 54**  $MTBR_{pre}$  debe ser menor que  $MTBF$  para que la expresión de confiabilidad 20.12 tenga sentido. Equivalentemente, si  $R_c < e^{-1} \rightarrow MTBR_{pre} > MTBF$

**Observación 55** Si  $\frac{1}{f}$  es mayor que  $MTBR_{pre}$  (por definición solo puede ser un múltiplo, pues solo así se efectúan intervenciones preventivas) solo la ultima arrojará en promedio una orden de trabajo preventiva.

Consideremos que una intervención preventiva demora en promedio

$$MTTR_{pre} = \frac{1}{\gamma}$$

y que tiene un valor

$$c_p MTTR_{pre} \text{ um}$$

$c_p$  en um/ut. Luego, el costo esperado de intervenciones preventivas es

$$c_{i,p} = c_p \frac{\lambda_m}{\gamma}$$

Para el costo de falla debemos considerar el costo de falla por unidad de tiempo  $c_f$ ,

$$c_{f,p} = c_f \frac{\lambda_m}{\gamma}$$

con lo que obtenemos la expresión para el costo global por unidad de tiempo,

$$\begin{aligned} c_g(f, R_c) &= c_f \frac{\lambda}{\mu} + c_f \frac{f}{i} + c_f \frac{\lambda_m(R_c, \lambda)}{\gamma} + \\ & c_{i,r} \frac{\lambda}{\mu} + c_{i,i} \frac{f}{i} + c_p \frac{\lambda_m(R_c, \lambda)}{\gamma} \\ &= c_f \frac{\lambda}{\mu} + c_f \frac{f}{i} - c_f \frac{\lambda}{\gamma \log R_c} + \\ & R \frac{\lambda}{\mu} + I \frac{f}{i} - R_{pre} \frac{\lambda}{\gamma \log R_c} \end{aligned}$$

con la restricción

$$e^{-1} \leq R_c \leq 1$$

**Observación 56** Observamos que en este caso tenemos un problema de minimización en dos variables que no solo definirá un valor óptimo para la tasa de inspecciones  $f$  sino que además para el valor de confiabilidad crítica  $R_c$  que decidirá una orden de intervención preventiva.  $R_c$  también puede usarse como parámetro dependiendo de la estrategia de la empresa.

## 20.6. Disponibilidad maxima

El problema aquí es establecer la estrategia de inspecciones que minimice el tiempo en que el equipo está detenido por falla o inspección, lo que está directamente relacionado con el costo de falla del equipo.

Sean:

1.  $\lambda(f)$ ,  $f$ ,  $1/\mu$  y  $1/i$  definidos como en la sección anterior;
2. El objetivo es seleccionar  $f$  que minimice el tiempo de detención del equipo por unidad de tiempo.

El tiempo de detención por unidad de tiempo  $D$  es una función de la frecuencia  $f$  y considera el tiempo de detención asociado a mantención correctiva y el tiempo de detención asociado a las inspecciones:

$$D(f) = \frac{\lambda}{\mu} + \frac{f}{i} \quad (20.15)$$

luego

$$\begin{aligned} A(f) &= 1 - D(f) \\ &= 1 - \left( \frac{\lambda}{\mu} + \frac{f}{i} \right) \end{aligned}$$

Asumiendo que la tasa de fallas varia inversamente con el numero de inspecciones

$$\lambda(f) = \frac{k}{f}$$

se tiene que

$$\lambda'(f) = -\frac{k}{f^2}$$

derivando (43.3) e igualando a 0,

$$D'(f) = -\frac{k}{f^2\mu} + \frac{1}{i} = 0$$

finalmente

$$f = \sqrt{\frac{ki}{\mu}}$$

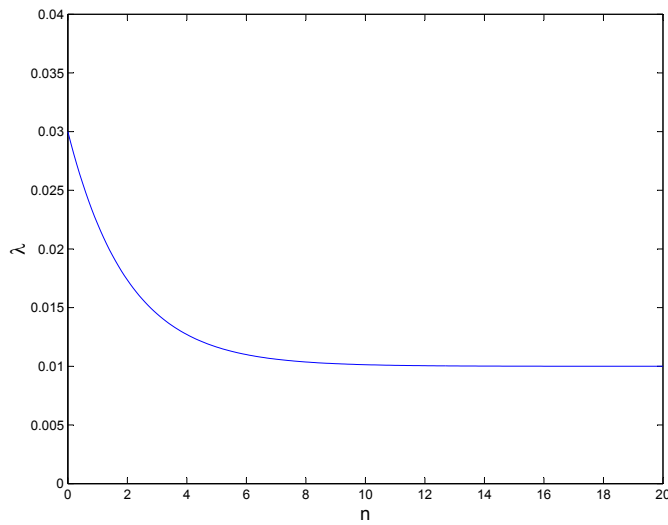


Figura 20.6: Tasa de fallas vs inspecciones

**Ejemplo 83** Para los datos del ejemplo anterior,

$$f = \sqrt{\frac{3}{30} \frac{24 \cdot 30}{8}}$$

$$= 3$$

En este caso ambos criterios dan resultados similares. No es el caso en general. El tiempo mínimo de detención (por unidad de tiempo) es

$$D(3) = \frac{3}{3 \cdot 30} + 3 \frac{8}{24 \cdot 30}$$

$$= \frac{1}{15}$$

y la disponibilidad

$$A = 1 - \frac{1}{15}$$

$$= \frac{14}{15}$$

$$= 93,4\%$$

**Ejemplo 84** <sup>4</sup>El jefe de mantenimiento de un centro de ski desea asegurar la disponibilidad máxima de sus pisanieves. Tras un análisis de modos de falla ha determinado que la falla de las mangueras del sistema hidráulico es la falla más crítica y ha decidido poner en práctica un programa de inspecciones. El ingeniero está consciente de que aunque aumente mucho la frecuencia de inspecciones, la tasa de falla alcanzará un plateau, producto de varias circunstancias (sobrecargas durante la operación, las inspecciones son imperfectas, etc.). Dado lo anterior ha propuesto el siguiente modelo para la tasa de fallas (véase gráfico 20.6):

$$\lambda(f) = \lambda_{\infty} + (\lambda_0 - \lambda_{\infty}) e^{-\theta f}$$

proponga un modelo para maximizar la disponibilidad; exprese su valor en función de  $f$ .

---

<sup>4</sup>examen 2003-I.

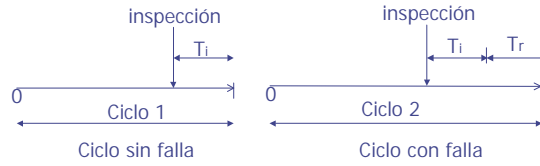


Figura 20.7: Ciclos de operación

Siguiendo el modelo (43.3),

$$\frac{\lambda'(f)}{\mu} + \frac{1}{i} = 0$$

basta evaluar la derivada de  $\lambda(f)$  con respecto a  $f$ ,

$$\lambda'(f) = -(\lambda_0 - \lambda_\infty) \theta e^{-\theta f}$$

y sustituyendo,

$$f = -\frac{1}{\theta} \log \left( \frac{\mu}{i\theta(\lambda_0 - \lambda_\infty)} \right)$$

## 20.7. Disponibilidad máxima para equipos de emergencia

Equipos tales como los extinguidores de fuego, armas militares, etc. son guardados para su uso en una emergencia. Si el equipo se deteriora al estar almacenado hay un riesgo de que no funcione en caso de ser requerido. Para reducir tal probabilidad, se programan inspecciones, y en caso de estar no operativo, puede ser reparado o reemplazado. El problema es determinar los plazos entre inspecciones para maximizar el tiempo en que el equipo está en condiciones operativas. La falla solo es detectable durante las inspecciones pues el equipo no está en uso.

Sean:

1.  $f(t)$  es la función distribución de fallas,
2.  $T_i$  es el intervalo de tiempo requerido para realizar una inspección. Se asume que tras una inspección, y si no se reportan equipos no operativos, entonces el equipo está efectivamente en tal estado.
3.  $T_r$  es el intervalo de tiempo requerido para efectuar una reparación o reemplazo. Se asume que tras tal acción, el equipo queda operativo.
4. El objetivo es determinar el intervalo  $t_i$  entre inspecciones para maximizar la disponibilidad por unidad de tiempo.

La disponibilidad por unidad de tiempo es una función del intervalo de inspección  $T$ :

$$A(T) = \frac{T_a}{T_c}$$

donde

$T_a$ : Tiempo esperado con equipo operativo (por ciclo)

$T_c$ : Duración esperada del ciclo

El tiempo con equipo operativo en un ciclo sin falla iguala  $T$  si no se detectan fallas durante la inspección. Si se detecta falla entonces el tiempo esperado con equipo operativo del ciclo con falla puede ser tomada como el MTBF del equipo, **dado que la inspección ocurre en  $T$** .

Para determinar la duración esperada de un ciclo con falla (figura 20.7b) considerese la figura 20.8. El *MTBF* de la distribución completa es

$$\int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt$$

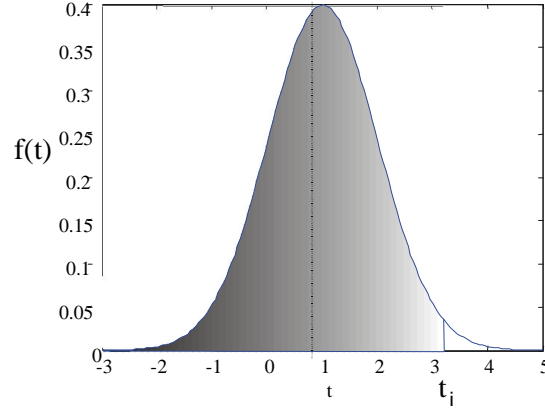


Figura 20.8: Tiempo esperado entre fallas si se inspecciona en  $t_p$

lo que para la distribución normal se ubica bajo el peak de la distribución. Si la inspección ocurre en el instante  $T$  (y se repara en caso de detectar falla) entonces el tiempo medio entre fallas es la media de la región sombreada de la figura 20.8 dado que la parte no sombreada es una región **infeasible** para las fallas. La media de la región sombreada es:

$$\frac{\int_{-\infty}^T t f(t) dt}{1 - R(T)}$$

El tiempo esperado con equipo disponible por ciclo es

$$\begin{aligned} T_a &= T \cdot R(T) + \left( \frac{\int_{-\infty}^T t f(t) dt}{1 - R(T)} \right) [1 - R(T)] \\ &= T \cdot R(T) + \int_{-\infty}^T t f(t) dt \end{aligned}$$

La duración esperada de ciclo es

$$\begin{aligned} T_c &= (T + T_i) R(T) + (T + T_i + T_r) [1 - R(T)] \\ &= T + T_i + T_r [1 - R(T)] \end{aligned}$$

por lo tanto

$$A(T) = \frac{T \cdot R(T) + \int_{-\infty}^T t f(t) dt}{T + T_i + T_r [1 - R(T)]} \quad (20.16)$$

Para una distribución normal, se puede demostrar (ver ref. [176], §4.11.3):

$$\int_{-\infty}^T t f(t) dt = -\sigma \phi \left( \frac{T - \mu}{\sigma} \right) + \mu \Phi \left( \frac{T - \mu}{\sigma} \right) \quad (20.17)$$

donde

$\mu, \sigma$  son los parámetros de la distribución,

$\phi(x)$  es la función densidad de probabilidad de Gauss normalizada:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$\Phi(x)$  es la función acumulada de Gauss *normalizada* (tabulada en figura 28.11):

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(x) dx$$

$T$	1	2	3	4	5	6
$A(T)$	0.80	0.89	<b>0.92</b>	0.90	0.84	0.74

Cuadro 20.2: Disponibilidad esperada

**Ejemplo 85** Se dispone de un equipo cuyo MTBF tiene distribución normal con media 5 meses y desviación standard 1 mes. El tiempo para efectuar una inspección es de 0.25 meses. El tiempo para reparar es de 0.5 meses.

$$A(T) = \frac{T \cdot R(T) + \int_{-\infty}^T tf(t)dt}{T + 0,25 + 0,5 [1 - R(T)]}$$

Para hallar el máximo de  $A(T)$  se puede evaluar la función para varios  $T$ . Por ejemplo para  $T = 3$ :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^T tf(t)dt &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\frac{3-5}{1})^2}{2}} + 5\Phi\left(\frac{3-5}{1}\right) \\ &= 0,06 \end{aligned}$$

En Matlab:

```
>>-normpdf(-2)+5*normcdf(-2)
```

```
ans =
```

```
0.0598
```

$$R(3) = 1 - \Phi\left(\frac{3-5}{1}\right) = 0,98$$

En Matlab:

```
>>1-normcdf(-2)
```

```
ans=
```

```
0.9772
```

$$\begin{aligned} A(3) &= \frac{3 \cdot 0,98 + 0,06}{3 + 0,25 + 0,5 [1 - 0,98]} \\ &= 0,92 \end{aligned}$$

Una forma práctica de implementar este método es a través de *EXCEL*. En figura 20.9 se muestran los parámetros, las variables calculadas y la función objetivo. Gracias al uso del solver de optimización es muy sencillo obtener el máximo (figura 20.10). Se puede bajar de la Web [\[aquí\]](#).

**Observación 57** La hipótesis crucial de este modelo es que se considera que el equipo es tan bueno como nuevo si pasa la inspección o es reparado. Si tal hipótesis no es realista y la tasa de fallas es creciente es mejor aumentar la frecuencia a medida que el equipo envejece, lo que será tratado en la próxima sección.

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Parámetros</b>		<b>Funciones</b>		<b>Variable</b>	
2	mu	5	x	-1,740	t_i	3,260
3	sigma	1	R(t_i)	0,959	<b>Objetivo</b>	
4	Ti	0,25	phi(t_i)	0,088	Disponibilidad	0,919
5	Tr	0,5	integral	0,117		
6			PHI(t_i)	0,041		

Figura 20.9: Implementación en hoja de calculo



Figura 20.10: Uso del modulo de optimización de Excel

**Ejemplo 86** Considere un sistema cuyo tiempo para inspeccionar y para reparar son los mismos del ejemplo anterior. El tiempo medio entre fallas en caso de hacer solo correctivas es de 5 meses y  $\beta = 2$ . La figura 20.11 muestra las 2 funciones de densidad de probabilidad. Tenemos entonces,

$$\begin{aligned}T_i &= 0,25 \text{ ut} \\T_r &= 0,5 \text{ ut} \\MTBF_c &= 5 \text{ ut} \\\beta &= 2\end{aligned}$$

Sabemos que si solo hay correctivas,

$$\begin{aligned}MTBF_c &= \int_0^{\infty} t f(t) dt \\&= \gamma + \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\end{aligned}$$

Si asumimos un modelo de Weibull de 2 parametros,

$$\gamma = 0$$

entonces,

$$\eta = \frac{MTBF_c}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

Para este caso,

$$\eta = \frac{5}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)} = \frac{10}{\sqrt{\pi}} = 5,64 \text{ ut}$$

Ahora si estamos en capacidad de evaluar numéricamente (20.17) en Maple:

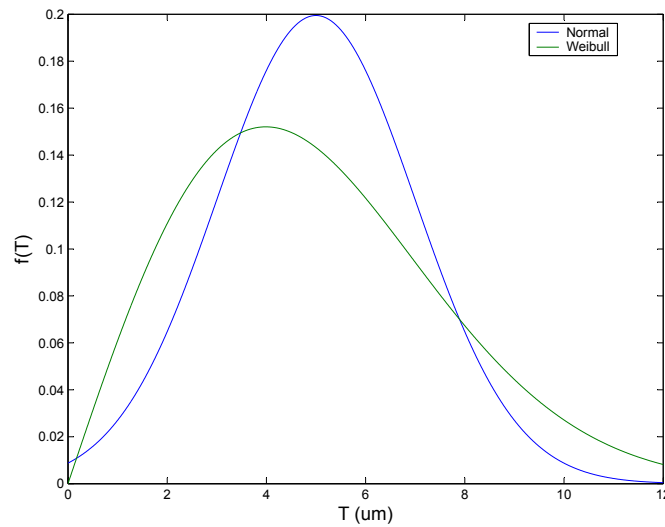


Figura 20.11: Funciones de densidad de probabilidad utilizadas

```
restart;
beta:=2;
eta:=5/GAMMA(1+1/beta);
f:=beta/eta*(t/eta)^(beta-1)*exp(-(t/eta)^beta);
evalf(int(t*f,t=0..T));
```

Para  $\beta = 2, \eta = \frac{10}{\sqrt{\pi}}$ , obtenemos:

$$\int_0^T t f(t) dt = -T e^{(-\frac{\pi}{10^2} T^2)} + 5 \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{10} T\right)$$

donde  $\operatorname{erf}(t)$  es la *función error*:

$$\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-x^2} dx$$

y luego calcular (20.16) para diversos valores de  $T$ . Los resultados se muestran en figura (20.12). El óptimo se alcanza en

$$T^* = 2,04 \text{ ut}$$

## 20.8. Equipos cuya condición solo es determinada tras una inspección

Los equipos utilizados para producción pueden fallar también logrando productos fuera de tolerancia. En este caso, solo es posible determinar el estado de la máquina al inspeccionar la calidad de los productos. Cuando se detecta tal falla, el equipo es reparado y queda "como nuevo"<sup>5</sup>, para recomenzar un nuevo ciclo de producción. El problema es determinar el programa óptimo de inspecciones que minimicen el costo global por unidad de tiempo asociado a:

<sup>5</sup>con lo que  $t$  vuelve a 0.

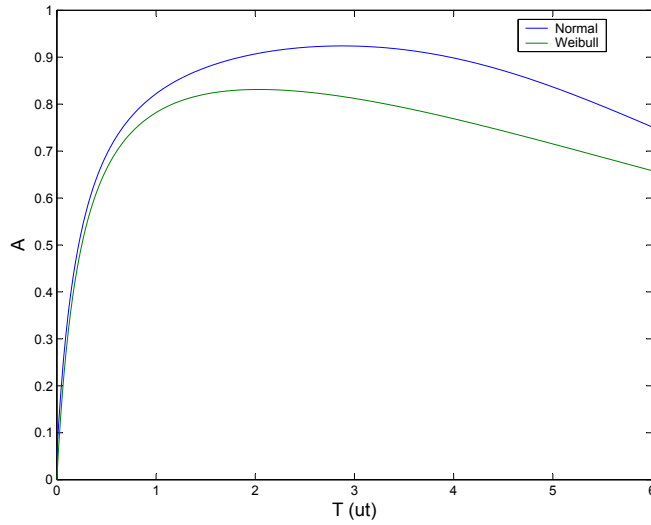


Figura 20.12: Resultados para ejemplo con distribución Weibull

- inspecciones,
- mantenimientos correctivos y
- no detección de falla.

Sean:

1.  $f(t)$  es la función densidad de probabilidad de fallas del equipo
2.  $C_{i,i}$  es el costo de una inspección (um)
3.  $c_f$  es el costo de falla por unidad de tiempo (um/ut) asociado a una falla no detectada del equipo:
  - a) productos desechados por mala calidad
  - b) costo de reprocesar productos fuera de tolerancia
  - c) producción perdida
4.  $C_{i,r}$  es el costo de intervención de una reparación mas el costo de falla asociado,  $c_f T_r$  (um)
5.  $T_r$  es el tiempo medio requerido para una reparación
6. La política de inspección consiste en realizar inspecciones en los instantes  $t_i$  hasta que una falla sea detectada (véase por ejemplo la ilustración 20.13). Los intervalos entre inspecciones no son necesariamente constantes pues pueden reducirse en la medida que la tasa de fallas aumente.
7. El objetivo es determinar el programa de inspecciones óptimo para minimizar el costo global por unidad de tiempo.

El costo global por unidad de tiempo  $c_g$  es función de los tiempo en que se realice inspección:

$$c_g = c_g(t_1, t_2, t_3, \dots)$$

La falla del equipo puede ocurrir en cualquier instante de cada intervalo  $(t_i, t_{i+1})$ .

Si por ejemplo la falla ocurre en el instante  $t$  en  $(0, t_1)$ , el costo del ciclo incluye el costo de una inspección, el costo de falla durante el tiempo en que no se ha detectado la falla y el costo de la reparación:

$$C_{i,i} + c_f(t_1 - t) + C_{i,r}$$

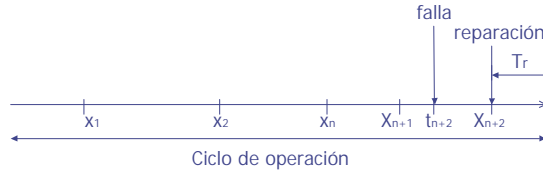


Figura 20.13: Ciclo de operación

**Observación 58** Los productos fuera de tolerancia se han producido desde  $t$  hasta  $t_1$ , luego el costo de falla acumulado en este caso es  $c_f(t_1 - t)$ .

cuyo valor esperado es

$$\int_0^{t_1} [1 \cdot C_{i,i} + c_f(t_1 - t) + C_{i,r}] f(t) dt$$

Si la falla ocurre en  $(t_1, t_2)$ , en el instante  $t$ , el costo del ciclo sería

$$2 \cdot C_{i,i} + c_f(t_2 - t) + C_{i,r}$$

y el valor esperado sería

$$\int_{t_1}^{t_2} [2 \cdot C_{i,i} + c_f(t_2 - t) + C_{i,r}] f(t) dt$$

**Observación 59** Tras una inspección que indica que la maquina produce dentro de las tolerancias la confiabilidad no es afectada, ella sigue decreciendo.

Similarmente, los costos y probabilidades de todos los ciclos posibles pueden ser determinado como

$$\begin{aligned} &= \int_0^{t_1} [1 \cdot C_{i,i} + c_f(t_1 - t) + C_{i,r}] f(t) dt + \\ &\int_{t_1}^{t_2} [2 \cdot C_{i,i} + c_f(t_2 - t) + C_{i,r}] f(t) dt + \\ &\int_{t_2}^{t_3} [3 \cdot C_{i,i} + c_f(t_3 - t) + C_{i,r}] f(t) dt + \\ &\dots \end{aligned}$$

O en forma general el *costo global esperado*  $C_{gc}$  de un ciclo cuando se consideran hasta  $K$  inspecciones es (véase figura 20.13):

$$\begin{aligned} C_{gc}(\mathbf{t}_K) &= \sum_{k=0}^K \int_{t_k}^{t_{k+1}} [(k+1)C_{i,i} + c_f(t_{k+1} - t) + C_{i,r}] f(t) dt \\ &= C_{i,r} + \sum_{k=0}^K C_k \end{aligned} \quad (20.18)$$

con

$$\begin{aligned} C_k &= \int_{t_k}^{t_{k+1}} [(k+1) \cdot C_{i,i} + c_f(t_{k+1} - t)] f(t) dt \\ &= [(k+1) \cdot C_{i,i} + c_f t_{k+1}] \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(t) dt - c_f \int_{t_k}^{t_{k+1}} t f(t) dt \end{aligned}$$

y

$$\mathbf{t}_K = \{t_1, \dots, t_{K+1}\}$$

**Observación 60** El termino  $C_{i,r}$  en (28.18) se logra separar si se cumple que

$$\int_{t_0}^{t_{K+1}} f(t)dt \approx 1$$

De una manera similar la *duración esperada del ciclo*  $T_{gc}$  si se consideran hasta  $K$  inspecciones es

$$\begin{aligned} T_{gc}(\mathbf{t}_K) &= \sum_{k=0}^K \int_{t_k}^{t_{k+1}} [t + (t_{k+1} - t) + T_r] f(t)dt \\ &= MTBF + T_r + \sum_{k=0}^K T_k \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned} T_k &= t_{k+1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(t)dt - \int_{t_k}^{t_{k+1}} t f(t)dt \\ t_0 &= 0 \end{aligned}$$

Finalmente,

$$c_g(\mathbf{t}_K) = \frac{C_{i,r} + \sum_{k=0}^K C_k}{MTBF + T_r + \sum_{k=0}^K T_k} \quad (20.19)$$

La ecuación (20.19) representa un problema matemático que relaciona el programa de inspecciones  $\mathbf{t}_K$  al costo total por unidad de tiempo  $c_g$ . El vector óptimo de tiempos  $\mathbf{t}_K$  se puede resolver tomando la derivada de  $c_g$  con respecto a  $t_k$ , para todo  $k$ , igualando a cero y resolviendo el sistema de ecuaciones. También se puede plantear como un problema de programación lineal.

**Observación 61** Al plantear el problema de optimización se debe añadir la restricción (NdP):

$$t_{k+1} - t_k \geq 0$$

### 20.8.1. Procedimiento

Se propone (ref. [176], §5.5.3):

El procedimiento define la función residuo  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon(c_{g,k-1}, \mathbf{t}_K) = c_{g,k-1} \bar{L}(\mathbf{t}_K) - \bar{C}(\mathbf{t}_K) \quad (20.20)$$

donde

$c_{g,k-1}$  representa una estimación inicial del costo mínimo  $c_g$  o un valor de  $c_g$  obtenido en una iteración anterior. Se puede demostrar que el programa que minimiza  $\varepsilon$ , minimiza  $c_g$ .

A continuación, los pasos a seguir:

1.  $k = 0$ , seleccionar valor inicial  $c_{g,0}$ ,
2. Seleccionar valor inicial para  $t_1$ ,
3. Generar un programa  $t_1, t_2, t_3, \dots$  usando la relación de recurrencia

$$t_{i+1} = t_i + \frac{F(t_i) - F(t_{i+1})}{f(t_i)} - \frac{c_{i,i}}{c_f - c_{g,k-1}}$$

4. Calcular  $\varepsilon(C_{k-1}, \mathbf{t}_K)$  con la ecuación (20.20)
5. Repetir los pasos 2 a 4 con diferentes valores de  $t_1$  hasta obtener  $\varepsilon_{\min}$
6. Repetir pasos 1-5 con diferentes valores de hasta obtener  $\varepsilon_{\min} = 0$ ,  $k = k + 1$ ,

i	$x_i$	$\Delta x_i$
1	947	947
2	1442	495
3	1889	447
4	2313	424

Cuadro 20.3: Resultados

Un procedimiento para ajustar  $c_{g,k-1}$  hasta que sea idéntico con el costo mínimo puede ser obtenido de:

$$c_{g,k} = c_{g,k-1} - \frac{\varepsilon_{\min}}{L}$$

**Ejemplo 87** Para un equipo se asume una distribución Gamma con parámetro  $\gamma = 3$  y media  $\mu$ . Definiendo  $\mu = 1000$  horas,  $C_{i,i} = 150$  um,  $c_f = 3$  um/hora,  $C_{i,r} = 2000$  um. El programa óptimo de inspecciones (los 4 primeros puntos) es mostrado en tabla 20.3.

**Ejemplo 88** La detención no programada de un cierto equipo reduce los ingresos de una compañía en 400 um/hora. Al realizar una inspección cada dos meses se producen en promedio 2 fallas/semana. La HH de inspección se ha valorado en 50 um. La HH de mantenimiento correctivo en 25 um. Ambas tareas requieren de 1 solo hombre. La inspección no requiere que el equipo sea detenido y requiere de 1 hora. La reparación demora 3 horas en promedio.

1. Estime un periodo óptimo entre inspecciones que minimice el costo global asociado.
2. Calcule el costo global asociado al programa de inspección.

De sección 20.3,

$$c_g(f) = c_f \frac{\lambda}{\mu} + c_{i,r} \frac{\lambda}{\mu} + c_{i,i} \frac{f}{i}$$

$$f^* = \sqrt{k \frac{i}{\mu} \left( \frac{c_f + c_{i,r}}{c_{i,i}} \right)}$$

Reconociendo términos y usando la hora como unidad de tiempo:

$$\begin{aligned} MTTI &= 1/i = 1\text{h} \\ MTTR &= 1/\mu = 3\text{h} \\ c_f &= 400 \text{ um/h} \\ c_{i,i} &= 50 \text{ um/h} \\ c_{i,r} &= 25 \text{ um/h} \end{aligned}$$

Considerando que el equipo trabaja 100 % del tiempo,

$$\lambda \left( f = \frac{1}{2 \cdot 30 \cdot 24} \right) = \frac{2}{7 \cdot 24} \text{ fallas/h}$$

Asumiendo que la tasa de fallas es una función inversamente proporcional al numero de inspecciones por unidad de tiempo,

$$\lambda = \frac{k}{f}$$

luego

$$k = \frac{1}{2 \cdot 30 \cdot 24} \frac{2}{7 \cdot 24} = 8,2 \cdot 10^{-6}$$

Frecuencia	Tasa de falla
(insp./día)	(fallas/equipo/año)
2	10.76
1.43	13.33
0.40	23.42
0.15	28.68

Cuadro 20.4: Efecto de las inspecciones

y evaluando

$$f^* = \sqrt{8,2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \left( \frac{400 + 25}{50} \right)} = 0,0145 \text{ inspecciones/hora}$$

lo que equivale a

$$f^* = 0,0145 \cdot 30 \cdot 24 \simeq 10 \text{ inspecciones/mes}$$

la tasa de fallas óptima

$$\begin{aligned} \lambda(f^*) &= \frac{k}{f^*} \\ &= \frac{8,2 \cdot 10^{-6}}{0,0145} = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ fallas/hora} \end{aligned}$$

y el costo global por unidad de tiempo

$$\begin{aligned} c_g(f^*) &= 400 \cdot 3 \cdot 5,65 \cdot 10^{-4} + 25 \cdot 3 \cdot 5,65 \cdot 10^{-4} + 50 \cdot 0,0145 \\ &= 0,68 + 0,04 + 0,73 \\ &= 1,45 \text{ um/h} \end{aligned}$$

**Ejemplo 89** Un análisis de sensibilidad sobre el efecto de las inspecciones en la tasa de falla ha arrojado los resultados mostrados en la tabla. Se desea probar un modelo del tipo

$$\lambda(n) = \lambda_0 e^{-\theta n} + \lambda_{\inf}$$

Obtenga los parámetros del modelo para la tasa de fallas; si el tiempo para reparar sigue una distribución exponencial con parámetro  $\mu$  reparaciones/unidad de tiempo y  $i$  inspecciones/unidad de tiempo. Proponga y resuelva un modelo que maximice la disponibilidad del equipo para  $\mu = 4$  intervenciones/día,  $i = 48$  inspecciones/día; explique el significado de los parámetros  $\lambda_0$  y  $\lambda_{\inf}$ . El caso considerado corresponde al ejemplo de § ???. Para mejorar la estimación utilizaremos más puntos, aunque con los 4 dados ya hay sobredeterminación (conveniente para los mínimos cuadrados). Para el ajuste que se muestra en figura 20.14, se utilizaron 30 puntos. Los resultados son:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 23,6 \text{ fallas/bus/año} \\ \theta &= 1,18 \\ \lambda_{\inf} &= 8,81 \text{ fallas/bus/año} \end{aligned}$$

A continuación maximizamos la disponibilidad, la que según §20.6:

$$A(n) = 1 - \left( \frac{\lambda(n)}{\mu} + \frac{n}{i} \right)$$

y la condición de máximo:

$$A'(n) = \frac{\lambda'(n)}{\mu} + \frac{1}{i} = 0$$

en nuestro modelo:

$$\lambda'(n) = -\lambda_0 \theta e^{-\theta n}$$

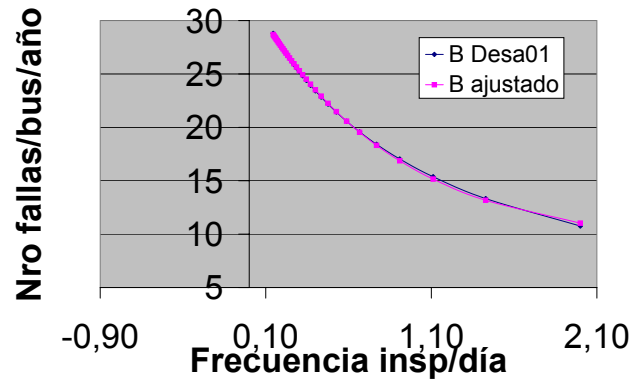


Figura 20.14: Frecuencia optima de inspecciones

luego

$$n^* = \frac{1}{\theta} \log \left( \frac{\lambda_0 \theta i}{\mu} \right)$$

entonces,

$$\begin{aligned} n^* &= \frac{1}{1,18} \log \left( \frac{23,6 \cdot 1,18 \cdot 48}{4} \right) \\ &= 4,92 \\ &\simeq 5 \text{ inspecciones/día} \end{aligned}$$

$\lambda_{\text{inf}}$  corresponde a la tasa de fallas cuando la frecuencia se hace infinita, o sea, la tasa de fallas depende de otras variables y de la calidad de las inspecciones.  $\lambda_0 + \lambda_{\text{inf}}$  corresponde a la tasa de fallas cuando no se realizan inspecciones (o son de otro tipo, no considerado en el análisis).

## 20.9. Modelo con multiples inspecciones

Consideremos una flota de buses, a la cual se realizan varios tipos de inspecciones. A mayor profundidad, menor frecuencia, como se muestra en tabla 44.7.

En la practica este programa no se sigue estrictamente pues el intervalo básico (5000 Km para el caso mostrado puede variar entre 4000 y 9000 Km según muestran las figuras. Sin embargo la razón entre cada tipo de inspección con respecto al total si se mantiene. Por ejemplo, por cada 8 inspecciones tipo, se realiza 1 inspección tipo 4. Esta relación se expresa en el parámetro  $\alpha_j$ , el cual se indica en la tabla.

Los histogramas de inspecciones pueden ser bajados [aquí](#)

El problema de toma de decisiones en este caso es seleccionar la frecuencia básica de inspecciones que maximice la disponibilidad del equipo. Si las inspecciones son muy frecuentes, un bus pasará mucho tiempo en el taller por mantenimiento preventivo; si por el contrario, son muy espaciadas, la tasa de fallas se incrementará y con ello, el tiempo detenido por mantenimiento correctivo.

Veremos que para lograr resolver el problema es necesario establecer la relación que existe entre la tasa de fallas y la frecuencia entre inspecciones. Ello se logra gracias a un estudio del historial de fallas de la flota.

### 20.9.1. Maximización de la disponibilidad

Tomaremos en cuenta las siguientes hipótesis:

- Un bus recorre  $k$  ud/ut (por ejemplo ud=Km, ut=año);
- El intervalo básico entre inspecciones es  $T_x$  (ud);

Distancia Km (1000)	Inspección $j$				
	1	2	3	4	
5	x				
10		x			
15	x				
20			x		
25	x				
30		x			
35	x				
40			x		
45	x				
50		x			
55	x				
60			x		
65	x				
70		x			
75	x				
80				x	
Total	8	4	3	1	$\sum = 16$
$\alpha_j$	$\frac{8}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\sum = 1,0$

Cuadro 20.5: Intervalos entre inspecciones de cada tipo

- Existen  $J$  tipos de inspección;
- las fallas siguen una distribución exponencial con distancia media entre fallas:

$$MDBF = \frac{1}{\lambda_x} \text{ ud}$$

- el tiempo para reparar sigue una distribución exponencial con parámetro  $\mu$

$$MTTR = \frac{1}{\mu} \text{ ut}$$

- la distancia media entre fallas es sensible a la frecuencia de las inspecciones;

$$MDBF = MDBF(T_x) \text{ ud}$$

- el tiempo para inspeccionar sigue una distribución exponencial con los siguientes tiempos medios:

$$MTTI_j = \frac{1}{i_j} \text{ ut, con } j = 1, \dots, 4$$

- Las inspecciones tipo  $j$  representan una fracción  $\alpha_j$  constante del total de inspecciones;

El objetivo es seleccionar  $T_x$  que maximice la disponibilidad  $A(T_x)$  de la flota.

La pérdida de disponibilidad ocurre por dos razones, las fallas (y el periodo que toma repararlas) y las inspecciones (que detienen al equipo).

$$A(T_x) = 1 - D_c - D_i \quad (20.21)$$

La fracción de tiempo  $D_c$  en que el equipo está detenido por intervenciones correctivas corresponde al numero de reparaciones por unidad de tiempo por el tiempo medio para reparar:

$$D_c(T_x) = \frac{k}{MDBF(T_x)} MTTR$$

$j$	$MTTI_j$ (horas)	$\alpha_j$
1	6,75	1/2
2	18,0	1/4
3	18,25	3/16
4	24,5	1/16

Cuadro 20.6: Datos de las inspecciones

La fracción de tiempo  $D_i$  en que el equipo está detenido por estar siendo inspeccionado (y eventualmente reacondicionado como resultado de la inspección) corresponde a la suma del numero de inspecciones de cada tipo que se realicen por su tiempo medio para ser realizada; eso es:

$$D_i(T_x) = \sum_{j=1}^J \frac{k}{T_x} \frac{\alpha_j}{i_j}$$

Retomando (33.2),

$$\begin{aligned} A(T_x) &= 1 - D_c - D_i \\ &= 1 - \frac{k}{MDBF(T_x)} \frac{1}{\mu} - \frac{k}{T_x} \sum_{j=1}^J \frac{\alpha_j}{i_j} \end{aligned}$$

La condición de maximización de la disponibilidad es

$$\frac{dA}{dT_x} = 0$$

para solucionar el problema es necesario estimar primero la forma de  $MDBF(T_x)$  vs  $T_x$ .

### 20.9.2. Estudio de caso

El estudio de (Jardine,1990)[2] considera una flota de 2000 buses en Montreal, Canada. La flota es mantenida en 8 talleres. Se dispone de los siguientes parámetros:

- Cada bus opera:

$$k = 40 \cdot 10^3 \text{ Km/año}$$

- y es utilizado,

$$= 12 \text{ horas/día} \cdot 365 \text{ días/año}$$

$$= 4380 \text{ horas/año}$$

luego (si seleccionamos la hora de operación como unidad de tiempo),

$$k = \frac{40 \cdot 10^3}{4380} \text{ Km/hora}$$

- el tiempo medio para reparar es

$$\frac{1}{\mu} = 2,8 \text{ horas}$$

- el tiempo medio para inspeccionar y la fracción asociada a cada tipo de inspección se muestran en tabla 29.1.

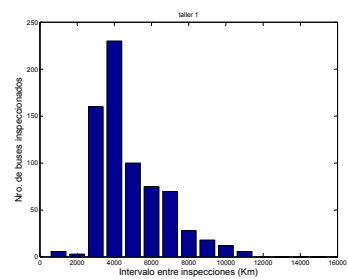


Figura 20.15: Frecuencia de inspecciones en taller  $k = 1$

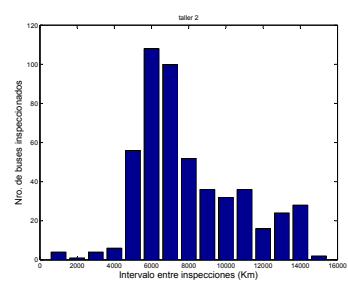


Figura 20.16: Frecuencia de inspecciones en taller  $k = 2$

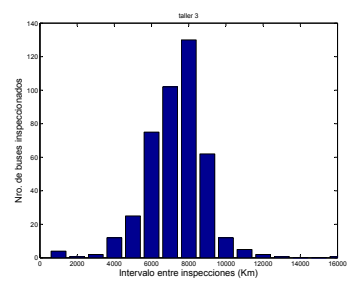


Figura 20.17: Frecuencia de inspecciones en taller  $k = 3$

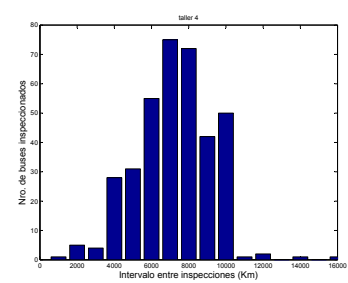
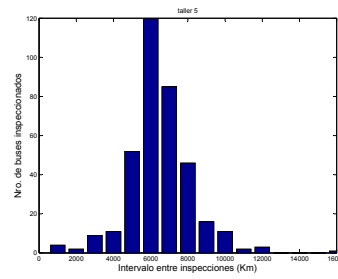
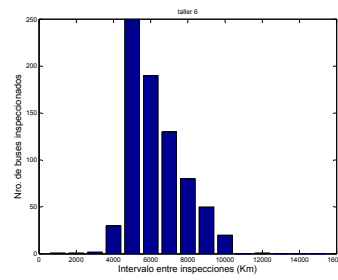
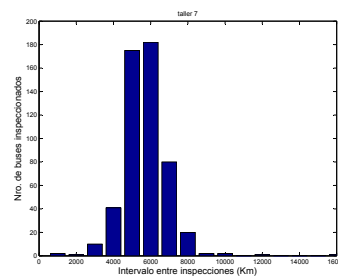
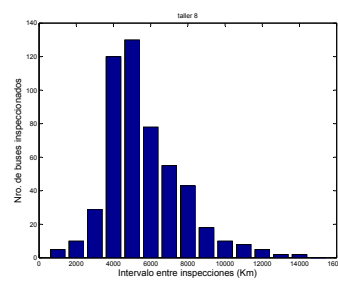


Figura 20.18: Frecuencia de inspecciones en taller  $k = 4$

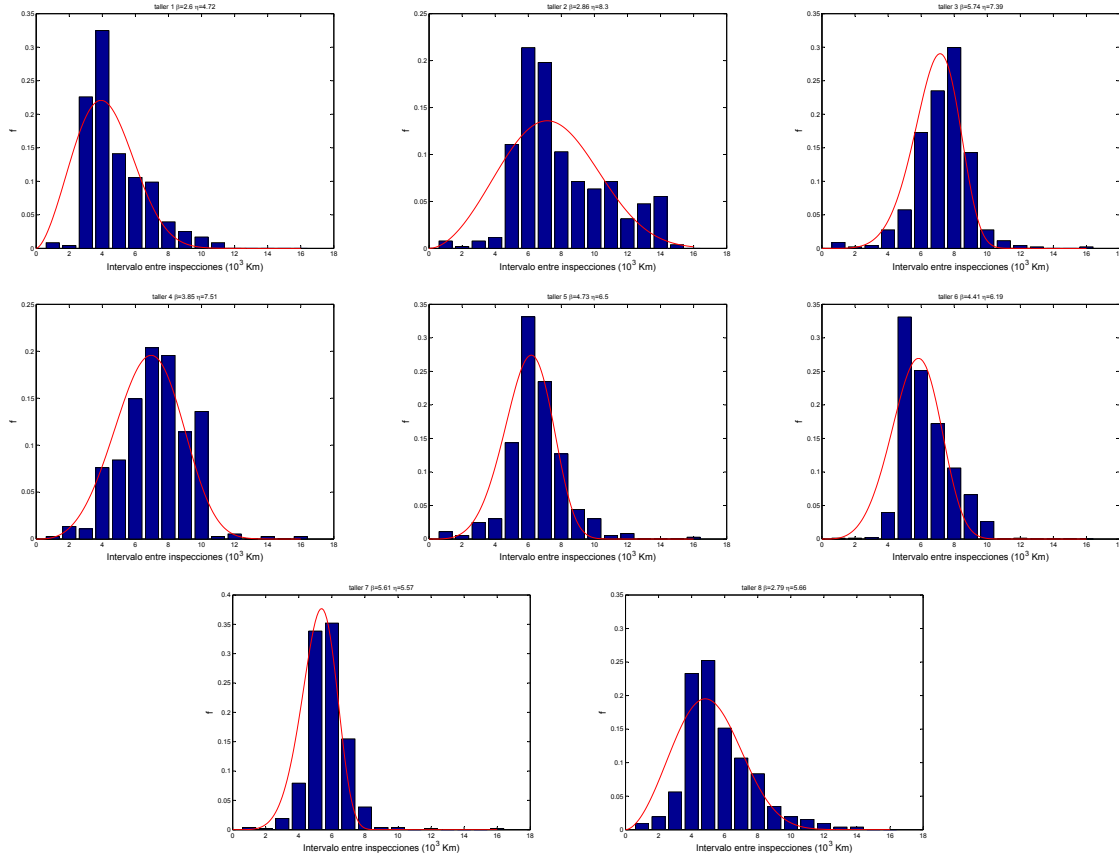
Figura 20.19: Frecuencia de inspecciones en taller  $k = 5$ Figura 20.20: Frecuencia de inspecciones en taller  $k = 6$ Figura 20.21: Frecuencia de inspecciones en taller  $k = 7$ Figura 20.22: Frecuencia de inspecciones en taller  $k = 8$

Taller								
TBI ( $10^3$ Km)	1	2	3	4	5	6	7	8
1	6	4	4	1	4	1	2	5
2	3	1	1	5	2	1	1	10
3	160	4	2	4	9	2	10	29
4	230	6	12	28	11	30	41	120
5	100	56	25	31	52	250	175	130
6	75	108	75	55	120	190	182	78
7	70	100	102	75	85	130	80	55
8	28	52	130	72	46	80	20	43
9	18	36	62	42	16	50	2	18
10	12	32	12	50	11	20	2	10
11	6	36	5	1	2	0	0	8
12	0	16	2	2	3	1	1	5
13	0	24	1	0	0	0	0	2
14	0	28	0	1	0	0	0	2
15	0	2	0	0	0	0	0	0
16	0	0	1	1	1	0	1	0
$\Sigma$	709	507	437	372	367	761	524	523

Cuadro 20.7: Historial de inspecciones

$k$	$T_x(10^3 Km)$ (Jardine, 1990)	$T_x(10^3 Km)$ Weibull	$\Delta \%$	$MDBF(10^3 Km)$
1	4,85	4,19	-13,6	4,51
2	8,05	7,39	-8,2	4,75
3	7,38	6,84	-7,3	3,65
4	7,20	6,79	-5,7	3,55
5	6,55	5,94	-9,3	3,50
6	6,22	5,64	-9,3	2,98
7	5,73	5,15	-10,1	2,40
8	5,58	5,03	-9,9	2,25

Cuadro 20.8: Tiempos medios entre inspecciones y Tiempos medios entre fallas

Figura 20.23: Ajuste de Weibull para estimar  $MDBI$ 

### Distancia media entre fallas ( $MDBF$ )

El estudio consideró 6 meses (1987) y reveló que las inspecciones no tenían la misma frecuencia y que ella dependía del taller donde se atendiese el bus. Las figuras (20.15-20.22) muestran que los intervalos básicos entre inspecciones. Como se observa, varían entre 1000 y 16000 kilómetros de operación. La tabla (30.10) muestra el tiempo medio entre inspecciones y el tiempo medio entre fallas para los 8 talleres.

También se realizó un ajuste de Weibull para estimar el  $MDBI$ . Los resultados se muestran en figura (20.23).

La figura (20.24) muestra los valores mostrados en la tabla y el ajuste realizado:

$$MDBF(T_x) = 1,9933 \cdot 10^9 T_x^{-1,51794}$$

con

$$4000 \leq T_x \leq 9000$$

con lo cual el error cuadrático es

$$\sum_{i=1}^8 (MDBF_x - MDBF_m)^2 = 1034734$$

**Ejercicio 7** Una posible mejora al modelo propuesto es considerar que la tasa de fallas tenga un valor finito cuando el intervalo entre inspecciones tienda a 0 y cuando tienda a infinito (lo último producto de otras razones: por ejemplo las inspecciones diarias de los operadores):

$$MDBF(T_x) = (MDBF_0 - MDBF_\infty)e^{-\nu T_x} + MDBF_\infty$$

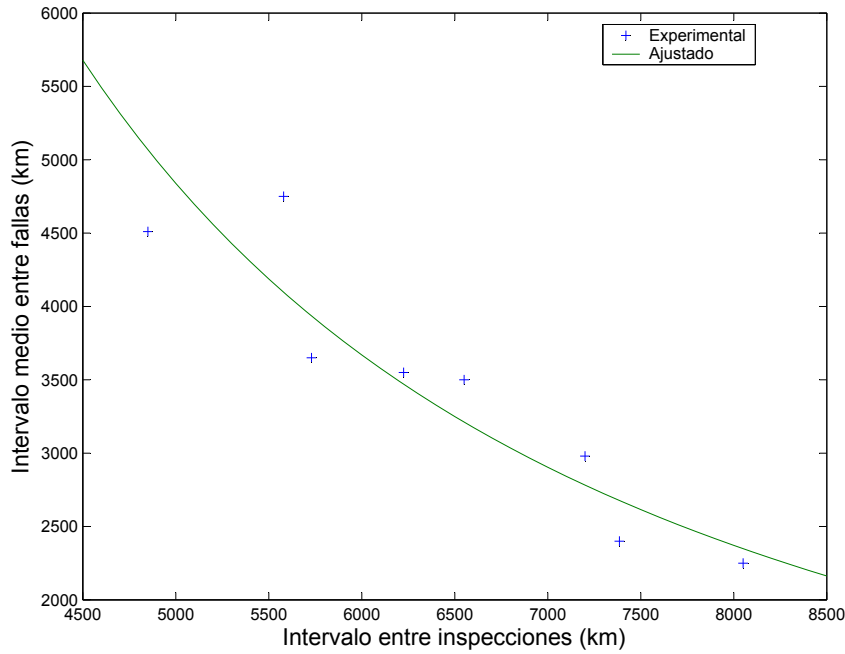


Figura 20.24: Distancia media entre fallas

## Resultados

Los resultados se muestran en las figura (20.25) y (20.26). Se observa que el máximo de disponibilidad se alcanza para un intervalo entre inspecciones de 7650 Km. La disponibilidad es bastante plana alrededor del óptimo. Si el intervalo se fija en algún punto entre 7000 y 8000 Km la disponibilidad no se influenciada, en la practica.

Al comparar la situación antes del estudio (con un intervalo de 5000 Km) con un intervalo de 8000 Km, se logra una mejora de la disponibilidad de 0.33 %. Ello representa 28785 horas-bus/año, lo que equivale a reducir la flota en 6 buses (manteniendo el nivel de servicio actual). El costo anual de un bus son 0.223 MUSD, por lo que se podrían ahorrar 1.4 MUSD/año.

## Modelo bi-asintótico para el $MDBF$

<sup>6</sup>Se desea probar un modelo del tipo

$$MDBF(T_x) = MDBF_{\text{máx}} + (MDBF_{\text{mín}} - MDBF_{\text{máx}}) \frac{\left(\frac{T_x}{T_{x,0}}\right)^k}{1 + \left(\frac{T_x}{T_{x,0}}\right)^k}$$

para el problema de la flota de buses. Estime los parámetros y calcule la frecuencia optima entre inspecciones y la disponibilidad maxima alcánzable. Comente sus resultados. Consejo: para valores iniciales de iteración utilice:

$$\begin{aligned} MDBF_{\text{máx}} &= 5000 \\ MDBF_{\text{mín}} &= 2000 \\ T_{x,0} &= 6500 \\ k &= 8 \end{aligned}$$

---

<sup>6</sup>control 1, 2004-II

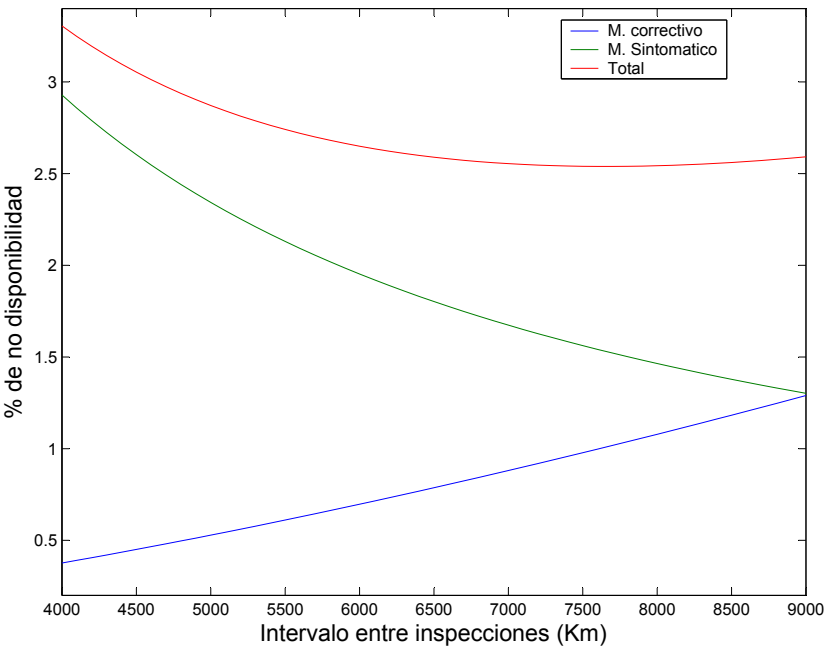


Figura 20.25: No disponibilidad vs intervalo entre inspecciones

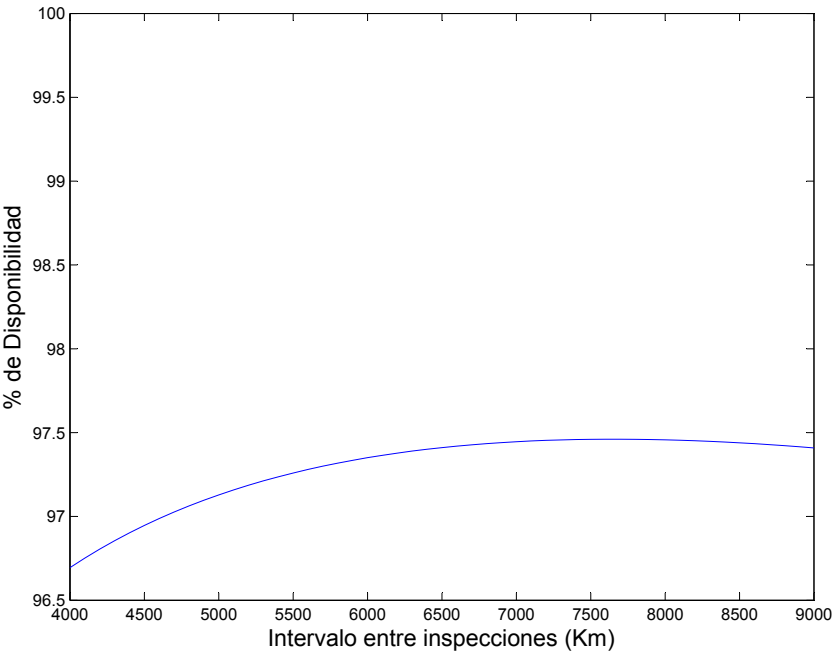


Figura 20.26: Disponibilidad vs intervalo entre inspecciones

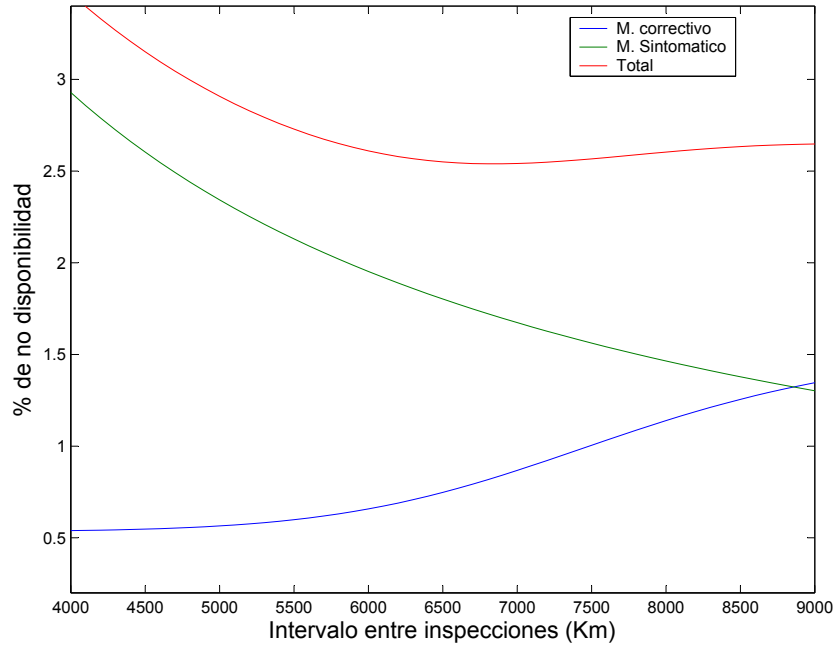


Figura 20.27: No disponibilidad vs intervalo entre inspecciones

La minimización del error cuadrático en excel (bajar [aquí](#)), entrega los siguientes valores:

$$MDBF_{\text{máx}} = 4787$$

$$MDBF_{\text{mín}} = 1636$$

$$T_{x,0} = 6716$$

$$k = 8,16$$

con lo cual el error cuadrático es

$$\sum_{i=1}^8 (MDBF_x - MDBF_m)^2 = 629495$$

lo que es 40 % menor que el obtenido con el modelo propuesto en (Jardine, 1990).

Los resultados se muestran en figuras (20.27) y (20.28), respectivamente. Ellos son bastante similares a los ya encontrados (ver figuras 20.25 y 20.26).

## 20.10. Minimización del costo global

<sup>7</sup>El costo de falla por unidad de tiempo de un bus es de  $c_f$  um/ut. El costo de intervención de una inspección tipo  $j$  es en promedio

$$C_{i,j} = c_{i,j}MTTI_j \text{ um}$$

y el costo de intervención tras una falla es

$$C_{i,c} = c_{i,c}MTTR \text{ um}$$

---

<sup>7</sup>control 1, 2004-II.

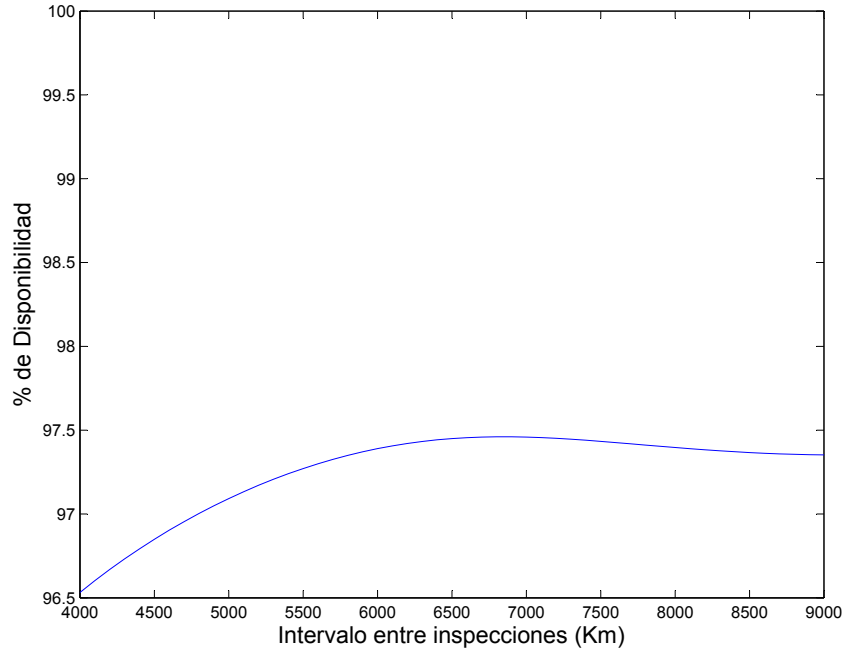


Figura 20.28: Disponibilidad vs intervalo entre inspecciones

el costo global esperado por unidad de tiempo corresponde a la suma de los costos de falla correctivos y preventivos, más los costos de intervención:

$$c_g(T_x) = c_f [D_c(T_x) + D_i(T_x)] + \sum_{j=1}^J c_{i,j} \frac{k}{T_x} \frac{\alpha_j}{i_j} + c_{i,c} D_c(T_x)$$

### 20.10.1. Estudio del efecto de cada inspección en la tasa de fallas

Consideremos un modelo del tipo:

$$\lambda_x(\mathbf{T}) = \lambda_{x0} e^{\sum \alpha_j T_j} \text{ fallas/ud}$$

donde

$$\mathbf{T} = \left\{ \begin{array}{c} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{array} \right\} \text{ ud}$$

es el vector con el intervalo entre cada tipo de inspección.

Al utilizar el historial de los 8 talleres y minimizar el error cuadrático relativo:

$$\varepsilon_r^2(\alpha) = \sum \left( \frac{\lambda_{x,\text{exp}} - \lambda}{\lambda_{x,\text{exp}}} \right)^2$$

y asumiendo que una inspección no puede empeorar la tasa de falla:

$$\alpha_j \geq 0 \text{ para } j = 1 \dots J$$

Se obtiene:

$$\alpha = \left\{ \begin{array}{c} 0,0163 \\ 0,0209 \\ 0,0209 \\ 0,0027 \end{array} \right\} \text{ ud}^{-1}$$

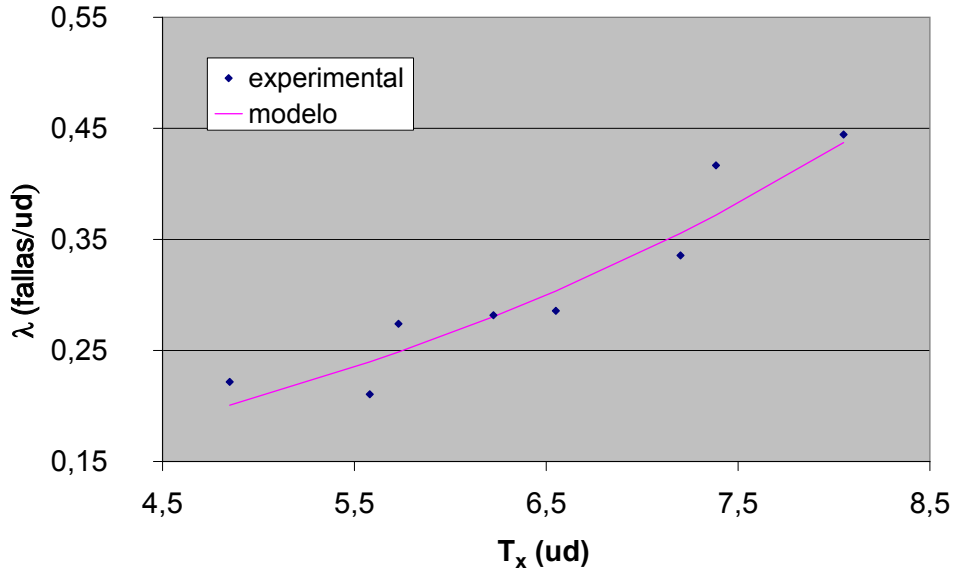


Figura 20.29: Modelo para la tasa de fallas en unidades de distancia ( $10^3$  Km)

al considerar  $1 \text{ ud} = 10^3 \text{ Km}$ . La figura (20.29) contraste el modelo contra las observaciones experimentales. El exponente negativo en la inspección tipo 4 indica un efecto negativo de ella sobre la tasa de fallas (a revisar con más historial y eventual mejora del modelo). Ahora es posible utilizar el intervalo entre las 4 inspecciones como variable de decisión.

En este caso,

$$D_i(\mathbf{T}) = \sum_{j=1}^J \frac{k}{T_j} \frac{1}{i_j}$$

y si consideramos la maximización de la disponibilidad usamos:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{T}) &= 1 - D_c - D_i \\ &= 1 - k \frac{\lambda_{x0} e^{\sum \alpha_j T_j}}{\mu} - k \sum_{j=1}^J \frac{MTTI_j}{T_j} \end{aligned}$$

Asumiendo que

$$\begin{aligned} T_2 &= 2T_1 \\ T_3 &= 2T_1 \\ T_4 &= 8T_1 \end{aligned}$$

Se obtiene:

$$A^* = 0,973$$

para

$$T_1^* = 14,81 \cdot 10^3 \text{ Km}$$

o en términos de  $T_x$ ,

$$T_x^* = \frac{T_1^*}{2} = 7,4 \cdot 10^3 \text{ Km}$$

## 20.11. Comentarios finales

Hemos presentado varios modelos para optimizar la frecuencia de inspecciones a fin de maximizar la disponibilidad, minimizar el costo global. Se han considerado condiciones estacionarias para minimizar

el costo por unidad de tiempo; además se han tratado casos especiales tales como los de equipos en standby y equipos para los cuales la falla es solo detectable a través de una inspección; como es el caso de aquellas maquinas en las cuales el control de calidad de los productos permite establecer si el equipo opera aceptablemente.

Los primeros modelos implican la estimación de la relación funcional entre la tasa de fallas y la frecuencia de las inspecciones. Ello puede dificultar el uso del modelo pues se requiere un historial *suficientemente* rico.

## 20.12. Lecturas complementarias

(Uzarski y McNeil, 1994)[6] presenta un resumen de metodologías para la inspección de vias ferroviarias. Incluyen un estudio de sistemas de apoyo a la toma de decisiones de reparación y reemplazo.

(Wang y Christer, 2000)[7] proponen un modelo para decidir la intervención de un equipo tras una inspección cuantitativa. El modelo incluye la estimación de la vida remanente del sistema analizado (prognosis).

(Higgs et al, 2004)[15] presentan un survey reciente en mantenimiento centrado en la condición con participantes de 15 países.



# Bibliografía

- [1]
- [2] A.K.S. Jardine, M.I. Hassounah, *An Optimal Vehicle-fleet Inspection Schedule*, Journal of the Operational Research Society, Vol. 41, No. 9, pp 791-799, 1990. [\[bajar\]](#)
- [3] A.K.S. Jardine, *Maintenance, Replacement and Reliability*. Ch.5, Pitman Publishing, 1973. [\[bajar\]](#)
- [4] P. Lyonnet. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [\[bajar\]](#).
- [5] Crama, Y., Pascual, R, Torres, A., *Optimal procurement decisions in the presence of total quantity discounts and alternative product recipes*, European Journal of Operational Research, 159, 364-378, 2004. [\[bajar\]](#)
- [6] Uzarski, D., McNeil, S., *Technologies for Planning Railroad Track Maintenance and Renewal*, Journal of Transportation Engineering-ASCE, 120(5), 807-820, 1994. [\[bajar\]](#)
- [7] Wang, W., Christer A.H., *Towards a general condition based maintenance model for a stochastic dynamic system* , Journal of the Operational Research Society, 51(2), 145-155, 2000. [\[bajar\]](#)
- [8] Castanier, Bérenguer, C., Grall, A., *A sequential condition-based repair/replacement policy with non-periodic inspections for a system subject to continuous wear*, Applied Stochastic Models in Business and Industry, 19(4), 327-347, 2003. [\[bajar\]](#)
- [9] Wang, W., Scarf P.A., Smith, M.A.J, *On the application of a model of condition-based maintenance*, Journal of the Operational Research Society, 51(11), 1218-1227, 2000.
- [10] Wang W., *Modelling condition monitoring intervals: A hybrid of simulation and analytical approaches*, Journal of the Operational Research Society, 54(3), 273-282, 2003.
- [11] Lam, C.T. Yeh, R.H., *Optimal maintenance-policies for deteriorating systems under various maintenance strategies*, IEEE Transactions on Reliability, 423-430, 43(3), 1994. [\[bajar\]](#)
- [12] Cronholm, M., *Thermography's impact on economic performance: minimizing the cost of downtime and maintenance*, Proc. SPIE Vol. 4020, 99-106, 2000.
- [13] Hokstad, P., Flotten, P., Holmstrom, S., et Al., *A Reliability Model For Optimization Of Test Schemes For Fire And Gas Detectors*, Reliability Engineering & System Safety, 47(1), 15-25, 1995. [\[bajar\]](#)
- [14] Al-Najjar, B., Alsyof I., *Enhancing A Company'S Profitability And Competitiveness Using Integrated Vibration-Based Maintenance: A Case Study*, European Journal Of Operational Research, 157(3), 643-657, 2004. [\[bajar\]](#)
- [15] Higgs, P.A. et al., *A Survey on Condition Monitoring Systems in Industry*, Proceedings of: ESDA 2004: 7th Biennial ASME Conference Engineering Systems Design and Analysis, Manchester, UK, July 19-22, 2004. [\[bajar\]](#)



## Capítulo 21

# Inspecciones y evolución de defectos

It is good to have an end to journey towards;  
but it is the journey that matters in the end.  
*Ursula K. LeGuin*

### 21.1. Introducción

En este capítulo describiremos un modelo para evaluar el impacto de las inspecciones sobre el número esperado de fallas. El método que presentaremos considera el modelamiento del proceso estocástico por el cual un *defecto inicial* se convierte en falla. Difiere del ya introducido en capítulo §20 donde se modela directamente la influencia de la frecuencia entre inspecciones sobre la tasa de fallas a partir de análisis de sensibilidad.

Como ejemplo de aplicación presentamos un estudio realizado en una línea interprovincial de buses. El ejemplo también sirve para ver la aplicación práctica de un estudio de modos de fallas, efectos y criticidad (ya estudiado inicialmente en § 41.8).

El enfoque ha sido aplicado también a otros tipos de casos: plantas industriales, flotas de vehículos, estructuras civiles, equipo hospitalario, planta de acero, etc.

Aquí se presenta un resumen general de:

- prácticas aplicadas tanto en operaciones como en mantenimiento al iniciar el estudio;
- el modelamiento desarrollado;
- resultados y recomendaciones hechas.

### 21.2. Modelo de evolución de defectos

**Observación 62** Hemos traducido libremente esta clase de modelo como de evolución de defectos. En inglés es "Delay-Time Modelling". NdP.

Considérese una máquina sujeta a una posible falla. Definimos falla como una pana o un evento catastrófico, tras la cual el sistema no es utilizable hasta que sea reparado o reemplazado. También puede tratarse de un deterioro que obligue a realizar una reparación inmediata.

Complementariamente, definimos el mantenimiento preventivo como el conjunto de actividades realizadas a intervalos regulares, cuya intención es reducir o eliminar el número de fallas que ocurren, o reducir las consecuencias de una falla en términos de no disponibilidad o de costo operativo.

Existen una variedad de modelos de mantenimiento preventivo en la literatura, entre ellos el modelo de evolución de defectos, introducido por Christer[6]. El método hace uso de los datos históricos disponibles y de métodos estadísticos.

El objetivo de los modelos de mantenimiento es presentar resultados de interés a la gerencia como funciones de las variables de decisión. Por ejemplo, si una actividad de mantenimiento preventivo es

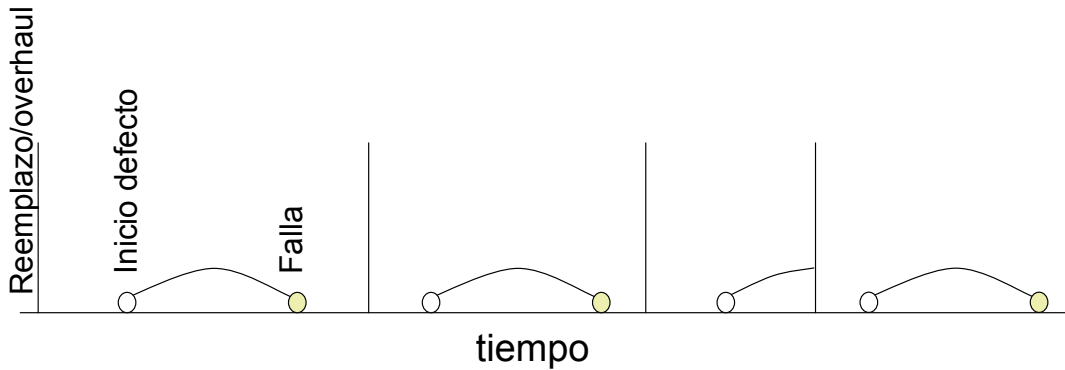


Figura 21.1: Efecto de las inspecciones de un componente/modo de falla

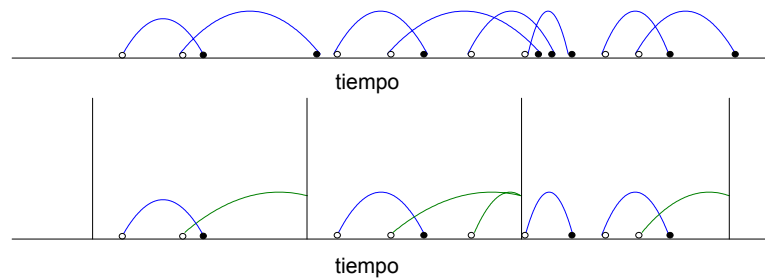


Figura 21.2: Efecto de las inspecciones de varios componentes/modos de falla

realizada cada  $T$  unidades de tiempo, y el costo de falla fuere dominante, la tarea sería estimar la no disponibilidad del sistema en función de  $T$ . También podría ser una función de la *calidad* de las intervenciones realizadas.

El concepto de *demora para la falla* o simplemente *demora* es central para nuestro modelo de mantenimiento preventivo. Una falla es vista como un proceso en dos etapas. Primero, en algún instante  $t_u$  un componente del sistema *puede ser observado como defectuoso*, y el componente defectuoso subsecuentemente falla tras un cierto intervalo  $T_h$ . El mantenimiento preventivo en este caso, consiste primeramente en una inspección que resulta en un reemplazo o reparación *potencial* de los componentes defectuosos.

**Observación 63** *El origen del tiempo es generalmente el instante en que el componente es reemplazado (está como nuevo). NdP.*

**Observación 64** *Aquí, incluimos el mantenimiento predictivo (asociado a la inspección) dentro del concepto de mantenimiento preventivo (intervenir el equipo antes de la falla). Anteriormente, habíamos definido el mantenimiento preventivo como aquel que se realiza a intervalos regulares.*

*Podría decirse que esta definición de mantenimiento preventivo está más cercana a la del mantenimiento predictivo en el sentido de que no es solo el tiempo el que define las intervenciones preventivas sino que además la condición medida en los equipos a través de alguna variable que represente el estado del componente. NdP.*

La figura 21.1 muestra como las inspecciones previenen las fallas de un componente. Los círculos abiertos representan el instante de origen de los defectos, las líneas verticales representan las inspecciones. El tercer defecto se originó pero fue detectado en una inspección (y reemplazado o reparado) y no derivó en una falla.

La figura 21.2 muestra como las inspecciones previenen las fallas cuando el sistema posee varios componentes sujetos a falla. Si las inspecciones son periódicas (b), se han logrado evitar las fallas potenciales 2,4,5,8.

Ambas figuras ilustran el rol fundamental del concepto de demora. Así, se pueden fijar frecuencias óptimas para las inspecciones en función de su costo de intervención y de fallas asociados, por ejemplo.

**Observación 65** *Las definiciones de falla y defecto a usar deben estar basadas en juicios prácticos, idealmente en términos objetivos (cuantitativos). El modelo descrito tiene dos fases: desde bueno hasta la aparición de defecto, desde defectuoso hasta que ocurre la falla. Es posible definir más fases, por ejemplo: estado incipiente de defecto, estado medio, estado avanzado, falla. La práctica ha mostrado que con 2 fases es más que suficiente.* NdP.

### 21.2.1. Formulación del modelo de evolución de defectos

Hemos clasificado las hipótesis en varios conjuntos:

#### Conjunto A

1. La falla es detectable tan pronto como ocurre y sin la necesidad de una inspección (contracaso: equipos en standby);
2. Un sistema que ha fallado debe ser reparado para ser usable;
3. Antes de ocurrir la falla, un componente pasa por un estado defectuoso;
4. Si un componente tiene un defecto, ello solo puede ser establecido por una inspección.

#### Conjunto B Otras hipótesis adicionales son:

1. El único efecto de una intervención preventiva gatillada por una inspección es el reemplazo del componente defectuoso;
2. la inspección y el posible reemplazo son llevados a cabo en serie;
3. las inspecciones tienen intervalos fijos;
4. todo componente defectuoso inspeccionado es reparado;
5. el tiempo para inspeccionar o para reparar es despreciable;
6. no hay *falsos positivos*, eso es: si no hay defecto, entonces no se determinará que sí existe un defecto;
7. un defecto tiene una probabilidad  $\beta$  de ser observado;  $\beta$  es constante en el tiempo;
8. el intervalo  $T_h$  de una falla es independiente de su instante de origen  $t_u$ ;
9. Los costos de falla y de intervención son constantes.

#### Conjunto C

1. Cada componente solo tiene un modo de falla;
2. las funciones densidad de probabilidad  $f$  y  $g$  (asociadas a  $T_h$  y  $t_u$  respectivamente se modelan como distribuciones exponencial o de Weibull;
3. la *edad* del sistema, siendo distinta a la edad del componente, no influye sobre  $g$  y  $f$ ;
4. las reparaciones dejan al componente *como nuevo*;
5. los componentes críticos de un sistema son considerados independientes (la falla de uno no acarrea la falla de otro);
6. si se modela un grupo de máquinas, se considera que ellas son similares en calidad y en condiciones de operación.

Otras hipótesis usadas cuando se modelan grupos de componentes:

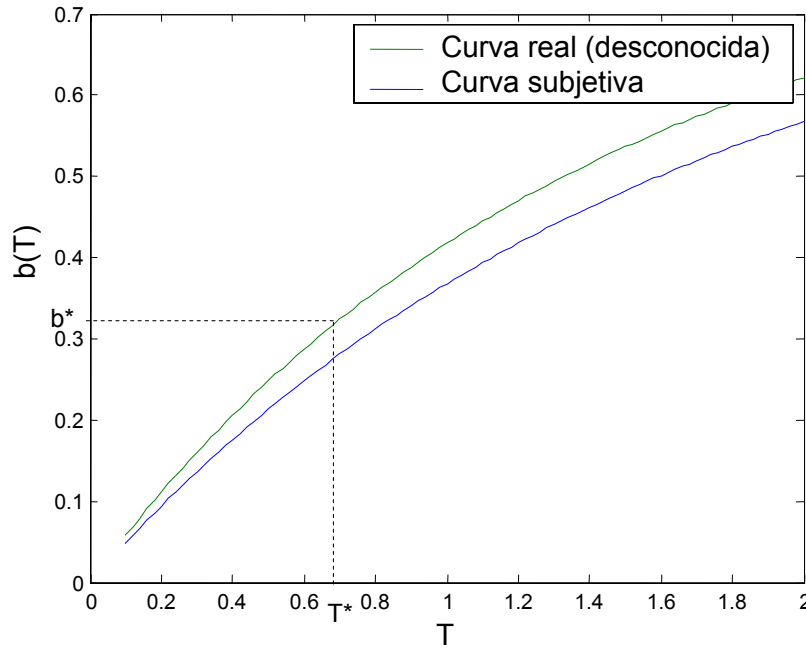


Figura 21.3: Estimación de probabilidad con el modelo

1. El número de componentes del equipo es grande y la probabilidad de que falle un componente es baja, de modo que la tasa de arribo de defectos se puede modelar como un proceso Poissoniano no homogéneo (*NHPP*)
2. la reparación de defectos es lo suficientemente buena como para que la probabilidad de que un componente reparado pase a ser defectuoso nuevamente sea muy pequeña.

Esta última hipótesis es requerida para no comprometer el modelo *NHPP* asumido. (Por ejemplo, las reparaciones imperfectas pueden causar una concentración de ocurrencia de defectos).

El conjunto de hipótesis *A* es necesario para hablar de un modelo de evolución de defectos. Los otros conjuntos pueden ser agregados o relajados en función de la aplicación específica.

### 21.2.2. Estimación de parámetros

Se desea que el modelo sea consistente con los *datos objetivos* y con los *datos subjetivos* disponibles. Los datos objetivos deben ser cercanos a los valores predichos por el modelo, eso es: el número de defectos encontrados, los instantes de ocurrencia de las fallas.

La información subjetiva es obtenida a través de un cuestionario completado por los ingenieros, cuando se encuentra un defecto en una inspección o cuando un componente falla. Las preguntas claves son:

- ¿hace cuanto tiempo ( $T_{hla}$ ) podría haberse observado la falla en una inspección?
- ¿Si no se repara el defecto, cuanto tiempo se puede postergar antes de que ocurra la falla ( $T_{hml}$ )?

Tras una inspección, la estimación subjetiva de  $T_h$  es:

$$T_h = T_{hla} + T_{hml}$$

idem tras una falla ( $T_{hml} = 0$ ). Si la inspección identifica un repuesto en el instante  $t$ , entonces

$$t_u = t - T_{hla}$$

El modelo puede ser ajustado (calibrado) usando la situación conocida o de *status quo*. Considérese que la variable de decisión es el periodo entre inspecciones  $T$ , y que la probabilidad de que un defecto se convierta en falla es  $b(T)$ . La curva inferior en la figura 21.3 indica una estimación basada en  $g_u(t_u)$  y  $f_h(T_h)$ . Esta curva debe pasar por el punto observado  $b^*$  correspondiente al periodo usado actualmente,  $T^*$ . El problema es revisar (ajustar)  $f_h(T_h)$ , tal vez  $g(t_u)$ , y también la eficacia de la inspección  $\beta$ , de modo que la curva  $b(T)$  pase por el punto  $(T^*, b^*)$ .

El método más simple para tal ajuste es introducir un parámetro de escala para la estimación subjetiva de  $f_h(T_h)$ . Se ha observado [7] que la estimación de  $f_h(T_h)$  a partir de información subjetiva tiende a subestimar  $t_u$  y a sobrestimar  $T_h$ . En referencia [3] se propone un método basado en el uso de información objetiva y el criterio de información de Akaike para estimar los parámetros del modelo. Otros trabajos usan la técnica de máxima verosimilitud (vista aquí en anexo §15).

## 21.3. Estudio de caso

Retomamos el ejemplo de la flota de buses ya presentado en §41.8.

### 21.3.1. Modelamiento de las inspecciones

El modelamiento fue necesario para estimar los ahorros provocados por las inspecciones y así fijar una frecuencia óptima. Para ello se empleó el método de *evolución de defectos* [5]. También se modificaron 3 inspecciones específicas:

**Inspección del conductor (A)** El operador es capaz de detectar fallas a través de los indicadores presentes en su panel, ruidos, etc. Para algunos modos de falla un operador funciona como un sistema de monitoreo continuo.

**Inspección simple (B)** Un mecánico chequea defectos con inspección visual, auditiva y al tacto; sin intervenir ningún componente específico.

**Inspección compleja (C)** En este caso se intervienen sobre ciertos componentes para efectos de inspección.

Se presumió que una falla puede ser detectada en un estado mucho más incipiente por una inspección compleja que por una inspección liviana o por una inspección del operador. Del mismo modo, se presume que una falla puede ser detectada antes (o al mismo tiempo) por una inspección liviana que por una del conductor.

Durante el estudio se logró modelar la función de probabilidad acumulada de la demora de tiempo para cada tipo de inspección (figura 21.4). Se observa que hay una tendencia a incrementar la demora de tiempo a medida que la profundidad de la inspección crece.

### 21.3.2. Estimación de la tasa de arribo de defectos

La sección anterior se concentró en estimar la distribución de  $T_h$ . Otro punto importante en el modelo es investigar la tasa de arribos de los defectos  $\lambda_d$ .

En el caso de disponer información insuficiente es común asumir que la tasa de arribos de defectos es un proceso Poissoniano que puede ser homogéneo o no homogéneo. En caso de ser homogéneo, podemos esperar que la tasa de arribos sea constante en el tiempo. El estudio del historial confirmó efectivamente que la tasa de fallas se acercaba bastante a una exponencial. La tasa de arribo de defectos es estimada entonces:

$$\lambda_d = \frac{N}{T}$$

donde  $N$  es el número total de averías detectadas y fallas observadas durante el periodo  $T$ . Durante el intervalo del estudio se estimó una tasa de arribos de 0.09 eventos/día/bus.

**Observación 66** La referencia [5] reporta que el estudio subestimó la tasa de arribos pues algunas reparaciones en carretera no fueron registradas.

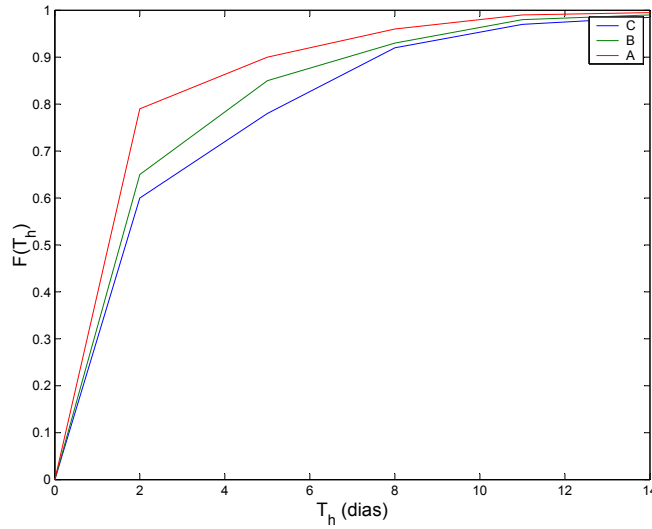


Figura 21.4: Probabilidad acumulada estimada para la demora para cada clase de inspección

### El modelo

Teniendo estimaciones para la tasa de arribo de defectos y de la probabilidad acumulada del *delay* es posible modelar el proceso de inspección. Se desea estudiar el efecto de la frecuencia de inspecciones sobre la tasa de fallas. En específico, la verificación se realiza para inspecciones livianas.

Se toman en cuenta las siguientes hipótesis de trabajo:

1. Los buses son inspeccionados cada  $T$  unidades de tiempo;
2. Las inspecciones son imperfectas con una probabilidad  $\beta$  de que un defecto presente sea identificado y corregido durante la inspección;
3. Los defectos aparecen según un proceso homogéneo de Poisson, con tasa de arribos  $\lambda_d$ ;
4. El tiempo de demora  $T_h$  de un defecto es aleatorio y es independiente del tiempo inicial  $t_u$ . Su función densidad de probabilidad es  $f_h(t)$  y la probabilidad acumulada es  $F_h(t)$ ;
5. Una falla (en carretera) implica una pana. Las fallas son reparadas tan pronto ocurren;
6. Los buses (y su operación) son idénticos.

**Observación 67** La hipótesis (6) se hace para hacer el análisis sobre la flota completa. Se podría hacer por sub-flotas en función de su marca, modelo, nivel de operación, nivel de inspección, etc.

La probabilidad de que un defecto se convierta en falla es:

$$b(T, \beta) = 1 - \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta}{T} (1 - \beta)^{n-1} R_h(nT - u) du \quad (21.1)$$

con

$$R_h(t) = 1 - F_h(t)$$

Entonces, el número esperado de fallas  $\lambda$  para un intervalo de tiempo  $T_i$  es

$$\lambda(T, \beta, \lambda_d) = T_i \lambda_d b(T, \beta) \quad (21.2)$$

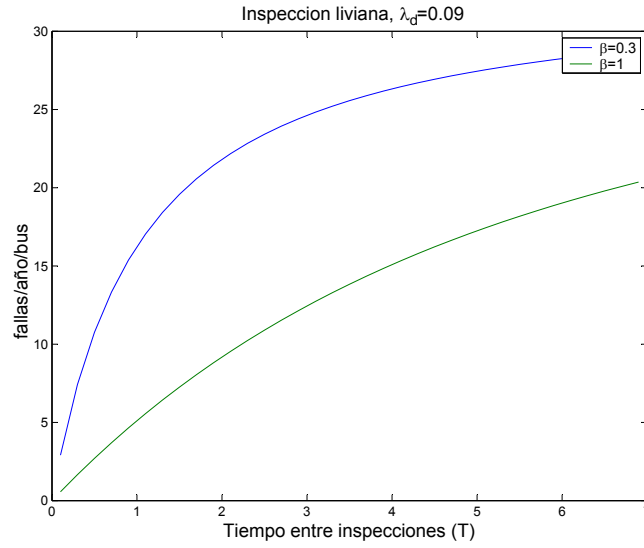


Figura 21.5: número esperado de fallas/bus/año

**Observación 68** Una extensión interesante al modelo sería considerar la superposición de 2 o más inspecciones con diferentes intervalos entre ellas y poder evaluar la probabilidad  $b$  de que un defecto se convierta en falla.

La figura (21.5) compara el número esperado de fallas/bus/año (para  $\beta = 0,3, 1$ ,  $\lambda_d = 0,09$ ) con el valor promedio observado. Es obvio que la situación real está por debajo de la mejor situación (curva con  $\beta = 1$ ) lo que apunta a que la tasa de arribos ha sido efectivamente subestimada y es necesario revisar la estimación de la probabilidad acumulada de  $T_h$ . A fin de corregir las estimación se introduce un tiempo corregido:

$$T'_h = \alpha T_h + t_w$$

donde  $\alpha$  es un parámetro de escala y  $t_w$  es un parámetro de corrimiento. Con ello, la función de probabilidad acumulada de la demora es:

$$F_h \left( \frac{T'_h}{\alpha} \right)$$

y (43.2) se reescribe como

$$b(T, \beta, \alpha) = 1 - \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta}{T} (1 - \beta)^{n-1} \left[ 1 - F_h \left( \frac{nT - u}{\alpha} \right) \right] du \quad (21.3)$$

consecuentemente,

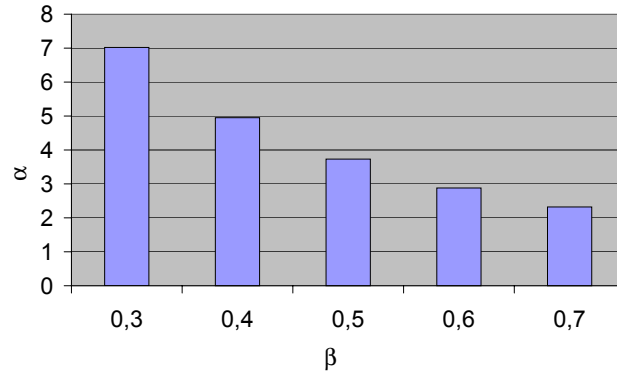
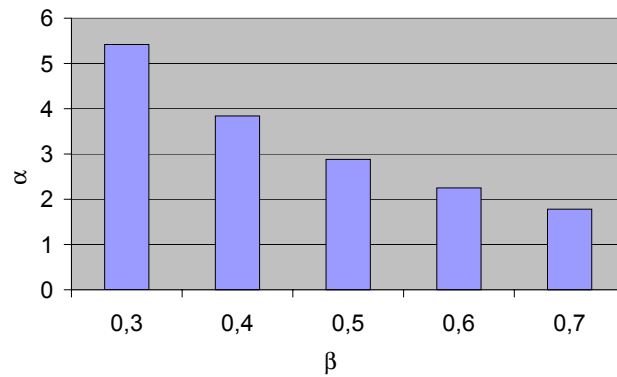
$$\lambda(T, \beta, \lambda_d) = T_i \lambda_d b(T, \beta, \alpha) \quad (21.4)$$

igualando (33.21) a la situación actual  $\lambda_0$  (punto + en gráfico 21.5) en que se realizan inspecciones cada  $T_0$  unidades de tiempo y la probabilidad de detección es  $\beta_0$ , se puede estimar el valor de  $\alpha$ . En nuestro caso

$$\begin{aligned} T_0 &= 1 \text{ día} \\ \lambda_0 &= 4,86 \text{ fallas/año/bus} \\ \lambda_d &= 0,09 \text{ defectos/día/bus} \\ T_i &= 1 \text{ año} \end{aligned}$$

y  $\beta$  es estudiado en el intervalo (0,3,0,7). Los resultados se muestran en la figura (21.6).

La elección de  $\beta_0$  será discutida posteriormente.

Figura 21.6: Estimación de  $\alpha$ Figura 21.7: Estimación de  $\alpha$  considerando  $\gamma$ 

### 21.3.3. Relajación de hipótesis

Se ha asumido que una falla en carretera implica una pana del bus. Algunas fallas pueden no derivar en panas del equipo. Por ejemplo, la falla de un faro en un turno nocturno, o de los dos faros en un turno diurno, o la falla del limpiaparabrisas en verano. El estudio mostró que 18% de las fallas no derivaron en panas del equipo. Consecuentemente, el modelo de ecuación (43.3) sobrestima el número esperado de fallas por intervalo. De lo anterior, corregimos el modelo introduciendo la probabilidad de que una falla se convierta en pana  $\gamma$ :

$$\lambda(T, \beta, \lambda_d, \gamma) = T_i \lambda_d \gamma b(T, \beta) \quad (21.5)$$

en nuestro caso

$$\begin{aligned} \gamma &= 1 - 0,18 \\ &= 0,82 \end{aligned}$$

luego, ajustamos en modelo con

$$\lambda(T_0, \beta, \lambda_d, \gamma) = \lambda_0(T_0)$$

lo que nos permite mejorar la estimación de  $\alpha$  (ver gráfico 21.7).

Como se aprecia,  $\alpha$  es sensible tanto a  $\beta$  como a  $\gamma$ .

La apreciación de los ingenieros de mantenimiento es que  $\beta$  puede estar en algún valor en el intervalo (0,3, 0,4). Para estimar  $\alpha$  consideraremos/asumiremos:

- Los valores observados de  $\lambda_0$  para los años 1990 y 1993;
- que  $\alpha$  es constante en ambos años,

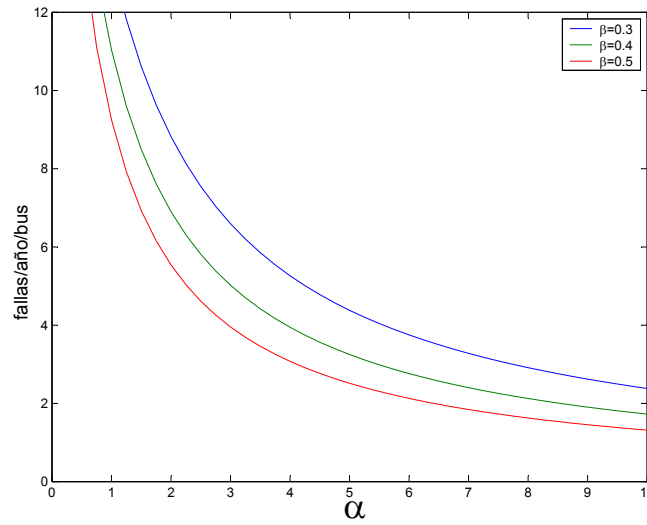


Figura 21.8: número esperado de fallas en función de  $\alpha$  y  $\beta$

- que  $\beta$  ha podido cambiar (gracias a esfuerzos para mejorar las inspecciones)
- que la demora de tiempo es constante;
- que las inspecciones livianas siempre fueron diarias ( $T_0 = 1$  día).

Observando la figura (21.8), vemos que para valores de  $\alpha$  justo por debajo de 4.0 las curvas  $\lambda(T_0, \beta, \lambda_d, \gamma)$  pasan por los puntos  $\lambda_0$  de los años '90 y '93 para valores de  $\beta$  de 0.3 y 0.4 respectivamente. Dadas las mejoras en las inspecciones es lógico pensar que  $\beta$  pudo estar en el rango (0,4,0,5) en 1994.

Disponiendo de las estimaciones para  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda_d$ ,  $\gamma$  es posible determinar los efectos de cambiar la frecuencia de las inspecciones ( $T_0$ ), mejorar la calidad de las inspecciones ( $\beta$ ), la influencia de  $\gamma$  sobre el número esperado de fallas por intervalo  $T_i$ .

La primera observación es que  $\lambda$  es monótonicamente creciente con  $T$ . Ello implica que las inspecciones diarias son adecuadas (aunque no hemos considerado el tema costos de intervención asociados).

### 21.3.4. Modelo de Costos

Otro posible uso del modelo es la estimación de los costos de la flota o la disponibilidad de la misma. Por ejemplo, el costo global por bus durante un intervalo  $T_i$  en función del intervalo entre inspecciones  $T$  es

$$C_g(T, T_i) = \frac{T_i}{T} c_i + T_i \lambda_d c_r + c_b \lambda(T, \beta, \lambda_d, \gamma, T_i)$$

donde

- $c_i$  es el costo de intervención de una inspección (solo la inspección);
- $c_r$  es el costo promedio de intervención correctiva de un defecto encontrado en una inspección;
- $c_b$  es el costo promedio de falla mas el costo de intervención correctiva de una falla.

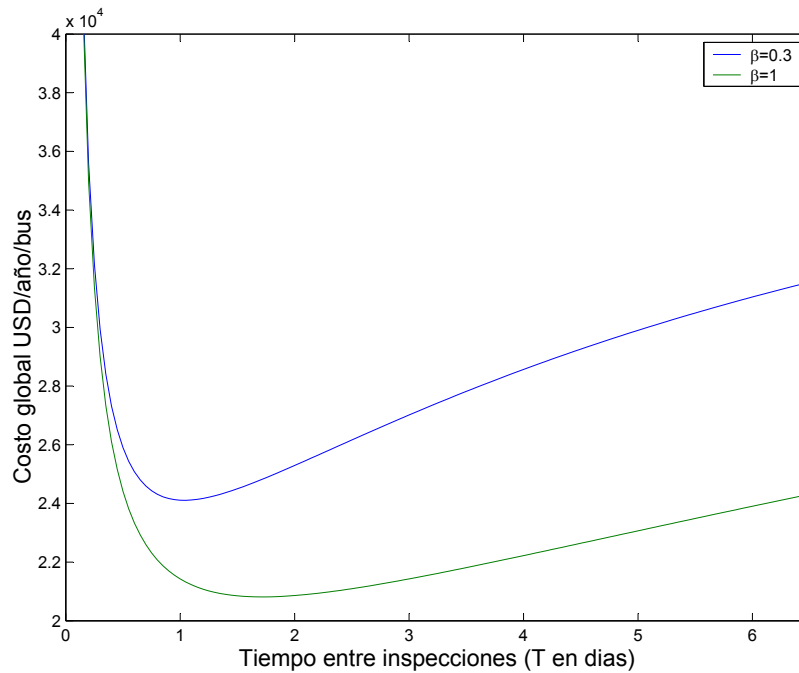


Figura 21.9: Costo esperado global/bus/año

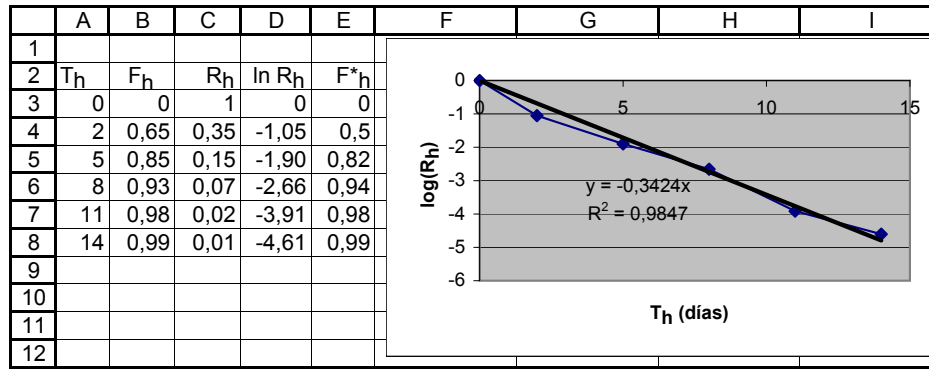
La figura (21.9) muestra  $C_g$  en función de  $T$  para

$$\begin{aligned}\alpha &= 3,36 \\ \lambda_d &= 0,09 \\ \gamma &= 0,82 \\ c_i &= 10M\$ \\ c_r &= 500M\$ \\ \frac{c_b - c_r}{c_i} &= 100 \\ \beta &= 0,45,1\end{aligned}$$

Se observa que para una inspección diaria se podría reducir los costos operativos hasta en 20 % si las inspecciones fuesen perfectas.

En Maple:

```
> restart;
> alpha:=3.36;lambda:=0.09;gamma1:=0.82;
> c_i:=10;c_r:=500;phi:=100;beta1:=0.45;beta2:=0.99;theta:=0.342;
> fd := fopen("c:/matlabr12/work/test.txt", WRITE);
> for T from 0.1 by .05 to 6.5 do
b1:=1-int(sum(beta1/T*(1-beta1)^(n-1)*exp(-theta/alpha*(n*T-u)),n=1..200),u=0..T);
B1:=365*lambda*gamma1*b1;
b2:=1-int(sum(beta2/T*(1-beta2)^(n-1)*exp(-theta/alpha*(n*T-u)),n=1..200),u=0..T);
B2:=365*lambda*gamma1*b2;
C1:=c_i*(365/T+c_r/c_i*365*lambda+phi*B1);
C2:=c_i*(365/T+c_r/c_i*365*lambda+phi*B2);
fprintf(fd, " %g %g %g \n",T,C1,C2);
```

Figura 21.10: Ajuste de  $\theta$ 

```
end do; fclose(fd);
```

Los resultados fueron graficados en *Matlab*.

### 21.3.5. Repetición de resultados

A fin de verificar los resultados mostrados en la referencia fuente, primero modelaremos  $F$  con una distribución exponencial:

$$F_h(t, \theta) = 1 - e^{-\theta t}$$

Para estimar el parámetro  $\theta$  hacemos un ajuste de curva a partir de los datos mostrados en gráfico 21.4, como se muestra en figura 21.10.

Usamos la ecuación lineal:

$$\begin{aligned} \log(1 - F_{h,i}) &= \log(R_{h,i}) \\ &= -\theta t_i \end{aligned}$$

El ajuste de mínimos cuadrados entrega un valor

$$\theta = 0,342$$

luego,

$$F_h(T_h) = 1 - e^{-0,3424T_h}$$

Ello nos permite evaluar las ecuaciones (33.19) y (21.5) respectivamente:

$$b(T, \beta, \alpha) = 1 - \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta}{T} (1 - \beta)^{n-1} R_h \left( \frac{nT - u}{\alpha} \right) du \quad (21.6)$$

$$\lambda(T, T_i, \beta, \lambda_d, \gamma) = T_i \lambda_d \gamma b(T, \beta) \quad (21.7)$$

con

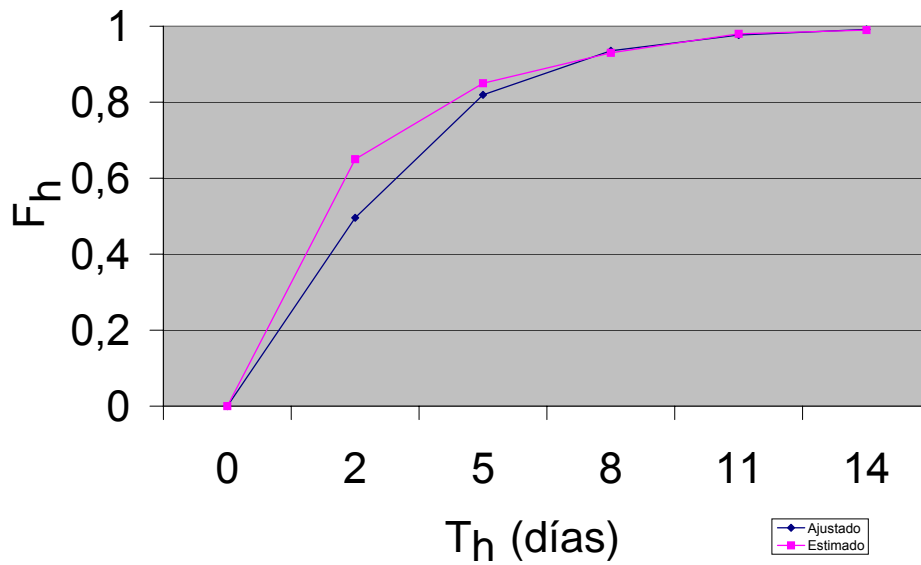
$$\lambda_d = 0,09$$

$$\beta = 0,3$$

$$\alpha = 1$$

$$\gamma = 1$$

$$T_i = 365$$

Figura 21.11: Función  $F_h$  ajustada vs estimada

queda

$$b(T) = 1 - \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} \frac{0,3}{T} 0,7^{n-1} e^{-\left(\frac{0,342}{3,36} nT\right)} du \quad (21.8)$$

La integración se realizó en Maple 7 usando 200 elementos de la suma, para acelerar los cálculos:

```
> restart; beta:=.3; theta:=0.342; alpha:=1;
> b:=1-int(sum(beta/T*(1-beta)^(n-1)*exp(-theta/alpha*(n*T-u)),n=1..200),u=0..T);
> B:=365*0.09*1*b;
> plot (B,T=0..7);
```

El número esperado de fallas  $\lambda$  se muestra en figura 21.12. La cual es muy similar a la mostrada en el paper (figura 21.5). Se usó  $\beta = 0,99$  para el calculo de la curva con inspección perfecta.

**Observación 69** No se logra justificar que  $b$  no sea 1 cuando  $\beta = 1$  (lo que implica  $\lambda$  constante en la figura 21.5). NdP.

## 21.4. Comparación con método de capítulo anterior

En el capítulo anterior, en vez de modelar  $F_h$ , se estima directamente la influencia de la frecuencia de inspecciones  $f$  sobre la tasa de fallas (que en este capítulo hemos denominado  $\lambda$  -fallas/bus/año-):

$$\lambda = \lambda(f)$$

Recordemos que,

$$f = \frac{1}{T}$$

El objetivo aquí, es verificar la calidad del ajuste hiperbólico empleado en ese capítulo para este caso. El gráfico 21.13 es similar a la figura 21.5 pero en términos de  $f$  (en vez de  $T$ ).

Tras realizar los ajustes para la curva  $\beta = 0,3$ , se superponen las curvas ajustadas por mínimos cuadrados:

$$\lambda(f) = \frac{k}{f}$$

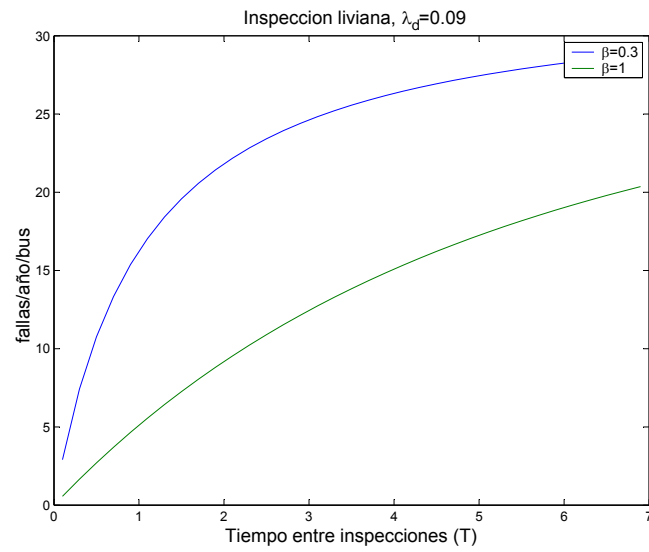
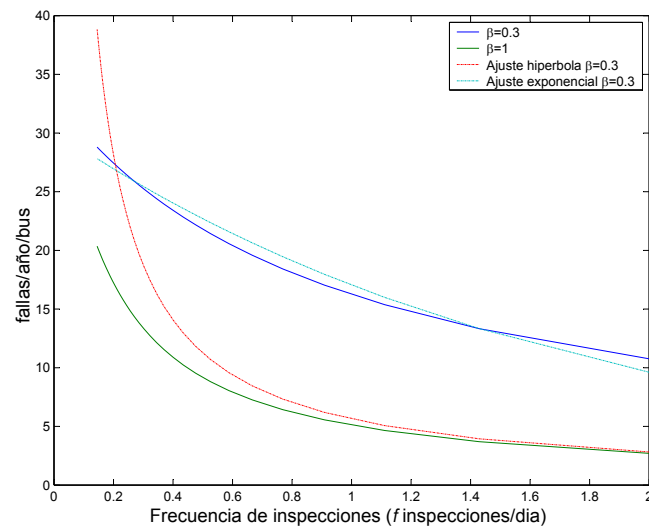
Figura 21.12: Tasa de fallas anual para  $\gamma = 1, \alpha = 1$ 

Figura 21.13: Comparación de métodos

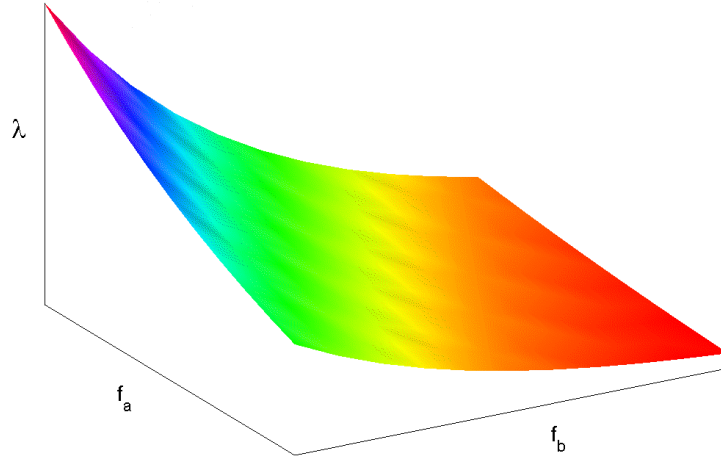


Figura 21.14: Modelo para  $\lambda$  con 2 inspecciones

y

$$\lambda(f) = \lambda_0 e^{-\kappa f}$$

Como se observa, el ajuste hiperbólico es pésimo. Por su lado, el ajuste exponencial está bastante cercano al propuesto por el modelo de evolución de defectos. Además entrega una estimación para la tasa de fallas en caso de que no se realicen inspecciones ( $\lambda_0$ ).

Ello se presenta como una buena oportunidad para considerar la observación (68). Supongamos al no hacer inspecciones se tiene una cierta tasa de falla  $\lambda_0$ . Al hacer una inspección tipo  $a$  cada  $T_a$  unidades de tiempo se logra bajar la tasa de fallas a  $\lambda_{a,0}$ . A fin de reducir aun mas la tasa de fallas se implementa un segundo tipo de inspecciones  $b$  cada  $T_b$  unidades de tiempo (posiblemente con mayor costo global y menor frecuencia) tal que al combinar las dos inspecciones se logra reducir la tasa de fallas a  $\lambda_{a,b}$ . O sea, tenemos 3 puntos para construir un modelo para la tasa de fallas en función de  $T_a$  y  $T_b$ :

$$\lambda(T_a, T_b) = \lambda_0 e^{-\left(\frac{\kappa_a}{T_a} + \frac{\kappa_b}{T_b}\right)}$$

(ver figura 21.14) el primer punto define  $\lambda_0$  (ya que  $T_a = T_b = \infty$ ). El segundo punto,

$$\lambda_{a,0} = \lambda_0 e^{-\left(\frac{\kappa_a}{T_a}\right)}$$

del que se despeja

$$\kappa_a = -T_a \log \left( \frac{\lambda_{a,0}}{\lambda_0} \right)$$

y del tercer punto,

$$\lambda_{a,b} = \lambda_0 e^{-\left(\frac{\kappa_a}{T_a} + \frac{\kappa_b}{T_b}\right)}$$

del que se estima  $\kappa_b$ .

**Ejercicio 8** Evalúe la frecuencia óptima que entrega el modelo del capítulo anterior con

$$\lambda(f) = 30,2e^{-0,57f} \text{ fallas/bus/año}$$

con  $f$  inspecciones/día.

Una contribución significativa del estudio es el cambio de cultura desde la gestión intuitiva a una gestión más racional y objetiva. En este sentido, los consultores recomendaron la implementación de un sistema de información de mantenimiento.

Sin embargo, los autores [5] acusan a la gerencia de no explotar los modelos adecuadamente. Por ejemplo, la empresa tomó en 1996 la decisión de cambiar las revisiones pesadas cada 6 meses por un overhaul cada 3 años. Tras 3 años, se detuvo esta práctica pues los costos de intervención eran excesivos y se introdujo otra estrategia orientada al reemplazo de componentes específicos. Otra vez, esta decisión fue tomada sin construir un modelo.

Se podría argumentar que las mejoras observadas en  $\lambda_0$  en el tiempo son en gran parte producto del reemplazo de buses viejos por nuevos. Ello se descartó con un análisis por subflotas como se ve en cuadro (21.1).

Bus make (fleet size)	Average breakdowns per bus per year					
	1990 record	1991 first survey	1992 second survey	1993 record	1994 record	1995 record till May
Isuzu	(37) 7.16	(37) 5.99	(37) 7.19	(36) 4.56	(22) 2.96	(14) 2.4
Mitsubishi	(30) 6.1	(30) 7.37	(30) 4.34	(30) 4.82	(15) 4.88	(15) 3.36
Mercedes	(42) 5.0	(34) 4.56	(26) 5.84	(19) 4.31	(0) —	(0) —
Cummin	(16) 8.76	(16) 10.59	(16) 7.3	(14) 10.22	(3) 5.45	(0) —
Isuzu-CJR	(0) —	(8) —	(20) —	(32) 4.05	(33) 2.86	(33) 2.11
MAN	(0) —	(0) —	(0) —	(0) —	(42) 1.03	(52) 0.51
All types	(125) 6.39	(155) 6.57	(129) 6.1	(181) 4.86	(115) 3.44	(114) 1.58

Cuadro 21.1: número promedio de fallas/bus/año/marca

## 21.5. Modelo con inspecciones perfectas

En esta sección aplicaremos los conceptos de demora de tiempo para determinar el programa de inspecciones óptimas de las cajas de cambio de la flota de buses ya vista.

Antes del estudio, se aplicaba una estrategia correctiva para las cajas: cada vez que una caja fallaba, ella era retirada del bus y llevada al taller para ser reparada. La caja removida era reemplazada por otra del mismo tipo, en caso de haber unidades disponibles. Cada bus además era inspeccionado una vez por mes para asegurar la seguridad del mismo. En caso de descubrir defectos, se intervenía el componente asociado. La inspección no detectaba fallas de la caja de cambios.

A fin de reducir el costo global de mantenimiento y mejorar la imagen de la empresa frente a los usuarios, la gerencia ordenó un estudio para determinar un esquema de mantenimiento preventivo/predictivo optimizado.

El estudio se concentra en el modelo de caja de mayor presencia en la flota.

Asumiremos que la función densidad de probabilidad  $f(T_h)$  que caracteriza a las cajas es de tipo Weibull, cuyos parámetros han sido estimados subjetivamente a través de cuestionarios completados por los mantenedores.

Supongamos que aparece un defecto en algún instante del periodo  $(0, T)$ . La probabilidad de que el defecto aparezca en el intervalo  $(T_h, T_h + \Delta T_h)$  es

$$f(T_h) \Delta T_h$$

Este defecto llegaría a ser una falla si el defecto se origina antes del instante  $T - T_h$ , de otra manera el defecto será detectado en la inspección y se realizará una intervención preventiva.

Si asumimos que los defectos de las cajas de cambio siguen un proceso de Poisson homogéneo, la probabilidad de que un defecto aparezca antes de  $T - T_h$ , dado que un defecto va a aparecer, es igual a

$$\frac{T - T_h}{T}$$

Luego, la probabilidad de que el defecto se convierta en falla en  $(T_h, T_h + \Delta T_h)$  es

$$\frac{T - T_h}{T} f(T_h) \Delta T_h$$

Si sumamos todos los posibles  $T_h$ , podemos calcular la probabilidad de que un defecto se convierta en falla (sobre el intervalo  $(0, T)$ ):

$$b(T) = \int_0^T \frac{T - T_h}{T} f(T_h) dT_h$$

### 21.5.1. Modelo de costo e indicadores

Consideremos:

- la inspección detiene el equipo por un intervalo  $T_i$ ,
- El tiempo medio para reparar es  $T_r$
- La tasa de arribo de defectos es  $\lambda$  defectos por unidad de tiempo
- El costo de intervención de una inspección es  $C_{i,i}$
- El costo de una intervención preventiva es  $C_{i,p}$ ;
- El costo de una intervención correctiva es  $C_{i,c}$ ;
- Los costos de falla para cada tipo de intervención son:

$$C_{f,p} = c_f T_r$$

$$C_{f,c} = c_f T_r$$

$$C_{f,i} = c_f T_i$$

donde  $c_f$  es el costo de falla por unidad de tiempo.

Tenemos entonces que la disponibilidad esperada en función del intervalo entre inspecciones  $T$  es

$$A(T) = 1 - (\lambda b(T) T_r + T_i) \frac{T}{T + T_i}$$

y el costo global esperado por unidad de tiempo queda:

$$c_g(T) = \frac{\lambda T ([C_{i,c} + C_{f,c}] b(T) + [C_{i,p} + C_{f,p}] [1 - b(T)]) + [C_{i,i} + C_{f,p}]}{T + T_i}$$

### 21.5.2. Ejemplo

Los parámetros de Weibull estimados son:

$$\beta = 1,34$$

$$\eta = 46,9 \text{ días}$$

tenemos,

$$f(T_h) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{T_h}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{T_h}{\eta} \right)^\beta}$$

además,

El gráfico 21.15 muestra la función cuya integral es la probabilidad  $b$ . El gráfico 21.16 muestra el estudio paramétrico que permite establecer el intervalo óptimo entre inspecciones:

$$T^* = 6 \text{ días}$$

La disponibilidad correspondiente es entonces,

$$A(T^*) = 0,884$$

La figura 21.17 muestra la disponibilidad en función del intervalo entre inspecciones. Efectivamente, la condición de costo global mínimo no coincide con la de disponibilidad máxima. La sensibilidad de  $b$  al intervalo entre inspecciones es mostrada en figura 21.18.

El listing en Maple:

Parámetro	Valor estimado	unidad
$T_i$	$\frac{1}{16}$	dias
$\lambda$	0,839	defectos/dia
$T_r$	5	dias
$C_{g,c} = C_{i,c} + C_{f,c}$	23	KUSD/falla
$C_{g,p} = C_{i,p} + C_{f,p}$	18,4	KUSD/intervención
$C_{g,i} = C_{i,i} + C_{f,p}$	1,9	KUSD/inspección

Cuadro 21.2: Parámetros del modelo

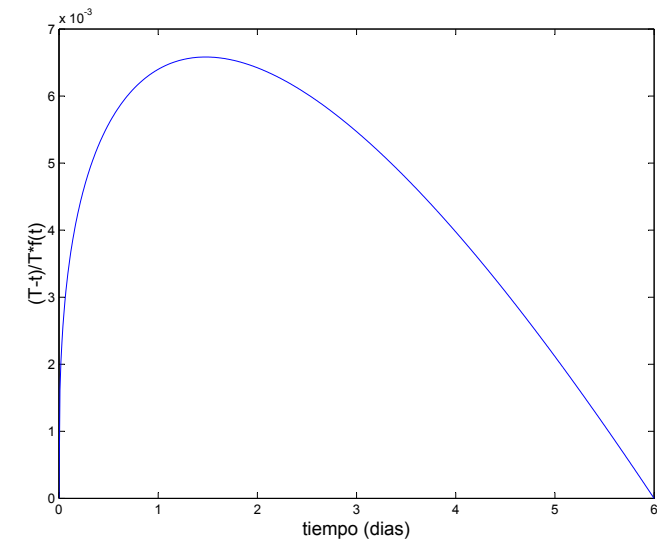


Figura 21.15:  $\frac{T-t}{T} f(t)$  con  $T = 6, \beta = 1,34, \eta = 46,9$

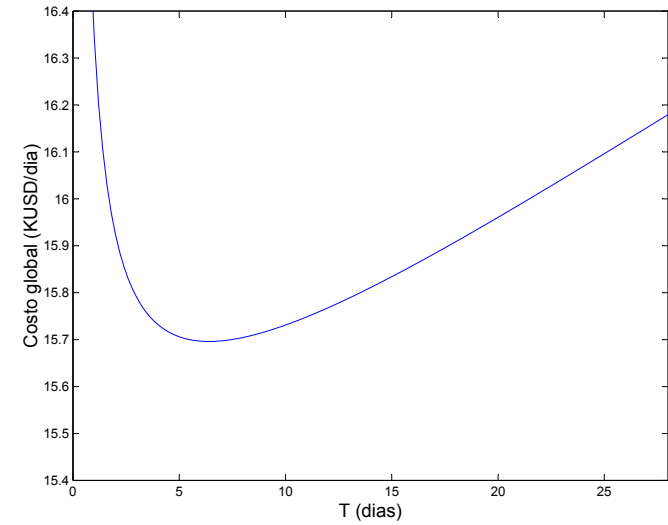


Figura 21.16: Costo global esperado por unidad de tiempo

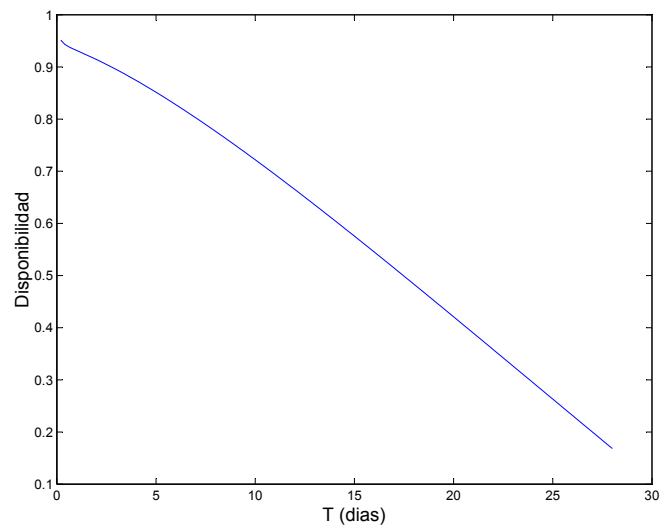
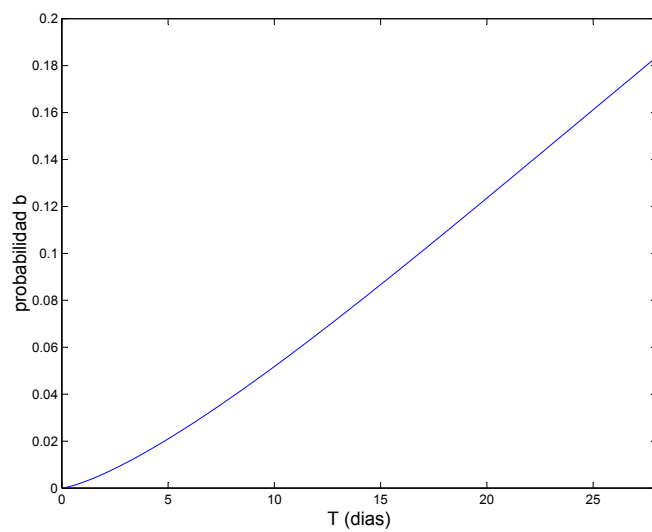


Figura 21.17: Disponibilidad esperada

Figura 21.18: Probabilidad  $b$

```

> T_i:=0.0625;lambda:=0.839;T_r:=5;C_gc:=23;C_gp:=18.4;C_gi:=1.92;
> beta:=1.34;eta:=46.9;
> f:=beta/eta*(t/eta)^(beta-1)*exp(-(t/eta)^beta));T:=1;
> fd := fopen("c:/matlabr12/work/test.txt", WRITE);
> for T from .2 by .2 to 28 do
> b:=evalf(Int((T-t)/T*f,t=0..T));
> c_g:=(lambda*T*(C_gc*b+C_gp*(1-b))+C_gi)/(T+T_i);
> A:=1-(lambda*b*T_r+T_i)*T/(T+T_i);
> fprintf(fd, " %g %g %g %g\n",T,b,c_g,A);
> end do;fclose(fd);

```

el postprocesamiento se realizó en Matlab.

## 21.6. Conclusiones

Hemos presentado un modelo que permite modelar el efecto de las inspecciones en el número esperado de fallas/unidad de tiempo.

Hemos visto que la estimación de los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  se dificulta por la inter-dependencia y por la falta de datos ( $\lambda_0$ ). A pesar de lo anterior, se han logrado estimar rangos validos para los parámetros.

El método de evolución de defectos se presenta como una alternativa al ya visto en el capítulo anterior. Tiene la ventaja de no requerir obligatoriamente de un análisis de sensibilidad para estimar los parámetros. Pero, obliga a estimar la probabilidad acumulada de que un defecto se convierta en falla ( $F_h$ ).



# Bibliografía

- [1] Christer, A.H. and Whitelaw, J., 1983, *An operational Research Approach to Breakdown Maintenance: Problem Recognition*, J. Op. Res. Soc, 34:1041-1052.
- [2] Desa, M.I. and Christer, A.H., *Modelling in the Absence of Data: A Case Study of Fleet Maintenance in a Developing Country*, Journal of the Operational Research Society, 52, 247-260, 2001. [\[bajar\]](#)
- [3] Baker, R.D. and Wang, W., *Estimating the Delay-Time Distribution of Faults in Repairable Machinery from Failure Data*, IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry, 3, 259-281, 1992. [\[bajar\]](#)
- [4] Baker, R.D. and Wang, W., *Developing and Testing the Delay-Time Model*, Journal of the Operations Research Society, 44(4), 361-374, 1993. [\[bajar\]](#)
- [5] Baker, R.D. and Christer, A.H., *Review of Delay-Time OR Modelling of Engineering Aspects of Maintenance*, European Journal of Operational Research, 73, pp 407-422, 1994. [\[bajar\]](#)
- [6] Christer, A.H., *Modelling Inspection Policies for Building Maintenance*, Journal of the Operational Research Society, 33, pp 723-732, 1982.
- [7] Christer, A.H. and Redmond, D.F., *A Recent Mathematical Development in Maintenance Theory*, IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry, 2, pp 97-108, 1990.
- [8] Wang, W., *subjective Estimation of the Delay Time Distribution in Maintenance Modelling*, European Journal of Operational Research, 99, 516-529, 1997. [\[bajar\]](#)
- [9] Leung, F. and Kit-Leung, M., *Using delay-time analysis to study the maintenance problem of gear-boxes*, International Journal of Operations & Production Management, 16(12), 98-105, 1996. [\[bajar\]](#)
- [10] Pillay, A., Wang, J., Wall, A., *Optimal Inspection Period for Fishing Vessel Equipment: A Cost and Downtime Model Using Delay Time Analysis*, Marine Technology, 38(2), 122-129, 2001.



## Capítulo 22

# Mantenimiento oportunista

En fin, cada uno nace donde puede.

Jorge Luis Borges. *Historia de Rosendo Juárez*

### 22.1. Introducción

La optimización en el uso de los recursos -escasos- de mantenimiento, así como las posibles economías de escala producidas al agrupar actividades similares, justifican el uso de estrategias oportunistas. Recordemos que se disponen de 3 estrategias posibles para realizar mantenimiento:

- mantenimiento correctivo,
- mantenimiento preventivo (incluimos aquí el mantenimiento centrado en la condición) , y
- mantenimiento oportunista.

En el primer caso, los componentes son mantenidos tras su falla.

En el segundo caso, las intervenciones son llevadas a cabo para prevenir falla y disminuir costos operativos. Ellas son planificadas y se logran ahorros al coordinar ejecuciones simultáneas para varios componentes.

En el tercer caso, las actividades no son necesariamente planificadas. Sin embargo, se pueden lograr ahorros dado que el mantenimiento (correctivo o preventivo) de un componente ofrece la oportunidad de intervenir otros componentes.

El agrupamiento de intervenciones correctivas es directamente aplicable a sistemas donde existe algún grado de redundancia. En tales sistemas es posible dejar componentes con falla en tal condición por algún periodo de tiempo hasta que se hace conveniente realizar las reparaciones. Estrategias de este tipo son justificadas por la existencia de economías de escala a través de la reparación simultánea de un grupo de componentes similares. Por otro lado, el tener a los componentes con falla en esa condición implica posibles incrementos en los costos de falla.

Una de las ventajas del mantenimiento preventivo es su carácter planificable. Ello es importante cuando la preparación (logística) de las intervenciones es necesaria. Por ejemplo, se puede ordenar la compra de repuestos, coordinar la disponibilidad de una cuadrilla para el periodo en que se programa la intervención.

Una ventaja del mantenimiento oportunista es que puede ser usado para ahorrar costos de falla asociado a intervenciones preventivas. Sin embargo, una desventaja de esta estrategia es que no es común conocer el momento de las intervenciones y por tanto no se pueden planificar y preparar adecuadamente. Debido a las economías de escala en las funciones de costo de mantenimiento, el evento de una falla de un componente es al mismo tiempo una oportunidad para realizar intervenciones preventivas sobre otros componentes.

Es necesario observar que existen situaciones donde la combinación oportunista de actividades de mantenimiento **no es realista**. El mantenimiento correctivo es aleatorio en el tiempo mientras que el

preventivo es planificado. Luego, al combinar ambas, se pierde el carácter planificado del mantenimiento preventivo o debe dejarse al componente con falla en tal condición por algún periodo de tiempo. Sin embargo, existen situaciones donde tal desventaja es aceptable: si la reparación de un componente requiere desmantelar todo el sistema, puede ser rentable la intervención preventiva de otros componentes. Existen dos opciones:

- Realizar intervenciones preventivas tras la aparición de la falla, cuya reparación no puede ser pospuesta (altos costos de falla)
- El o los componentes con falla pueden no ser reparados por algún tiempo, en espera de la próxima intervención preventiva planificada (overhaul).

Los modelos de mantenimiento oportunista se pueden clasificar estacionarios y dinámicos. Los modelos estacionarios son fáciles de analizar pero no toman en cuenta información del corto plazo. Por su lado, el agrupamiento *dinámico* puede tomar tal información en cuenta. Por ejemplo, el uso variable de componentes, aparición de eventos aleatorios que pueden crear una oportunidad para realizar mantenimiento a costos más bajos.

En este capítulo presentamos una estrategia general para coordinar las frecuencias entre intervenciones preventivas para sistemas con múltiples componentes, en condiciones estacionarias. El autor interesado en profundizar los temas relacionados es referido a la tesis de Wildeman[2].

## 22.2. Formulación del problema

- Consideremos un sistema con múltiples componentes  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ .
- Al realizar intervenciones preventivas sobre una o más de estos componentes implica un costo  $C_s$  independiente de cuantos componentes sean mantenidos (usualmente el costo de falla). Debido a este costo, existe una dependencia económica entre los componentes individuales.
- Si el componente  $i$  es mantenido, se incurre en un costo extra independiente del intervalo entre intervenciones,  $C_{s,i}$  (parte constante del costo individual).
- Sea  $C_{m,i}(t)$  la variable usada para representar los costos esperados por el deterioro del componente  $i$  (debido a fallas y reparaciones sufridas, etc), tras  $t$  unidades de tiempo desde su última intervención preventiva. Asumiremos que  $C_{m,i}(t)$  es continua y que tras la intervención el componente puede ser considerado *tan bueno como nuevo*.
- Consecuentemente, el costo promedio por unidad de tiempo  $c_{\phi,i}(t)$  del componente  $i$  sobre un horizonte infinito, cuando el componente es mantenido preventivamente cada  $T_i$  unidades de tiempo es

$$c_{\phi,i}(T_i) = \frac{C_{s,i} + C_{m,i}(T_i)}{T_i} \quad (22.1)$$

con

$$T_i > 0$$

- Dado que  $C_{m,i}(T_i)$  es continua,  $c_{\phi,i}(T_i)$  también lo será.
- A fin de reducir el costo global, se puede explotar la dependencia económica entre los componentes, agrupando el mantenimiento de los componentes individuales. Ello puede realizarse de varias maneras.

**Observación 70** Se recalca que el costo común  $C_s$  debe existir para cualquier actividad a considerar en el problema. Si no es el caso no existe oportunidad de obtener economías de escala.

## 22.3. Estrategias de agrupamiento

### 22.3.1. Agrupamiento indirecto

Una posibilidad es agrupar las intervenciones preventivas en múltiplos de algún intervalo básico  $T$ . Eso es, hay posibilidad de realizarlas cada  $T$  unidades de tiempo. Para cada componente el mantenimiento preventivo puede ser llevado a cabo en enteros múltiplos de  $T$ . Ello implica que cada componente  $i$  es mantenido cada  $k_i T$  unidades de tiempo, con

$$k_i \in \mathbb{N}$$

El objetivo es minimizar el costo global, que es una suma del costo asociado a cada componente  $i$  más los costos por el grupo. Asumiendo que el costo grupal  $C_s$  se carga cada  $T$  unidades de tiempo, tenemos:

$$c_g = \frac{C_s}{T} + \sum_{i=1}^n c_{\phi,i}(k_i T) \quad (22.2)$$

con

$$T > 0$$

Puede ocurrir que ninguno de los  $k_i$  en la solución óptima sea 1. Ello implica que existirán ocasiones en las cuales no se harán pedidos de ningún ítem y por tanto es necesario corregir  $c_g$ . Por ejemplo, supongase que hay dos ítems y que  $k_1 = 2$  y  $k_2 = 3$ . Si ello ocurre, en 2 ocasiones de cada 6 no será usadas para comprar ítems y por tanto no habrá costo asociado y se aplica el factor de corrección  $\Delta(\mathbf{k})$  con

$$\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_n)$$

Para el ejemplo,

$$\mathbf{k} = (2, 3)$$

luego

$$\Delta(\mathbf{k}) = 4/6$$

En caso de que no hayan ocasiones de relleno no aprovechadas,

$$\text{mín}(\mathbf{k}) = 1$$

se tiene

$$\Delta(\mathbf{k}) = 1$$

En un caso general, se puede demostrar[2] que

$$\Delta(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \sum_{\{\alpha \subset \{1, \dots, n\} : |\alpha| = i\}} (\text{lcm}(k_{\alpha_1}, \dots, k_{\alpha_i}))^{-1}$$

donde  $\text{lcm}(k_{\alpha_1}, \dots, k_{\alpha_i})$  denota el mínimo común múltiplo de los enteros  $k_{\alpha_1}, \dots, k_{\alpha_i}$ .

Luego, se incluye el factor de corrección en  $c_g$ :

$$c_g = \Delta(\mathbf{k}) \frac{C_s}{T} + \sum_{i=1}^n c_{\phi,i}(k_i T) \quad (22.3)$$

**Observación 71** *El problema es de variables mixtas y no lineal. Ello puede facilitar la no convergencia o la convergencia a mínimos locales.*

**Observación 72** *La inclusión del término de corrección  $\Delta(\mathbf{k})$  puede dificultar la minimización de  $c_g$ .*

**Ejemplo 90** <sup>1</sup> Considere un sistema donde se desea estudiar un posible mantenimiento oportunista sobre 2 componentes,  $c_1$  y  $c_2$  respectivamente. La intervención de  $c_1$  demora en promedio  $MTTR_1$  ut,

$$MTTR_1 = T_{dc_1} + T_{ic_1} + T_{mc_1}$$

donde  $T_{dc_1}$  y  $T_{mc_1}$  son los intervalos de tiempo requeridos para desmontar y montar  $c_1$ , respectivamente. Al intervenir  $c_2$  es necesario desmontar primero  $c_1$  y tras la intervención, se debe montar nuevamente  $c_1$ :

$$MTTR_2 = T_{dc_1} + T_{ic_2} + T_{mc_1}$$

La situación se describe en figura (22.1). El costo de falla del sistema es  $c_f$  um/ut. Ambos componentes siguen distribuciones de Weibull con parámetros  $\beta_1, \beta_2, \eta_1, \eta_2$ . Los repuestos utilizados en las intervenciones cuestan  $C_{r1}$  y  $C_{r2}$  respectivamente. Cada tarea puede ser realizada por un técnico (hay varios) cuyo valor por unidad de tiempo es  $c_{hh}$  um/ut/técnico. Proponga un modelo que permita decidir si conviene hacer mantenimiento preventivo oportunista y en tal caso cual sería la frecuencia óptima.

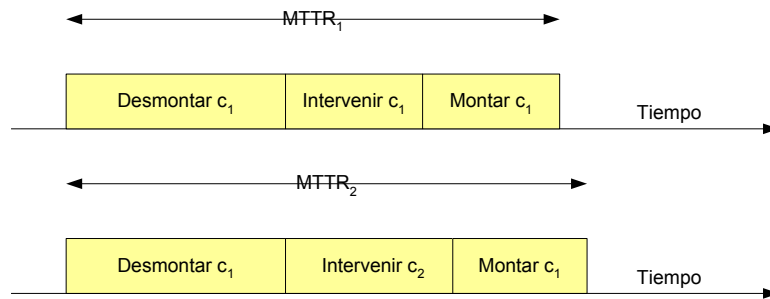


Figura 22.1: Mantenimiento oportunista con 2 componentes

La situación requiere estimar los parámetros del modelo presentado. El costo común  $C_s$  corresponde al costo de falla asociado a montaje y desmontaje más el costo de intervención asociado solo a ello:

$$C_s = (c_f + c_{hh}) (T_{dc_1} + T_{mc_1}) \text{ um}$$

Las intervenciones correctivas son consideradas mínimas, eso es, no mejoran la tasa de fallas. Luego, el número esperado de fallas del componente  $i$  en un intervalo  $T_i$  es

$$\left( \frac{T_i}{\eta_i} \right)^{\beta_i}$$

$C_{m,i}(T_i)$  corresponde a los costos incurridos por ciclo preventivo para cada componente descontando el montaje y desmontaje. Se incluyen: costo de intervención preventivo, el costo de falla preventivo - descartando montaje y desmontaje-, costo de intervención y de falla correctivo (ante la falla no se considera explícitamente mantenimiento oportunista):

$$C_{m,i}(T_i) = C_{s,i} + C_{m,i}(T_i) = C_{s,i} + C_i^r \left( \frac{T}{\eta_i} \right)^{\beta_i} \quad (22.4)$$

$$= [(c_{hh}T_{ic_i} + C_{ri}) + c_f T_{ic_i}] + [(c_f + c_{hh}) MTTR_i + C_{ri}] \left( \frac{T_i}{\eta_i} \right)^{\beta_i} \text{ con } i = 1, 2 \quad (22.5)$$

donde los sumandos de (22.4) corresponden a los parámetro  $C_{s,i}$  y  $C_{m,i}(T_i)$  del modelo, con lo cual ya se puede construir (22.1) y la función objetivo (22.2), si se considera agrupamiento indirecto, y que debe ser comparada con el costo de realizar las intervenciones por separado. Si el mantenimiento oportunista es conveniente, la frecuencia óptima sería

$$f^* = \frac{1}{T^*}$$

donde  $T^*$  minimiza (22.2).

<sup>1</sup>Control 3, semestre 2004-II

**Observación 73** En el ejemplo anterior se está considerando que si ambos son intervenidos preventivamente, el tiempo total de detención será

$$T_{dc_1} + T_{ic_1} + T_{ic_2} + T_{mc_1}$$

cuando en realidad es

$$T_{dc_1} + \max(T_{ic_1}, T_{ic_2}) + T_{mc_1}$$

dado que hay varios técnicos disponibles. Ello hace que el costo global esté sobrestimado. La importancia de este error debería ser baja dado que en general será el montaje y el desmontaje lo que consuma el mayor tiempo.

### Mejoras al modelo

<sup>2</sup>Tomemos en cuenta el valor del dinero en el tiempo. Para ello consideremos que un flujo ocurrido en el instante  $t$  tiene un valor en  $t = 0$  de

$$e^{-\theta t}$$

Como una simplificación diremos que los flujos ocurridos en el  $j$ -ésimo ciclo de compra-consumo ocurren al inicio del periodo. Tenemos entonces que el costo total actualizado para un periodo infinito es

$$C_{g,\infty} = \sum_{i=1}^{\infty} c_g e^{-\theta T i}$$

donde  $c_g$  es la suma de flujos por unidad por periodo (ecuación 22.3). Aprovechando la identidad (cargando los costos de un periodo a su instante final),

$$\sum_{i=1}^{\infty} e^{-\alpha i} = \frac{1}{e^{\alpha} - 1}$$

Tenemos entonces,

$$C_{g,\infty}(T, \mathbf{k}, \Delta(\mathbf{k})) = \left( \Delta(\mathbf{k}) \frac{C_s}{T} + \sum_{i=1}^n c_{\phi,i}(k_i T) \right) \frac{1}{e^{\theta T} - 1}$$

### 22.3.2. Agrupamiento directo

En este caso, los  $n$  componentes son particionados en sub-grupos fijos en el tiempo. Luego un componente es siempre mantenido en el mismo grupo.

Considérese el siguiente ejemplo. Hay 4 componentes, cuyas funciones de costo individuales son de la forma:

$$c_{\phi,1}(t) = c_{\phi,2}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t = 1 \\ \infty & - \end{cases}$$

$$c_{\phi,3}(t) = c_{\phi,4}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t = \sqrt{2} \\ \infty & - \end{cases}$$

En este caso es obvio que la única solución óptima es ejecutar el mantenimiento de los componentes 1 y 2 simultáneamente cada unidad de tiempo, y agrupar el mantenimiento de los componentes 3 y 4 cada  $\sqrt{2}$  unidades de tiempo. Cualquier otro agrupamiento implica costos infinitos. Dado que el cociente entre los intervalos de ambos grupos no es entero, el caso anterior no puede representarse con la estrategia de agrupamiento *indirecto*: no existe un intervalo básico común  $T$  y enteros  $k_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) tal que los grupos  $\{1,2\}$  y  $\{3,4\}$  tengan costos finitos. La estrategia de agrupamiento directo sí puede lograrlo.

---

<sup>2</sup>control 2, semestre 2004-I.

Primero, se particionan los  $n$  componentes en  $m$  grupos. Un grupo es subconjunto no vacío de  $\{1, \dots, n\}$ . Dada la partición  $\mathcal{P} = \{G_1, \dots, G_m\}$  el costo global asociado es

$$c_g = \sum_{j=1}^m \left( \frac{C_s}{T_j} + \sum_{i \in G_j} c_{\phi, i}(T_j) \right) \quad (22.6)$$

con

$$T_j > 0, j = 1, \dots, m$$

**Observación 74** En cada grupo  $G_j$  todas las tareas tienen el mismo intervalo:  $T_j$ .

Disponiendo de la partición  $\mathcal{P}$  la minimización de (22.6) es relativamente sencilla. Lo difícil es encontrar  $\mathcal{P}$  óptimo. El número posible de particiones crece extremadamente rápido con  $n$  y son referidos como los *números de Bell* que satisfacen:

$$B_{n+1} = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} B_i$$

con

$$B_0 = 1$$

### 22.3.3. Agrupamiento indirecto con intervalos básicos múltiples

En este caso se combinan las dos estrategias anteriores donde los  $n$  componentes son particionados en sub-grupos, y dentro de estos sub-grupos se aplica agrupamiento indirecto. Ello equivale a tener múltiples ( $k_i$ ) intervalos básicos  $T_j$ ; uno para cada sub-grupo  $j$ .

$$c_g = \sum_{j=1}^m \left\{ \Delta(\mathbf{k}) \frac{C_s}{T} + \sum_{i \in G_j} c_{\phi, i}(k_i T_j) \right\} \quad (22.7)$$

con

$$k_i \in \mathbb{N}$$

$$T_j > 0, j = 1, \dots, m$$

Desafortunadamente, este problema es aún mas difícil que los anteriores.

**Observación 75** Si el costo grupal  $C_s$  tiende a cero, se hace óptimo mantener los componentes individualmente. En ese caso hay  $n$  intervalos básicos  $T_j$ ,  $\mathcal{P} = \{1, \dots, n\}$  y todos los  $k_i$  son iguales a uno. Se trata de un caso especial de agrupamiento directo.

En este capítulo trataremos la solución de la estrategia de agrupamiento indirecto.

## 22.4. Modelos del deterioro $C_{m,i}(t)$

Goyal y Gunasekaran (1992)[175] proponen

$$C_{m,i}(t) = \begin{cases} \int_0^{\kappa_i(t-t_{x,i})} (a_i + b_i t) dt & \text{si } t > t_{x,i} \\ 0 & - \end{cases} \quad (22.8)$$

y  $a_i, b_i, t_{x,i}, \kappa_i$  son los parámetros (no negativos) asociados al componente  $i$ . O, al evaluar la integral,

$$C_{m,i}(t) = \begin{cases} a_i \kappa_i (t - t_{x,i}) + \frac{1}{2} b_i \kappa_i^2 (t - t_{x,i})^2 & \text{si } t > t_{x,i} \\ 0 & - \end{cases} \quad (22.9)$$

La figura 22.2 muestra un diagrama de la función de costos individuales de cada componente.

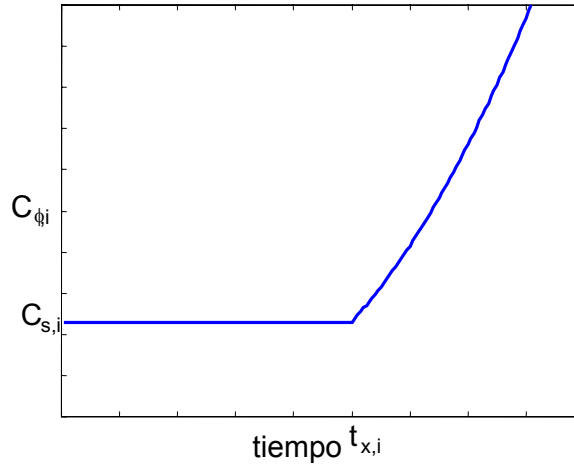


Figura 22.2: Incremento de costos de intervención por deterioro

Goyal y Kusy (1985)[3] proponen un deterioro de la forma

$$C_{m,i}(t) = \int_0^t (f_i + v_i t^e) dt$$

donde  $f_i$  y  $v_i$  son constantes no negativas y  $e \geq 0$ .

Baker y Christer (1994)[4] consideran la falla como un proceso con 2 fases; cada componente  $i$  pasa por un estado intermedio observable (estado *defectuoso*) y la falla solo ocurre tras un cierto intervalo posterior (que llamaremos *delay*). El componente  $i$  es inspeccionado cada  $t$  unidades de tiempo para verificar si está defectuoso y, si es el caso, es reemplazado inmediatamente. Si un componente falla antes de la inspección, también es inmediatamente reemplazado. En caso de pasar la inspección, el componente es considerado *tan bueno como nuevo*. Ello es válido si la aparición del defecto es del tipo exponencial, con densidad de probabilidad  $g_i$  y probabilidad acumulada

$$p_{g,i}(t) = \int_0^t g_i(t) dt$$

Si el delay tiene una probabilidad acumulada  $F_i(t)$  entonces el tiempo para que aparezca la falla tiene una probabilidad acumulada

$$p_{k,i}(t) = \int_0^t g_i(u) F_i(t - u) du$$

De lo anterior,

$$C_{m,i}(t) = c_i^f n_i(t) + C_i^r \left[ \{p_{g,i}(t) - p_{k,i}(t)\} + \int_0^t n_i'(y) [p_{g,i}(t - y) - p_{k,i}(t - y)] dy \right]$$

donde

$n_i(t)$  es el número esperado de fallas en  $[0, t]$ ;

$n_i'(t)$  es su derivada con respecto al tiempo;

$c_i^f$  es el costo de reemplazo correctivo;

$C_i^r$  es el costo incurrido cuando el componente es reemplazado tras ser detectado defectuoso tras una inspección.

En general, el costo de inspección ( $C_{s,i}$ ) de un componente ya incluye el costo del reemplazo preventivo  $C_i^r$ , y tenemos

$$C_{m,i}(t) = c_i^f n_i(t)$$

	A	B	C	D	E	F	G
1	$C_s$	800					
2				Tipo			Unidades
3		1	2	3	4	5	
4	$n_i$	10	24	30	16	12	
5	$C_{s,i}$	198	192	193	205	204	um/u
6	$a_i$	80	50	90	85	95	um/ut
7	$b_i$	3	2	1	1,5	2,5	um/ut2
8	$t_{x,i}$	0,8	0,6	0,4	0,6	0,5	ut
9	$\kappa_i$	0,9	0,95	0,85	0,95	0,94	adimensional
10							
11	$k_i T$	12,78	12,78	25,57	12,78	12,78	ut
12	$k_i T > t_{x,i}$	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	
13	$C_{m,i}$	10373,74	17105,71	64627,12	17349,93	15163,96	um
14	$C_{\phi,i}$	966,32	1698,46	2754,04	1613,69	1377,62	um/ut
15	$C_s/T$	62,58					um/ut
16	$\Sigma C_{\phi,i}$	8410,14					um/ut
17	$c_g$	8472,72					um/ut
18	$k_i$	1	1	2	1	1	
19	$T$	12,78					um

Figura 22.3: Modelo Excel

## 22.5. Ejemplo

Considere el ejemplo de referencia [175] (modelo de ecuación 22.8). Se tienen 5 diferentes tipos de componentes, eso es, los componentes de cada tipo son idénticos. El número  $n_i$  de componentes del tipo  $i$ ,  $i = 1, \dots, 5$  son 10, 24, 30, 16 y 12 respectivamente, y por lo tanto hay 92 componentes. La figura 22.3 muestra los parámetros (en azul) y resultados (en verde las funciones, en rojo los parámetros) para el ejemplo. Nótese que dado que los componentes de cada tipo son idénticos y tratados de la misma forma, el problema es equivalente a la situación donde solo hay solo 5 componentes distintos; en ese caso los parámetros  $C_{s,i}$ ,  $a_i$  y  $b_i$  deben ser multiplicado por el número  $n_i$  de componentes tipo  $i$

### 22.5.1. Agrupamiento indirecto

(Todos los componentes tipo  $i$  son mantenidos cada  $k_i T$  unidades de tiempo).

Nótese que para calcular  $C_{m,i}(k_i T)$  se considera la función Booleana *TRUE* para verificar que  $k_i T$  sea mayor que el parámetro  $t_{x,i}$  (fila 12).

Las figuras 22.3 y 22.4 muestran la hoja Excel utilizada para el modelo y las restricciones utilizadas respectivamente. La solución fue encontrada en menos de 2 segundos en un Pentium III con 256 Mb RAM Windows/Office XP. Los valores iniciales para las variables fueron unitarios.

### 22.5.2. Agrupamiento directo

Para considerar el agrupamiento directo (ecuación 22.6):

$$c_g = \sum_{j=1}^m \left( \frac{C_s}{T_j} + \sum_{i \in G_j}^n c_{\phi,i}(T_j) \right) \quad (22.10)$$



Figura 22.4: Objetivo y restricciones

con

$$T_j > 0, j = 1, \dots, m$$

Definimos dos variables binarias auxiliares,

$$I_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si la tarea } i \in G_j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y

$$K_j = \begin{cases} 1 & \text{si } |G_j| > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

El problema se convierte entonces en encontrar los valores  $I_{i,j}$  y  $T_j$  que minimizan

$$c_g = \sum_{j=1}^m \left( \frac{C_s}{T_j} K_j + \sum_{i \in G_j} c_{\phi,i}(T_j) \right) \quad (22.11)$$

**Observación 76** La inclusión de  $K_j$  en la función objetivo anula la posibilidad de tener grupos con 0 elementos que influyan en el costo total por unidad de tiempo.

El máximo número posible de grupos es  $n$ . Luego,  $j = 1, \dots, n$ .

Las restricciones aplicadas son:

$$T_j > 0$$

$$I_{i,j} \in \{0, 1\}$$

Cada tarea  $i$  solo puede pertenecer a un grupo,

$$\sum_j I_{i,j} = 1$$

La figura 22.5 muestra la implementación en Excel del problema ya tratado con agrupamiento indirecto (figura 22.3). Los valores para iniciar las iteraciones son:

$$I_{i,j} = \delta_{i,j}$$

$$T_j = 1$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$C_s$	800						
2				Tipo				
3	i	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5		
4	$n_i$	10	24	30	16	12		
5	$C_{s,i}$	198	192	193	205	204		
6	$a_i$	80	50	90	85	95		
7	$b_i$	3	2	1	1,5	2,5		
8	$t_{x,i}$	0,8	0,6	0,4	0,6	0,5		
9	$k_i$	0,9	0,95	0,85	0,95	0,94		
10	grupo\compor	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5		
11	j=1	11,79	11,79	0,00	11,79	11,79		
12	j=2	0,00	0,00	19,45	0,00	0,00		
13	j=3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
14	j=4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
15	j=5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
16	$T_j$	11,79	11,79	19,45	11,79	11,79		
17	$T_j > t_{x,i}?$	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO		
18	$C_{m,i}$	9996,81	16091,03	49387,21	16123,98	14182,03		
19	$C_{\phi,i}$	1015,93	1755,79	2837,23	1645,94	1410,64		
20								
21	grupo\compor	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	$\Sigma C_{\phi_i} * I(i,j)$	$C_s / T_j * K_j$
22	j=1	1015,93	1755,79	0,00	1645,94	1410,64	5828,29	67,86
23	j=2	0,00	0,00	2837,23	0,00	0,00	2837,23	41,14
24	j=3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	j=4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
26	j=5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
27							8665,53	109,00
28							$c_g$	8774,5
29	grupo\compor	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	$T_j$	$K_j$
30	j=1	1	1	0	1	1	11,79	VERDADERO
31	j=2	0	0	1	0	0	19,45	VERDADERO
32	j=3	0	0	0	0	0	33,43	FALSO
33	j=4	0	0	0	0	0	28,07	FALSO
34	j=5	0	0	0	0	0	26,32	FALSO
35	$\Sigma I$	1	1	1	1	1	5	

Figura 22.5: Modelo Excel para agrupamiento directo



Figura 22.6: Restricciones

con  $i = 1, \dots, 5$ ,  $j = 1, \dots, 5$ .

Los valores a los que llegó el solver tras aproximadamente 10 segundos en un Pentium III, 256 Mb RAM, con Windows/Office XP. Podemos apreciar que tal como en agrupamiento indirecto, se ha llegado a 2 grupos óptimos (iguales a los obtenidos con agrupamiento indirecto):

$$\begin{aligned} G_1 &= \{1, 2, 4, 5\} \\ G_2 &= \{3\} \end{aligned}$$

Cuyas intervalos de repetición son:

$$\begin{aligned} T_1 &= 11,79 \text{ ut} \\ T_2 &= 19,45 \text{ ut} \end{aligned}$$

Lo que se compara con los valores obtenidos con agrupamiento indirecto: 12,78 y  $12,78 \times 2 = 25,57$  respectivamente. Se aprecia que la solución es peor que la obtenida con agrupamiento indirecto pues en ese caso se obtuvo  $c_g = 8472,72$  mientras que con agrupamiento directo,

$$c_g = 8774,52 \text{ um/ut}$$

lo que está bastante cerca:

$$\begin{aligned} \varepsilon \% &= 100 \left( \frac{8774,52}{8472,72} - 1 \right) \\ &= 3,56 \% \end{aligned}$$

Este resultado está reñido con la hipótesis de que la solución debería ser mejor que la obtenida con agrupamiento indirecto por tener menos restricciones y mas grados de libertad. Sin embargo, se debe tener en cuenta la naturaleza no lineal del problema y la existencia de mínimos locales en la función objetivo.

**Observación 77** *El modelo de agrupamiento directo presentado no muestra la economía de escala cuando un  $T_j$  es múltiplo exacto de otro  $T_k$ . Ello muestra claramente la discontinuidad de la función objetivo.*

## 22.6. Agrupamiento indirecto con tasa de fallas tipo Weibull

Considérense  $i = 1, \dots, n$  tipos de componentes. El costo del reemplazo de cada componente es  $C_{s,i} + C_S$  (si se hace por separado). El costo del reemplazo correctivo de cada componente es  $C_i^r$  y se considera que una reparación restituye el componente al estado justo antes de la falla<sup>3</sup>. Sea  $\lambda_i(t)$  la tasa de fallas del componente  $i$ . El costo esperado por intervenciones correctivas para cada componente en el intervalo  $[0, T]$  es

$$C_i^r \int_0^T \lambda_i(t) dt$$

Si se asume que las tasas de fallas siguen una distribución de Weibull con 2 parámetros, se tiene

$$\lambda_i(t) = \frac{\beta_i}{\eta_i} \left( \frac{t}{\eta_i} \right)^{\beta_i - 1}$$

luego los costos esperados por mantenimiento correctivo toman la forma

$$C_{m,i}(T) = C_i^r \int_0^T \lambda_i(t) dt = C_i^r \left( \frac{T}{\eta_i} \right)^{\beta_i} \quad (22.12)$$

**Ejemplo 91** *Para efectos ilustrativos tomaremos el caso descrito en ref. [2]. Las tasas de falla y costos se describen en la tabla 22.1. El costo de grupo es  $C_s = 15$ .*

<sup>3</sup> $C_i^r$  no solo incluye los costos de intervención correctivos sino que además el costos de falla  $C_S$ . NdP.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\eta_i$	159	159	190	285	108	285	49	97
$\beta_i$	1.7	1.7	2.0	2.0	1.7	2.0	1.25	1.75
$C_{s,i}$	105	225	345	165	585	345	105	345
$C_i^r$	92	182	28	30	172	30	90	50

---

$i$	9	10	11	12	13	14	15	16
$\eta_i$	84	149	190	117	205	281	281	285
$\beta_i$	1.5	1.5	2.0	1.7	1.75	1.75	1.75	2.0
$C_{s,i}$	345	45	345	885	225	105	105	225
$C_i^r$	76	12	28	66	36	22	22	30

Cuadro 22.1: Datos del ejemplo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1																	
2	$C_s$	15															
3	$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	$\eta_i$	159	159	190	285	108	285	49	97	84	149	190	117	205	281	281	285
5	$\beta_i$	1.7	1.7	2	2	1.7	2	1.25	1.75	1.5	1.5	2	1.7	1.75	1.75	1.75	2
6	$C_{s,i}$	105	225	345	165	585	345	105	345	345	45	345	885	225	105	105	225
7	$C_i^r$	92	182	28	30	172	30	90	50	76	12	28	66	36	22	22	30
8																	
9	$k_i \cdot T$	191.6	191.6	670.6	670.6	287.4	958	191.6	383.2	383.2	574.8	670.6	670.6	766.4	766.4	766.4	766.4
10	$C_{m,i}$	126.3	249.9	348.8	166.1	908.1	339	494.9	553.8	740.5	90.92	348.8	1284	286.5	127.3	127.3	216.8
11	$c_{\phi,i}$	1,207	2,479	1,035	0,494	5,195	0,714	3,131	2,345	2,833	0,236	1,035	3,235	0,763	0,303	0,303	0,577
12	$C_s/T$	0,157															
13	$\sum c_{\phi,i}$	25,88															
14	$c_g$	26,04															
15	$k_i$	2	2	7	7	3	10	2	4	4	6	7	7	7	8	8	8
16	$T$	95,8															

Figura 22.7: Valores óptimos

Si el componente  $i$  es reemplazado tras su falla y preventivamente cada  $T$  unidades de tiempo se tiene que la función de deterioro del costo individual  $C_{m,i}(T)$  toma la forma (22.12).

Las figuras 22.7 y 22.8 muestran los valores óptimos para este modelo. el proceso iterativo demoró aproximadamente 14 minutos en Excel XP sobre un PC con procesador Pentium III con 256 Mb RAM. El número máximo de iteraciones se fijó en 10000 (figura 22.9).

**Observación 78** *Notese que  $\min(\mathbf{k})$  es mayor que 1. En estricto rigor corresponde agregar el factor de corrección definido en el problema extendido (22.3). Aun sin ser óptima para el problema extendido, al evaluar (22.3) para la pareja encontrada  $(\mathbf{k}^*, T^*)$  el valor del costo global esperado por unidad de tiempo es*

$$c_{g,ext} = 25,995$$

*el cual puede ser comparado con la solución del problema relajado asociado (o sea, donde no los miembros*



Figura 22.8: Objetivo y restricciones



Figura 22.9: Parámetros para la búsqueda

de  $\mathbf{k}$  pueden ser números reales y no naturales necesariamente. El óptimo del problema relajado es

$$c_{g,rel} = 25,921$$

el cual es un borne inferior para la solución. El óptimo encontrado está a solo

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{c_{g,ext} - c_{g,rel}}{c_{g,rel}} \\ &= \frac{25,995 - 25,921}{25,921} \\ &= 0,29\% \end{aligned}$$

del borne inferior, lo que es considerado pequeño.

Otra posibilidad es considerar como referencia la optimización de cada componente por separado tenemos entonces que encontrar el mínimo de

$$c_{\phi,i}(T_i) = \frac{C_{s,i}(T_i) + C_s + C_{m,i}(T_i)}{T_i}$$

problema que es de una variable ( $T_i$ ) y que puede ser resuelto derivando. En caso de que  $C_{m,i}(T_i)$  tome la forma (22.12), los valores óptimos son de la forma:

$$T_i^* = \sqrt[\beta_i]{\frac{C_{s,i} + C_s}{C_i^r} \frac{\beta_i}{\beta_i - 1}} \quad (22.13)$$

y

$$c_{\phi,i}(T_i^*) = \frac{C_{s,i} + C_s}{T_i^*} \frac{\beta_i}{\beta_i - 1} \quad (22.14)$$

La figura (22.10) muestra los resultados obtenidos para los datos del ejemplo. La suma sobre los 16 componentes es:

$$c_{g,ind} = 26,40$$

lo que nos da una idea de la importancia relativa entre considerar o no la interacción económica entre los componentes, para este ejemplo.

**Observación 79** *Notese que si se optimiza de manera individual se está considerando que solo se ejecuta una intervención en cada ocasión.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1																	
2	$C_s$	15															
3	$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	$\eta_{ij}$	159	159	190	285	108	285	49	97	84	149	190	117	205	281	281	285
5	$\beta_i$	1,7	1,7	2	2	1,7	2	1,25	1,75	1,5	1,5	2	1,7	1,75	1,75	1,75	2
6	$C_{s,i}$	105	225	345	165	585	345	105	345	345	45	345	885	225	105	105	225
7	$c_i^*$	92	182	28	30	172	30	90	50	76	12	28	66	36	22	22	30
8																	
9	$T_i^*$	229,3	230,8	681,3	698,1	277,8	987,3	187,0	353,2	376,1	691,6	681,3	671,1	714,4	873,2	873,2	806,1
10	$c_{\phi,i}^*$	1,27	2,53	1,06	0,52	5,25	0,73	3,21	2,38	2,87	0,26	1,06	3,26	0,78	0,32	0,32	0,60

Figura 22.10: Optimización individual

## 22.7. Comentarios finales

Hemos presentado una estrategia general para coordinar las frecuencias entre intervenciones preventivas para sistemas con múltiples componentes, en condiciones estacionarias.

Se ha considerado en la función objetivo el incremento de costos debido al deterioro de los componentes con la edad.

Hemos visto que el problema de optimización puede ser complejo de resolver por la naturaleza mixta de las variables (continuas, enteras) y el carácter no lineal de la función objetivo.

Hemos presentado un ejemplo numérico donde se ha mostrado la implementación en entornos reales. Aparece la observación de la dificultad en estimar los parámetros a utilizar en el modelo; por ejemplo, los parámetros de deterioro en los costos de intervención.

Por supuesto, debido a la naturaleza estacionaria del análisis, hay factores transitorios que no son considerados y que pueden ofrecer oportunidades de ahorro. Por ejemplo, uso variable de equipos, estacionalidad en la producción, etc.

Una posible mejora al modelo es considerar una tasa de descuento para tomar el valor del dinero en el tiempo en cuenta. Ello ha sido propuesto para el modelo con agrupamiento indirecto (ver §22.3.1).

# Bibliografía

- [1] Wildeman, R.E. *The art of Grouping Maintenance*. Ph.D. thesis, Erasmus University, Rotterdam, 1996. [\[bajar\]](#)
- [2] Goyal, S.K. and Gunasekaran, A., *Determining Economic Maintenance Frequency of a Transport Fleet*, International Journal of Systems Science, 4, 655-659, 1992.
- [3] Goyal, S.K. and Kusy, M.I., *Determining Economic Maintenance Frequency for a Family of Machines*, Journal of the Operational Research Society, 36, 1125-1128, 1985.
- [4] Baker, R.D., and Christer, A.H., *Review of Delay-Time OR Modelling of Engineering Aspects of Maintenance*, European Journal of Operational Research, 73, 407-422, 1984.
- [5] Dekker, R., Wildeman, R.E., Schouten, F.A.V.D., *A review of multi-component maintenance models with economic dependence*, Mathematical Methods of Operations Research, 45(3), 411-435, 1997. [\[bajar\]](#)
- [6] Wildeman, R.E., Dekker, R., Smit, A., *A dynamic policy for grouping maintenance activities*, European Journal Of Operational Research, 99(3), 530-551, 1997. [\[bajar\]](#)
- [7] Talukder M.S.; Knapp G.M., *Equipment assignment to multiple overhaul blocks in series systems*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 2002, 8(4), 319-330.



## Capítulo 23

# Reemplazo de equipos

The reasonable man  
adapts himself to the world;  
the unreasonable one persists in trying to adapt the world to himself;  
Therefore, all progress depends on the unreasonable man.  
*George Bernard Shaw.*

All we have to do on this basis is to compute  $X$  (the average annual cost) at the end of each year for the total time the machine has been used up to that date and discard the machine when  $X$  ceases to decrease and begins to increase, provided labor costs and the like have remained constant. If these costs have increased, however, we can well continue to use the old machine after the minimum has been passed. It is then only necessary to compute the unit cost for each year from that point on and discard the machine when the annual unit cost becomes greater than the estimated unit cost for a new machine under the changed economic conditions.

*J.S. Taylor*[15]

### 23.1. Introducción

Aquí se trata de evaluar el periodo óptimo de reemplazo de equipos. Ello se justifica por el incremento en los costos de mantención y operación. El criterio a utilizar es la minimización del *costo medio* durante la vida del equipo. Factores tales como la depreciación y la inflación serán tomados en cuenta.

El problema de optimización inicial considera la minimización del costo global por unidad de tiempo considerando la compra, la reventa y los costos de operación y mantenimiento del equipo considerado.

Los modelos que veremos en este capítulo consideran que el mantenimiento preventivo no es una variable de decisión. En la práctica, un programa overhaul puede en general extender la vida del equipo.

**Observación 80** *El problema puede ser tratado a partir de datos históricos o a través de modelos predictivos de costos y valores de venta.*

### 23.2. Reemplazo sin considerar tasa de descuento

Sea  
 $A$  el precio de compra del equipo,  
 $C_i$ , el costo de intervención en el periodo  $T_i$ , considerando costos de operación y costo global de mantención,  
 $R_i$ , precio de reventa al final del periodo  $i$ ,

$c_g$ , costo global por unidad de tiempo (calendario u operativo), sin considerar tasa de descuento. Tenemos entonces:

Para encontrar el periodo óptimo para la reventa se tabula  $c_g$ .

Año	Costos	Reventa
1	31970	10500
2	31136	9660
3	31178	8887
4	29660	9178
5	32912	7522
6	35912	6920
7	35330	6366
8	36956	5857

año	Costos	Reventa	$\sum C_i$	$c_g$
1	31970	10500	31970	36470
2	31136	9660	63106	34223
3	31178	8887	94282	33465
4	29660	9178	123944	32691
5	32912	7522	156856	32866
6	35912	6920	192186	33377
7	35330	6366	229142	33967
8	36956	5857	269008	34768

Cuadro 23.2: Análisis de costos

año	$C_i$	$R_i$	$\sum_{i=1}^n (1+r)^{i-1} C_i$	$c_g$	$c_{g,0}$
1	31970	10500	31970	36470	35254
2	31136	9660	65024	34223	32136
3	31178	8887	100103	33465	30528
4	29660	9178	135770	32691	29025
5	32912	7522	176828	32866	28300
6	35912	6920	222767	33377	26613

Cuadro 23.3: Reemplazo considerando inflación

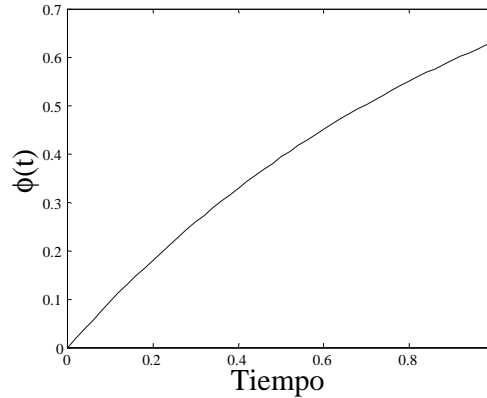


Figura 23.2: Función depreciación exponencial

### 23.3. Reemplazo considerando tasa de descuento

Si se toma una tasa de descuento por unidad de tiempo  $r$ ,

$$c_g(T) = \frac{(1+r)^n A + \sum_{i=1}^n (1+r)^{i-1} C_i - R(T)}{T}$$

en unidades monetarias del instante  $t_n$ . A fin de comparar se debe convertir a unidades del instante 0:

$$c_{g,0}(n) = \frac{c_g(n)}{(1+r)^n}$$

### 23.4. Modelos predictivos (sin inflación)

Sea  $\phi(t)$  la función de depreciación de mercado. El valor del equipo es  $A$ . Su valor residual es:

$$R(t) = A\phi(t)$$

Sea  $C_{om}(t)$  el costo total acumulado (operación y mantenimiento) del equipo; entonces el costo total incurrido  $C_g(t)$  es:

$$C_g(t) = C_{om}(t) + A[1 - \phi(t)]$$

y el costo global por unidad de tiempo es

$$c_g(T) = \frac{C_g(T)}{T}$$

El óptimo punto para reemplazo es donde se minimiza  $c_g(T)$ , o sea donde

$$\frac{dc_g}{dt} = 0$$

Veamos caso por caso:

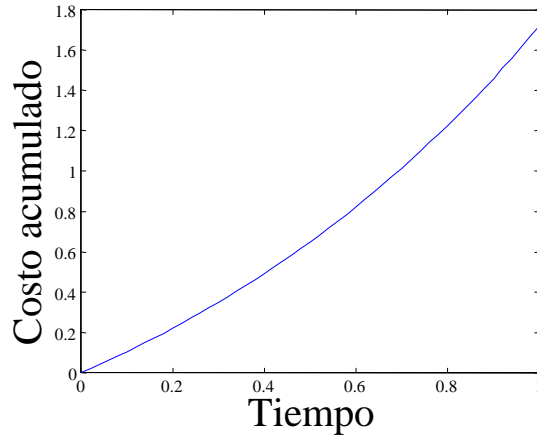


Figura 23.3: Costo acumulado

### 23.4.1. Depreciación lineal y costo lineal

En este caso

$$\phi(t) = 1 - \frac{t}{t_0}$$

$$C_{om}(t) = at$$

Entonces

$$c_g(t) = \frac{\left[1 - \left(1 - \frac{t}{t_0}\right)\right] A + at}{t} = \frac{A}{t_0} + a = cte$$

Por lo que  $\frac{dc_g}{dt} = 0$  para todo  $t$ ; lo que implica que es *indiferente* el instante de reventa.

### 23.4.2. Depreciación exponencial y costo lineal

Se tiene:

$$\phi(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$C_{om}(t) = at$$

luego

$$c_g(t) = \frac{(1 - (1 - e^{-\lambda t})) A + at}{t}$$

$$\frac{dc_g}{dt} = \frac{[(1 + \lambda t) e^{-\lambda t} - 1] A}{t^2}$$

$\frac{dc_g}{dt}$  no se anula para ningún valor de  $t$  y  $c_g(t)$  es una función decreciente; es conveniente *postergar* el reemplazo lo más posible.

### 23.4.3. Depreciación exponencial, costo exponencial

En este caso,

$$\phi(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$C_{om}(t) = a(e^{\mu t} - 1)$$

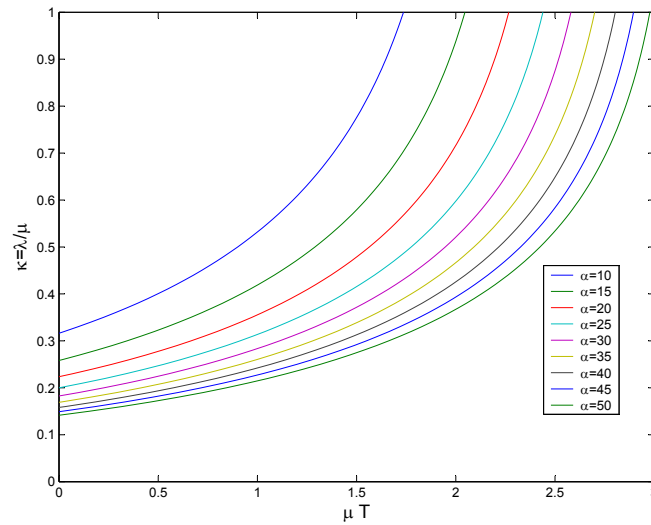


Figura 23.4: Gráfico de Kauffmann

luego,

$$c_g(T) = \frac{[1 - (1 - e^{-\lambda T})] A + (e^{\mu T} - 1) a}{T}$$

lo que puede ser reducido a un problema de una variable con la expresión:

$$\begin{aligned} c_{g\mu} &= \frac{c_g}{\mu a} \\ &= \frac{\alpha e^{-\kappa T_\mu} + e^{T_\mu} - 1}{T_\mu} \end{aligned}$$

con

$$T_\mu = \mu T$$

Derivando e igualando a 0 se consigue la condición de minimización:

$$\frac{1 - e^{\mu T} (1 - \mu T)}{1 - e^{-\lambda T} (1 + \lambda T)} = \frac{A}{a}$$

Para resolver se puede usar una gráfica ya preparada o calcular numéricamente.

**Ejemplo 93** Se desea decidir si instalar una nueva correa o continuar reparándola. Se dispone de la siguiente información:

1. Una correa nueva cuesta 90 um,
2. la función de depreciación es exponencial con parámetro  $\lambda = 0,3$
3. la función de costos es exponencial con parámetro  $\mu = 0,6$ ,  $a = 5$

Usando el gráfico de Kauffmann para

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{A}{a} \\ &= \frac{90}{5} \\ &= 18 \end{aligned}$$

y

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,3}{0,6} = 0,5$$

,

$$\mu t = 1,46$$

luego

$$t = \frac{1,46}{0,6} = 2,44 \text{ años}$$

**Ejemplo 94** <sup>1</sup>El valor inicial de un equipo es de 10000 um. Su valor cae en aproximadamente 20 % cada año, respecto del valor del año anterior (por ejemplo, al primer año:  $10000 \times (1 - 0,2) = 8000$ ; al segundo año:  $8000 \times (1 - 0,2) = 6400$ , etc.). Por otro lado, sus costos de mantención y operación tienen un crecimiento exponencial con ley  $1000 [e^{0,22t} - 1]$  um ( $t$  en años). Estime el plazo óptimo de reemplazo.

**Solución 15** Siendo que la depreciación es exponencial basta con estimar el parámetro. En un año el valor decae a 80 %, o sea

$$e^{-\lambda \cdot 1} = 0,8$$

luego,

$$\begin{aligned} \lambda &= -\ln(0,8) \\ &= 0,22 \end{aligned}$$

Según los costos de crecimiento exponencial,

$$\mu = 0,22$$

y  $a = 1000$ ,  $A = 10000$ . Lo cual nos permite usar el gráfico de Kauffmann con  $\lambda/\mu = 1$ ,  $A/a = 10$ . Entonces

$$\begin{aligned} \mu t &\approx 1,75 \\ t &\approx \frac{1,75}{0,22} = 7,95 \text{ años} \end{aligned}$$

**Ejercicio 9** Haga un análisis de la depreciación de mercado de 2 modelos de vehículos (de lujo y económico) con al menos 5 años en el mercado. Ajuste la mejor curva. Compare parámetros para ambos casos. Comente resultados.

**Ejemplo 95** <sup>2</sup>Considere el modelo de reemplazo de Kauffman. Si los costos de operación por unidad de tiempo  $c_{op}$  son constantes ( $c_{op}(t) = c_{op}$ ), es necesario incluirlos en el análisis para el reemplazo del equipo? Demuestre su respuesta.

En este caso se tiene

$$c_g(T) = \frac{[1 - (1 - e^{-\lambda T})] A + (e^{\mu T} - 1) a + c_{op} T}{T}$$

donde

$$a (e^{\mu t} - 1)$$

modela solo los costos acumulados de mantenimiento. Se tiene entonces

$$c_g(T) = \frac{[1 - (1 - e^{-\lambda T})] A + (e^{\mu T} - 1) a}{T} + c_{op}$$

Como es constante, no afecta el problema de minimización que permite encontrar  $T$ , por lo que puede ser descartado del análisis.

---

<sup>1</sup>control 2 me57a , semestre II-2001

<sup>2</sup>control 2, semestre 2004-I.

## 23.5. Modelo considerando tasa de descuento

<sup>3</sup>Se han modelado los costos/unidad tiempo de mantenimiento y operación de un equipo desde que está como nuevo ( $t = 0$ ) según la ley:

$$ce^{\mu t}$$

La inversión inicial en un equipo nuevo tiene costo global  $A$ . El valor de rescate de mercado para un equipo de edad  $t$  es

$$Ae^{-\lambda t}$$

La tasa de descuento continua por unidad de tiempo es  $\theta$ , o sea un flujo unitario ocurrido en  $t$  tiene un valor en dinero de  $t = 0$  de

$$e^{-\theta t}$$

Proponga un modelo para optimizar el costo global sobre un intervalo infinito y usando como variable el intervalo  $T$  entre reemplazos. Consejo: actualice los flujos agrupándolos por ciclo de reemplazo.

Para cada ciclo de reemplazo, se tienen los siguientes flujos:

- la inversión  $A$ ,
- la recuperación del valor de rescate  $Ae^{-\lambda T}$
- los costos acumulados

$$\int_0^T ce^{\mu t} dt = \frac{c}{\mu} (e^{\mu T} - 1)$$

**Observación 81** (34.8) nos da la relación con el modelo anterior para los costos acumulados:

$$a(e^{\mu T} - 1) = \frac{c}{\mu} (e^{\mu T} - 1)$$

para  $T$  relativamente grandes, luego

$$a = \frac{c}{\mu}$$

y el costo global esperado de un ciclo es:

$$A(1 - e^{-\lambda T}) + \frac{c}{\mu} (e^{\mu T} - 1)$$

en unidades monetarias de cuando ocurrieron los flujos. Como una simplificación diremos que para el  $i$ -ésimo ciclo de reemplazo han pasado  $iT$  unidades de tiempo, luego el valor actualizado de ese ciclo es

$$\left( A(1 - e^{-\lambda T}) + \frac{c}{\mu} (e^{\mu T} - 1) \right) e^{-\theta iT}$$

El objetivo es minimizar el costo global sobre  $\infty$  ciclos de vida, luego el problema es

$$C_g(T) = \min_T \sum_{i=1}^{\infty} \left( A(1 - e^{-\lambda T}) + \frac{c}{\mu} (e^{\mu T} - 1) \right) e^{-\theta iT}$$

con

$$T > 0$$

la resolución en Maple entrega:

$$C_g(T) = \frac{A(e^{\lambda T} - 1) + \frac{c}{\mu} e^{\lambda T} (e^{\mu T} - 1)}{e^{\lambda T} (e^{\theta T} - 1)}$$

---

<sup>3</sup>control 2, semestre 2003-II

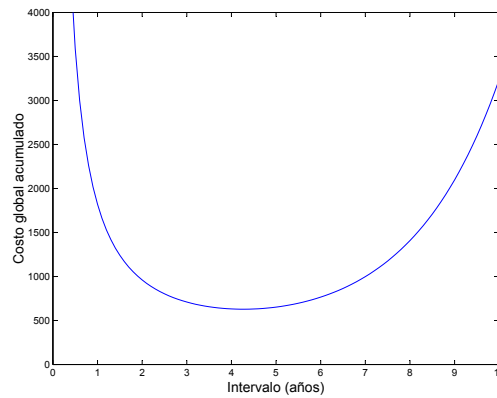


Figura 23.5: Costo total actualizado sobre inf periodos  $\theta = 0,05$

para el ejemplo teníamos

$$\begin{aligned}\frac{c}{\mu} &= a = 5 \\ A &= 90 \\ \lambda &= 0,3 \\ \mu &= 0,6\end{aligned}$$

y si usamos una tasa de descuento continua

$$\theta = 0,05$$

tenemos que el periodo óptimo de reemplazo es  $T^* = 4,3$  años. ver gráfico (23.5).

## 23.6. Modelo considerando estacionalidad en los costos

<sup>4</sup>Existen situaciones donde los costos tienen estacionalidad; por ejemplo, los packings de frutas, las heladerías, etc. Para efectos pedagógicos haremos el análisis para una función de costos de operación y mantenimiento que oscila de forma sinusoidal, pero que se incrementa en el tiempo:

$$c_{om} = ce^{\mu t}(1 + \sin \omega t)$$

La generalización a cualquier función periódica se puede hacer con una descomposición en serie de Fourier:

$$c_{om} = ce^{\mu t} \left[ \sum_{i=0}^{\infty} a_i \sin(i\omega_0 t + \varphi_i) \right]$$

Los costos acumulados durante un periodo de duración  $T$  son

$$\begin{aligned}C_{om}(T) &= \int_0^T c_{om} dt = \int_0^T ce^{\mu t}(1 + \sin \omega t) dt \\ &= c \frac{e^{\mu T} (\mu^2 + \omega^2 - \mu\omega \cos \omega T + \mu^2 \sin \omega T) - (\mu - \omega)^2 - \mu\omega}{\mu(\mu^2 + \omega^2)}\end{aligned}$$

donde  $\omega$  tiene unidades  $rad/ut$  y el periodo  $T_s$  es por tanto:

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega}$$

---

<sup>4</sup>control 2 2004-II

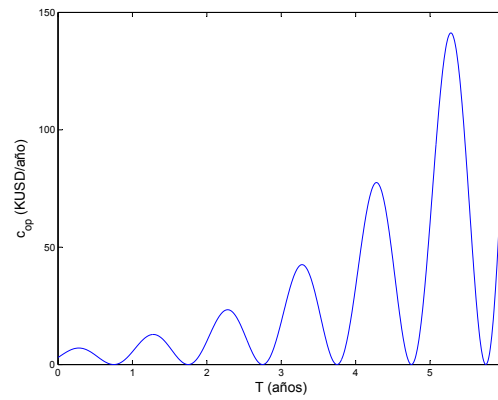
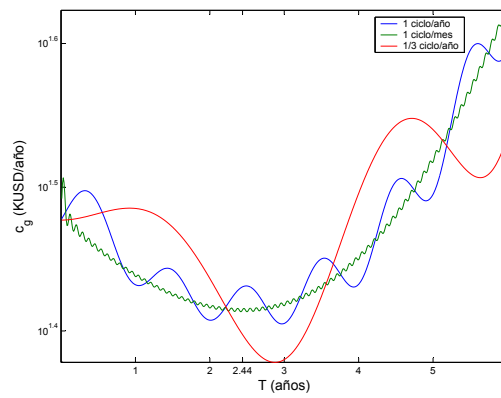


Figura 23.6: Evolución de costos de operación y mantenimiento por unidad de tiempo

Figura 23.7: Costo global esperado por unidad de tiempo para  $T_s = 1, 12, 36$  meses

Notese que la integral sobre un periodo  $T_s$  es

$$ce^{\mu T_s}$$

lo que equivale a despreciar la oscilación.

La función de costo global/ unidad de tiempo queda entonces:

$$c_g(T) = \frac{A(1 - e^{-\lambda T}) + C_{om}(T)}{T}$$

Si el objetivo es minimizar el costo global sobre  $\infty$  ciclos de vida, luego el problema es

$$C_g(T) = \min_T \sum_{i=1}^{\infty} [A(1 - e^{-\lambda T}) + C_{om}(T)] e^{-\theta i T}$$

con

$$T > 0$$

la resolución entrega:

$$C_g(T) = \frac{A(1 - e^{-\lambda T}) + C_{om}(T)}{(e^{\theta T} - 1)}$$

La figura (23.6) muestra la estacionalidad de los costos por unidad de tiempo para el ejemplo de la correa. Los costos globales esperados para varios periodos se muestran en figura (23.7).

Recordemos que la solución sin considerar la estacionalidad es de 2.44 años para el periodo entre reemplazos. Cuando el periodo de la señal es pequeño frente al periodo de reemplazo óptimo sin considerar oscilaciones (Kauffman), la solución es muy similar (en el gráfico se observa para cuando el periodo  $T_s = 1$  mes). Notamos que cuando el periodo es anual, el costo global esperado tiene 2 mínimos (en  $t = 2, 3$ ).

Las oscilaciones que presenta la función objetivo pueden entorpecer seriamente al solver; es necesario ser cauteloso en la solución.

## 23.7. Costo por unidad de tiempo creciente e intervalo finito

Se desea estudiar el problema de reemplazo de un equipo cuyos costos de operación y mantenimiento por unidad de tiempo crecen. El intervalo de análisis es  $T$  ut.

### 23.7.1. Construcción del modelo

- $c_{om}(t)$  es el costo de operación y mantenimiento por unidad de tiempo, tras  $t$  unidades de tiempo desde el reemplazo;
- $C_r$  es el costo del reemplazo;
- Cada  $T_r$  unidades de tiempo se realiza un reemplazo;
- En el intervalo de análisis  $T$  se realizan  $n$  reemplazos.

El costo global en un ciclo de reemplazo es la suma del costo de operación mas el de reemplazo es:

$$C(T_r) = nC_r + (n+1) \int_0^{T_r} c_{om}(t) dt$$

pero

$$(n+1)T_r = T$$

y por tanto,

$$C(T_r) = \frac{T}{T_r} C_r - C_r + \frac{T}{T_r} \int_0^{T_r} c_{om}(t) dt$$

Consideremos el caso

$$c_{om}(t) = C_A - C_B \exp^{-\alpha t}$$

que tiene un comportamiento como el que se observa en figura (??).

Integrando y sumando,

$$C(T_r) = \frac{T}{T_r} C_r - C_r + TC_A + \frac{TC_B}{T_r \alpha} \exp^{-\alpha T_r} - \frac{TC_B}{T_r \alpha}$$

y para minimizar,

$$\frac{dC(T_r)}{dT_r} = \frac{T}{T_r} \left( -\frac{C_r}{T_r} - C_B \exp^{-\alpha T_r} - \frac{C_B}{T_r \alpha} \exp^{-\alpha T_r} + \frac{C_B}{T_r \alpha} \right)$$

igualando a 0, se obtiene la condición:

$$\frac{C_B}{\alpha} - C_r = C_B \left( T_r + \frac{1}{\alpha} \right) \exp^{-\alpha T_r} \quad (23.1)$$

ecuación no lineal en  $T_r$  y que permite encontrarlo. Para resolverlo se puede utilizar algún esquema numérico iterativo. También se puede resolver con el método gráfico, que consiste en:

1. Evaluar el lado izquierdo de (43.2) y marcar la recta obtenida en un gráfico de Costo vs  $T_r$ ;
2. Evaluar el lado derecho y graficar

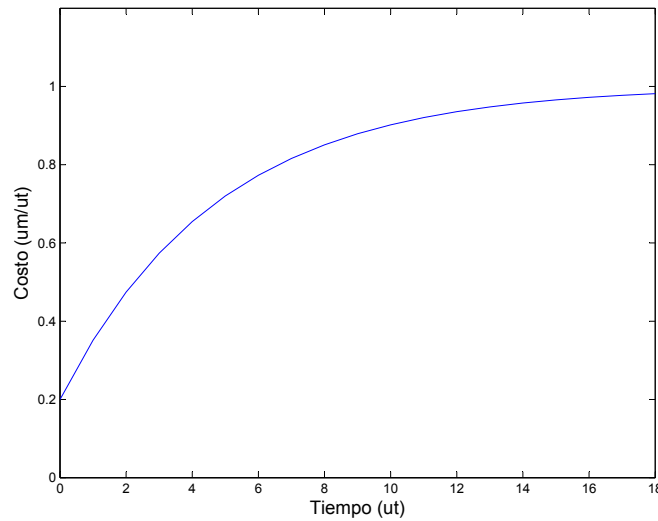


Figura 23.8: Costos esperados por unidad de tiempo crecientes

3. El punto de corte entre ambas establece el intervalo óptimo entre reemplazos.

**Ejemplo 96** Sean los parámetros,

$$C_A = 1,0 \text{ um}$$

$$C_B = 0,8 \text{ um}$$

$$k = 0,21$$

$$C_r = 1,0 \text{ um}$$

El método gráfico (figura 23.9) entrega el valor:

$$T_r^* = 4,75 \text{ ut}$$

óptimo que es verificado al hacer el estudio del costo acumulado sobre  $T$  (figura 23.10).

## 23.8. Equipos con mejoras tecnológicas

### 23.8.1. Planteamiento del problema

Al determinar un reemplazo se debe tomar en cuenta la posible existencia de equipos alternativos, que ofrezcan nuevas tecnologías, con mayor rendimiento, menor costo, mejor calidad. Nuestro objetivo es determinar cuando es conveniente realizar el cambio a la nueva tecnología. Para ello usaremos como criterio la minimización del costo global durante un intervalo  $T$ .

### 23.8.2. Formulación del modelo

Solo consideramos el reemplazo del equipo actual por uno mas moderno. En otros contextos puede tener sentido reemplazar por uno del mismo tipo ya a disposición.

Sean,

#### Indices

$i$ , unidades de tiempo desde el momento del análisis

$j$ , unidades de tiempo desde el momento de la adquisición del nuevo equipo

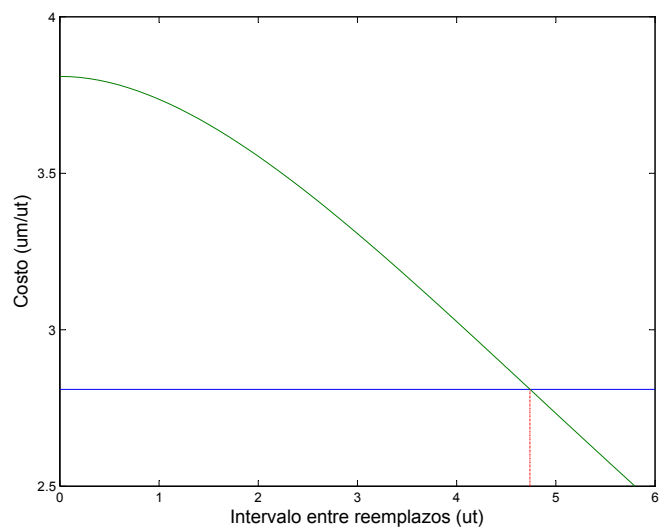


Figura 23.9: Intervalo óptimo entre reemplazos, método gráfico

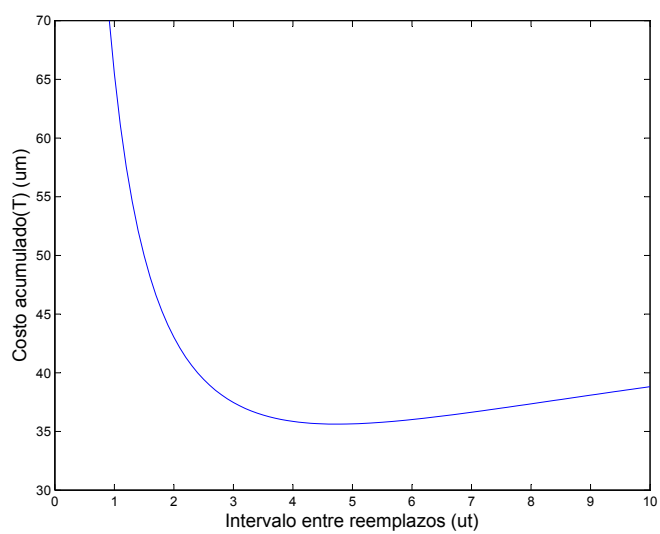


Figura 23.10: Estudio de la función objetivo

	Tiempo (ut)						
Costos (um)	0	1	2	3	4	5	6
$C_{p,i}$		5	6	7	7,5	8	8,5
$S_{p,i}$	3	2	1	0,5	0,5	0,5	0,5
$C_{t,j}$		0,1	0,2	0,5	0,75	1,0	1,2
$S_{t,j}$	10	8	7	6	5	4,5	4

Cuadro 23.4: Parámetros de Costo

**Parámetros**

- $n$ , el número de periodos en que el equipo será requerido.
- $C_{p,i}$ , el costo de mantenimiento del equipo actual en el  $i$ -ésimo periodo, medido desde el momento en que se realiza el análisis.
- $S_{p,i}$ , el valor de reventa del equipo actual en el instante  $i$ .
- $A$ , costo de adquisición del equipo con nueva tecnología.
- $C_{t,j}$ , el costo de mantenimiento del nuevo equipo en la unidad de tiempo  $j$ ,
- $S_{t,j}$ , valor de reventa del equipo moderno tras  $j$  unidades de tiempo en operación
- $r$ , la tasa de descuento por unidad de tiempo

**Variables**

- $T$ , periodo de tiempo en que el equipo es requerido

**Objetivo**

- Minimizar el costo global sobre las  $n$  unidades de tiempo:

$$C_g(T) = \sum_{i=1}^T C_{p,i} r^i + \sum_{j=1}^{n-T} C_{t,j} r^{T+j} + Ar^T - S_{p,T} r^T - S_{t,n-T} r^n \quad (23.2)$$

**23.8.3. Ejemplo numérico**

Se desea analizar un periodo de  $n = 6$  unidades de tiempo. La tabla (23.4) presenta las estimaciones para los costos de mantenimiento y de reventa para los equipos. El nuevo equipo tiene un valor  $A = 10$  um.

La tasa de descuento es,

$$\frac{1}{1 + \iota} = 0,9$$

Los resultados se muestran en figura (23.11). El reemplazo debe hacerse en  $t = 0$ .

**Ejercicio 10** Repetir el ejemplo pero considerando el reemplazo por un equipo nuevo, pero con tecnología antigua. Considerar un costo  $A_v = 0,5A$ .

**Ejercicio 11** Hacer un modelo continuo para el ejemplo anterior. Ajustar curvas de costo y usar tasa de descuento continua.

**23.8.4. Comentarios**

Existen situaciones donde el equipo es requerido durante un intervalo  $T$  que justifica el reemplazo en varias ocasiones y no solo en una, como se modeló aquí.

El modelo propuesto no consideró una mejora en la productividad del equipo, la extensión debiera ser sencilla. Además no se considera la menor confiabilidad de una nueva tecnología.

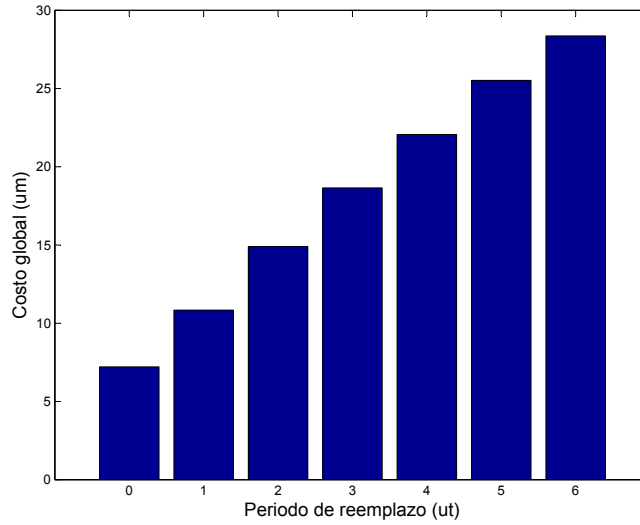


Figura 23.11: Costo global vs intervalo antes de reemplazo por equipo moderno

## 23.9. Programación dinámica

La programación dinámica determina la solución óptima de un problema de  $n$  variables, descomponiéndolo en  $n$  etapas, donde cada etapa incluye un sub-problema de una sola variable. Sus campos de aplicación son extensos. En este capítulo lo aplicaremos al reemplazo de equipos.

La programación dinámica es una metodología recursiva, en el sentido de que la solución óptima de un sub-problema se utiliza como entrada para el siguiente sub-problema. Para el momento en que se resuelva el último sub-problema, se encontrará la solución óptima para el problema completo.

### 23.9.1. Reemplazo de equipos

Supóngase que al principio de cada unidad de tiempo (un año por ejemplo), se debe decidir si es rentable dejar un equipo en operación por un periodo mas, o reemplazarlo por uno nuevo.

#### Descripción del modelo

Sean

$r(t)$  los ingresos durante una unidad de tiempo,

$c(t)$  el costo de intervención (mantenimiento y operación) de la máquina de edad  $t$  durante la unidad de tiempo considerada,

$R(t)$  el valor de recuperación de un equipo que ha operado  $t$  unidades de tiempo,

$A$  es el costo de adquirir una nueva máquina.

Considerando notación del análisis de redes,

1. la etapa  $i$  está representada por el instante  $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .
2. Las alternativas en la etapa  $i$  requieren que la máquina se conserve ( $K$ ) o se reemplace al principio del año  $i$  ( $R$ ).
3. El estado en la etapa  $i$  es la edad del equipo al principio del año  $i$
4. Se define  $f_i(t)$  como el ingreso neto máximo para el periodo  $(t_i, t_n)$  siendo que el equipo tiene  $t$  años al principio del año  $i$ .

$$f_i(t) = \max \begin{pmatrix} r(t) - c(t) + f_{i+1}(t+1) \\ r(0) + (R(t) - A) - c(0) + f_{i+1}(1) \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{si se conserva} \\ \text{si se reemplaza} \end{matrix}$$

5.  $f_{n+1}(t) \equiv 0$

6. el objetivo es maximizar el ingreso neto del equipo sobre las  $n$  unidades de tiempo a seguir.

**Observación 82** *En este modelo la vida remanente del equipo ha sido predeterminada; para establecer el óptimo de  $n$ , se puede iterar.*

**Observación 83** *En programación dinámica las decisiones solo pueden ser tomadas en forma discreta en el tiempo.*

**Observación 84** *En caso de que el rendimiento del equipo sea constante podría considerarse la minimización del costo global sobre los años remanentes. Nótese como en este caso no es el costo global de mantenimiento lo que debe minimizarse. La evolución de la eficiencia de producción del equipo y/o la evolución de la demanda del mercado también cuentan.*

Para explicar el método usaremos un ejemplo

### 23.9.2. Ejemplo

Una compañía necesita determinar la política de reemplazo óptima para una máquina que actualmente tiene 3 años, para los próximos 4 años, es decir, hasta principios del año 5. La política de la empresa requiere que una máquina de 6 años sea reemplazada. El costo de una máquina nueva es de 100 *um*. La tabla 23.5 entrega los demás datos.

Edad años	Ingresos $r$ ( <i>um</i> )	Costos $c$ ( <i>um</i> )	Valor de rescate $R$ ( <i>um</i> )
0	20	0,2	—
1	19	0,6	80
2	18,5	1,2	60
3	17,2	1,5	50
4	15,5	1,7	30
5	14	1,8	10
6	12,2	2,2	5

Cuadro 23.5: Datos del problema

**Ejemplo 97** *Utilizando los datos del problema de sección anterior, use el modelo de la sección anterior (Kauffman) para comparar resultados.*

*Como primera etapa se deben identificar los parámetros del modelo de Kauffman:*

$$c_g(t) = \frac{\psi(t) + A[1 - \phi(t)]}{t} \quad (23.3)$$

con

$$\begin{aligned} \psi(t) &= a(e^{\mu t} - 1) \\ \phi(t) &= 1 - e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

	Se conserva	Se reemplaza		
$t$	$r(t) - c(t) + R(t+1)$	$s(t) - A + r(0) - c(0) + R(1)$	$f_4(t)$	Decisión
1	$19 - 0,6 + 60 = 78,4$	$20 + 80 + 80 - 0,2 - 100 = 79,8$	79,8	$R$
2	$18,5 - 1,2 + 50 = 67,3$	$20 + 60 + 80 - 0,2 - 100 = 59,8$	67,3	$K$
3	$17,2 - 1,5 + 30 = 45,7$	$20 + 50 + 80 - 0,2 - 100 = 49,8$	49,8	$K$
6	se debe reemplazar	$20 + 5 + 80 - 0,2 - 100 = 4,8$	4,8	$R$

Cuadro 23.6: Etapa 4: a principios del año 4

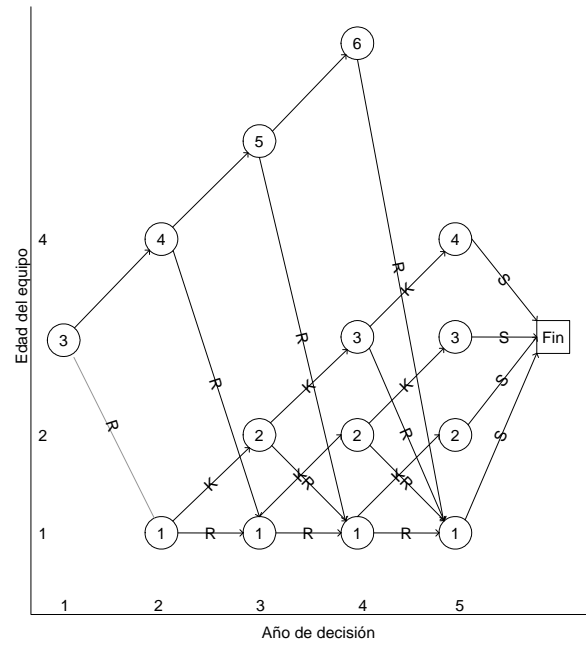


Figura 23.12: Red del problema

Se conserva		Se reemplaza		$f_3(t)$	Decisión
$t$	$r(t) - c(t) + f_4(t + 1)$	$r(0) + s(t) - c(0) - A + f_4(1)$			
1	$19 - 0,6 + 67,3 = 85,7$	$20 + 80 - 0,2 - 100 + 79,8 = 79,6$		85,7	$K$
2	$18,5 - 1,2 + 49,8 = 67,1$	$20 + 60 - 0,2 - 100 + 79,8 = 59,6$		67,1	$K$
5	$14 - 1,8 + 4,8 = 17,0$	$20 + 10 - 0,2 - 100 + 79,8 = 19,6$		19,6	$R$

Cuadro 23.7: Etapa 3: a principios del año 3

Se conserva		Se reemplaza		$f_2(t)$	Decisión
$t$	$r(t) - c(t) + f_3(t + 1)$	$r(0) + R(t) - c(0) - A + f_3(1)$			
1	$19 - ,6 + 67,1 = 85,5$	$20 + 80 - ,2 - 100 + 85,7 = 85,5$		85,5	$K$ o $R$
4	$15,5 - 1,7 + 19,6 = 33,4$	$20 + 30 - 2 - 100 + 85,7 = 35,5$		35,5	$K$

Cuadro 23.8: Etapa 2: a principios del año 2

Se conserva		Se reemplaza		$f_1(t)$	Decisión
$t$	$r(t) - c(t) + f_2(t + 1)$	$r(0) + R(t) - c(0) - A + f_2(t)$			
3	$17,2 - 1,5 + 35,5 = 51,2$	$20 + 50 - ,2 - 100 + 85,5 = 55,3$		55,3	$R$

Cuadro 23.9: Etapa 1: a principios del año 1

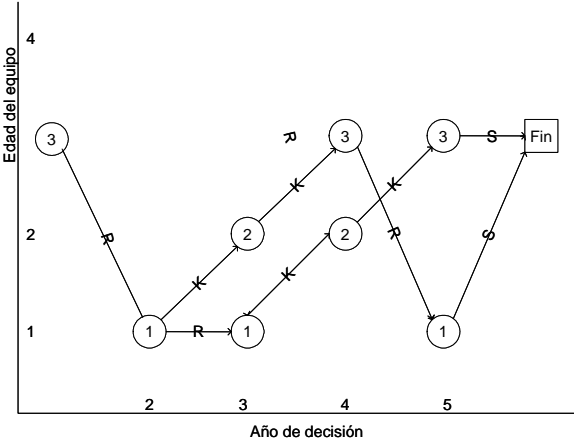


Figura 23.13: Resultados

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
3	Instante	Edad al inicio	C <sub>i</sub>	Valor de rescate R	ψ	ψ ajustado	Error cuadrático ψ	R ajustado	Error cuadrático R
4	t	T	C <sub>i</sub>	rescate R	ψ	ψ ajustado	cuadrático ψ	R ajustado	cuadrático R
5	0			100	0	0,00	0,00	100	0
6	1	0	0,2		0,2	0,55	0,12		
7	2	1	0,6	80	0,8	1,27	0,22	63,6	268,3
8	3	2	1,2	60	2	2,18	0,03	50,7	85,7
9	4	3	1,5	50	3,5	3,37	0,02	40,5	90,7
10	5	4	1,7	30	5,2	4,89	0,09	32,3	5,2
11	6	5	1,8	10	7	6,86	0,02	25,7	248,0
12	7	6	2,2	5	9,2	9,39	0,03	20,5	241,4
13							0,54		939,4
14					a	1,92			
15	t	11,70			μ	0,25			
16	φ	0,93			λ	0,23			
17	c <sub>g</sub>	1,776			A	100,00			

Cuadro 23.10: Estimación de parámetros de Kauffman

Comenzando por los costos acumulados, la tabla xx muestra los valores dados y los ajustados para  $a = 1,92$ ,  $\mu = 0,25$ . Nótese que el problema de estimación de  $a$  y de  $\mu$  es no lineal en  $a$ :

$$\log (\psi-a)=\log a+\mu t$$

La pareja  $(\psi, \mu)$  adecuada entrega una recta. Para resolver se utilizó el solver de Excel que minimizó el error cuadrático (celda G13 en la tabla). El gráfico 23.14 muestra el ajuste, que se considera aceptablemente bueno.

A continuación se graficó el valor residual vs el tiempo y se ajustó con

$$\lambda=0,23$$

(ver gráfico 23.15).

Como los valores quedan fuera del gráfico de Kauffman se minimizó directamente la función objetivo (23.3) con el solver. El resultado es:

$$\begin{aligned} t^{*} &=11,7 \text { años} \\ c_g\left(t^{*}\right) &=1,78 \text { um/año} \end{aligned}$$

lo que viola la restricción de la empresa de sustituir equipos de más de 6 años (decisión no óptima en costos). De todas maneras se podría añadir un término para los ingresos en el modelo de Kauffman.

### 23.10. Estimación del valor residual y costos de operación

Para usar varios de los modelos de reemplazo propuestos es necesario estimar el valor residual del equipo analizado. En general el valor residual depende de 3 parámetros:

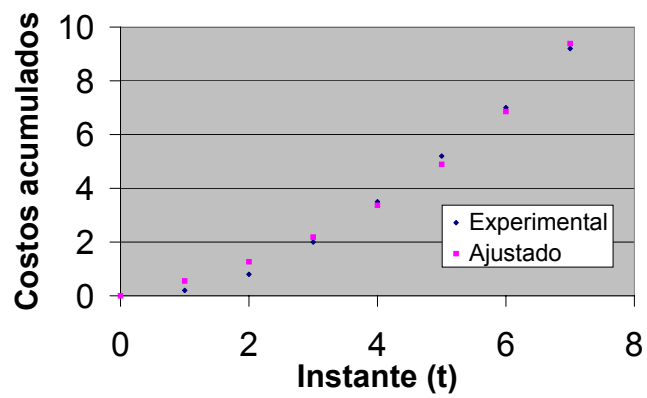


Figura 23.14: Estimación de  $a$  y  $\mu$

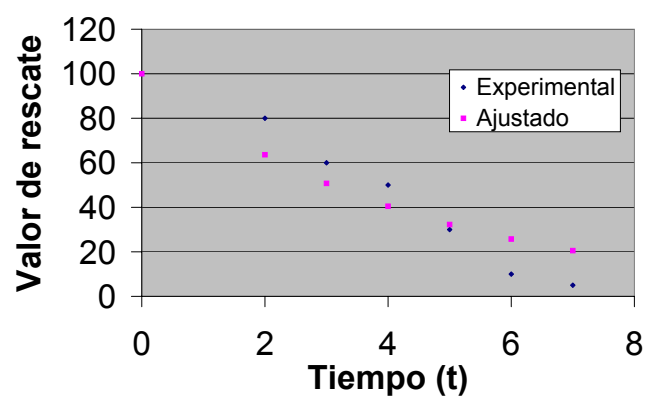


Figura 23.15: Estimación de  $\lambda$

- Su edad  $T$  (unidades de tiempo);
- Su nivel de uso  $T_h$  (unidades de tiempo de operación);
- El rendimiento del equipo  $\eta$  (unidades de producción/unidad de tiempo)

Un modelo general considera el valor residual  $R$  de la forma,

$$R = ka^T b^{T_0} \eta dt$$

Si el rendimiento  $\eta$  es constante,

$$R = ka^T b^{\eta T_h}$$

Si además

$$\alpha = \frac{T_h}{T}$$

es constante

$$\begin{aligned} R &= ka^T b^{\eta \alpha T} \\ &= kb^{\eta \alpha} (e^{\ln ab})^T \\ &= Ce^{-\lambda T} \end{aligned}$$

Si asumimos que en  $t = 0$  el valor residual es igual a la inversión inicial  $A$ ,

$$R(0) = A$$

tenemos que

$$R = Ae^{-\beta T_h}$$

Para estimar  $\lambda$  basta conocer el valor residual de un equipo usado (que no es publicado) aunque es mejor usar varios equipos y hacer un ajuste de mínimos cuadrados. Claro que al usar el modelo anterior estamos asumiendo que todos los equipos tienen el mismo nivel de uso  $T_h$ . Es mejor usar entonces,

$$R = Ae^{-\beta_1 T} e^{-\beta_2 T_h}$$

La estimación de los costos de operación puede tornarse subjetiva en la medida en que faltan registros adecuados. En caso de no haber antecedentes de costos,

- Identificar los componentes del equipo de mayor criticidad, ya sea por su frecuencia de falla o por su costo de intervención;
- fijar presupuesto/unidad de tiempo;
- Determinar programa de recambio para los componentes críticos;
- Estimar costos de componentes consumibles (combustible, neumáticos, etc.);
- Calcular costo de operación por unidad de tiempo a lo largo de la vida del equipo.

La figura 23.16 muestra un ejemplo de estimación de costos para un camión minero de 150 Toneladas. Tras un análisis de este tipo se logra una tabla como la mostrada en figura 23.17, donde se muestra una proyección de los costos en el tiempo, con la cual se puede ajustar algún modelo como el mostrado en figura 23.18.

## 23.11. Comentarios finales

En este capítulo hemos presentado varios métodos para decidir intervalos e instantes óptimos para el reemplazo de equipos. Los modelos son determinísticos y bastante generales para la estimación de los costos. Se nota la inclusión de costos e ingresos de producción, los cuales son considerados dependientes de la edad del equipo. Alguno de los modelos ha considerado el valor de los flujos en el tiempo a través de la tasa de descuento. Debido a su nivel de agregación puede ser conveniente considerar modelos más complejos, como los que veremos en los próximos capítulos.

	A	B	C	D	E	F	G	H
4	Item	Cantidad	Frecuencia	Precio Unitario KUSD		Valor Residual antes falla KUSD	Diferencia KUSD (D-F)	Precio total recambio KUSD (B*G)
5								
6								
7								
8	Motor diesel	1	12	230		120	110	110
9	Turbo	4	6	6,5			6,5	26
10	Injector	12	6	1,7			1,7	20,4
11	Culata	12	12	2,5			2,5	30
12	Piston	12	12	2,7			2,7	32,4
13	Camisa	12	12	0,3			0,3	3,6
14	Motor de arranque	1	3,5	2,7			2,7	2,7
15	Compresor	1	6	1,5			1,5	1,5
16	Convertidor	1	12	40		14	26	26
17	Transmisión	1	12	130		33	97	97
18	Diferencial	1	12	45		12,5	32,5	32,5
19	Mando final	2	12	85		46,5	38,5	77
20	Suspensión delantera	2	12	69		8	61	122
21	Suspensión trasera	2	12	19		5,5	13,5	27
22	Bomba freno y dirección	1	12	3,4			3,4	3,4
23	Bomba Levante	1	12	4			4	4
24	Cilindro dirección	1	12	5,4		2	3,4	3,4
25	Cilindro Levante	1	12	31		16	15	15
26	Tolva	1	24	12			12	12

Figura 23.16: Estimación de costos y frecuencias por componente

	A	B	C	D	E	F	G	H
46	Año	1	2	3	4	5	6	7
47	Petroleo	17,65	19,50	21,55	23,81	26,31	29,08	32,13
48	Neumáticos	13,60	14,35	15,14	15,97	16,85	17,77	18,75
49	Acelte/Grasa	4,19	4,44	4,71	4,99	5,29	5,61	5,94
50	Mantenición	4,40	4,66	4,94	5,24	5,55	5,89	6,24
51	Motor Diesel	0,00	18,33	0,00	18,33	0,00	18,33	0,00
52	Transmisión	0,00	0,00	16,17	0,00	16,17	0,00	16,17
53	Diferencial	0,00	0,00	5,42	0,00	5,42	0,00	5,42
54	Mando Final	0,00	0,00	12,83	0,00	12,83	0,00	12,83
55	Cilindros	0,00	2,50	0,00	2,50	0,00	2,50	0,00
56	Supensiones	0,00	20,33	0,00	20,33	0,00	20,33	0,00
57	Tolva	0,17	0,17	0,17	0,00	2,00	0,00	0,00
58	Otras	14,00	14,84	15,73	16,67	17,67	18,74	19,86
59	Total	54,01	99,12	96,66	107,84	108,09	118,25	117,34

Figura 23.17: Estimación de costos del sistema vs el tiempo

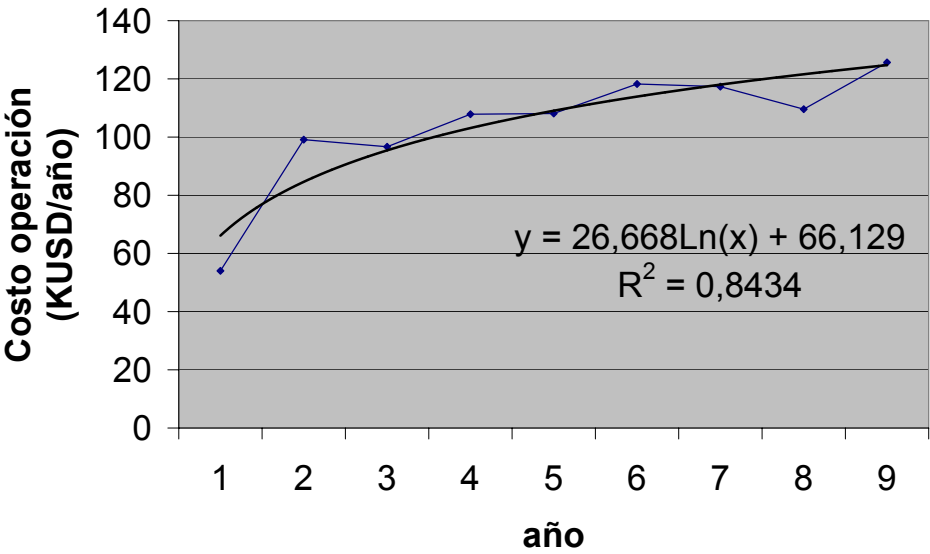


Figura 23.18: Ajuste de modelos de costos vs edad del equipo

## 23.12. Lecturas complementarias

(Apeland y Scarf, 2003)[7] presentan un modelo estocástico muy interesante donde se toma en cuenta el posible reemplazo del sistema en funcionamiento con una tecnología con una posible mayor productividad, que está en desarrollo.

(Bitros y Flytzanis, 2003)[10] presentan un modelo para reemplazos múltiples con intervalo de análisis finito e intervalo variable entre reemplazos.

(Mauer et al., 1995)[50] y (Bethuyne, 2002)[58] presentan modelos para la toma de decisión acerca de cuándo adoptar una nueva tecnología, que está en fase de desarrollo.



# Bibliografía

- [1] Lyonnet, P. *Maintenance planning, methods and mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [\[bajar\]](#)
- [2] Taha, H. *Investigación de operaciones, una introducción*, 6ta ed., Prentice Hall, 1998.
- [3] Lai, K., Leung, F., Tao, B., Wang, S., *Practices of preventive maintenance and replacement for engines: A case study*, European Journal of Operational Research, 124(2), 294-306, 2000. [\[bajar\]](#)
- [4] Knights, P., *Apuntes del curso "Gestión de equipos y automatización minera"*, Universidad Católica, 2002.
- [5] White, J., Olson, J., Vohnout, S., *On improving truck/shovel productivity in open pit mines*, CIM Bulletin, 86(973):43-49, 1993. [\[bajar\]](#)
- [6] Kobbacy, K.A.H., Nicol S.D., *Sensitivity Analysis of Rent Replacement Models*, International Journal of Production Economics, 36(3), 267-279, 1994.
- [7] Apeland, S. and Scarf, P.A., *A fully subjective approach to capital equipment replacement*, Journal of the Operational Research Society, 54, 371378, 2003. [\[bajar\]](#)
- [8] Kabir A.B., *Evaluation of overhaul/replacement policy for a fleet of buses*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 2(3), 49-59, 1996. [\[bajar\]](#)
- [9] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Pitman Publishing, Cap. 4, 1973. [\[bajar\]](#)
- [10] Bitros, G.C., Flytzanis, H., *A Rehabilitation of Economic Replacement Theory*,. Athens University of Economics and Business, Economics Discussion Paper No. 145, 2002. [ref.](#) [\[bajar\]](#)
- [11] G. Bethuyne, *The timing of technology adoption by a cost-minimizing firm*, Journal of Economics 76(2), 123-154, 2002. [\[bajar\]](#)
- [12] D.C. Mauer E.L. Cox, S.H. Ott, *Investment under uncertainty: the case of replacement investment decisions*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 30(4), 1995. [\[bajar\]](#)
- [13] *Multi-parameter maintenance optimisation via the marginal cost*, Dekker, R., Plasmeijer, R.P., Journal of the Operational Research Society, 52(2), 188-197, 2001.
- [14] Aven, T., Dekker, R., *A useful framework for optimal replacement models*, Reliability Engineering & System Safety, 58(1), 61-67, 1997. [\[bajar\]](#)
- [15] Taylor, J. S., *A statistical theory of depreciation based on unit costs*, J. Am. Stat. Assoc., 18 (New Series) (114), 1013, 1923.
- [16] E. Popova and J.G. Wilson, *Group replacement policies for parallel systems whose components have phase distributed failure times*, Annals of Operations Research, 91(0), 163 - 198, 1999.



## Capítulo 24

# Overhaul/reemplazo con programación dinámica

El más terrible de los sentimientos  
es el sentimiento de tener la esperanza perdida.  
*Federico García Lorca*

### 24.1. Introducción

Un overhaul puede ser considerado como un conjunto de medidas ejecutadas antes de la falla. Nótese que la definición de falla no sólo incluye el no cumplimiento de la función del equipos, sino que además la de no producir bajo las especificaciones requeridas.

Las decisiones respecto de los overhauls son:

1. Intervalo entre overhauls. Nótese que el intervalo puede ser infinito (o sea no realizarlo, sólo realizar intervenciones correctivas)
2. El grado de profundidad del overhaul, o sea, cuan cerca debe quedar el equipo de la condición "como nuevo" tras un overhaul. Llevando el concepto al extremo, el overhaul puede significar el reemplazo del equipo.

En la práctica, un overhaul o una intervención correctiva logran poner el equipo en funcionamiento, pero no logran evitar que la condición del mismo se degrade en el tiempo, hasta que es necesario su reemplazo.

### 24.2. Overhaul óptimo

Al ocurrir la falla, se pueden tomar dos acciones: reparar el equipo o reemplazarlo. El análisis a continuación utiliza el método de *programación dinámica*: se asume que las decisiones pueden ser tomadas sólo en instantes discretos en el tiempo (por ejemplo, cada fin de semana). Se desea determinar una estrategia que indique que acción tomar en cada punto de decisión para minimizar el costo global de mantención sobre los siguientes  $n$  periodos de tiempo.

#### 24.2.1. Descripción del modelo

Sean:

1.  $i$ , el estado del equipo (bueno o con falla) al comienzo del periodo,
2.  $j$ , el estado del equipo (bueno o con falla) al final del periodo,

3.  $a$ , la acción que es tomada al comienzo del periodo (en este caso: overhaul, mantención correctiva, o reemplazo)
4.  $p_{ij}^a$ , es la probabilidad de que el equipo pase del estado  $i$  al estado  $j$  en un periodo si la acción  $a$  es tomada.
5.  $C_{ij}^a$ , es el costo por periodo de pasar del estado  $i$  al estado  $j$  si la acción  $a$  es tomada. (En este caso es el costo de intervención del overhaul,  $C_0$ , costo de intervención de reparación,  $C_r$ , costo de falla por mantenimiento correctivo  $C_t$  si el equipo falla durante el periodo).
6. El objetivo es determinar una estrategia combinada de overhaul, reparación, reemplazo que minimice el costo global asociado con estas acciones, para los siguientes  $n$  periodos de tiempo.
7. El costo global mínimo esperado, con  $n$  periodos a venir y comenzando en el estado  $i$ , es  $f_n(i)$ .

Para realizar el análisis se comienza en el último periodo y se obtienen recursivamente el valor de  $f_n$  para cada periodo.

El costo de la primera decisión, al comienzo del  $n$ -ésimo periodo, es  $C_{ij}^a$  si la acción  $a$  es tomada y el equipo queda en el estado  $j$ . El estado  $j$  ocurre con una probabilidad  $p_{ij}^a$ . Hay una serie de resultados que pueden ocurrir al realizar la acción  $a$ , por lo tanto el costo esperado de realizar la acción  $a$  es

$$\sum_{i=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a$$

donde  $N$  es el número de posibles estados al final de un periodo.

Al final del periodo el equipo está en el estado  $j$ , con  $n - 1$  periodos mas por operar. El costo global mínimo esperado para el tiempo restante es  $f_{n-1}(j)$ . Nuevamente, el equipo está en el estado  $j$  con probabilidad  $p_{ij}^a$  y por tanto el costo esperado es

$$\sum_{i=1}^N f_{n-1}(j) \cdot p_{ij}^a$$

Así, comenzando en el estado  $i$ , con  $n$  periodos por operar, el tomar la acción  $a$  que resulta en el estado  $j$ , el costo global sobre los  $n$  periodos es el costo esperado de la primera decisión mas el costo esperado futuro:

$$\sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_{n-1}(j) \cdot p_{ij}^a \quad (24.1)$$

Dado que se desea minimizar el costo global esperado, se desea tomar la mejor acción  $a$  estando en el estado  $i$  con  $n$  periodos por operar. La mejor acción es la que minimiza (24.1). El mínimo del costo global esperado  $f_n(i)$  y la mejor acción  $a$  pueden ser obtenidas de la siguiente relación de recurrencia:

$$f_n(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_{n-1}(j) \cdot p_{ij}^a \right) \text{ con } n \geq 1 \quad (24.2)$$

La ecuación (24.2) puede ser resuelta recursivamente con la condición inicial

$$f_0(i) = 0$$

luego

$$f_1(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a \right) \dots, \text{etc.} \quad (24.3)$$

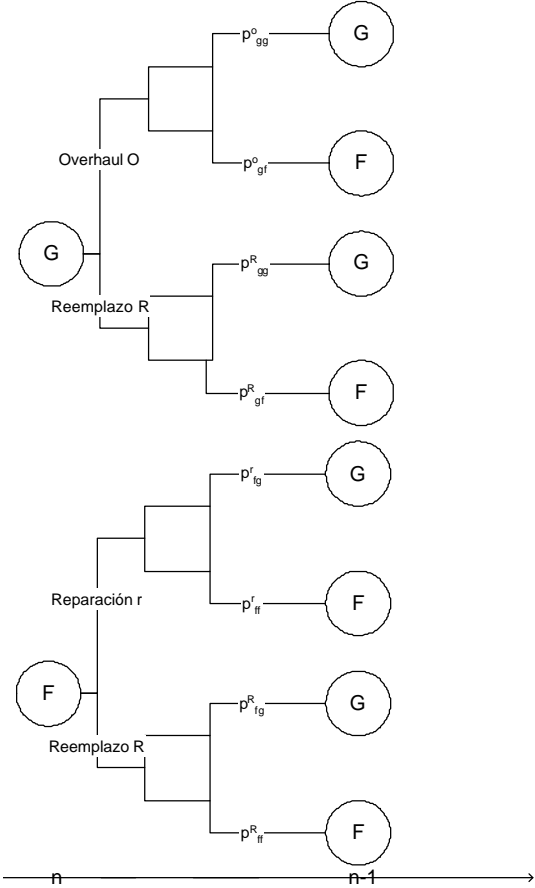


Figura 24.1: Posibles estados del equipo

### 24.2.2. Ejemplo numérico

La figura (24.1) representa con círculos los posibles estados del equipo ( $g$ , bueno,  $f$ , con falla) en los instantes  $n$  y  $n - 1$ . Los cuadrados representan la ocurrencia o no del evento falla. Vemos que:

Hay dos posibles condiciones del equipo al comenzar un periodo: bueno o con falla,

$$i = \begin{cases} g & \text{bueno} \\ f & \text{con falla} \end{cases}$$

Hay 3 posibles acciones a tomar:

$$a = \begin{cases} O & \text{overhaul} \\ r & \text{reparación} \\ R & \text{reemplazo} \end{cases}$$

Sobre probabilidades,

1. Si el equipo esta en la condición  $g$  puede pasar a overhaul  $O$  o ser reemplazado. Si pasa a overhaul hay una probabilidad  $p_{gg}^O$  que aun funcione al final del periodo, y una probabilidad  $p_{gf}^O$  de que falle.
2. Si se decide reemplazar hay una probabilidad  $p_{gg}^R$  y una probabilidad  $p_{gf}^R$  de que el equipo funcione o no al terminar el periodo.
3. Si el equipo está en condición  $f$  puede ser reparado o reemplazado.
4. La tabla 24.4 entrega los valores de las probabilidades.

Condición al empezar el periodo	Decisión	Condición al fin del periodo	
		$g$	$f$
$g$	$O$	$p_{gg}^O = 0,75$	$p_{gf}^O = 0,25$
	$R$	$p_{gg}^R = 0,95$	$p_{gf}^R = 0,05$
$f$	$r$	$p_{fg}^r = 0,60$	$p_{ff}^r = 0,40$
	$R$	$p_{fg}^R = 0,95$	$p_{ff}^R = 0,05$

Cuadro 24.1: Probabilidades asociadas

Los costos asociados se indican en tabla 24.5. Vemos que si el equipo funciona al comienzo del periodo y pasa a overhaul el costo total incurrido en el periodo es de 200  $um$  (o sea, el costo de intervención asociado). Si falla durante el periodo el costo es de 1200  $um$  (la suma del costo de intervención mas el de falla).

El objetivo es determinar la acción a tomar para que el costo global esperado para los cuatro periodos de tiempo futuros sea minimizado. La figura (24.2) muestra las probabilidad y costos asociados con las decisiones alternativas.

De acuerdo a ecuación (24.3),

$$f_1(g) = \min_a \left[ \frac{\sum_{j=1,N} C_{gj}^O p_{gj}^O}{\sum_{j=1,N} C_{gj}^R p_{gj}^R} \right]$$

Condición al empezar el periodo	Decisión	Condición al fin del periodo	
		$g$	$f$
$g$	$O$	$C_{gg}^O = 200$	$C_{gf}^O = 1200$
	$R$	$C_{gg}^R = 500$	$C_{gf}^R = 1500$
$f$	$r$	$C_{fg}^r = 100$	$C_{ff}^r = 1100$
	$R$	$C_{fg}^R = 500$	$C_{ff}^R = 1500$

Cuadro 24.2: Costos asociados ( $um$ )

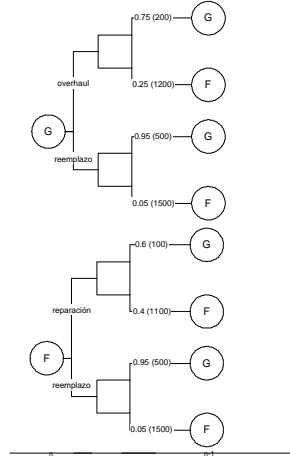


Figura 24.2: Estudio de caso

Para overhaul,

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1,N} C_{gj}^O p_{gj}^O &= C_{gg}^O p_{gg}^O + C_{gf}^O p_{gf}^O \\
 &= 200 \cdot 0,75 + 1200 \cdot 0,25 \\
 &= 450
 \end{aligned}$$

Para reemplazo,

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1,N} C_{gj}^R p_{gj}^R &= C_{gg}^R p_{gg}^R + C_{gf}^R p_{gf}^R \\
 &= 500 \cdot 0,95 + 1500 \cdot 0,05 \\
 &= 550
 \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned}
 f_1(g) &= \min_a \begin{bmatrix} 450 \\ 550 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \end{array} \\
 &= 450
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es el overhaul.

Cuando  $i = f$ ,

$$\begin{aligned}
 f_1(f) &= \min_a \begin{bmatrix} \sum_{j=1,N} C_{fj}^r p_{fj}^r \\ \sum_{j=1,N} C_{fj}^R p_{fj}^R \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazar} \end{array} \\
 &= \min_a \begin{bmatrix} 100 \cdot 0,6 + 1100 \cdot 0,4 \\ 500 \cdot 0,95 + 1500 \cdot 0,05 \end{bmatrix} \\
 &= \min_a \begin{bmatrix} 500 \\ 550 \end{bmatrix} \\
 &= 500
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es la reparación.

Con dos periodos de tiempo aun por operar la ecuación (24.2) toma la forma:

$$f_2(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_1(j) \cdot p_{ij}^a \right)$$

Periodos por operar $n$	4		3		2		1	
Estado del equipo al inicio del periodo $i$	$g$	$f$	$g$	$f$	$g$	$f$	$g$	$f$
Acción a tomar al inicio del periodo $a$	$O$	$r$	$O$	$r$	$O$	$r$	$O$	$r$
Costo esperado futuro $f_n(i)$	1842	1900	1377	1435	912	970	450	500

Cuadro 24.3: Resultados para  $n = 4$ 

Cuando  $i = g$ ,

$$\begin{aligned}
 f_2(g) &= \min_a \left[ \begin{array}{l} C_{gg}^O p_{gg}^O + C_{gf}^O p_{gf}^O + f_1(g)p_{gg}^O + f_1(f)p_{gf}^O \\ C_{gg}^R p_{gg}^R + C_{gf}^R p_{gf}^R + f_1(g)p_{gg}^R + f_1(f)p_{gf}^R \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \end{array} \\
 &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 450 + 450 \cdot 0,75 + 500 \cdot 0,25 \\ 550 + 450 \cdot 0,95 + 500 \cdot 0,05 \end{array} \right] \\
 &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 912,5 \\ 1002,5 \end{array} \right] \\
 &= 912,5
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es el overhaul.

Cuando  $i = f$ , con dos periodos por operar:

$$\begin{aligned}
 f_2(f) &= \min_a \left[ \begin{array}{l} 970,0 \\ 1002,5 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazar} \end{array} \\
 &= 970
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es *reparar*.

Procediendo similarmente para  $n = 3, 4$  se construye la tabla (24.3). Si el equipo empieza el periodo funcionando

**Observación 85** *El criterio usado por este método es el costo total. Se podría haber usado otro criterio como maximizar la disponibilidad. Si tal es el caso, debería considerarse el tiempo que toma hacer overhaul, reparar o reemplazar. En el ejemplo mostrado tal tiempo fue despreciado. Esta simplificación es razonable mientras tales tiempos sean pequeños respecto de los periodos de operación, o si tales tareas pueden ser realizadas en periodos tales como los fines de semana, cuando el equipo no opera.*

**Observación 86** *En la práctica, el periodo de tiempo sobre el cual se desea optimizar es muy largo. Es interesante analizar el caso cuando el número de periodos  $n$  tiende al infinito. Ello será analizado en la próxima sección.*

**Observación 87** *El método presentado en esta sección asumió que la condición del equipo puede ser satisfactorio ( $g$ ) o con falla ( $f$ ). En muchos problemas de mantenimiento puede ser necesario ser más específico. Por ejemplo, aparte de querer saber si el equipo opera o no, querríamos saber cuanto tiempo ha operado el equipo desde la última intervención de mantención. También se podrían considerar otras acciones aparte de overhaul, reparar, reemplazar. Por ejemplo, no hacer nada o especificar varios niveles de overhaul. La inclusión de tales alternativas puede ser manejada de la manera ya presentada. El mayor problema es la estimación de la matriz de probabilidades de transición.*

**Ejemplo 98** <sup>1</sup>*Construya una tabla de decisiones que minimice el costo global esperado de un equipo sobre un horizonte de 2 periodos de tiempo (por operar). Los estados posibles del equipo son bueno ( $g$ ) o con falla ( $f$ ). Las acciones posibles de tomar al iniciar cada periodo son: overhaul ( $O$ ), reparar ( $r$ ), reemplazar ( $R$ ), no hacer nada ( $z$ ). Las tablas 24.4 y 24.5 entregan probabilidades y costos asociados.*

Condición al empezar el periodo	Decisión	Condición al fin del periodo	
		$g$	$f$
$g$	$O$	$p_{gg}^O = 0,75$	$p_{gf}^R = 0,25$
	$R$	$p_{gg}^R = 0,95$	$p_{gf}^R = 0,05$
	$z$	$p_{gg}^z = 0,30$	$p_{gf}^z = 0,70$
$f$	$r$	$p_{fg}^r = 0,60$	$p_{ff}^r = 0,40$
	$R$	$p_{fg}^R = 0,95$	$p_{ff}^R = 0,05$
	$z$	$p_{fg}^z = 0,0$	$p_{ff}^R = 1,00$

Cuadro 24.4: Probabilidades asociadas

Condición al empezar el periodo	Decisión	Condición al fin del periodo	
		$g$	$f$
$g$	$O$	$C_{gg}^O = 200$	$C_{gf}^R = 1200$
	$R$	$C_{gg}^R = 500$	$C_{gf}^R = 1500$
	$z$	$C_{gg}^z = 0$	$C_{gf}^z = 1000$
$f$	$r$	$C_{fg}^r = 100$	$C_{ff}^r = 1100$
	$R$	$C_{fg}^R = 500$	$C_{ff}^R = 1500$
	$z$	$C_{fg}^z = 0$	$C_{ff}^z = 1000$

Cuadro 24.5: Costos asociados

De acuerdo a ecuación (24.3),

$$f_1(g) = \min_a \left[ \begin{array}{c} \sum_{j=1,N} C_{gj}^O p_{gj}^O \\ \sum_{j=1,N} C_{gj}^R p_{gj}^R \\ \sum_{j=1,N} C_{gj}^z p_{gj}^z \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} f_1(g) &= \min_a \left[ \begin{array}{c} 450 \\ 550 \\ 0 \cdot 0,30 + 1000 \cdot 0,70 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{array} \\ &= \min_a \left[ \begin{array}{c} 450 \\ 550 \\ 700 \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{array} \\ &= 450 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es hacer overhaul.

Cuando  $i = f$ ,

$$\begin{aligned} f_1(f) &= \min_a \left[ \begin{array}{c} \sum_{j=1,N} C_{fj}^r p_{fj}^r \\ \sum_{j=1,N} C_{fj}^R p_{fj}^R \\ \sum_{j=1,N} C_{fj}^z p_{fj}^z \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{reparar} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{array} \\ &= \min_a \left[ \begin{array}{c} 500 \\ 550 \\ 0 \cdot 0 + 1000 \cdot 1 \end{array} \right] \\ &= \min_a \left[ \begin{array}{c} 500 \\ 550 \\ 1000 \end{array} \right] \\ &= 500 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es reparar.

<sup>1</sup>de control 3, semestre 2001-II.

Periodos por operar $n$	2		1	
Estado del equipo al inicio del periodo $i$	$g$	$f$	$g$	$f$
Acción a tomar al inicio del periodo $a$	$O$	$r$	$O$	$r$
Costo esperado futuro $f_n(i)$	912	970	450	500

Cuadro 24.6: Resultados para  $n = 4$ 

Con dos periodos de tiempo por operar la ecuación (24.2) toma la forma:

$$f_2(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_1(i) \cdot p_{ij}^a \right)$$

Cuando  $i = g$ ,

$$\begin{aligned}
 f_2(g) &= \min_a \begin{bmatrix} C_{gg}^O p_{gg}^O + C_{gf}^O p_{gf}^O + f_1(g) p_{gg}^O + f_1(f) p_{gf}^O \\ C_{gg}^R p_{gg}^R + C_{gf}^R p_{gf}^R + f_1(g) p_{gg}^R + f_1(f) p_{gf}^R \\ C_{gg}^Z p_{gg}^Z + C_{gf}^Z p_{gf}^Z + f_1(g) p_{gg}^Z + f_1(f) p_{gf}^Z \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{overhaul} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{matrix} \\
 &= \min_a \begin{bmatrix} 450 + 450 \cdot 0,75 + 500 \cdot 0,25 \\ 550 + 450 \cdot 0,95 + 500 \cdot 0,05 \\ 700 + 450 \cdot 0,30 + 500 \cdot 0,70 \end{bmatrix} \\
 &= \min_a \begin{bmatrix} 912,5 \\ 1002,5 \\ 1185 \end{bmatrix} \\
 &= 912,5
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es hacer overhaul.

Cuando  $i = f$ , con dos periodos por operar:

$$\begin{aligned}
 f_2(f) &= \min_a \begin{bmatrix} 970,0 \\ 1002,5 \\ C_{fg}^Z p_{fg}^Z + C_{ff}^Z p_{ff}^Z + f_1(g) p_{fg}^Z + f_1(f) p_{ff}^Z \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{reparar} \\ \text{reemplazar} \\ \text{nada} \end{matrix} \\
 &= \min_a \begin{bmatrix} 970,0 \\ 1002,5 \\ 1000 + 450 \cdot 0 + 500 \cdot 1 \end{bmatrix} \\
 &= \min_a \begin{bmatrix} 970,0 \\ 1002,5 \\ 1500 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

y la mejor decisión es *reparar*.

El programa de decisiones se muestra en tabla 24.6.

### 24.3. Costos máximos para overhauls

Cuando el equipo se saca de producción y es enviado al taller para reparación, la decisión debe ser tomada en función del costo estimado del overhaul, que debe ser comparado con el costo del reemplazo. El problema es determinar costos máximos para equipos de diferentes edades, frente a diferentes estimaciones de costo (usualmente, a mayor edad, mayor costo de overhaul). Tales máximos son determinados de modo que minimicen el costos total esperado de la operación durante un periodo fijo de tiempo. Así, si el equipo

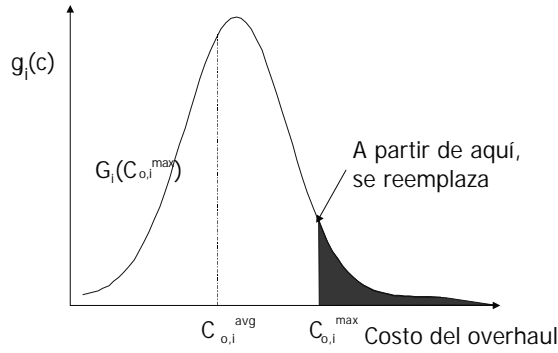


Figura 24.3: Costo esperado de un overhaul en función de la edad

es enviado a overhaul la decisión entre hacer overhaul o no es determinada comparando el costo real con el costo límite calculado, o sea, la máxima cantidad de dinero que debe ser gastada en el overhaul de un equipo con una cierta edad. Utilizaremos nuevamente la programación dinámica para resolver el problema.

### 24.3.1. Descripción del modelo

1.  $n$  es el número de periodos en los cuales se espera que el equipo opere
2.  $i$  es la edad del equipo al comienzo del periodo
3.  $j$  es la edad del equipo al final del periodo. Esta será de  $i + 1$  si el equipo pasa a overhaul, de lo contrario,  $j = 1$  dado que habría sido reemplazado al principio del periodo
4.  $g_i(C)$  es la función densidad de probabilidad para el costo estimado de overhaul del equipo de edad  $i$ . Luego, la probabilidad acumulada es

$$G_i(C_o^{\max}) = \int_0^{C_o^{\max}} g_i(C) dC$$

5.  $C_o^{\max}$  es el costo límite de overhaul para el equipo de edad  $i$
6.  $\bar{C}_{o,i}(C_o^{\max})$  es el costo esperado de un overhaul del equipo de edad  $i$  con costo límite  $C_o^{\max}$ . Por tanto:

$$\bar{C}_{o,i}(C_o^{\max}) = \frac{\int_0^{C_o^{\max}} C g_i(C) dC}{\int_0^{C_o^{\max}} g_i(C) dC}$$

(ver figura 24.3).

7.  $A$  es el costo de un nuevo equipo
8. El tiempo para realizar un overhaul o reemplazo puede ser despreciado frente al tiempo entre overhauls/reemplazo.
9.  $C_n(i, j)$  es el costo esperado del primer periodo con  $n$  periodos por operar y comenzando con el equipo de edad  $i$
10.  $f_n(i)$  es el costo global mínimo esperado de reemplazar y hacer overhaul al equipo sobre  $n$  periodos, con un equipo de edad  $i$ .
11. El objetivo es determinar los costos máximos  $C_{o,i}^{\max}$  de modo de obtener el costo global esperado mínimo  $f_n(i)$ .

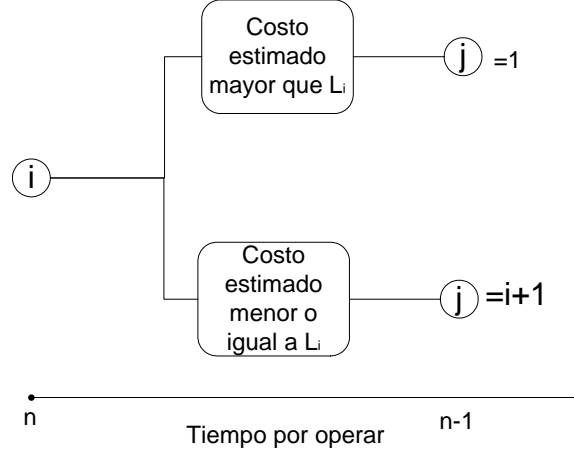


Figura 24.4: Esquema

La figura 32.4 ilustra el problema. El costo del overhaul  $C$  es estimado. Hay una probabilidad  $p_{i,i+1}$  de que el costo del overhaul sea menor o igual al costo límite  $C_o^{\text{máx}}$ , y una probabilidad  $p_{i,1}$  de que el costo exceda  $C_o^{\text{máx}}$ . Dado que el límite de costo de overhaul es excedido el equipo será reemplazado, y entonces tiene edad 1 al final del periodo.

$C_n(i, j)$  corresponde a: el costo esperado del overhaul  $\times$  probabilidad de que el costo del overhaul sea menor que el costo límite mas el costo de reemplazo  $\times$  la probabilidad de que el costo límite sea excedido:

$$C_n(i, j) = \bar{C}_{o,i}(C_o^{\text{máx}})G_i(C_o^{\text{máx}}) + A(1 - G_i(C_o^{\text{máx}}))$$

El costo global mínimo sobre los siguientes  $n - 1$  periodos por operar  $f_{n-1}(j)$  es la suma de:

- costo futuro mínimo si el equipo tiene edad  $i + 1 \times$  probabilidad de que el costo de overhaul no sea excedido al tiempo  $n$
- costo futuro esperado mínimo si el equipo tiene edad 1  $\times$  probabilidad de que el costo límite de overhaul sea excedido en tiempo  $n$

$$f_{n-1}(i + 1)G_1(C_o^{\text{máx}}) + f_{n-1}(1)(1 - G_1(C_o^{\text{máx}}))$$

Por tanto el costo global esperado sobre los restantes  $n$  periodos comenzando con equipo con edad  $i$  es

$$\begin{aligned} f_n(i) &= \min_{C_o^{\text{máx}}} [C_n(i, j) + f_{n-1}(j)] \\ &= \min_{C_o^{\text{máx}}} [\bar{C}_{o,i}(C_o^{\text{máx}})G_i(C_o^{\text{máx}}) + A[1 - G_i(C_o^{\text{máx}})] + f_{n-1}(i + 1)G_1(C_o^{\text{máx}}) + f_{n-1}(1)[1 - G_1(C_o^{\text{máx}})]] \\ n &\geq 1 \end{aligned} \tag{24.4}$$

con la condición de inicio

$$f_0(i) = 0 \quad \text{para todo } i \tag{24.5}$$

**Observación 88** Se considera que los valores de recuperación  $R(i)$  son iguales en función de la edad, por lo que es irrelevante considerarlo. Una mejora posible es tomar  $R(i)$  en cuenta NdP.

### 24.3.2. Ejemplo

- la distribución de costos estimada para el overhaul de un equipo de edad 1 esta distribuida uniformemente en el rango (0,6) (figura 24.5).

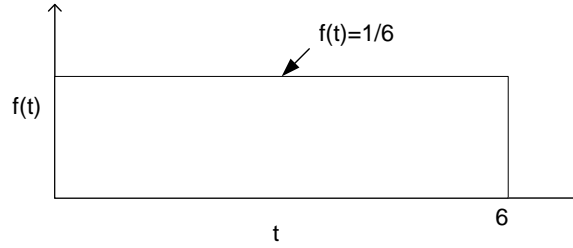


Figura 24.5: Distribución uniforme

- Cuando el equipo tiene edad 2 los costos siguen teniendo el mismo tipo de distribución pero en el rango (1,7). Se asumirá que para mayor edad, el equipo mantiene esta distribución.
- El costo de un nuevo equipo es 7.
- El problema es determinar el costo límite para overhaul sobre 2 periodos de tiempo.

De la ecuación (24.4) se obtiene, con 1 periodo por operar:

$$f_1(i) = \min_{C_{o,i}^{\max}} [C_{o,i}^{avg}(C_{o,i}^{\max})G_1(C_{o,i}^{\max}) + A[1 - G_1(C_{o,i}^{\max})]] \quad (24.6)$$

dada la condición (24.5).

Asumiendo que los posibles valores de control para  $C_{o,i}^{\max}$  son 1,2,3,4,5 o 6 y fijando  $i = 1$  la ecuación (24.6) toma la forma:

$$f_1(1) = \min_{C_{o,1}^{\max}} \begin{bmatrix} C_{o,1}^{avg}(1)G_1(1) + A[1 - G_1(1)] \\ C_{o,1}^{avg}(2)G_1(2) + A[1 - G_1(2)] \\ C_{o,1}^{avg}(3)G_1(3) + A[1 - G_1(3)] \\ \vdots \\ C_{o,1}^{avg}(6)G_1(6) + A[1 - G_1(6)] \end{bmatrix} \quad (24.7)$$

y

$$C_{o,1}^{avg}(1) = \frac{\int_0^1 C \frac{1}{6} dC}{\int_0^1 \frac{1}{6} dC} = \frac{1}{2}$$

$$G_1(1) = \int_0^1 \frac{1}{6} dC = \frac{1}{6}$$

similarmente para los otros valores 2 a 6,

$$f_1(1) = \min \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + 7 \times \frac{5}{6} \\ 1 \times \frac{1}{3} + 7 \times \frac{2}{3} \\ \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} + 7 \times \frac{1}{2} \\ 2 \times \frac{2}{3} + 7 \times \frac{1}{3} \\ \frac{5}{2} \times \frac{1}{6} + 7 \times \frac{1}{6} \\ 3 \times 1 + 7 \times 0 \end{bmatrix} = \min \begin{bmatrix} 5,92 \\ 5,00 \\ 4,25 \\ 3,66 \\ 3,25 \\ 3,00 \end{bmatrix} = 3,00$$

Procediendo con la manera antes descrita para  $i = 2$ , con 1 periodo por operar,  $f_1(2) = 4,0$  y esto ocurre cuando el costo límite de overhaul es de 7,0.

**Observación 89** Nótese que sólo hemos usado valores  $C_{o,i}^{\max}$  discretos, lo mas correcto sería evaluar en un rango continuo.

La información es resumida en la tabla 24.7.

Edad del equipo		
al comenzar el periodo $i$	1	2
Costo límite de Overhaul $C_{o,i}^{\max}$	6	7
Costo global mínimo esperado $f_1(i)$	3.0	4.0

Cuadro 24.7: Resultados

Cuando quedan 2 periodos por operar, la ecuación (24.4) toma la forma

$$f_2(i) = \min_{C_{o,i}^{\max}} [C_{o,i}^{avg}(C_{o,i}^{\max})G_i(C_{o,i}^{\max}) + A[1 - G_i(C_{o,i}^{\max})] + f_1(i+1)G_i(C_{o,i}^{\max}) + f_1(1)[1 - G_1(C_{o,i}^{\max})]] \quad (24.8)$$

Si  $i = 1$ , y los posibles valores máximos de overhaul son 1,2,3,4,5 y 6 entonces de la ecuación (24.8) se obtiene

$$f_2(1) = \min \begin{bmatrix} C_{o,1}^{avg}(1)G_1(1) + A[1 - G_1(1)] + f_1(2)G_1(1) + f_1(1)[1 - G_1(1)] \\ C_{o,1}^{avg}(2)G_1(2) + A[1 - G_1(2)] + f_1(2)G_1(2) + f_1(1)[1 - G_1(2)] \\ C_{o,1}^{avg}(3)G_1(3) + A[1 - G_1(3)] + f_1(2)G_1(3) + f_1(1)[1 - G_1(3)] \\ \vdots \\ C_{o,1}^{avg}(6)G_1(6) + A[1 - G_1(6)] + f_1(2)G_1(6) + f_1(1)[1 - G_1(6)] \end{bmatrix}$$

$$= \min \begin{bmatrix} \frac{71}{12} + 4 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{5}{6} \\ 5 + 4 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{2}{3} \\ 4 + 4 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2} \\ \frac{11}{3} + 4 \times \frac{2}{3} + 3 \times \frac{1}{3} \\ \frac{13}{4} + 4 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} \\ 3 + 4 \times 1 + 3 \times 0 \end{bmatrix} = \min \begin{bmatrix} 9\frac{1}{6} \\ 8\frac{1}{3} \\ 7\frac{3}{4} \\ 7\frac{1}{3} \\ 7\frac{1}{2} \\ 7 \end{bmatrix} = 7$$

El mínimo de  $f_2(1)$  es 7 y ocurre cuando el costo límite es 6.

Procediendo como se describió anteriormente cuando la edad del equipo es  $i = 2$ , con  $n = 2$  periodos por operar,  $f_2(2) = 7\frac{11}{12}$  y ello ocurre cuando el límite de overhaul es 6.

Edad del equipo		
al comenzar el periodo $i$	1	2
Costo límite de Overhaul $C_{o,i}^{\max}$	6	5
Costo global mínimo esperado $f_1(i)$	7	$7\frac{11}{12}$

Cuadro 24.8: Resultados

De la tabla (24.8) se ve que si el equipo tiene edad 2, con 2 periodos por operar, y si el costo estimado del overhaul es menor que 6, entonces debe pasar a overhaul; caso contrario debe ser reemplazado.

**Observación 90** En el modelo descrito se asume que los overhauls ocurren a intervalos regulares; también que los costos incurridos y estimados de overhaul son iguales.

**Observación 91** Aunque en el ejemplo se consideraron sólo 2 periodos ( $n = 2$ ), el procedimiento se puede extender fácilmente para  $n$  mayores. Si  $n$  es muy grande es apropiado usar el método descrito en §D.

**Ejemplo 99** <sup>2</sup>La inversión inicial para un cierto equipo crítico es de 100 um. Se estima que el costo de un overhaul para un equipo es un valor aleatorio (depende del estado del equipo) de tipo Gaussiano con parámetros:

$$\mu = 10 + 2t$$

$$\sigma = 2$$

<sup>2</sup>control 2, semestre 2002-I.

*t* corresponde al tiempo de operación en años. Actualmente el equipo lleva 5 años operando. Se desea conocer el costo máximo aceptable para un overhaul cuando el equipo tiene 5 años (ahora) y cuando tenga 6 años. Un overhaul sólo puede ser realizado en baja temporada, una vez al año. El proveedor sólo ofrece respaldo de repuestos por 2 años más por lo que el equipo será obligatoriamente reemplazado cuando tenga 7 años. (La nueva tecnología tiene el mismo valor inicial y costos de operación y mantenimiento).

## 24.4. Comentarios finales

Hemos presentado un modelo de Markov en tiempo discreto que permite minimizar el costo global esperado considerando un set restringido de acciones a tomar en cada instante discreto del análisis.

Notamos que las probabilidades de transición y los costos de ejecutar las intervenciones son independientes de la edad del equipo, lo que podría ser considerado para añadir los efectos de la etapa de envejecimiento del equipo en el análisis. Ello fue tomado en cuenta en el modelo para el costo límite de overhaul, donde gracias al criterio usado se pudo calcular las probabilidades de transición y los costos esperados; haciendo mas realista el análisis.

Otras mejoras posibles al modelo presentado es actualizar los flujos de caja de cada año a  $t = 0$  y considerar el valor de reventa, que depende de la edad.

En anexo **D** se describe un modelo que utiliza un intervalo de tiempo infinito.



# Bibliografía

- [1] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Ch.6, Pitman Publishing, 1973.
- [2] H. Taha, *Investigación de Operaciones, una introducción*, 6ta ed., Prentice Hall, 1998.



## Capítulo 25

# Overhauls imperfectos y reemplazo

Most people see the problem of love  
primarily as that of being loved  
rather than that of loving,  
of one's capacity to love.  
*Erich Fromm*[8]

### 25.1. Introducción

En este capítulo estudiamos la estrategia de decisión cuando un equipo puede ser reparado (queda *tan bueno como antes* de la falla), pasar a overhaul (queda en algún punto entre *como nuevo* y *tan bueno como antes* del overhaul) o ser reemplazado (*nuevo*). Se presenta un modelo matemático para describir las mejoras en la tasa de falla cuando se realiza overhaul; ello permite plantear modelos de costo que permiten determinar el periodo óptimo entre overhauls y el número óptimo de los mismos durante un ciclo adquisición-uso-reemplazo. Con los resultados anteriores es posible determinar la duración óptima entre reemplazo y reemplazo. Consideraremos que una reparación no afecta la tasa de fallas del equipo; que un overhaul logra que el equipo sea *mejor que antes* pero no *tan bueno como nuevo*; y que un reemplazo también puede ser considerado como un overhaul extremo en el cual el equipo queda *como nuevo*.

### 25.2. Overhaul óptimo tasas de fallas con crecimiento exponencial

#### 25.2.1. Descripción del modelo

- el sistema está sujeto a tres tipos de acciones: reparación mínima, overhaul, reemplazo; con diferentes costos;
- el sistema es reparado cuando falla;
- el sistema es renovado luego de un cierto tiempo;
- el sistema recibe  $n - 1$  overhauls a lo largo de su vida; el periodo entre overhauls  $T_s$  es constante;
- un overhaul mejora el sistema en términos de la tasa de fallas, una reparación sólo retorna al equipo a la condición justo antes de la falla;
- el tiempo gastado en reparaciones y overhauls es despreciable;
- El costo una reparación es  $C_m$  um/intervención;
- El costo de un overhaul es  $C_o$  um/intervención;

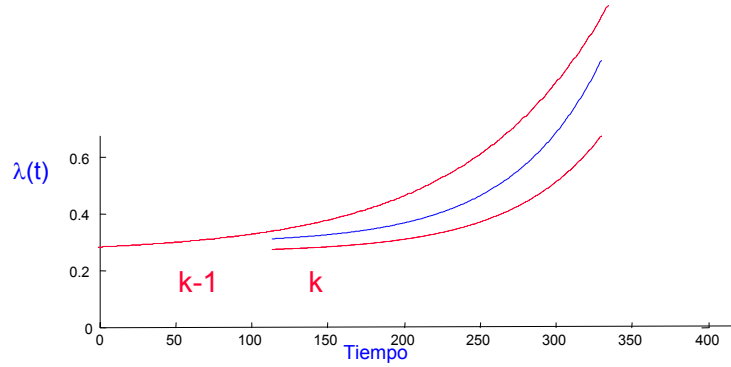


Figura 25.1: Proceso de *envejecimiento* es una función del periodo anterior

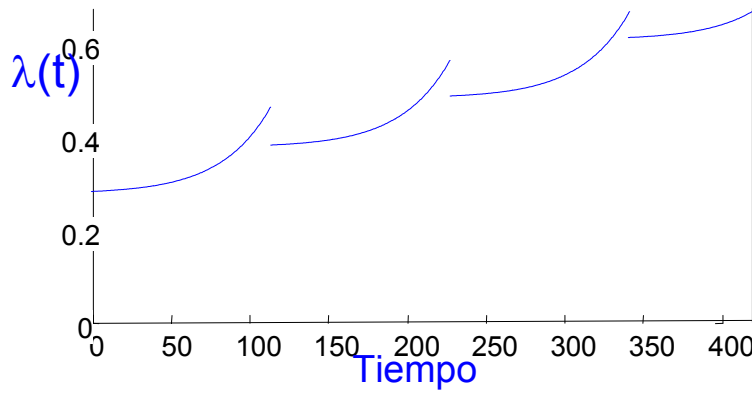


Figura 25.2: Proceso de *envejecimiento* con  $p$  general

- El costo de un reemplazo es  $C_r$  um/intervención;
- La tasa de fallas **con** overhauls periódicos es  $\hat{\lambda}(t)$ ;
- La tasa de fallas si no se efectúan overhauls es  $\lambda(t)$ ;
- Se desea determinar el número de overhauls  $n$  y su periodo  $T_s$  que minimice el costo global esperado por unidad de tiempo,  $c_g$ .

El modelo para la mejora en la tasa de fallas que se propone asume que la tasa de fallas tras un overhaul se ubica entre la tasa de fallas de un equipo *tan malo como antes de la falla* y la tasa de fallas de un equipo *tan bueno como antes de hacer el overhaul anterior* con algún factor de mejora  $p$ .

La tasa de fallas es un indicador crucial para establecer la condición del equipo. Sea  $\lambda_{k-1}(t)$  la tasa de fallas justo antes del overhaul, y  $\lambda_k(t)$  la tasa de fallas inmediatamente después de un overhaul. Sea  $p \in [0, 1]$  el *factor de mejora*. La tasa de fallas del sistema es mejorado en un factor  $p$  si para **todo instante**  $t$  tras el overhaul,

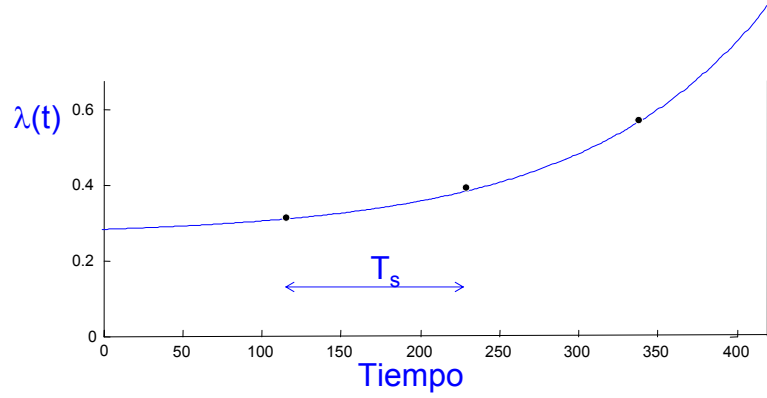
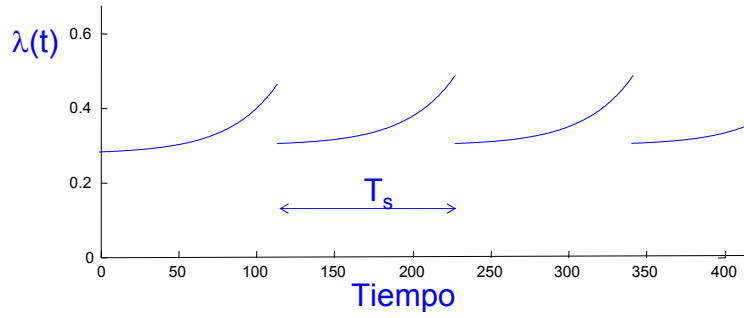
$$\lambda_k(t) = p\lambda_{k-1}(t - T_s) + (1 - p)\lambda_{k-1}(t) \quad (25.1)$$

(ver figura 25.1).

En una situación general se produce un envejecimiento como el mostrado en figura 25.2. Si el factor de mejora  $p$  es 0, entonces

$$\lambda_k(t) = \lambda_{k-1}(t)$$

o sea, la tasa de fallas es igual a la de antes de hacer overhaul, y el overhaul es equivalente a realizar *mantención mínima* (pero seguramente con mayor costo global, ver figura 25.3).

Figura 25.3: Proceso de *envejecimiento* con  $p = 0$ Figura 25.4: Proceso de *envejecimiento* con  $p = 1$ 

Si el factor de mejora  $p$  es 1,

$$\lambda_k(t) = \lambda_{k-1}(t - T_s)$$

el overhaul restaura el sistema a la condición del periodo anterior, y por tanto es equivalente a un reemplazo (figura 25.4).

**Observación 92** Dado que asumimos que en todos los periodos la calidad del overhaul  $p$  permanece constante, el periodo  $T_s$  también lo es.

**Observación 93** El concepto de factor de mejora  $p$  es aplicable a otro tipo de intervenciones periódicas de mantención.

**Observación 94** Este modelo no permite modelar la infancia del equipo; en donde el equipo tiende a bajar su tasa de fallas hasta llegar a la madurez. Sería interesante corregir el modelo para modelar toda la vida (curva de la bañera). NdP.

**Observación 95** Hay modos de falla que aunque presenten  $\beta > 1$  no implican envejecimiento en el largo plazo ( $p = 1$ , la situación observada en figura 25.4), por ejemplo, cualquier componente de desgaste o de sacrificio: rodamientos, recubrimientos, etc.

El costo total esperado entre un reemplazo y el siguiente es

$$C_r + C_o(n - 1) + C_m \hat{H}(nT_s)$$

donde  $\hat{H}(t)$  es el número esperado de fallas en el intervalo de tiempo  $[0, t)$

$$\hat{H}(t) = \int_0^t \hat{\lambda}(x) dx \quad (25.2)$$

**Observación 96** No se ha considerado el valor de recuperación del equipo de edad  $nT_s$ . NdP.

**Observación 97** Un modelo alternativo para la tasa de fallas podría estar basado en una tasa de fallas de referencia  $\lambda^0(t)$  donde  $t = 0$  represente el estado como nuevo y donde aun no se ha realizado ningún overhaul. Si seguimos considerando intervalos entre overhauls constantes  $T_s$ , la tasa de fallas del  $k$ -ésimo ciclo podría ser descrita como

$$\lambda_k(t) = \phi(kT_s, \mathbf{p})\lambda_0(t - kT_s)$$

donde  $\mathbf{p}$  es un set de parámetros que determinan como crecerá  $\phi$  en el tiempo.  $\phi$  es una función escalonada con valor constante en cada intervalo  $k$ .  $\phi$  es dependiente del nivel de mantenimiento  $m$ . Para el primer periodo ( $k = 0$ )  $\phi$  debe valer 1, y luego crecerá de alguna forma determinada por  $\mathbf{p}$ , por ejemplo

$$\begin{aligned}\phi(t) &= e^{\alpha_i t} \\ \phi(t) &= 1 + \left(\frac{t}{\eta_i}\right)^{\beta_i - 1}\end{aligned}$$

Si queremos calcular el número de fallas dura un un ciclo de vida del equipo:

$$\begin{aligned}\hat{H}(nT_s) &= \int_0^{nT_s} \hat{\lambda}(x)dx \\ &= \sum_{k=0}^n \int_0^{T_s} \phi(kT_s, \mathbf{p})\lambda_0(x)dx \\ &= \left(\int_0^{T_s} \lambda_0(x)dx\right) \sum_{k=0}^n \phi(kT_s, \mathbf{p})\end{aligned}$$

Cabe la pregunta si no darán resultados muy similares el enfoque global mostrado en el capítulo de garantías.

Se puede demostrar<sup>1</sup>

$$\hat{H}(nT_s) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} q^{i-1} H(iT_s) \quad (25.3)$$

donde  $H(nT_s)$  es el número esperado de fallas en la vida del equipo  $[0, nT_s)$  si no se realiza overhaul:

$$H(t) = \int_0^t \lambda(x)dx$$

**Observación 98** Se asume que el equipo sigue sólo una ley  $\lambda(t)$  durante toda su vida. NdP.

**Observación 99** El cálculo de 25.3 a partir de la ecuación 25.2 puede ser engorroso. A continuación se presentan resultados para distribuciones de falla específicas.

Si la tasa de fallas sigue la ley

$$\lambda(t) = e^{\alpha_0 + \alpha_1 t}, \alpha_1 > 0 \quad (25.4)$$

y  $\hat{H}(nT_s)$  toma la forma:

$$\hat{H}(nT_s) = \frac{e^{\alpha_0} [(p + qe^{\alpha_1 T_s})^n - 1]}{q\alpha_1} \quad (25.5)$$

y el costo global esperado por unidad de tiempo  $c_g(n, T_s)$  cuando el sistema pasa  $n - 1$  overhauls durante su vida, con intervalo  $T_s$  es

$$c_g(n, T_s) = \frac{C_r + C_o(n - 1) + C_m e^{\alpha_0} \frac{[(p + qe^{\alpha_1 T_s})^n - 1]}{q\alpha_1}}{nT_s} \quad (25.6)$$

---

<sup>1</sup>ver ref. [2].

con las restricciones:

$$\begin{aligned} n &\geq 1 \\ T_s &> 0 \end{aligned} \quad (25.7)$$

**Observación 100** Si  $q = 0$  la función de costo se indetermina. Al parecer, si  $c_o$  no sube al mejorar  $p$ , este debe ser maximizado para minimizar  $c_g(n, T_s)$ .

### 25.2.2. Caso especial: $p = 1$

Si el equipo no está sujeto a envejecimiento en el largo plazo (sólo lo hay en el corto plazo, ver figura 25.4) y se tiene una tasa de fallas de referencia del tipo (25.4), se tiene que el número de fallas durante un intervalo  $T_s$  es

$$\begin{aligned} \hat{H}(T_s) &= \int_0^{T_s} \lambda(t) dt \\ &= \int_0^{T_s} e^{\alpha_0 + \alpha_1 t} dt \\ &= \frac{e^{\alpha_0} (e^{\alpha_1 T_s} - 1)}{\alpha_1} \end{aligned}$$

todos los periodos son iguales con respecto a su tasa de fallas luego en promedio habrán

$$\frac{e^{\alpha_0} (e^{\alpha_1 T_s} - 1)}{\alpha_1 T_s}$$

fallas por periodo  $T_s$  y por tanto

$$\hat{H}(nT_s) = n \frac{e^{\alpha_0} (e^{\alpha_1 T_s} - 1)}{\alpha_1}$$

y la función de costo queda

$$c_g(n, T_s) = \frac{c_r + c_o(n-1) + c_m n \frac{e^{\alpha_0} (e^{\alpha_1 T_s} - 1)}{\alpha_1}}{nT_s} \quad (25.8)$$

### 25.2.3. Ejemplo numérico

Los costos de mantener un sistema son:

$$\begin{aligned} c_r &= 200 \text{ um/intervención} \\ c_o &= 8 \text{ um/intervención} \\ c_m &= 2 \text{ um/intervención} \end{aligned}$$

la tasa de fallas sigue la siguiente ley

$$\lambda(t) = e^{-15+0,01t}, t \text{ en días}$$

Entonces

$$c_g(n, T_s) = \frac{200 + 8(n-1) + 2e^{-15} [(p + qe^{0,01T_s})^n - 1] / (0,01q)}{nT_s}$$

Para un factor de mejora  $p = 0,7$  se obtienen los siguientes valores

$$\begin{aligned} n^* &= 11 \\ T_s^* &= 195,6 \text{ días} \\ c_g(n^*, T_s^*) &= 0,1387 \text{ um/día} \end{aligned}$$

$p$	$n^*$	$T_s^*$	$c_g(n^*, T_s^*)$
0.5	6	260.3	165.1
0.6	8	223.3	153.9
0.7	11	195.6	138.7
0.8	15	186.2	118.5

Cuadro 25.1: Análisis de sensibilidad

Zhang98			
Cr	200000		
Co	8000		
Cm	2000		
p	0.7		
q	0.3		
$\alpha_0$	-15		
$\alpha_1$	0.01		
n	10.995		1 <= n
Ts	195.69		0 <= s
	138.67		

Figura 25.5: Hoja Excel

B13     =+ (B4+B5*(B11-1)+B6*EXP(B9)*((B7+B8*EXP(B10*B12))*(B11-1)/(B6*B10))/(B11*B12)									
1	Zhang98								
2									
3									
4	Cr	200000							
5	Co	8000							
6	Cm	2000							
7	p	0.7							
8	q	0.3							
9	alpha0	-15							
10	alpha1	0.01							
11	n	10.9954017	1 <= n						
12	s	195.694739	0 <= s						
13	f	138.679645							
14									

Figura 25.6: Función objetivo en Excel



Figura 25.7: Restricciones impuestas en Excel

Los resultados pueden ser interpretados así: el intervalo óptimo para overhaul es de 195.6 días; el sistema debe ser reemplazado cada  $11 \cdot 195,6 = 2156$  días; el costo global diario es 0,1387 um/día. En tabla 25.1 se muestran resultados del análisis de sensibilidad sobre  $p$ .

La hoja EXCEL utilizada se puede bajar de <http://www.cec.uchile.cl/rpascual/me57a/zhang98.xls>.

En una primera ocasión el problema fue resuelto con el solver AIMMS. Los detalles se muestran en §??.

Nótese en figura 25.8 la topología de la función objetivo. La zona alrededor del óptimo es bastante plana; luego cambia de magnitud rápidamente al incrementar  $T_s$  y  $n$ .

#### 25.2.4. Mejoras al modelo

<sup>2</sup>Es natural pensar que el costo de un overhaul es una función creciente con la calidad  $p$  y con la edad (a través de la tasa de fallas, por ejemplo); aquí consideraremos que tal costo crece en forma exponencial con  $p$  y que es proporcional a  $\hat{\lambda}_k$ , luego para el  $k$ -ésimo periodo:

$$c_o(k) = e^{\alpha_2 p + \alpha_3} \hat{\lambda}_k(kT_s)$$

y se tiene que

$$\hat{\lambda}_k(kT_s) = \frac{e^{\alpha_0} \left[ (p + qe^{\alpha_1 T_s})^k - 1 \right]}{q\alpha_1}$$

y (25.6) es corregida para considerar los cambios en el costo de overhaul,

$$c_g(n, T_s) = \frac{c_r + e^{\alpha_2 p + \alpha_3} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{e^{\alpha_0} \left[ (p + qe^{\alpha_1 T_s})^k - 1 \right]}{q\alpha_1} + c_m e^{\alpha_0} \frac{[(p + qe^{\alpha_1 T_s})^n - 1]}{q\alpha_1}}{nT_s} \quad (25.9)$$

**Ejemplo 100** Desarrolle<sup>3</sup> un modelo para decisiones de overhaul/reemplazo que permita minimizar el costo global por unidad de tiempo de un equipo que tiene  $n$  modos de falla ( $j = 1, \dots, n$ ) -estadísticamente independientes- cuyas tasas de falla (de no hacer overhauls) se estiman como:

$$\lambda_j(t) = e^{\alpha_{0,j} + \alpha_{1,j} t}$$

Los costos de reparación y overhaul asociados son  $c_{m,j}$  y  $c_{o,j}$  respectivamente. El costo del reemplazo es  $c_r$ . El factor de mejora para el modo  $j$  es  $p_j$ .

<sup>2</sup>NdP, octubre 2002.

<sup>3</sup>de control 3, semestre 2002-II.

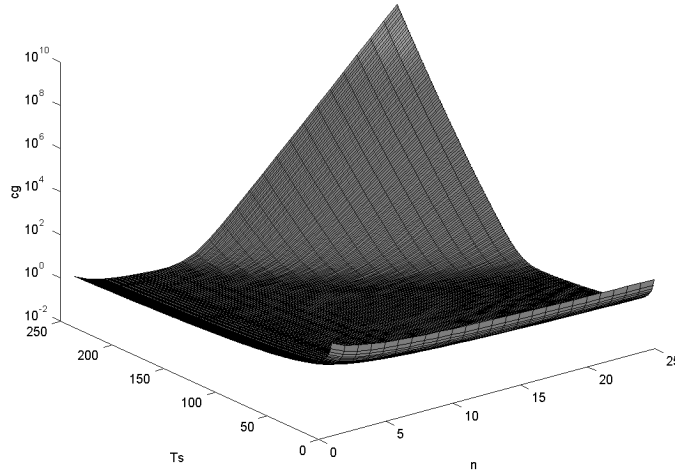


Figura 25.8: Topología de la función objetivo

De ecuación (30.13) sabemos que el número de fallas  $j$  en el intervalo  $n_j T_{s,j}$  es

$$\hat{H}_j(n_j T_{s,j}) = \frac{e^{\alpha_{0,j}} [(p_j + q_j e^{\alpha_{1,j} T_{s,j}})^{n_j} - 1]}{q_j \alpha_{1,j}} \quad \text{para } j = 1, \dots, n \quad (25.10)$$

además, el periodo entre reemplazos debe ser igual para todos los modos de falla. Luego añadimos las restricciones

$$n_j T_{s,j} = n_1 T_{s,1} \quad \text{para } j = 2, \dots, n \quad (25.11)$$

Nótese que hemos considerado que cada modo de falla tendrá su frecuencia de overhauls propia. A continuación construimos la función objetivo (basado en ec. 25.6):

$$c_g(n_1, \dots, n_n, T_{s,1}, \dots, T_{s,j}) = \frac{c_r + \sum_{j=1}^n c_{o,j} (n_j - 1) + \sum_{j=1}^n c_{m,j} \frac{e^{\alpha_{0,j}} [(p_j + q_j e^{\alpha_{1,j} T_{s,j}})^{n_j} - 1]}{q_j \alpha_{1,j}}}{n_1 T_{s,1}} \quad (25.12)$$

despejando  $T_{s,j}$  de (25.11) y sustituyendo en (25.12), obtenemos el modelo general:

$$c_g(n_1, \dots, n_n, T_{s,1}) = \frac{c_r + \sum_{j=1}^n c_{o,j} (n_j - 1) + \sum_{j=1}^n c_{m,j} \frac{e^{\alpha_{0,j}} \left[ \left( p_j + q_j e^{\alpha_{1,j} s_1 \frac{n_1}{n_j}} \right)^{n_j} - 1 \right]}{q_j \alpha_{1,j}}}{n_1 T_{s,1}} \quad (25.13)$$

**Observación 101** Cada modo de falla añade 1 grado de libertad al problema.

**Observación 102** Hemos considerado que cada modo de falla tiene una frecuencia de overhauls que sólo depende del modo de falla considerado. Pueden haber situaciones donde la frecuencia entre overhauls pueda ser determinada considerando todos los modos, luego

$$\begin{aligned} n_j &= n \\ T_{s,1} &= T_s \end{aligned}$$

lo que simplifica el modelo (25.13) a

$$c_g(n, T_s) = \frac{c_r + (n - 1) \sum_{j=1}^n c_{o,j} + \sum_{j=1}^n c_{m,j} \frac{e^{\alpha_{0,j}} [(p_j + q_j e^{\alpha_{1,j} T_s})^n - 1]}{q_j \alpha_{1,j}}}{n T_s} \quad (25.14)$$

con la restricciones (32.3).

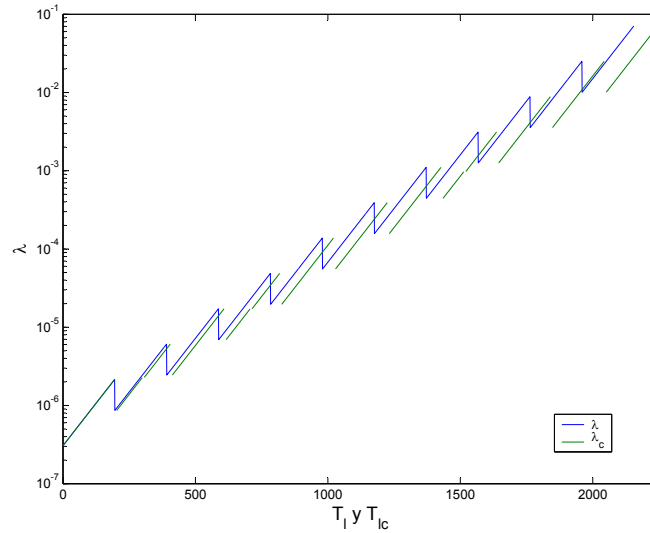


Figura 25.9: Tasa de fallas en función del tiempo operativo  $t$  y del tiempo calendario  $t_c$

**Observación 103** Otra forma de considerar múltiples modos de falla en el costo global es agregar una constante que represente el costo por unidad de tiempo asociado a mantenimiento preventivo para los demás modos de falla.

### 25.3. Maximización de disponibilidad

<sup>4</sup>Cuando los costos de falla dominan a los demás componentes del costo global de mantenimiento, puede ser conveniente maximizar la disponibilidad media del equipo durante su vida operativa  $T_l$ .

Para plantear el modelo, haremos la diferencia entre la vida operativa del equipo  $T_l$  y la vida calendario  $T_{lc}$  la cual incluye aparte de todos los intervalos operativos, los intervalos muertos (sumados en  $T_{mu}$ ) en los cuales se realizaron overhaul e intervenciones correctivas:

$$T_{lc} = T_l + T_{mu}$$

lo que nos define dos ejes de tiempo: el tiempo operativo  $t$  (usado hasta ahora) y el tiempo calendario  $t_c$  que considera paradas por intervenciones preventivas y correctivas (ver figura 25.9).

Tenemos entonces que

$$T_{lc} = T_l + T_r + (n - 1)T_o + \hat{H}(T_l, n)T_m$$

luego podemos estimar la disponibilidad media del equipo durante su vida

$$A = \frac{T_l}{T_{lc}} \quad (25.15)$$

$$A(T_l, n) = \frac{T_l}{T_l + T_r + (n - 1)T_o + \hat{H}(T_l, n)T_m}$$

Para el caso de tener una tasa de fallas de referencia tipo exponencial (ecuación 25.4),

$$\hat{H}(T_l, n) = \frac{e^{\alpha_0} \left[ \left( p + (1 - p)e^{\alpha_1 \frac{T_l}{n}} \right)^n - 1 \right]}{(1 - p)\alpha_1}$$

<sup>4</sup>examen 2004-I.

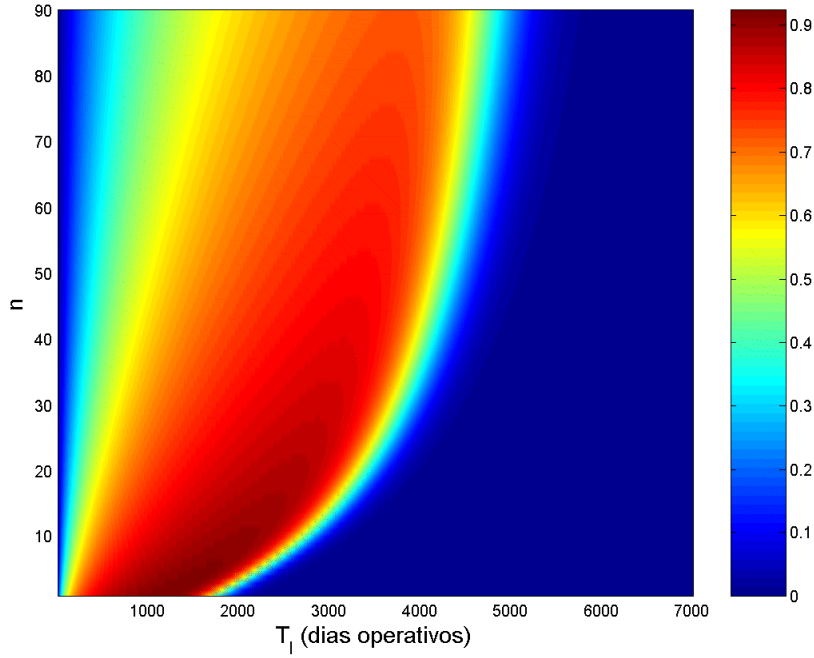


Figura 25.10: Disponibilidad media

luego

$$A(T_l, n) = \frac{T_l}{T_l + T_r + (n-1)T_o + \frac{e^{\alpha_0} \left[ \left( p + (1-p)e^{\alpha_1 \frac{T_l}{n}} \right)^n - 1 \right]}{(1-p)\alpha_1} T_m}$$

La figura (25.10) muestra los resultados para el caso estudiado previamente con

$$\begin{aligned} T_o &= 14 \text{ días} \\ T_m &= 2 \text{ días} \\ T_r &= 90 \text{ días} \end{aligned}$$

Las máximas disponibilidades se dan cerca del origen, eso es, vidas cortas, con pocos overhauls. corregir gráfico.

**Ejercicio 12** Demuestre si la maximación de la disponibilidad corresponde a la minimización del costo global por unidad de tiempo cuando

$$\begin{aligned} C_o &\approx T_o c_f \\ C_m &\approx T_m c_f \\ C_r &\approx T_r c_f \end{aligned}$$

donde  $c_f$  corresponde al costo de falla por unidad de tiempo.

Retomando, la expresión general para el costo esperado por unidad de tiempo es

$$\begin{aligned} c_g &= \frac{C_r + C_o(n-1) + C_m \hat{H}(nT_s)}{nT_s} \\ &= \frac{(T_r + T_o(n-1) + T_m \hat{H}(nT_s))}{nT_s} c_f \\ &= \frac{T_{mu}}{T_l} c_f \end{aligned}$$

sustituyendo (25.15),

$$c_g = \left( \frac{1}{A} - 1 \right) c_f$$

como  $c_f$  es constante,

$$c_g \propto \frac{1}{A} + cte$$

y la minimización de  $c_g$  corresponde a la maximización de  $A$ .

## 25.4. Overhaul óptimo tasas de fallas con distribución Weibull

En este caso, la tasa de fallas sigue la ley

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1}, \quad \beta \geq 1$$

Entonces

$$\hat{H}(nT_s) = \left( \frac{T_s}{\eta} \right)^{\beta} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} (1-p)^{i-1} i^{\beta}$$

y la función objetivo toma la forma

$$c_g(n, T_s) = \frac{c_r + c_o(n-1) + c_m \left( \frac{T_s}{\eta} \right)^{\beta} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} (1-p)^{i-1} i^{\beta}}{nT_s}$$

Se puede probar que  $c_g(n, T_s)$  es minimizada sólo cuando  $n$  minimiza

$$Q(n) = \left( (c_r/c_o - 1 + n)^{\beta-1} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} (1-p)^{i-1} i^{\beta} \right) / n^{\beta} \quad (25.16)$$

lo que reduce el problema a una variable.

Conocido  $n^*$ ,

$$T_s^* = \sqrt[\beta]{\frac{c_r + (n^* - 1) c_o}{(\beta - 1) c_m \sum_{i=0}^{n^*} \binom{n^*}{i} p^{n^*-i} (1-p)^{i-1} i^{\beta}}} \eta$$

### 25.4.1. Casos especiales

La expresión

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} (1-p)^{i-1} i^{\beta}$$

es simplificada para ciertos casos. Por ejemplo,

Para  $n \geq \beta$ ,  $\beta = 1$

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} (1-p)^{i-1} i^{\beta} = n$$

Para  $n \geq \beta$ ,  $\beta = 2$

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} (1-p)^{i-1} i^{\beta} = n^2(1-p) + np \quad (25.17)$$

luego

$$T_s^* = \sqrt[\beta]{\frac{c_r + (n^* - 1)c_o}{c_m n^* (n^* (1 - p) + p)}} \quad (25.18)$$

Para  $n \geq \beta$ ,  $\beta = 3$

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^{n-i} (1-p)^{i-1} i^\beta = n(n-1)(n-2)(1-p)^2 + 3n(n-1)(1-p) + n$$

**Observación 104** Cuando  $\beta$  no es 1, 2 o 3 es fácil evaluar la sumatoria a realizar en maple:

```
> beta:=1.5;n:=10;p:=0.7;
>evalf(sum(binomial(n,i)*p^(n-i)*(1-p)^(i-1)*i^beta,i=0..n));

18.87705110
```

**Ejercicio 13** Revisar los resultados cuando el parámetro  $\gamma$  de la distribución de fallas no es 0.

### 25.4.2. Caso especial, $p = 1$

En caso de que  $p = 1$  se dará la situación mostrada en figura (25.4) y tendremos el siguiente número de fallas durante el ciclo de vida del equipo:

$$\begin{aligned} \hat{H}(nT_s) &= \frac{\int_0^{T_s} \lambda(t) dt}{T_s} nT_s \\ &= n \int_0^{T_s} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} dt \\ &= n \left(\frac{T_s}{\eta}\right)^\beta \end{aligned}$$

y la función de costo queda

$$c_g(n, T_s) = \frac{c_r + c_o(n-1) + c_m n \left(\frac{T_s}{\eta}\right)^\beta}{nT_s}$$

### 25.4.3. Ejemplo numérico

Idem caso anterior,

$$c_r = 200 \text{ um/intervención}$$

$$c_o = 8 \text{ um/intervención}$$

$$c_m = 2 \text{ um/intervención}$$

la tasa de fallas sigue la siguiente ley

$$\lambda(t) = \frac{2}{100} \frac{t}{100}, t \text{ en días}$$

en este caso  $\beta = 2$ ,  $\eta = 100$ .

**Observación 105** Nótese que para  $\beta = 2$ , la tasa de fallas crece linealmente con el tiempo.

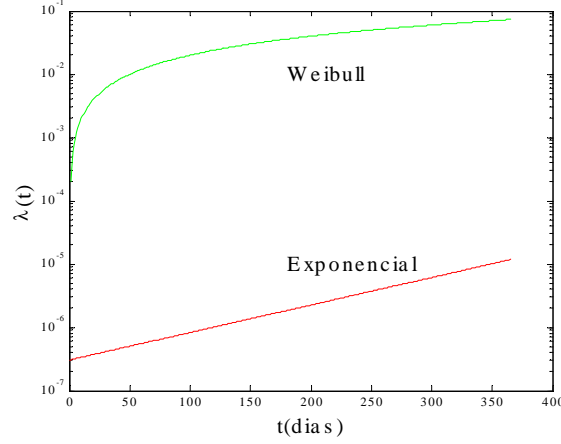


Figura 25.11: Tasas de falla de los ejemplos

Usando (32.9),  $c_g(n, s)$  queda

$$c_g(n, s) = \frac{c_r + c_o(n-1) + c_m \left(\frac{s}{\eta}\right)^\beta (n^2 q + np)}{nT_s}$$

retomando la función (25.16),

$$\begin{aligned} Q(n) &= \frac{(c_r/c_o - 1 + n)(n^2 q + np)}{n^2} \\ &= \frac{(c_r/c_o - 1 + n)(nq + p)}{n} \\ &= q(c_r/c_o - 1 + n) + \frac{p}{n}(c_r/c_o - 1 + n) \\ &= q(c_r/c_o - 1) + nq + p + \frac{p}{n}(c_r/c_o - 1) \end{aligned}$$

derivando e igualando a 0 se llega a la condición de mínimo

$$n^* q = \frac{p}{n^*} (c_r/c_o - 1)$$

Para este caso, usando  $p = 0,7$ ,

$$n^* = 7,48$$

La evaluación de  $Q$  en los valores factibles  $n = 7, 8$  resulta en:

$$Q(n = 7) = 13,20$$

$$Q(n = 8) = 13,17$$

luego

$$n^* = 8$$

Evaluando (32.10)

$$T_s^* = 269 \text{ días}$$

## 25.5. Overhaul óptimo considerando tasa de descuento

Aquí se minimizará el costo total considerando tasa de descuento, sobre un periodo de tiempo infinito. Se usará la misma nomenclatura de las secciones anteriores.

Añadiremos las siguientes variables:

$e^{-\theta t}$  es la función de la tasa de descuento (continua),  $\theta \geq 0$

$c_{g,\theta}(n, s)$  es el costo total con tasa de descuento considerada.

Para el primer ciclo de reemplazo, el costo total (en dinero del instante  $t = 0$ ) es

$$c_r e^{-\theta n T_s} + \sum_{i=1}^{n-1} c_o e^{-\theta i T_s} + c_m \int_0^{n T_s} \lambda(t) e^{-\theta t} dt$$

y sobre un horizonte infinito,

$$c_{g,\theta}(n, T_s) = \left[ c_r e^{-\theta n T_s} + \sum_{i=1}^{n-1} c_o e^{-\theta i T_s} + c_m \int_0^{n T_s} \lambda(t) e^{-\theta t} dt \right] \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\theta i n T_s}$$

la que puede ser simplificada a

$$c_{g,\theta}(n, T_s) = \frac{c_r e^{-\theta n T_s} + c_o \frac{e^{-\theta T_s} - e^{-\theta n T_s}}{1 - e^{-\theta n T_s}} + c_m \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\theta i T_s} \int_0^{T_s} \lambda(i T_s + \tau) e^{-\theta \tau} d\tau}{1 - e^{-\theta n T_s}}$$

### 25.5.1. Tasa de fallas con crecimiento exponencial

En caso de que la tasa de fallas siga la ley

$$\lambda(t) = e^{\alpha_0 + \alpha_1 t}, \alpha_1 \geq 0$$

se puede probar que  $c_{g,\theta}(n, T_s)$  es:

$$\frac{c_r e^{-\theta n T_s} + c_o \frac{e^{-\theta T_s} - e^{-\theta n T_s}}{1 - e^{-\theta n T_s}} + c_m \frac{e^{\alpha_0} (e^{(\alpha_1 - \theta) T_s} - 1) [e^{-\theta T_s} (p + q e^{\alpha_1 T_s}) + 1]}{(\alpha_1 - \theta) [e^{-\theta T_s} (p + q e^{-\alpha_1 T_s}) - 1]}}{1 - e^{-\theta n T_s}} \quad (25.19)$$

### 25.5.2. Ejemplo numérico

Supóngase que los datos son iguales a los del ejemplo 106:

$$c_r = 200 \text{ um/intervención}$$

$$c_o = 8 \text{ um/intervención}$$

$$c_m = 2 \text{ um/intervención}$$

$$\lambda(t) = e^{-15+0,01t}, t \text{ en días}$$

$$p = 0,7$$

Sea

$$\theta = 0,00035$$

lo que es equivalente a una tasa anual de

$$e^{-0,00035 \cdot 365} = 0,88$$

La solución óptima es

$$n^* = 11$$

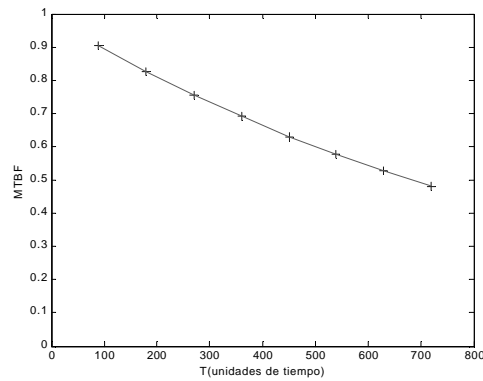
$$T_s^* = 199 \text{ días}$$

$$c_{g,\theta}(n^*, T_s^*) = 300,2 \text{ um}$$

**Observación 106** Compárese con los valores obtenidos en el ejemplo 106.

$tiempo(ut)$	$MTBF$
90	0.91
180	0.83
270	0.76
360	0.69
450	0.63
540	0.58
630	0.53

Cuadro 25.2: Historial de fallas

Figura 25.12: Evolución del  $MTBF$ 

**Ejemplo 101** Un ingeniero de mantenimiento ha estimado la evolución del  $MTBF$  de un cierto equipo de acuerdo a la tabla 30.6 (figura 25.12). al momento de hacer el estudio, no se habían efectuado overhauls sobre el equipo. El costo global promedio de la reparación es 50 um. Un overhaul cuesta 500 um. El equipo nuevo vale 10000 um. Proponga un modelo que minimice el costo global por unidad de tiempo en función del intervalo entre overhauls y el número de overhauls entre 2 reemplazos del equipo.

Reconociendo que el  $MTBF$  está bajando exponencialmente, se ajustará una tasa de fallas de la forma:

$$\lambda(t) = e^{\alpha_0 + \alpha_1 t}$$

Usando los datos de  $MTBF$ ,

tiempo (ut) $t_i$	$MTBF$	$\lambda_i = 1/MTBF$
90	0.91	1.11
180	0.83	1.21
270	0.76	1.32
360	0.69	1.45
450	0.63	1.58
540	0.58	1.73
630	0.53	1.90

Cuadro 25.3: Historial de fallas

Para realizar el ajuste de los parámetros  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ :

$$\log \lambda_i = \alpha_0 + \alpha_1 t_i$$

o matricialmente

$$\begin{bmatrix} 1 & t_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} = \log \lambda_i$$

Usando los datos se construye el sistema lineal

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

con

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \log \lambda_1 \\ \vdots \\ \log \lambda_n \end{Bmatrix}$$

En este caso

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 90 \\ 1 & 180 \\ 1 & 270 \\ 1 & 360 \\ 1 & 450 \\ 1 & 560 \\ 1 & 630 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} 0,1000 \\ 0,1900 \\ 0,2800 \\ 0,3700 \\ 0,4600 \\ 0,5500 \\ 0,6400 \end{Bmatrix}$$

cuya solución es

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,011 \\ 0,001 \end{Bmatrix}$$

y reconociendo los demás parámetros del modelo descrito en sección 25.2,

$$c_m = 10 \text{ M\$}$$

$$c_o = 0,5 \text{ M\$}$$

$$c_r = 0,05 \text{ M\$}$$

$$c_g(n, T_s) = \frac{c_r + c_o(n-1) + c_m e^{\alpha_0} \frac{[(p+q e^{\alpha_1 T_s})^n - 1]}{q \alpha_1}}{n T_s}$$

Sustituyendo, el modelo queda en función del factor de mejora  $p$  y las variables  $n, T_s$ :

$$c_g(n, T_s, p) = \frac{10 + 0,5(n-1) + 0,05 e^{0,01} \frac{[(p+q e^{0,001s})^n - 1]}{0,001q}}{n T_s}$$

con  $q = 1 - p$ .

**Ejercicio 14** <sup>5</sup>Se dispone del historial de fallas para un grupo de 10 equipos similares (tabla 25.4). Durante el primer año no se hicieron overhauls. A principios del quinto trimestre se realizó el primer overhaul. Hasta finales del segundo año (instante del análisis) aun no se realiza el segundo overhaul. El costo global de un reemplazo es 100 um/equipo. El de un overhaul es de 10 um/equipo y para una reparación, 3 um/equipo. Proponga y resuelva un modelo para optimizar los plazos entre overhauls y el intervalos entre reemplazos.

Como durante el primer año (periodo) no se realizaron overhauls, la tasa de fallas puede ser modelada como

$$\lambda_{k=1}(t) = e^{\alpha_0 + \alpha_1 t}$$

---

<sup>5</sup>control 3, 2003-I.

Trimestre	1	2	3	4	5	6	7	8
	3	5	6	9	4	6	8	11

Cuadro 25.4: Historial de fallas de los 10 equipos

Para realizar el ajuste de los parámetros  $\alpha_0, \alpha_1$ :

$$\log \lambda_i = \alpha_0 + \alpha_1 t_i$$

o matricialmente

$$\begin{bmatrix} 1 & t_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} = \log \lambda_i$$

Usando los datos se construye el sistema lineal

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

con

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{bmatrix}$$

$$n = 4$$

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \log \lambda_1 \\ \vdots \\ \log \lambda_n \end{Bmatrix}$$

En este caso

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \log(3/10) \\ \log(5/10) \\ \log(6/10) \\ \log(9/10) \end{Bmatrix}$$

cuya solución es

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1,59 \\ 0,348 \end{Bmatrix}$$

Los datos del segundo año permiten estimar el factor de mejora  $p$ :

$$\lambda_{k=2}(t_i) = p\lambda_{k=1}(t_i - T_s) + (1 - p)\lambda_{k=1}(t_i)$$

$$i = 5, 6, 7, 8$$

como el intervalo utilizado fue de un año (4 trimestres):

$$T_s = 4$$

luego (de acuerdo a ecuación 33.2),

$$\lambda_{k=2}(t_i) = p \left( e^{\alpha_0 + \alpha_1(t_i - T_s)} \right) + (1 - p) \left( e^{\alpha_0 + \alpha_1 t_i} \right)$$

de la que despejamos  $p$  por mínimos cuadrados

$$\left[ \left( e^{\alpha_0 + \alpha_1(t_i - T_s)} \right) - \left( e^{\alpha_0 + \alpha_1 t_i} \right) \right] p = \lambda_{k=2}(t_i) - e^{\alpha_0 + \alpha_1 t_i}$$

o

$$\mathbf{A}p = \mathbf{b}$$

con

$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} e^{\alpha_0 + \alpha_1(5-4)} - e^{\alpha_0 + \alpha_1 5} \\ e^{\alpha_0 + \alpha_1(6-4)} - e^{\alpha_0 + \alpha_1 6} \\ e^{\alpha_0 + \alpha_1(7-4)} - e^{\alpha_0 + \alpha_1 7} \\ e^{\alpha_0 + \alpha_1(8-4)} - e^{\alpha_0 + \alpha_1 8} \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} 4 - e^{\alpha_0 + \alpha_1 5} \\ 6 - e^{\alpha_0 + \alpha_1 6} \\ 8 - e^{\alpha_0 + \alpha_1 7} \\ 11 - e^{\alpha_0 + \alpha_1 8} \end{Bmatrix}$$

luego

$$p = 0,917$$

y reconociendo los demás parámetros del modelo,

$$c_m = 100 \text{ um}$$

$$c_o = 10$$

$$c_r = 3$$

Este ejercicio nos ha permitido estimar la calidad de las intervenciones preventivas. Hemos podido evaluar que tan cerca están los equipos de una situación *como nuevo* o *como antes*, tras un overhaul.

## 25.6. Comentarios Finales

Una limitación importante del modelo original es que el equipo tiene un sólo modo de falla relevante. En general los equipos poseen varios modos de falla y los costos y tasas de fallas asociados pueden ser muy distintos, invalidando los resultados obtenidos. En tal sentido, el modelo propuesto en el ejemplo 100 es una mejora relevante.

Una posible mejora al modelo sería utilizar modelos que cubran toda la curva de la bañera (por ejemplo el modelo de Dhillon [1]). También se podrían considerar intervalos variables entre overhauls: a medida que el equipo envejece puede tener sentido acortar los plazos.

## 25.7. Lecturas recomendadas

(Kijima, 1989)[5] propone un modelo para la tasa de fallas en base al concepto de *edad virtual*.

(Levitin y Lisnianski, 2000)[20] proponen un modelo para un sistema-multi-componente con mantenimiento imperfecto.

(Wang & Pham, 1999)[1] modelan el mantenimiento imperfecto considerando *MTBF* decreciente en el tiempo mientras que el *MTTR* es creciente. Tanto las intervenciones preventivas como las correctivas son tratadas como *imperfectas*. Presentan un modelo de programación no lineal y un ejemplo numérico.

(Pham & Wang, 1996)[4] entregan un *review* de los modelos para mantenimiento imperfecto hasta esa fecha.

# Bibliografía

- [1] J. Bisschop and R. Entriken. AIMMS, *The Modeling System*. Paragon Decision Technology, The Netherlands, 1993.
- [2] Jardine A.K.S. Zhang, F. *Optimal maintenance models with minimal repair, periodic overhaul and complete renewal*. IIE Transactions, 30, 1109-1119, 1998. [\[bajar\]](#)
- [3] C.R. Sundararajan. *Guide to Reliability Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [4] Pham, H. and Wang, H., *Imperfect Maintenance*, European Journal of Operational research, 94,425-438, 1996. [\[bajar\]](#)
- [5] Kijima, M., *Some results for repairable systems with general repair*, J Appl Probab, 26, 89–102, 1989. [\[bajar\]](#)
- [6] Levitin, G., Lisnianski, A., *Optimization of imperfect preventive maintenance for multi-state systems*, Reliability Engineering and System Safety, 67, 193–203, 2000. [\[bajar\]](#)
- [7] H. Wang, H. Pham, *Some maintenance models and availability with imperfect maintenance in production systems*, Annals of Operations Research, 91, 305–318, 1999. [\[bajar\]](#)
- [8] Fromm, E., *The Art of Loving*, Harper & Row, Inc., New York, 1956.



## Capítulo 26

# Intervenciones correctivas y preventivas imperfectas

¿quién dijo que todo está perdido?  
yo vengo a ofrecer mi corazón  
tanta sangre que se llevó el río  
yo vengo a ofrecer mi corazón  
*Mercedes Sosa & Francis Cabrel.*

### 26.1. Introducción

Vimos en el capítulo §25 un modelo para establecer plazos entre overhauls (y reemplazo) cuando las intervenciones correctivas son *mínimas* y las preventivas son *imperfectas*. Aquí, presentamos un modelo donde tanto las intervenciones preventivas como las correctivas son *imperfectas*. El modelo considera que tras cada intervención el tiempo medio para fallar disminuye en una fracción constante. El tiempo medio para reparar se incrementa en un factor constante. El modelo minimiza el costo global esperado por unidad de tiempo, sujeto a una restricción de disponibilidad mínima. La formulación es no lineal en variable mixta.

### 26.2. Formulación del modelo

Consideremos un sistema nuevo que comienza a operar en  $t = 0$ . El sistema está sujeto a fallas tempranas (etapa A), cuya reparación usualmente tiene costo bajo. Sea  $k - 1$  el número de fallas antes

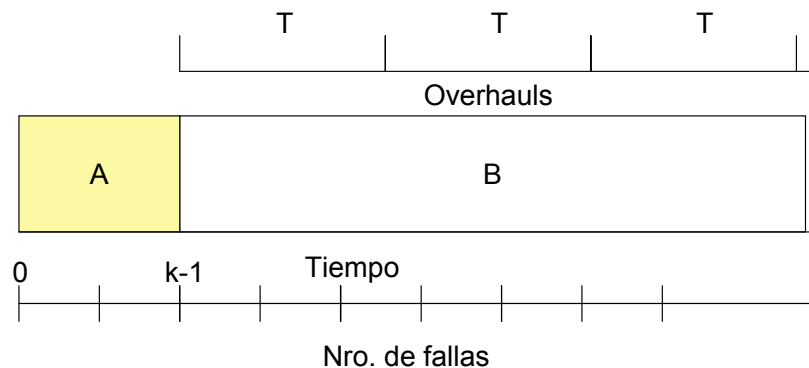


Figura 26.1: Etapas en la vida del equipo

de comenzar a aplicar un programa preventivo (etapa  $B$ , ver figura 26.1). Supongamos que el costo de reparar el sistema a la  $i$ -ésima falla es:

$$C_{cA} = C_{cA}^0 + (1 - i)\Delta C_{cA} \text{ um/intervención}$$

si y solo si

$$i \leq k - 1$$

donde

$$i = 1, 2, \dots, k - 1$$

Observemos que el costo de una intervención correctiva se incrementa en  $\Delta C_{cA}$  um cada vez que el equipo es reparado.

La reparación durante la etapa correctiva del programa de mantenimiento es *imperfecta* en el sentido de que el tiempo medio para fallar decrece en  $(1 - \alpha)$  tras cada intervención correctiva y el tiempo medio para reparar crece en una fracción  $(\beta - 1)$ , donde

$$\begin{aligned} 0 < \alpha < 1 \\ \beta > 1 \end{aligned}$$

De lo anterior el tiempo medio para fallar tras la  $k$ -ésima falla es (figura 26.2):

$$\alpha^{k-1} T_{\mu_1} \text{ ut}$$

donde  $T_{\mu_1}$  corresponde al tiempo medio para fallar de un sistema nuevo. A su vez,  $T_{\eta_1}$  corresponde al intervalo de tiempo esperado para la primera intervención en un sistema nuevo (ver figura 26.3).

Tras la  $(k - 1)$ -ésima falla, el sistema comienza a recibir intervenciones preventivas cada  $T$  ut,

$$T > 0$$

con un costo  $C_p$  um/intervención y una duración esperada  $T_w$  ut. La intervención preventiva es *imperfecta* y deja al equipo como nuevo con probabilidad  $p$  y tal como antes, con probabilidad  $(1 - p)$ . Después de iniciar un programa preventivo, y al ocurrir una falla, se realiza una reparación *imperfecta* que acorta el tiempo medio para fallar en una fracción  $(1 - \kappa)$ . Estas intervenciones correctivas tienen un valor de  $C_{cB}$  um c/u. Notemos que ambos tipos de intervención son *imperfectas* y que en el caso de que  $\kappa = 1$ , la intervención correctiva es *perfecta*.

Sea  $\tilde{T}_n$  el intervalo entre el  $(n - 1)$ -ésima falla y la  $n$ -ésima falla,  $n \geq 1$ . Cumple:

$$\tilde{T}_n \geq 0$$

El número de total de eventos  $N(t)$  que han ocurrido hasta el instante  $t$  pueden ser calculados a partir de [1]:

$$\begin{aligned} P\{N(t) = n\} &= P\{N(t) \geq n\} - P\{N(t) \geq n + 1\} \\ &= P\{T_n \leq T\} - P\{T_{n+1} \leq t\} \\ &= G_n(t) - G_{n+1}(t) \end{aligned}$$

donde  $G_n(t)$  es la convolución de las funciones acumuladas  $F_1, F_2, \dots, F_n$ .

El valor esperado de  $N(t)$  es  $M(t)$ , y está dado por:

$$\begin{aligned} M(t) &= E[N(t)] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} P\{N(t) \geq n\} = \sum_{n=1}^{\infty} P\{T_n \leq t\} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t) \end{aligned}$$

Figura 26.2: Vida media vs número de fallas acumuladas

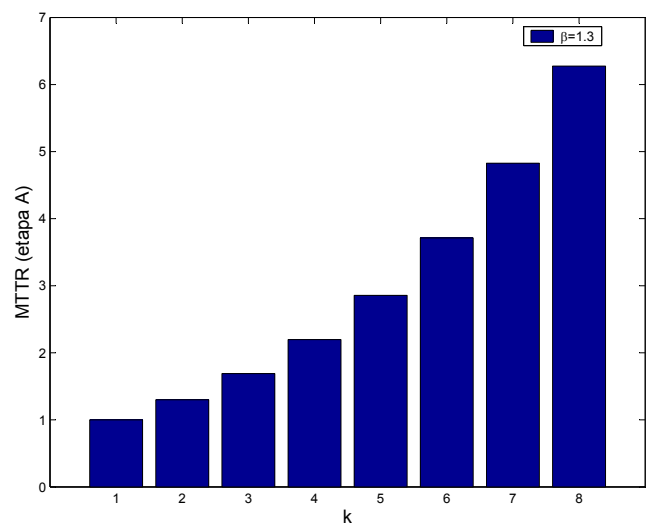
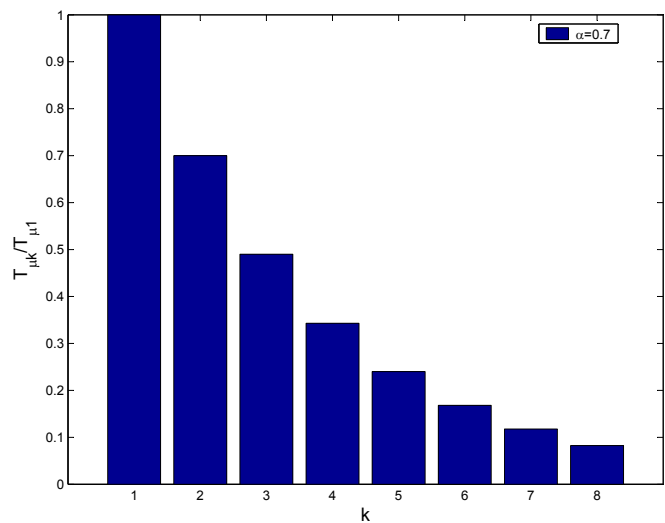


Figura 26.3: Tiempo medio para reparar vs número de fallas acumuladas

El intervalo entre dos intervenciones preventivas perfectas constituye un ciclo de renovación. Considerando que la tasa de fallas como una función no decreciente (excluyendo tasa de falla constante) (Wang y Pham, 1999)[1] llegan a los siguientes resultados:

El costo esperado por ciclo es:

$$C_g(T, k) = (k-1) \left( C_{cA}^0 + \frac{1}{2}(k-2)\Delta C_{cA} \right) + C_p \sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^{i-1}p + C_{cB} \sum_{i=1}^{\infty} (1-p)^{i-1}pM(iT)$$

El primer sumando corresponde a los costos correctivos en la etapa  $A$  (netamente correctiva); los otros dos, al costo esperado durante la etapa  $B$  (preventiva). La duración esperada de un ciclo es:

$$T_d(T, k) = T_{\mu_1} \frac{1 - \alpha^{k-1}}{1 - \alpha} + T_{\eta_1} \frac{1 - \beta^{k-1}}{1 - \beta} + T_w \sum_{i=1}^{\infty} (1-p)^{i-1}p + T \sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^{i-1}p$$

En consecuencia, el costo esperado por unidad de tiempo es:

$$\begin{aligned} c_g(T, k) &= \frac{C_g(T, k)}{T_d(T, k)} \\ &= \frac{C_{cA}^0(k-1) + \Delta C_{cA} \frac{(k-1)(k-2)}{2} + C_p p^{-1} + C_{cB} \sum_{i=1}^{\infty} p(1-p)^{i-1}M(iT)}{T_{\mu_1} \frac{1 - \alpha^{k-1}}{1 - \alpha} + T_{\eta_1} \frac{1 - \beta^{k-1}}{1 - \beta} + T p^{-1} + T_w} \end{aligned} \quad (26.1)$$

y la disponibilidad esperada en el largo plazo es:

$$A(T, k) = \frac{T_{\eta_1} \frac{(1 - \beta^{k-1})}{1 - \beta} + T p^{-1}}{T_{\mu_1} \frac{1 - \alpha^{k-1}}{1 - \alpha} + T_{\eta_1} \frac{1 - \beta^{k-1}}{1 - \beta} + T p^{-1} + T_w} \quad (26.2)$$

El modelo propuesto considera la minimización de (26.1) sujeto a la restricción

$$A \geq A_0$$

donde  $A$  está dada por la ecuación (26.2) y  $A_0$  representa un nivel de disponibilidad minima a respetar.

## 26.3. Distribución Normal

Para ilustrar el uso del modelo, consideremos que la distribución de referencia es Gaussiana:

$$f_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}T_\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-T_{\mu_1}}{T_{\sigma_1}}\right)^2}$$

Tenemos que

$$f_k(t) = \alpha^{1-k} f_1(\alpha^{1-k}t)$$

y

$$M(t) = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t)$$

donde:

$$G_n(t) = P\{T_n \leq t\}$$

$T_n$  sigue una distribución Gaussiana con media:

$$\mu_x(n) = \alpha^{1-k} \frac{(1 - \kappa^n)}{(1 - \kappa)} T_{\mu_1}$$

y varianza

$$\sigma_x^2(n) = \alpha^{2k-2} \frac{1 - \kappa^{2n}}{1 - \kappa^2} T_{\sigma_1}^2$$

Parámetro	Valor	Unidad
$T_{\mu_1}$	10	ut
$T_{\sigma_1}$	1	ut
$T_{\eta_1}$	0,9	ut
$C_{cA}^0$	1	um
$\Delta C_{cA}$	0,1	um
$C_p$	3	um
$C_{cB}$	4	um
$\alpha$	0,95	
$\beta$	1,05	
$p$	0,95	
$T_w$	0,2	ut
$\kappa$	0,90	
$A_0$	0,93	

Cuadro 26.1: Parámetros del ejemplo

En consecuencia,

$$M(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi \left( \frac{t - \mu_x(n)}{\sigma_x(n)} \right) \quad (26.3)$$

Esta expresion permite evaluar numéricamente (26.1) y (26.2) para tomar la decisión acerca de cuando comenzar el programa preventivo ( $k$ ) y con que intervalo ( $T$ ).

## 26.4. Ejemplo numérico

Tomemos los parámetros de tabla (44.7). Los resultados se muestran en figuras (26.4) y (26.5), respectivamente. El par óptimo que satisface la restricción de disponibilidad es

$$(T^*, k^*) = (7,2870 \text{ ut}, 3)$$

cuyo costo esperado es

$$c_g^* = 0,1908 \text{ um/ut}$$

O sea, es conveniente esperar la ocurrencia de 2 fallas (que cuestan 1.0 y 1.1 *um* respectivamente) antes de iniciar el programa preventivo cada 7.287 *ut* donde cada overhaul cuesta 3 *um* y donde las intervenciones correctivas cuestan 4 *um*.

Si la desviación standard crece a 2 *ut*, y los demás parámetros permanecen iguales (*ceteris paribus*), la solución óptima es:

$$(T^*, k^*) = (7,2872 \text{ ut}, 3)$$

pero el costo esperado crece a:

$$c_g^* = 0,2100 \text{ um/ut}$$

Notemos que las curvas de disponibilidad son indistinguibles para ambos casos (figura 26.6). Ello nos indica que la solución es muy insensible a cambios en la desviación standard  $T_\sigma$ ; no así el costo esperado, que crece 10 %.

Al omitir la restricción de disponibilidad, la solución óptima es:

$$(T^*, k^*) = (6,0304 \text{ ut}, 6)$$

con un costo esperado

$$c_g^* = 0,1660 \text{ um/ut}$$

y una disponibilidad esperada:

$$A^* = 0,9089$$

En este caso el costo puede ser reducido un 13 % al precio de bajar la disponibilidad 2 %. Notemos también los mínimos locales cuando  $T_\sigma = 2 \text{ ut}$ .

Figura 26.4: Costo esperado por unidad de tiempo

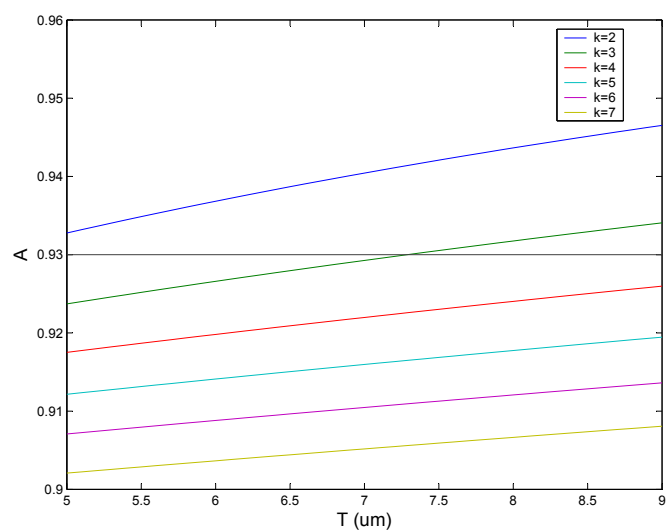
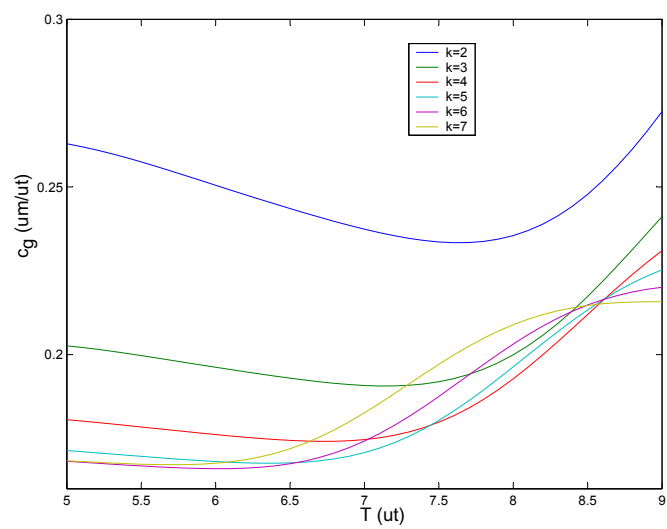
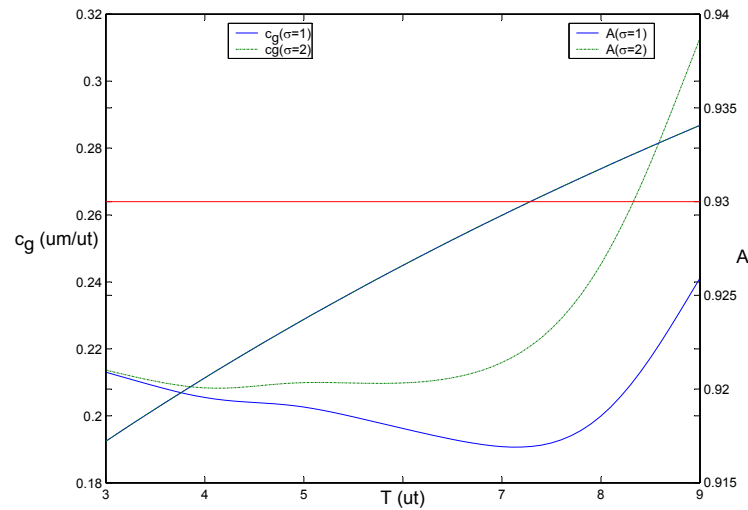


Figura 26.5: Disponibilidad esperada

Figura 26.6: Análisis de sensibilidad ( $\sigma = 1, 2$ )

## 26.5. Comentarios finales

Tal como está planteado los parámetros de costo pueden representar costos globales o de intervención. Como lo revelante es minimizar el costo global, si se consideran como costo global entonces la restricción de disponibilidad no debería ser tomada en cuenta. En caso de considerarse como costos de intervención, entonces, aparte de la restricción de disponibilidad ("impuesta" por prácticas en otras empresas por ejemplo), podríamos considerar una restricción presupuestaria.

Es extraño que el costo de una reparación dependa de cuando se iniciaron las preventivas ( $C_{cB}$  vs  $C_{cA}^0$ ).

Mejoras posibles:

- Una forma alternativa de explotar este modelo considera la maximización de la disponibilidad sujeto a una restricción de presupuesto.
- Considerar el reemplazo.
- Restricción presupuestaria
- Considerar tasa de descuento

## 26.6. Lecturas complementarias

(Pham & Wang, 1996)[4] presentan un review de modelos para el mantenimiento *imperfecto*.



# Bibliografía

- [1] H. Wang, H. Pham, *Some maintenance models and availability with imperfect maintenance in production systems*, Annals of Operations Research, 91, 305–318, 1999. [\[bajar\]](#)
- [2] F. Beichelt and K. Fischer, *General failure model applied to preventive maintenance policies*, IEEE Transactions on Reliability R-29, 39–41, 1980.
- [3] F. Beichelt, *A generalized block-replacement policy*, IEEE Transactions on Reliability, R-30, 171–173, 1981.
- [4] H.W. Block, W.S. Borges and T.H. Savits, *A general age replacement model with minimal repair*, Naval Research Logistics, 35, 365–372, 1988.
- [5] S. Sheu, W.S. Griffith and T. Nakagawa, *Extended optimal replacement model with random minimal repair costs*, European Journal of Operational Research 85, 636–649, 1995.
- [6] C. Valdez-Flores and R.M. Feldman, *A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems*, Naval Research Logistics, 36, 419–446, 1989.
- [7] Y. Lam, *Analysis of a two-component series system with a geometric process model*, Naval Research Logistics, 43, 491–502, 1996.



## Capítulo 27

# Garantías, overhauls y reemplazo

..si tu quieres que  
yo te vuelva a querer  
como te quería,  
esta vez me a vas a tener  
que firmar una garantía  
*El Gran Combo de Puerto Rico.*

### 27.1. Introducción

Los componentes pueden fallar temprano tras su puesta en marcha por defectos de manufactura, es lo que llamamos la infancia del equipo. Luego aparece la degradación causada por el uso y el envejecimiento.

Muchos sistemas son vendidos con una garantía que ofrece protección a los compradores contra fallas tempranas durante la infancia del equipo. El periodo de garantía se ha vuelto cada vez mas largo; por ejemplo, la garantía de un automóvil duraba solo 3 meses en los años '30 y actualmente oscila de 3 a 5 años, o es una función del kilometraje recorrido. Con tales garantías extendidas, un sistema puede ser cubierto gran parte de su vida útil. Ello implica que pueden ocurrir fallas debido a degradación durante el periodo de garantía.

La degradación puede ser controlada con mantenimiento preventivo, que reduce significativamente la tasa de fallas del equipo, y su evolución en el tiempo. En consecuencia, el mantenimiento preventivo es importante cuando los periodos de garantía son largos.

El ofrecer periodos de garantía implica costos adicionales para el fabricante del equipo. Existe el costo de reparar fallas (mantenimiento correctivo) durante el periodo de garantía. Un programa de mantenimiento preventivo puede reducir tales costos correctivos. Dado que el comprador no paga las reparaciones durante el periodo de garantía, no hay incentivos para él en invertir en mantenimiento preventivo. Para el fabricante conviene realizar intervenciones  $\lambda$ s solo si logra reducir los costos correctivos durante el periodo de garantía en un monto mayor al invertido en intervenciones  $\lambda$ s.

Sin embargo, desde el punto de vista del comprador, el invertir en mantenimiento preventivo durante y después de que la garantía ha expirado puede tener un impacto significativo en los costos post-garantía, que son pagados por el comprador. Consecuentemente, es conveniente definir programas de mantenimiento preventivo aun durante el periodo de garantía; para ello se deben tomar en cuenta los costos globales del ciclo de vida del equipo, cosa que estudiaremos en este capítulo.

Presentamos un modelo que considera los puntos de vista de ambos actores, comprador y fabricante, para determinar estrategias de mantenimiento preventivo óptimas.

### 27.2. Garantías

Una garantía es un contrato entre el comprador y el fabricante que se hace efectivo tras la compra del equipo. El propósito de la garantía es básicamente establecer *responsabilidad* en el caso de una falla

prematura del equipo, donde el termino *falla* se refiere a la inhabilidad del equipo en realizar la función para la cual ha sido diseñado. El contrato especifica un cierto nivel de performance del equipo, que de no cumplirse, obliga a compensar al comprador. Se especifican además las responsabilidades del comprador con respecto al cuidado y condiciones de operación del equipo.

Existen varias formas de estimar los costos de las garantías en la evaluación de un equipo:

1. Costo unitario, para el fabricante. Este costo unitario puede ser calculado a partir del costo total de garantía dividido por el número de items vendidos.
2. Costo unitario, para el comprador. Se obtiene al promediar los costos asociados a los equipos adquiridos incluyendo aquellos obtenidos gratuitamente o aun precio reducido, por garantía.
3. Costo global durante el ciclo de vida
4. Costo global en un horizonte finito
5. Costo por unidad de tiempo

La selección del método adecuado depende del producto, el contexto y la perspectiva. La clase de consumidor también puede ser importante, entre otros muchos factores. Se deben evaluar modelos de costo tanto para el fabricante como para el comprador. El lector interesado es referido a Murthy y Blischke (1994)[?] y Murthy y Djamaludin (2002)[4].

### 27.3. Formulación del problema

- Se considera un componente reparable que tiene una garantía de reparaciones gratis durante el periodo de garantía  $(0, T_w)$ .
- El producto tiene una vida útil  $T_l$ ,
- Las reparaciones en el plazo  $(T_w, T_l)$  son costo del comprador;
- Las reparaciones durante el periodo de garantía son mínimas, o sea, retornan el equipo a operación, tal *como antes* de la falla.
- Consideraremos que

$$MTTR \ll MTBF$$

- $m$ , nivel de mantenimiento preventivo, corresponde a una variable de decisión. Cumple

$$0 \leq m \leq M$$

Un valor grande de  $m$  implica un mayor esfuerzo de mantenimiento. Por ejemplo, mayor frecuencia de inspecciones, mayor número de componentes inspeccionados, etc. En este contexto, el mantenimiento preventivo incluye al mantenimiento predictivo.  $m$  puede ser discreta o continua. Aquí la consideraremos como una variable continua.

- Asumiremos que el nivel de mantenimiento es constante a lo largo de la vida del equipo.
- $M$ , valor máximo para el nivel de mantenimiento;
- $f_0(t)$ , función densidad de probabilidad de falla si no se realiza mantenimiento preventivo (en realidad, mínimo);
- la función acumulada es

$$F_0(t) = \int_0^t f_0(\tau) d\tau$$

- $\lambda_0(t)$ , tasa de fallas si no se realiza mantenimiento preventivo;

- $\lambda(t, m)$ , tasa de fallas con mantenimiento preventivo;
- $C$ , costo de una reparación (intervención+falla);

$$C_r = C_{f,r} + C_{i,r}$$

- $c_m(m)$ , costo de mantenimiento por unidad de tiempo para un nivel de mantenimiento  $m$ ; se considera que si es aplicada, la mantenimiento preventiva es continua en el tiempo (intervención+falla);
- $\beta, \eta_m$  parámetros de forma y escala de Weibull respectivamente;
- $C_{b,x}$ , costo global de ciclo de vida, para el comprador, si se sigue la estrategia  $x$ ,

$$x = \begin{cases} a & \text{sin mantenimiento preventivo (mínimo)} \\ b & \text{mantenimiento preventivo sobre } (0, T_l) \\ c & \text{sin mantenimiento preventivo sobre } (0, T_w) \end{cases}$$

- $C_{m,x}$ , costo global de ciclo de vida, para el fabricante, si se sigue la estrategia  $x$ .
- asumiremos que  $\lambda_M(t)$  es una función creciente en el tiempo, o sea, el equipo envejece aun con un nivel máximo de mantenimiento.
- se considera que el mantenimiento correctivo es una opción realista; en la realidad corresponde a aplicación mínima de mantenimiento preventivo (lubricación, por ejemplo).

Tenemos entonces, para el caso  $a$ :

$$\lambda(t, 0) = \lambda_0(t)$$

para el caso  $b$ :

$$\lambda(t, m) = \lambda_m(t)$$

Se puede modelar la relación entre  $\lambda_0(t)$  y  $\lambda_m(t)$  de varias maneras. La primera implicar relacionar el parámetro de escala de la función distribución. Para una distribución de Weibull, su relación está dada por:

$$\eta_m = g(\eta_0, m)$$

tenemos que

$$\frac{\partial g}{\partial m} > 0$$

que implica que el parámetros de escala se incrementa con el nivel de mantenimiento  $m$ .

Una segunda manera implica el uso de la relación:

$$\lambda(t, m) = \phi(m)\lambda(t, 0)$$

donde  $\phi(m)$  decrece cuando  $m$  crece.

Para el caso  $c$  tenemos:

$$\lambda(t, m) = \begin{cases} \lambda_0(t) & \text{para } t \in (0, T_w) \\ [\lambda_0(T_w) - \lambda_m(T_w)] + \lambda_m(t) & \text{para } t \in (T_w, T_l) \end{cases}$$

La figura (27.1) muestra las tasas de falla durante la vida para los 3 casos.

El número esperado de fallas durante el intervalo de garantía está dado por:

$$\int_0^{T_w} \lambda(t, m) dt$$

y durante el resto de su vida por

$$\int_{T_w}^{T_l} \lambda(t, m) dt$$

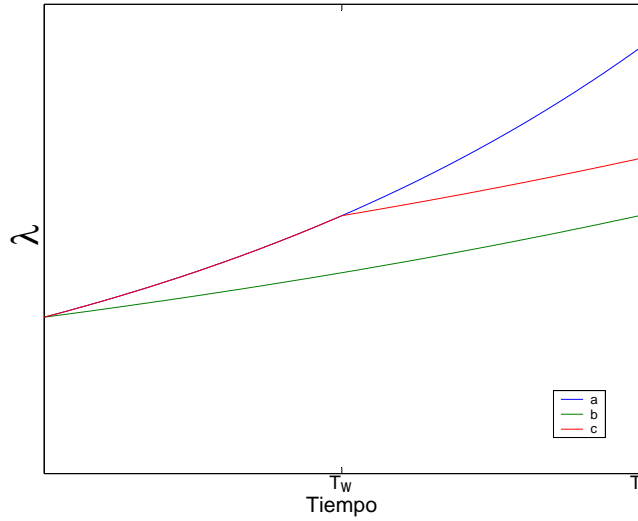


Figura 27.1: Tasas de falla para los 3 casos estudiados

Los costos por mantenimiento preventivo durante la vida del equipo son, para los 3 casos  $a$ ,  $b$ ,  $c$  respectivamente:

$$\begin{aligned} C_{p,a} &= 0 \\ C_{p,b}(m) &= c_m T_l \\ C_{p,c}(m) &= c_m (T_l - T_w) \end{aligned}$$

El costo global durante la vida del equipo para el comprador es la suma del costo preventivo más el costo de mantenimiento correctivo en el periodo post-garantía. Para el caso  $a$ :

$$C_{B,a} = 0 + C_r \int_{T_w}^{T_l} \lambda_0(t) dt \quad (27.1)$$

Para el caso  $b$ ,

$$C_{B,b}(m) = c_m T_l + C_r \int_{T_w}^{T_l} \lambda_m(t) dt \quad (27.2)$$

Para el caso  $c$ ,

$$C_{B,c}(m) = c_m (T_l - T_w) + C_r \int_{T_w}^{T_l} ([\lambda_0(T_w) - \lambda_m(T_w)] + \lambda_m(t)) dt \quad (27.3)$$

**Observación 107** En general las garantías no incluyen el costo de falla asociado al mantenimiento correctivo, luego los modelos de costos (27.1-27.3) subestiman el costo global para el comprador. Los modelos presentados son fácilmente extensibles para considerar la situación.

El nivel óptimo de mantenimiento para los casos  $b$  y  $c$ , pueden ser obtenidos minimizando el costo global esperado. Desde el punto de vista del comprador, la decisión entre tomar cualquiera de las 3 estrategias depende del valor del costo global obtenido para cada caso.

Por otro lado, el costo esperado para el fabricante por unidad, es la suma de los costos de reparaciones durante el periodo de garantía. Para los casos  $a$  y  $c$ , está dado por:

$$C_{M,a} = C_{M,c} = C_r \int_0^{T_w} \lambda_0(t) dt \quad (27.4)$$

Para el caso  $b$ ,

$$C_{M,b} = C_r \int_0^{T_w} \lambda_m(t) dt \quad (27.5)$$

Como

$$\lambda_m(t) < \lambda_0(t)$$

el costo esperado para el fabricante es mínimo cuando el usuario realiza mantenimiento preventivo durante el periodo de garantía.

El comprador avezado evaluará las 3 posibilidades y tomará aquella que minimice el costo global durante el ciclo de vida. Un comprador poco inteligente tratará de ahorrarse el mantenimiento preventivo durante el periodo de garantía, con un posible mayor costo global del ciclo de vida.

El fabricante tratará de convencer al comprador de hacer mantenimiento preventivo durante la garantía a través de algún incentivo, monetario por ejemplo. En tanto el incentivo cueste menos que los posibles ahorros para el fabricante, ello resulta en una situación donde ambos ganan. En todo caso, el comprador puede estar tentado a tomar el incentivo y no realizar el mantenimiento prometido. Es necesario que el fabricante pueda observar las acciones del comprador (ejemplo: servicios técnicos autorizados).

Con tecnología moderna, el fabricante podría tener acceso a datos de condición que verifiquen las acciones preventivas del comprador, y premiarlo extendiendo el periodo de garantía desde  $T_w$  a  $T_{w'}$ , por ejemplo.

**Observación 108** *Una práctica alternativa es poner como cláusula de validez del contrato de garantía el que se hagan mantenimiento preventivo estipulado por el vendedor en sus centros de servicio (el caso de los vehículos particulares).*

## 27.4. Modelo con distribución de Weibull

Para este modelo consideraremos una relación entre el parámetro de escala  $\eta$  y el nivel de mantenimiento  $m$ . Asumamos por ejemplo,

$$\eta_m = \eta_0 \left( \frac{1}{1-m} \right)^\alpha$$

con

$$m \in (0, 1)$$

y

$$\alpha > 0$$

La figura (27.2) muestra la relación para  $\alpha = 1$ ,  $\eta_0 = 2$ .

Para un nivel dado de mantenimiento se tiene:

$$F(t, m) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta_m}\right)^\beta}$$

además,

$$\lambda(t, m) = \frac{\beta}{\eta_m} t^{\beta-1}$$

y el número esperado de fallas en un intervalo  $[t_0, t_1]$  es

$$\left( \frac{t_1}{\eta_m} \right)^\beta - \left( \frac{t_0}{\eta_m} \right)^\beta$$

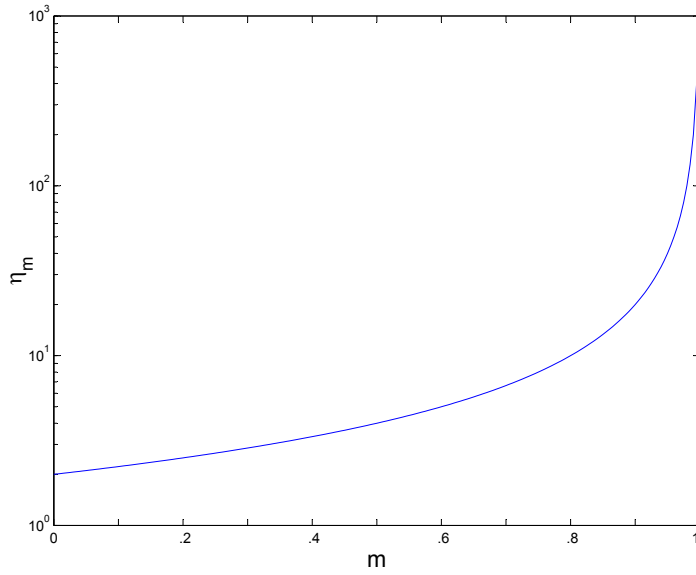


Figura 27.2: Relación entre  $m$  y  $\eta_m$

Usando las ecuaciones (27.1)-(27.3), el costo esperado para el comprador son:

$$\begin{aligned}
 C_{B,a} &= \left( \frac{C_r}{\eta_0^\beta} \right) (T_l^\beta - T_w^\beta) \\
 C_{B,b} &= \left( \frac{C_r}{\eta_0^\beta} \right) (T_l^\beta - T_w^\beta) + c_m T_l \\
 C_{B,c} &= C_r \left[ \beta T_w^{\beta-1} \left( \frac{1}{\eta_0^\beta} - \frac{1}{\eta_m^\beta} \right) (T_l - T_w) + \left( \frac{1}{\eta_0^\beta} \right) (T_l^\beta - T_w^\beta) \right] + c_m (T_l - T_w)
 \end{aligned}$$

Y para el fabricante (ecuaciones 27.4 y 27.5),

$$\begin{aligned}
 C_{M,a} &= C_{M,c} = C_r \left( \frac{T_w}{\eta_0} \right)^\beta \\
 C_{M,b} &= C_r \left( \frac{T_w}{\eta_m} \right)^\beta
 \end{aligned}$$

## 27.5. Ejemplo

Tomaremos el ejemplo de la referencia [2]. Los parámetros son:

$$\begin{aligned}
 T_w &= 2 \text{ ut} \\
 T_l &= 5 \text{ ut} \\
 \beta &= 3 \\
 \eta_0 &= 2 \text{ ut} \\
 \alpha &= 1 \\
 C_r &= 20 \$
 \end{aligned}$$

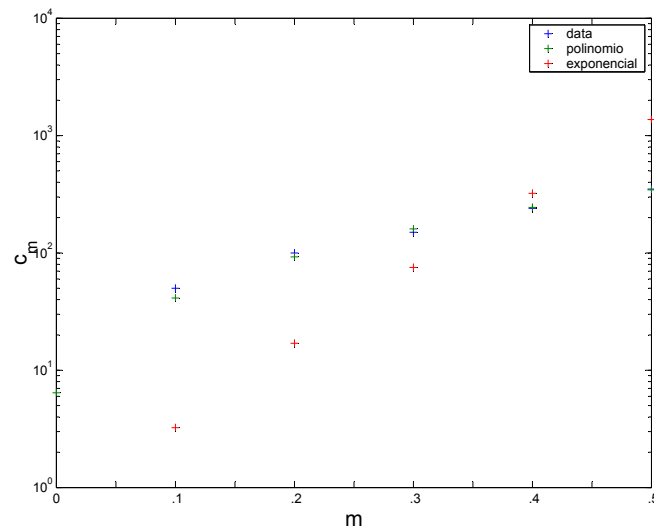


Figura 27.3: Ajuste con parábola y con exponencial

$m$	$c_m$
0	0
0.1	50
0.2	100
0.3	150
0.4	240
0.5	350

Cuadro 27.1: Costos preventivos por unidad de tiempo en función de  $m$ 

El costo de las intervenciones preventivas por unidad de tiempo se considera una función de  $m$  según tabla (29.1). A fin de simplificar los cálculos se ajustó una parábola por mínimos cuadrados (ver figura 27.3). el polinomio queda:

$$c_m = 6,43 + 26,64m + 8,21m^2$$

también se ensayó una exponencial de la forma

$$c_m = e^{\rho m} - 1$$

sin embargo el error cuadrático es bastante mayor que con el ajuste de parábola.

En la referencia se restringe  $m$  a valores enteros en el rango  $[0, 0,5]$ .

La tabla Excel se puede bajar desde [aquí](#).

## 27.6. Considerando 2 niveles de mantención preventiva

Extenderemos el modelo propuesto en la sección anterior para considerar mantenimiento preventivo con nivel  $m_1$  durante la garantía y de nivel  $m_2$  a partir de ese instante. Estudiaremos los costos incurridos tanto por parte del comprador como por el proveedor<sup>1</sup>. El caso estudiado será denominado caso  $d$ .

Para el caso  $d$  tenemos:

$$\lambda(t, m) = \begin{cases} \lambda_{m_1}(t) & \text{para } t \in (0, T_w) \\ [\lambda_{m_1}(T_w) - \lambda_{m_2}(T_w)] + \lambda_{m_2}(t) & \text{para } t \in (T_w, T_l) \end{cases}$$

<sup>1</sup>Control 3, 2003-I.

Los costos por mantenimiento preventivo durante la vida del equipo son, para este caso:

$$C_{p,d}(m_1, m_2) = c_{m_1} T_w + c_{m_2} (T_l - T_w)$$

El costo global durante la vida del equipo para el comprador es la suma del costo preventivo más el costo de mantenimiento correctivo en el periodo post-garantía. Para el caso  $d$ :

$$C_{B,d}(m_1, m_2) = c_{m_1} T_w + c_{m_2} (T_l - T_w) + C_r \int_{T_w}^{T_l} ([\lambda_{m_1}(T_w) - \lambda_{m_2}(T_w)] + \lambda_{m_2}(t)) dt \quad (27.6)$$

Por otro lado, el costo esperado para el fabricante por unidad, es la suma de los costos de reparaciones durante el periodo de garantía. Para los casos  $d$ ,

$$C_{M,d} = C_r \int_0^{T_w} \lambda_{m_1}(t) dt \quad (27.7)$$

### 27.6.1. Modelo de Weibull

Si aplicamos el modelo de Weibull propuesto en §27.4, tenemos

$$\begin{aligned} C_{B,d}(m_1, m_2) &= c_{m_1} T_w + c_{m_2} (T_l - T_w) + C_r \int_{T_w}^{T_l} ([\lambda_{m_1}(T_w) - \lambda_{m_2}(T_w)] + \lambda_{m_2}(t)) dt \\ &= c_{m_1} T_w + c_{m_2} (T_l - T_w) + C_r \left[ \beta T_w^{\beta-1} \left( \frac{1}{\eta_{m_1}^\beta} - \frac{1}{\eta_{m_2}^\beta} \right) (T_l - T_w) + \left( \frac{1}{\eta_{m_2}^\beta} \right) (T_l^\beta - T_w^\beta) \right] \end{aligned} \quad (27.8)$$

$$\begin{aligned} C_{M,d} &= C_r \int_0^{T_w} \lambda_{m_1}(t) dt \\ &= C_r \left( \frac{T_w}{\eta_{m_1}} \right)^\beta \end{aligned} \quad (27.9)$$

## 27.7. Modelo con costo por unidad de tiempo

<sup>2</sup>En el modelo anterior se consideró la vida del equipo como un parámetro conocido. Sin embargo, es natural pensar que la vida del equipo esté determinada también por su historial de fallas, de costos y valores residuales. Supóngase que el valor de recuperación de un equipo depende solo de su edad  $t$ ,

$$\begin{aligned} R(t) &= A e^{-\theta t} \\ \theta &\geq 0 \end{aligned}$$

donde  $A$  es la inversión inicial. Se desea estimar el intervalo óptimo entre reemplazos que permita minimizar el costo global medio por unidad tiempo (para el comprador), siendo que el proveedor ofrece un periodo de garantía  $T_w$ . Para el caso considerado, aparte de los costos de intervención y falla durante la vida del equipo, debemos tomar en cuenta los valores de inversión y recuperación, que ocurren en cada ciclo de vida. Para simplificar el modelo consideraremos un solo nivel de mantenimiento sobre la vida del equipo,  $m$  (su extensión a multiples niveles es sencilla). El costo global para cada ciclo de vida, para el comprador, considera (extendemos el costo propuesto en ecuación 27.2):

$$C_g(T_l) = c_m T_l + C_r \int_{T_w}^{T_l} \lambda_m(t) dt + A - R(t) \quad (27.10)$$

como  $T_l$  es ahora una variable, el problema de minimizar (27.10) es trivial con

$$T_l = 0$$

---

<sup>2</sup>examen 2003-I.

para solventar la situación utilizamos la función objetivo alternativa:

$$c_{g,b}(T_l) = \frac{c_m T_l + C_r \int_{T_w}^{T_l} \lambda_m(t) dt + A(1 - e^{-\theta t})}{T_l} \quad (27.11)$$

con la restricción

$$T_l \geq T_w \quad (27.12)$$

Notamos que el problema es no lineal. Si aplicamos el modelo de Weibull propuesto en §27.4 obtenemos:

$$c_{g,b}(m) = \frac{\left(\frac{C_r}{\eta_0^\beta}\right) (T_l^\beta - T_w^\beta) + c_m T_l + A(1 - e^{-\theta t})}{T_l}$$

**Observación 109** El modelo anterior considera  $T_w$  como un parámetro. Sería interesante proponer un modelo donde se extienda plazo de garantía  $\Delta T_w$  por el pago de un monto extra  $\Delta A$  (contrato de servicio).  $\Delta A$  es una función de  $\Delta T_w$ , propuesta por el proveedor.

**Observación 110** Hemos descartado a priori que la vida del equipo sea menor que el plazo de garantía. Ello se justifica pues usualmente

$$T_w \ll T_l$$

si no es el caso, basta con añadir la función indicadora  $I_{T_l > T_w}$  al objetivo (32.5):

$$c_{g,b}(T_l) = \frac{c_m T_l + I_{T_l > T_w} \cdot C_r \int_{T_w}^{T_l} \lambda_m(t) dt + A(1 - e^{-\theta t})}{T_l}$$

y relajar la restricción (27.12).

## 27.8. Proveedor paga solo costos de intervención

<sup>3</sup>Una condición que puede no ser válida en muchos casos es que el proveedor pague los costos de falla asociados a las panas durante el periodo de garantía. Además, es común que dentro del contrato se especifique como cláusula el que se realicen mantenimientos preventivos periódicos durante el intervalo en garantía. Consideremos que se llevan a cabo  $n$  intervenciones obligatorias en  $[0, T_w]$ , con un costo  $C_{rp}$  c/u. en tal caso, desde el punto de vista del comprador tenemos los siguientes costos acumulados durante la vida del equipo:

Para el caso  $a'$ :

$$C_{B,a'} = C_{f,r} \int_0^{T_w} \lambda_{rp}(t) dt + nC_{rp} + \quad (27.13)$$

$$C_r \int_{T_w}^{T_k} ([\lambda_{rp}(T_w) - \lambda_m(T_w)] + \lambda_{rp}(t)) dt \quad (27.14)$$

Para el caso  $b'$ ,

$$C_{B,b'}(m) = C_{f,r} \int_0^{T_w} \lambda_m(t) dt + nC_{rp} + c_m T_l + C_r \int_{T_w}^{T_l} \lambda_m(t) dt \quad (27.15)$$

Para el caso  $c'$ ,

$$C_{B,c'}(m) = C_{f,r} \int_0^{T_w} \lambda_{rp}(t) dt + c_m (T_l - T_w) + nC_{rp} + \quad (27.16)$$

$$C_r \int_{T_w}^{T_k} ([\lambda_0(T_w) - \lambda_m(T_w)] + \lambda_m(t)) dt \quad (27.17)$$

y aparece la opción de no tomar la garantía (que puede ser rentable para el comprador).

---

<sup>3</sup>control 3, semestre 2003-II

## 27.9. Contrato obliga a realizar overhauls durante $T_w$

<sup>4</sup>Consideremos que el proveedor exige que se hagan inspecciones/overhauls con valor esperado  $C_{io}$  *um* cada  $T_{io}$  *ut* durante la duración de la garantía para hacer valido el contrato. Considere que el costo de mantenimiento por unidad de tiempo  $c_m$  depende también de  $C_{io}$  y de  $T_{io}$  según alguna función

$$c_m(m, C_{io}, T_{io}) = \phi(m, C_{io}, T_{io})$$

a definir. Considere los puntos de vista del comprador y del proveedor para las estrategias vistas. Explícite función objetivo, variables de decisión y restricciones.

## 27.10. Comentarios

Los autores del modelo original proponen las siguientes extensiones al modelo presentado:

- Un efecto natural del mantenimiento preventivo es extender la vida  $T_l$  del equipo. Ello puede ser modelado con una relación con el nivel de mantención  $m$ .
- Se han considerado reparaciones mínimas, el mantenimiento correctivo podría dejar al equipo como nuevo.
- Se podrían estudiar estrategias de incentivo.
- Se ha considerado un nivel de mantenimiento constante a lo largo de la vida del equipo que no considera su edad.
- Se ha modelado el mantenimiento como un proceso continuo. Aparece la oportunidad de realizar overhauls en instantes discretos en el tiempo.

Otras posibles mejoras pueden ser (*NdP*):

- Utilizar otros modelos de distribución de fallas mas generales que Weibull que permitan representar bien las 3 etapas en la vida de un equipo. Por ejemplo, un modelo de Dhillon.
- Considerar el valor del dinero en el tiempo.
- Considerar la extensión del intervalo de garantía como variable de decisión, en función de la tasa de fallas observada durante el intervalo inicial.
- En general las garantías no incluyen el costo de falla asociado al mantenimiento correctivo, luego los modelos de costos presentados (27.1-27.3 por ejemplo) subestiman el costo global para el comprador.

Hemos dado una extensión sencilla al modelo al considerar que durante el intervalo con garantía se realice un nivel de mantención y luego se aplique otro (§27.6). Además hemos extendido el modelo al considerar la vida  $T_l$  como una variable de decisión y así enfrentar el problema del reemplazo (§27.7).

## 27.11. Lecturas recomendadas

(Monga,1998[23]) toma decisiones de diseño en sistemas con redundancia posible. Se minimiza el costo global del ciclo de vida, sujeto a restricción de confiabilidad, y considerando contratos de garantía. El problema de optimización es resuelto a partir de algoritmos genéticos. (Chen y Popova, 2002)[11] proponen un modelo para determinar estrategias correctivas (con reparaciones mínimas) y reemplazo cuando la garantía esta determinada por edad y uso.

Kimura *et al.* [8] estudian el problema de diseño de productos y su interacción con el contrato de garantía. Su trabajo propone estrategias para sacar al mercado un producto que aún no es 100 % confiable cuando el proveedor/diseñador debe pagar por reparaciones durante lo que dure la garantía.

---

<sup>4</sup>control 3, 2004-I.

Kim *et al.* [14], utilizan el modelo de edad virtual de Kijima *virtual age* [5] para determinar que estrategia de mantenimiento se debe seguir cuando el producto esá sujeto a overhauls espaciados en el tiempo. En su modelo, la duración del ciclo de vida así como la duración del contrato de garantía son conocidos a priori.

Huang y Zhuo [15] estudian la selección del tipo de garantía que debe ofrecer el proveedor para maximizar su utilidad. al igual que en el modelo de este capítulo, la tasa de fallas es modelada como una función continua en el tiempo. El modelo no toma en cuenta explícitamente el efecto del mantenimiento en la tasa de fallas.

El estado del arte al 2002 se presenta en (Murthy y Djamaludin, 2002)[4].



# Bibliografía

- [1] Blischke, W. & Murthy, D. *Warranty Cost Analysis*, Marcel Dekker, New York, 1994.
- [2] Murthy, D and Blischke, W., *Strategic Warranty Management: A Life-Cicle Approach*, IEEE Transactions on Engineering Management, 47(1), 40-54, 2000. [\[bajar\]](#)
- [3] Djamaludin, I. and Murthy, D. *Warranty and Preventive Maintenance*, International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, (8)2, 89-107, 2001. [\[bajar\]](#)
- [4] D.N.P. Murthy, I. Djamaludin, *New product warranty:A literature review*, International Journal of Production Economics, 79,231–260, 79, 231–260, 2002. [\[bajar\]](#)
- [5] D.N.P. Murthy, O. Solem , T. Roren, *Product warranty logistics: Issues and challenges*, European Journal of Operational Research, 156, 110126, 2004. [\[bajar\]](#)
- [6] Monga, A., Zuo, M.J., *Optimal system design considering maintenance and warranty*, Computers Ops. Res., 9,691-705, 1998. [\[bajar\]](#).
- [7] X.M. Zhang, H. Pham, *A software cost model with warranty cost, error removal times and risk costs*, IIE Transactions, 30, 11351142, 1998. [\[bajar\]](#).
- [8] M. Kimura, T. Toyota, S. Yamada, *Economic analysis of software release problems with warranty cost and reliability requirement*, Reliability Engineering and System Safety, 66, 4955, 1999. [\[bajar\]](#).
- [9] Y.I. Kwon, *A Bayesian life test sampling plan for products with Weibull lifetime distribution sold under warranty*, Reliability Engineering and System Safety, 53, 6166, 1996. [\[bajar\]](#).
- [10] Y.S. Oh, D.S. Bai, *Field data analyses with additional after-warranty failure data*, Reliability Engineering and System Safety, 72, 18, 2001. [\[bajar\]](#).
- [11] Chen, T., Popova, E., *Maintenance Policies With Two-Dimensional Warranty*, Reliability Engineering and System Safety, 77(1), 61-69, 2002. [\[bajar\]](#).
- [12] Rai, B., Singh, N., *Hazard rate estimation from incomplete and unclean warranty data*, Reliability Engineering and System Safety, 81, 7992, 2003. [\[bajar\]](#).
- [13] Rai B, Singh N., *Modeling and analysis of automobile warranty data in presence of bias due to customer-rush near warranty expiration limit*, Reliability Engineering and System Safety 86(1), 83-94, 2004. [\[bajar\]](#).
- [14] Kim, C.S., Djamaludin, I., Murthy, D.N.P., *Warranty and discrete preventive maintenance*, Reliability Engineering and System Safety, 84(3), 301-309, 2004. [\[bajar\]](#).
- [15] Huang, Y.S., Zhuo, Y.F., *Estimation of future breakdowns to determine optimal warranty policies for products with deterioration*, Reliability Engineering and System Safety, 84(2), 163-168, 2004. [\[bajar\]](#).
- [16] Jack, N., Murthy, D.N.P., Iskandar, B.P., *Comments on "Maintenance policies with two-dimensional warranty"*, Reliability Engineering and System Safety, 82(1), 105-109, 2003. [\[bajar\]](#).

- [17] Chen, T.M., Popova, E., *Comments on "Maintenance policies with two-dimensional warranty Response to the letter written by N. Jack, D.N.P. Murthy, and B.P. Iskandar*, Reliability Engineering and System Safety, 82(1), 111-111, 2003. [\[bajar\]](#).
- [18] Majeske, K.D., *A mixture model for automobile warranty data*, Reliability Engineering and System Safety, 81(1), 71-77, 2003. [\[bajar\]](#).
- [19] Yun, W.Y., Lee, Y.W., Ferreira, L., *Optimal burn-in time under cumulative free replacement warranty*, Reliability Engineering and System Safety, 78(2), 93-100, 2002. [\[bajar\]](#).
- [20] Levitin, G., Lisnianski, A., *Optimization of imperfect preventive maintenance for multi-state systems*, Reliability Engineering and System Safety, 67(2), 193-203, 2000. [\[bajar\]](#).
- [21] Chun, Y.H., *Optimal number of periodic preventive maintenance operations under warranty*, Reliability Engineering and System Safety, 37(3), 223-225, 1992.
- [22] Jones, J.A., Hayes, J.A., *Use of a field Database for improvement of product reliability*, Reliability Engineering and System Safety, 55, 131-4, 1997. [\[bajar\]](#).
- [23] Sahin, I., Polatoglu, H., *Maintenance strategies following the expiration of warranty*, IEEE Trans Reliab, 45, 2208, 1996. [\[bajar\]](#).
- [24] Berke, T.M., Zaino, N.A., *Warranties - What Are They - What Do They Really Cost*, Proceedings Annual Reliability And Maintainability Symposium, 326-331, 1991.
- [25] Murthy Dnp, Iskandar B.P., Wilson R.J., *2-Dimensional Failure-Free Warranty Policies - 2-Dimensional Point Process Models*, Operations Research, 43(2), 356-366, 1995.

## Capítulo 28

# Gestión de repuestos

It you're a gardener, every spring you must decide how you will prune your roses: hard or long. Pruning hard means that you select three of the plant's strongest stems and cut them down to three or four growth buds. That technique forces the plant to channel all its resources into a relatively small number of growth buds. Why would you prune your roses in that way? Because you want the biggest roses in the neighbourhood in June. I don't prune hard. Why? Because it's a high-risk strategy. Where I live, the most terrible things can happen to my roses. I live on a hill, where night frosts in April or even early May are not uncommon. Also, many deer roam freely on the hill, and they love to eat rosebuds. if I prune hard and the nights are frosty and the deer are hungry, I might have no roses in June at all. So I prune long: I leave between five and seven stems in each plant, and on each stem I leave between five and seven growth buds. As a result, the plant is allowed to spread his resources over many growth buds. I have never had the biggest roses in the neighbourhood, but I do have roses every June. And something else happens when you prune long for a number of years: you get surprises. In two or three years, some of the spindlier stems have grown much stronger and have begun producing buds, and some of the old stems do not produce roses anymore. So what do you do? You remove the old stems and encourage the new ones. A tolerant pruning policy gradually renews the rose portfolio.

A. de Geus[28]

¿...quien manda?

la demanda.

*Ventura Cerón*

### 28.1. Introducción

A continuación veremos varios criterios para fijar de manera óptima tamaños de pedido, periodo entre pedidos, niveles de seguridad y de alarma. Primero consideraremos una optimización desde el punto de vista de bodega; luego utilizaremos el costo global de mantenimiento.

Los costos asociados a repuestos son:

- costo de *adquisición*, vale decir, el costo de cursar las órdenes de compra,
- costo de *intervención repuestos*, proporcional al número de items, aunque puede ser influenciado por programas de descuento ofrecidos por los proveedores
- costo de *propiedad* o de almacenamiento: intereses no devengados, seguros.
- costo de *falla*, por no disponibilidad y su efecto en la producción.

## 28.2. Minimización del costo global sin demora en pedidos

Los costos dependen de los siguientes parámetros:

- $\lambda$ , la demanda estimada por unidad de tiempo (u/ut); puede ser constante

$$\lambda(t) = \lambda$$

o fluctuante;

- $q$ , número de items ordenados en cada orden de compra (variable de decisión);
- $f$ , número de pedidos por unidad de tiempo (o frecuencia de los pedidos);

$$f = \frac{\lambda}{q}$$

- $p_u$ , precio unitario;
- $\iota$ , tasa de descuento aplicada al promedio de inventario por unidad de tiempo;
- $C_{ad}$ , costo de adquisición (um/pedido);
- $T$ , el periodo entre pedidos:

$$T = \frac{q}{\lambda}$$

### Costo de adquisición

Este dependerá del número de requisiciones hechas a un mismo proveedor; y de la cantidad de items solicitada en cada pedido. Los costos de adquisición se pueden subdividir en:

- compras;
- manejo de repuestos;
- recepción, control de calidad;
- almacenamiento;
- contabilidad;
- pago de agentes;
- etc.

Obviamente,

$$\lambda = qf$$

El costo de adquisición por unidad de tiempo es:

$$c_{ad} = \frac{C_{ad}}{T} = C_{ad} \frac{\lambda}{q}$$

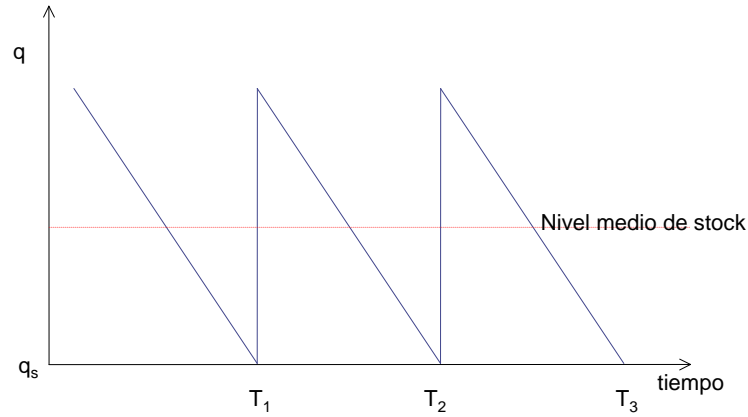


Figura 28.1: Nivel de inventario con tasa de consumo constante y pedidos a intervalos regulares

### Costo de almacenamiento

Este costo indica los retornos financieros de una posible reducción de capital en bodega. Está compuesto por:

- intereses sobre el capital;
- costos de almacenamiento: espacio físico, seguros, considerados por unidad de tiempo y por valor unitario.

El costo de almacenamiento es expresado a través de la tasa de descuento  $\iota$ , tal que un flujo unitario en  $t = 0$ , reporta  $\iota$  um<sup>1</sup> a  $t = 1$ .

Si asumimos que el consumo es regular y que se repone inventario en tanto se acaba, entonces el promedio de unidades en bodega es

$$\frac{1}{2}q$$

y el valor promedio es de

$$\frac{1}{2}qp_u$$

el costo de almacenamiento por unidad de tiempo es

$$\frac{1}{2}qp_u\iota$$

(ver figura 28.1).

**Observación 111** *El modelo no considera economías de escala por fidelidad ni por volumen con el proveedor.*

De lo anterior, el costo global por unidad de tiempo es (sin considerar costos de falla, pues nunca hay déficit en este modelo):

$$c_g = \lambda p_u + \frac{\lambda}{q}C_{ad} + \frac{1}{2}qp_u\iota \text{ um/ut} \quad (28.1)$$

o por periodo  $T$ ,

$$\begin{aligned} C_g(T) &= Tc_g \\ &= \frac{q}{\lambda}c_g \\ &= C_{ad} + p_uq + \frac{1}{2}\frac{p_u\iota}{\lambda}q^2 \end{aligned}$$

<sup>1</sup>um: unidades monetarias

**Observación 112** Usualmente el valor de repuestos  $\lambda p_u$  es considerado en el costo de intervención de cada orden de trabajo.

**Observación 113** En el costo global no se considera costo de falla pues al no haber demoras, no existe la situación donde se debe detener producción por no disponer de repuestos.

A fin de encontrar una cantidad óptima  $q_{wi}$  que minimice  $c_g$  (ecuación 28.1), aplicamos la condición

$$\frac{dc_g}{dq} = 0$$

entonces

$$-\lambda \frac{C_{ad}}{q^2} + \frac{1}{2} p_u \iota = 0$$

Con lo cual se llega a la fórmula de Wilson:

$$q_{wi} = \sqrt{\frac{2\lambda C_{ad}}{p_u \iota}} \quad (28.2)$$

y el periodo entre pedidos:

$$T_{wi} = \frac{q_{wi}}{\lambda} \quad (28.3)$$

En Maple,

```
cg:=lambda*pu+lambda*Cad/q+1/2*q*pu*iota;
solve(diff(cg,q)=0,q);
```

**Ejercicio 15** La demanda de un ítem es estimada en 55 unidades/ut. El costo de adquisición es de 100 um/pedido. El precio es de 20 um/unidad. La tasa de interés financiera es de 15 % por ut. Calcule el tamaño de pedido óptimo y su frecuencia. Rta:  $q_{wi} = 60$  unidades/pedido,  $T_{wi} = 13/12$  ut.

**Ejercicio 16** Para el ejercicio anterior, construya una curva de tamaño de pedido óptimo y periodo entre pedidos versus el consumo estimado/ut.

### 28.2.1. Mejora al modelo de Wilson

Una forma más exacta de evaluar el valor del costo de almacenamiento considera el uso de una tasa continua, tal que un flujo unitario ocurrido en  $t$  valga  $e^{-\theta t}$  en el instante  $t = 0$ . El valor actualizado del costo de almacenamiento por unidad de tiempo es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T q(t) p_u e^{-\theta t} dt &= \frac{1}{T} \int_0^T q \left(1 - \frac{t}{T}\right) p_u e^{-\theta t} dt \\ &= \lambda \int_0^{\frac{q}{\lambda}} \left(1 - \frac{\lambda}{q} t\right) p_u e^{-\theta t} dt \\ &= \end{aligned}$$

la equivalencia entre  $\iota$  y  $\theta$  es

$$1 + \iota = e^\theta$$

Tenemos entonces,

$$c_g = \lambda p_u + \frac{\lambda}{q} C_{ad} + \frac{1}{2} q p_u \iota \text{ um/ut}$$

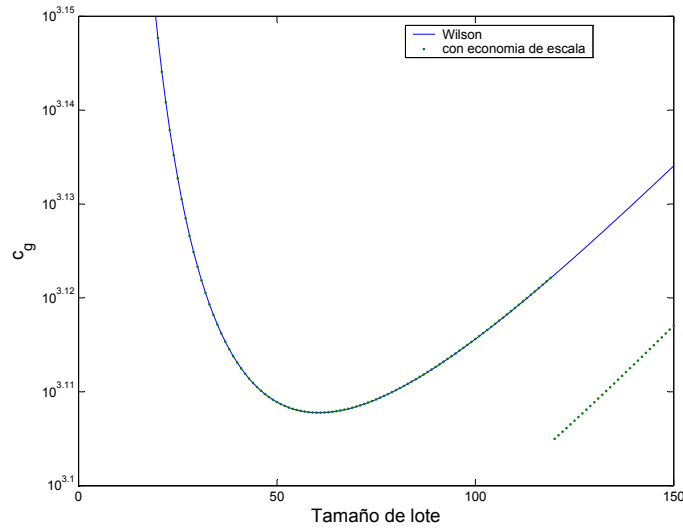


Figura 28.2: Tasa de consumo constante, pedidos a intervalos regulares, y considerando economías de escala

### 28.2.2. Economías de escala y posibles castigos

<sup>2</sup>Tomando como base el modelo de Wilson, consideremos todos los posibles proveedores ofrecen un descuento  $\iota_d$  en el precio unitario, en caso de que los pedidos superen una cantidad de referencia  $q_d$ . O sea, en cada periodo  $T$  entre pedidos se tienen los siguientes costos

$$c_g(q, q_d) = \lambda \frac{p_u}{1 + \delta_d \iota_d} + \frac{\lambda}{q} C_{ad} + \frac{1}{2} q p_u \iota \text{ um/ut}$$

donde

$$\delta_d = \begin{cases} 1 & \text{si } q > q_d \\ 0 & \text{—} \end{cases}$$

Para el costo de almacenamiento hemos despreciado el efecto de la economía de escala y hemos tomado el precio unitario sin descuento.

Consideremos adicionalmente, que el costo por pedido se incrementa sustancialmente (por ejemplo por tener que contratar a un agente de aduanas) según

$$C_{ad}(q) = \begin{cases} C_{ad} & qp_u \leq C_{caa} \\ (1 + v) C_{ad} & qp_u \geq C_{caa} \end{cases}$$

con  $v \geq 0$ . En tal caso,

$$c_g(q, q_d) = \lambda \frac{p_u}{1 + \delta_d \iota_d} + \frac{\lambda}{q} C_{ad} (1 + v \delta_a) + \frac{1}{2} q p_u \iota \text{ um/ut}$$

$$\delta_a = \begin{cases} 0 & \text{si } qp_u \leq C_{caa} \\ 1 & \text{—} \end{cases}$$

**Ejemplo 102** La figura (28.2.2) muestra la función de costo para el ejemplo 15 cuando el proveedor propone un descuento  $\iota_d = 4,8 \%$  a partir de tamaños de pedido  $q_d = 120$  unidades/pedido. Vemos como efectivamente el mínimo es alcanzado en este caso en

$$q^* = 120 \text{ u}$$

<sup>2</sup>control 3, 2004-I.

### 28.2.3. Programa escalado de descuentos por cantidad

<sup>3</sup>Considere que los proveedores ofrecen programas de descuento  $\iota_j$  escalonados según el tamaño de los pedidos, de modo que se paga:

$$qp_u (1 - \iota_j)$$

en vez del precio *spot*,

$$qp_u$$

si

$$q_j^l \leq q_j < q_{j+1}^l \text{ para } j = 1..J \quad (28.4)$$

donde

$$q_j = \begin{cases} q & \text{si } q_j^l \leq q \leq q_{j+1}^l \\ 0 & - \end{cases}$$

el primer segmento inicia en

$$q_1^l = 0$$

y seguramente,

$$\iota_1 = 0$$

lógicamente, los descuentos son crecientes,

$$\iota_j \leq \iota_{j+1} \text{ para } j = 1..J$$

$$c_g(q) = \lambda p_u \sum_j (1 - \iota_j) \delta_j + \frac{\lambda}{\sum_j q_j} C_{ad} + \frac{1}{2} p_u \iota \sum_j q_j \text{ um/ut} \quad (28.5)$$

donde  $\delta_j$ ,  $j = 1..J$  son variables binarias que se activan sólo si  $q$  está en el  $j$ -ésimo segmento de descuento. Añadimos la restricción de que sólo un segmento de descuento puede estar *activo*:

$$\sum_j \delta_j = 1$$

y forzamos al único  $\delta_j$  *activo* para que se cumpla el que se aplique el descuento  $\iota_j$  si y sólo si se cumple la condición (28.4), usamos

$$\begin{aligned} \delta_j q_j^l &\leq q_j \text{ para } j = 1..J \\ q_j &< \delta_j q_{j+1}^l \text{ para } j = 1..J \end{aligned}$$

**Ejemplo 103** La figura (28.5) muestra el costo global esperado por unidad de tiempo cuando el proveedor ofrece el programa de descuentos mostrado en tabla (28.1). Para este caso,

$$q^* = 150 \text{ u}$$

Mejorar el modelo para considerar el *volumen bruto de negocios*  $qp_u$  es sencillo. Basta con considerar la restricción

$$C_j \leq qp_u < C_{j+1} \text{ para } j = 1..J$$

y descartar (28.4). Discusiones detalladas de programas de descuento escalado pueden ser encontradas en Sadrian & Yoon (1994)[3] y Crama et al. (2004)[4].

---

<sup>3</sup>examen 2004-I.

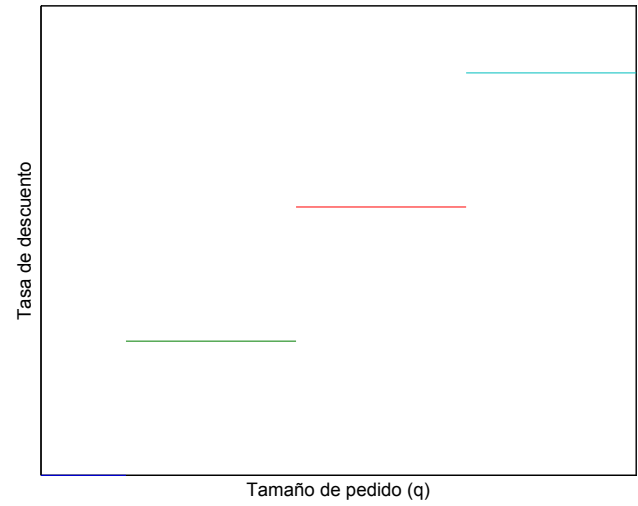


Figura 28.3: Programa de descuento ofrecido

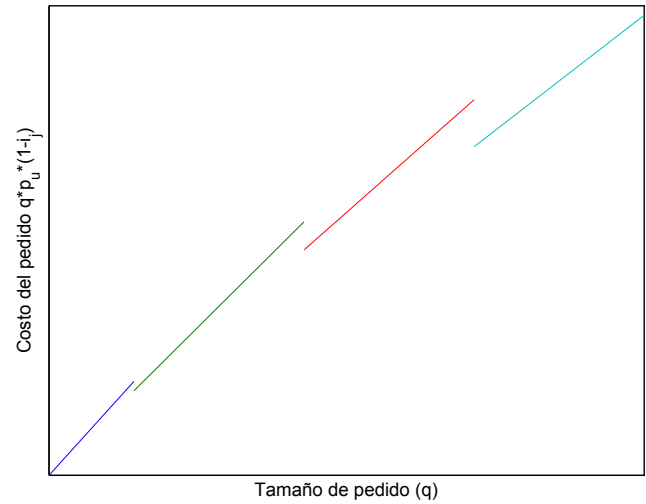


Figura 28.4: Discontinuidades en el costo

$j$	$q_j$	$\iota_j$
1	0	0
2	120	0.05
3	150	0.1
4	$\infty$	

Cuadro 28.1: Programa de descuentos

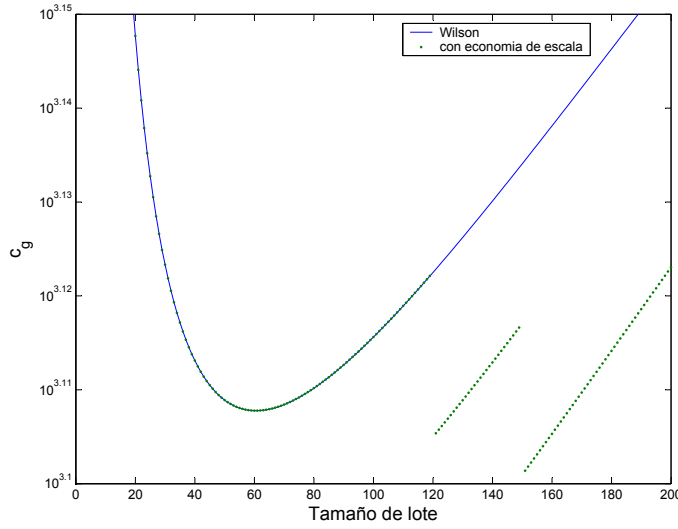


Figura 28.5:  $c_g$  vs  $q$  con 3 segmentos de descuento. Ejemplo 103.

**Observación 114** Este modelo puede ser extendido para tomar la situación donde el proveedor ofrece un descuento por cantidad comprada sobre un cierto intervalo de tiempo  $T_d$ , y no por pedido como se ha considerado aquí. También podría tomarse en cuenta que en general cada proveedor tendrá su propio programa de descuentos.

Tal como está planteado, el modelo satisface exactamente las demandas que ocurren. Aprovechando las discontinuidades en la función de costo, podríamos comprar una cantidad extra  $\Delta q$  (innecesaria) para lograr un descuento superior y así disminuir aún mas el costo por unidad de tiempo. Retomando (28.5) y añadiendo los efectos de  $\Delta q$ ,

$$c_g(q, \Delta q) = \lambda p_u \sum_j \delta_j (1 + \iota_j) + \frac{\lambda}{q + \Delta q} C_{ad} + \frac{1}{2}(q + \Delta q)p_u \iota \text{ um/ut}$$

#### 28.2.4. Economías de escala y varios proveedores

<sup>4</sup>Consideremos a continuación que existen varios proveedores,  $k = 1..K$ . Cada uno ofrece un programa de descuentos  $\iota_{jk}$  escalonados según el tamaño de los pedidos, de modo que se paga:

$$qp_u (1 - \iota_{j,k})$$

si se decide comprar a ese proveedor. Para hacer válido el programa de descuento, cada proveedor exige exclusividad de parte del cliente. Los segmentos son definidos de manera creciente,

$$q_{j,k}^l \leq q_{j,k} < q_{j+1,k}^l \text{ para } j = 1..J \quad (28.6)$$

Las primeras variables de decisión son:

$$q_{j,k} = \begin{cases} q & \text{si } q_{j,k}^l \leq q \leq q_{j+1,k}^l \\ 0 & \text{—} \end{cases}$$

el primer segmento inicia en

$$q_{1,k}^l = 0 \text{ para } k = 1, \dots, K$$

---

<sup>4</sup>control 2, 2004-II

y seguramente,

$$\iota_{1,k} = 0 \text{ para } k = 1, \dots, K$$

lógicamente, los descuentos son crecientes,

$$\iota_{j,k} \leq \iota_{j+1,k} \text{ para } j = 1..J, k = 1, \dots, K$$

$$c_g(\mathbf{q}, \delta) = \lambda p_u \sum_j \sum_k (1 - \iota_{j,k}) \delta_{j,k} + \frac{\lambda}{q} C_{ad} + \frac{1}{2} p_u \iota \sum_j \sum_k q_{j,k} \text{ um/ut} \quad (28.7)$$

donde  $\delta_{j,k}$ ,  $j = 1, \dots, J$ ,  $k = 1, \dots, K$  son variables de decisión binarias que se activan sólo si  $q$  está en el  $j$ -ésimo segmento de descuento de cada proveedor, y las compras son adjudicadas solo a uno de ellos por la restricción de exclusividad y por la restricción de que sólo un segmento de descuento puede estar activo:

$$\sum_j \sum_k \delta_{j,k} = 1$$

y forzamos al único  $\delta_{j,k}$  activo para que se cumpla el que se aplique el descuento  $\iota_{j,k}$  si y sólo si se cumple la condición (28.4), usamos

$$\delta_{j,k} q_{j,k}^l \leq q_{j,k} \text{ para } j = 1..J, k = 1, \dots, K \quad (28.8)$$

$$q_{j,k} < \delta_{j,k} q_{j+1,k}^l \text{ para } j = 1..J, k = 1, \dots, K \quad (28.9)$$

**Observación 115** Una mejora natural a este modelo considera anular la condición de exclusividad y permitir comprar fracciones de la demanda a varios proveedores. Otra es considerar que los costos de adquisición dependen del proveedor: NdP.

$$C_{ad} = \sum_j \sum_k C_{ad,k} \delta_{j,k}$$

**Observación 116** Una extensión al modelo presentado es considerar la calidad de los proveedores. En ese caso  $\lambda$  dependería del proveedor activo.

### 28.2.5. Entrega uniforme

Consideremos en modelo basico de Wilson pero en vez de entrega instantánea, ella ocurre a una tasa constante  $\mu$  u/ut, llevando a la situación descrita en figura (28.6). El nivel promedio del inventario será:

$$\frac{q}{2} \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right)$$

Utilizando los desarrollos de Wilson,

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda C_{ad}}{p_u \iota \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right)}}$$

### 28.2.6. Demanda fluctuante y periódica

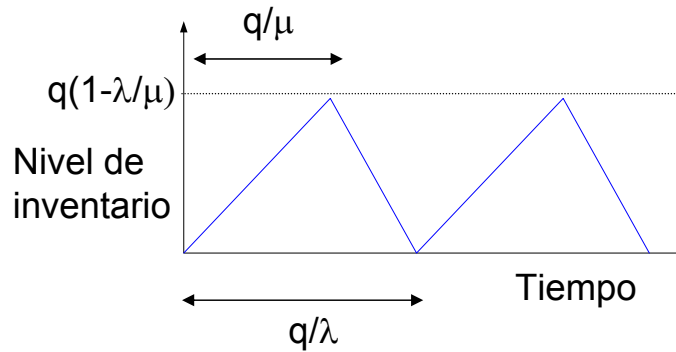
#### Planteamiento del problema

<sup>5</sup>El consumo de un cierto repuesto sigue un patrón del tipo observado en la figura (28.7). El periodo de la fluctuación es de  $T_\lambda$  ut y sigue una ley conocida

$$\lambda = \lambda(t)$$

---

<sup>5</sup>control 3, semestre 2004-II.

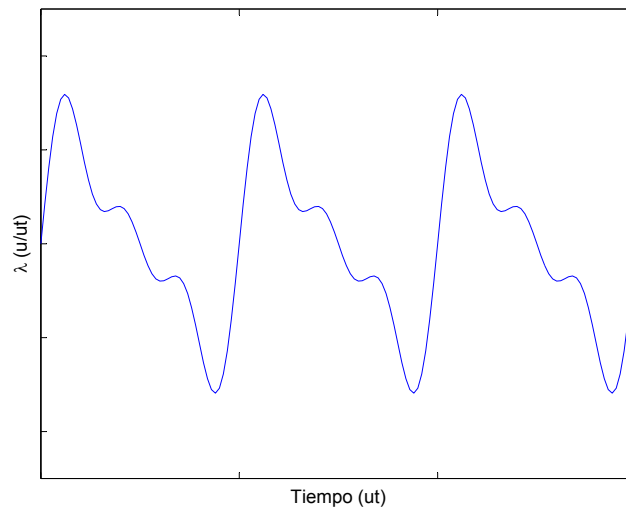
Figura 28.6: Entrega a tasa constante  $\mu$  u/ut

El valor de un repuesto es  $p_u$  um/u. El costo de almacenamiento se evalúa con la tasa continua  $e^\theta$ . cada orden tiene un valor  $C_{ad}$  um/orden. El costo de falla de un repuesto no disponible en bodega es de  $c_f$  um/ut. Siendo que la demanda es periódica y de periodo *suficientemente largo* se desea establecer un modelo que permita reponer el nivel de inventario a un valor de referencia  $q_r$  cada  $T$  ut, con

$$T = \frac{T_\lambda}{\kappa}$$

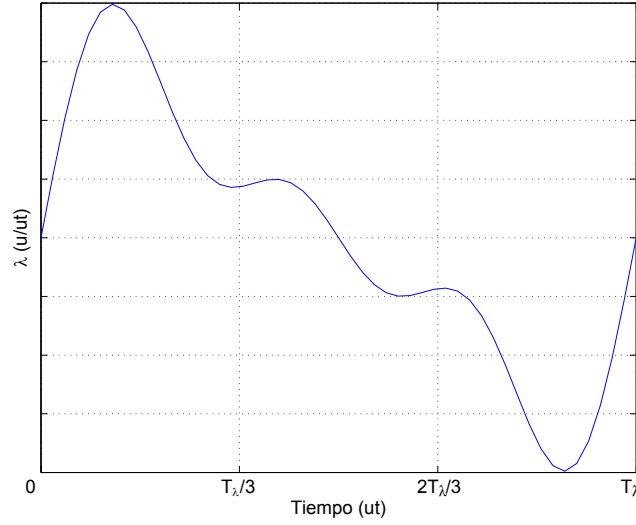
donde  $\kappa$  es un entero natural ( $\kappa \geq 1$ ) a encontrar. Proponga un modelo para decidir de manera óptima el intervalo de tiempo entre periodos. Considere que  $q_r$  asegura que no habrá costo de falla y que no hay demora en las entregas.

Figura 28.7: Demanda fluctuante y periódica



### Formulación del modelo

Planteado de esta forma, el problema es conseguir  $\kappa$  que minimice el costo global esperado por unidad de tiempo, considerando el costo de almacenamiento, el costo por pedido y el costo de intervención asociado a los repuestos (no hay costo de falla).

Figura 28.8: Pedidos en intervalos constantes ( $\kappa = 3$ )

Se tienen entonces  $j = 1 \dots \kappa$  segmentos en un periodo de  $\lambda$ , cada uno con un consumo

$$q_j = \int_{\frac{j-1}{\kappa} T_\lambda}^{\frac{j}{\kappa} T_\lambda} \lambda(t) dt$$

que corresponde también al tamaño del pedido al terminar el  $j$ -ésimo segmento.

Durante el intervalo  $T_\lambda$  el total de unidades pedidas es

$$\int_0^{T_\lambda} \lambda(t) dt$$

El valor del inventario en  $t$  en moneda de  $t = 0$  es

$$q(t) p_u e^{-\theta t}$$

con

$$0 \leq t \leq T_\lambda$$

El costo de almacenamiento es:

$$\int_0^{T_\lambda} q(t) p_u e^{-\theta t} dt = \sum_{k=1}^{\kappa} \int_{\frac{k-1}{\kappa} T_\lambda}^{\frac{k}{\kappa} T_\lambda} \left( q_r - \int_{\frac{k-1}{\kappa} T_\lambda}^t \lambda(\tau) d\tau \right) p_u e^{-\theta t} dt$$

El costo global en  $T_\lambda$  es entonces:

$$C_g(T_\lambda) = p_u \sum_{k=1}^{\kappa} e^{-\theta \frac{T_\lambda}{\kappa}} \left( \int_{\frac{k-1}{\kappa} T_\lambda}^{\frac{k}{\kappa} T_\lambda} \lambda(t) dt \right) + \sum_{k=1}^{\kappa} C_{ad} e^{-\theta \frac{T_\lambda}{\kappa}} + \sum_{k=1}^{\kappa} \int_{\frac{k-1}{\kappa} T_\lambda}^{\frac{k}{\kappa} T_\lambda} \left( q_r - \int_{\frac{k-1}{\kappa} T_\lambda}^t \lambda(\tau) d\tau \right) p_u e^{-\theta t} dt \text{ um}$$

y la función objetivo queda (considerando que los flujos de caja en cada periodo al final del periodo:

$$C_g(T_\infty) = \sum_{i=0}^{\infty} C_g(T_\lambda) e^{-\theta i T_\lambda} \text{ um}$$

o si se considera el costo por unidad de tiempo,

$$c_g = \frac{C_g(T_\lambda)}{T_\lambda} \text{ um/ut}$$

**Observación 117** Otra opción es aproximar el costo de almacenamiento de un segmento con el valor promedio.

**Ejemplo 104** <sup>6</sup>La demanda promedio se estima en 55 unidades/ut y oscila sinusoidalmente +/-10 % sobre este valor con una intervalo de 24 unidades de tiempo. El costo de adquisición es de 100 um/orden. El precio unitario es de 20 um/unidad y el nivel de referencia para los inventarios se ha fijado en 600 unidades. La tasa de descuento es de 15 %/ut. Evalúe el costo global acumulado en un periodo de fluctuación para  $\kappa = 2$ . En este caso,

$$\lambda(t) = \lambda_0 \left( 1 + \alpha \sin \frac{2\pi t}{T_\lambda} \right)$$

con

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,1 \\ \lambda_0 &= 55 \text{ u/ut} \\ T_\lambda &= 24 \text{ ut} \\ q_r &= 600 \text{ u} \\ p_u &= 20 \text{ um/u} \\ C_{ad} &= 100 \text{ um/orden} \\ \kappa &= 2 \\ \iota &= 0,15 \end{aligned}$$

se tiene

$$e^\theta = 1 + 0,15$$

y

$$\sum_{k=1}^{\kappa} \int_{\frac{k-1}{\kappa} T_\lambda}^{\frac{k}{\kappa} T_\lambda} \left( q_r - \int_{\frac{k-1}{\kappa} T_\lambda}^{t \in k} \lambda(\tau) d\tau \right) p_u e^{-\theta t} dt = \int_0^{\frac{1}{2} T_\lambda} \left( q_r - \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right) p_u e^{-\theta t} dt + \int_{\frac{1}{2} T_\lambda}^{T_\lambda} \left( q_r - \int_{\frac{1}{2} T_\lambda}^t \lambda(\tau) d\tau \right) p_u e^{-\theta t} dt$$

para el primer segmento,

$$\int_0^{\frac{1}{2} T_\lambda} \left( q_r - \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right) p_u e^{-\theta t} dt = \int_0^{\frac{1}{2} T_\lambda} \left( q_r - \lambda_0 \left[ t + \alpha \frac{T_\lambda}{2\pi} \left( 1 - \cos \frac{2\pi t}{T_\lambda} \right) \right] \right) p_u e^{-\theta t} dt$$

por otro lado,

$$\int_{\frac{1}{2} T_\lambda}^t \lambda(\tau) d\tau = \frac{\lambda_0}{2\pi} T_\lambda \left( -\pi - \alpha + 2\pi \frac{t}{T_\lambda} - \alpha \cos \frac{2\pi t}{T_\lambda} \right)$$

luego

$$\int_{\frac{1}{2} T_\lambda}^{T_\lambda} \left( q_r - \int_{\frac{1}{2} T_\lambda}^t \lambda(\tau) d\tau \right) p_u e^{-\theta t} dt = \int_{\frac{1}{2} T_\lambda}^{T_\lambda} \left[ q_r - \frac{\lambda_0}{2\pi} T_\lambda \left( -\pi - \alpha + 2\pi \frac{t}{T_\lambda} - \alpha \cos \frac{2\pi t}{T_\lambda} \right) \right] p_u e^{-\theta t} dt$$

### 28.2.7. Costo global considerando tasa de descuento

<sup>7</sup>Tomemos en cuenta el valor del dinero en el tiempo. Para ello consideremos que un flujo ocurrido en el instante  $t$  tiene un valor en  $t = 0$  de

$$e^{-\theta t}$$

---

<sup>6</sup>control 3, 2004-II.

<sup>7</sup>Control 3, semestre 2003-II.

Como una simplificación diremos que los flujos ocurridos en el  $n$ -ésimo ciclo de compra-consumo ocurren al inicio del periodo. Tenemos entonces que el costo total actualizado para un periodo infinito es

$$\begin{aligned} C_{g,\infty}(q) &= \sum_{n=0}^{\infty} c_{g,T} e^{-\theta T n} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} c_{g,T} e^{-(\theta \frac{q}{\lambda}) n} \end{aligned}$$

donde  $c_g$  es la suma de flujos por unidad por periodo (ecuación 28.1). Aprovechando la identidad,

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n} = \frac{e^{-\alpha}}{e^{-\alpha} - 1}$$

Tenemos entonces,

$$C_{g,\infty}(q) = \left( C_{ad} + p_u q + \frac{1}{2} \frac{p_u \iota}{\lambda} q^2 \right) \frac{e^{\frac{\theta}{\lambda} q}}{e^{\frac{\theta}{\lambda} q} - 1}$$

La figura (28.9) muestra un estudio de  $C_{g,\infty}$  para el ejemplo (15). Hemos considerado que el costo de almacenamiento tiene la misma tasa de descuento, se tiene que

$$e^{\theta} = 1 + \iota$$

de la que se despeja el valor de  $\theta$ ,

$$\theta = 0,1398$$

El óptimo se encuentra para

$$q^* = 42 \text{ unidades}$$

con un costo acumulado

$$C_{g,\infty}(42) = 97611 \text{ um}$$

luego

$$\begin{aligned} T^* &= \frac{42}{55} \\ &= 0,76 \text{ ut} \end{aligned}$$

Notemos que el costo global es bastante insensible a  $q$  en los alrededores del óptimo. Por ejemplo, el modelo de Wilson entrega un  $q$  óptimo de 60 unidades. Ello implica un costo:

$$C_{g,\infty}(60) = 98872 \text{ um}$$

lo que equivale a un incremento de solo 1.01 % respecto del óptimo.

### 28.3. Minimización del costo global con demora en pedidos

Este método fija un nivel de alarma sobre la cantidad presente de items. Al activarse al alarma se hace un pedido que es satisfecho con una cierta demora  $T_d$ . El nivel de alarma se fija en función de como la demanda varía en el tiempo. Ello implica un estudio estadístico. Aquí se estudiará el caso de una distribución normal y el de una de Poisson. Se define también un nivel crítico de inventario  $q_s$  debajo del cual no se debe estar. Se asumirá que las variaciones de  $T_d$  son insignificantes con respecto a las de la demanda. El consumo medio durante la demora es

$$\lambda T_d$$

(figura 28.10).

De lo anterior, el nivel de alarma  $q_w$  se debe fijar en:

$$q_w = q_s + \lambda T_d$$

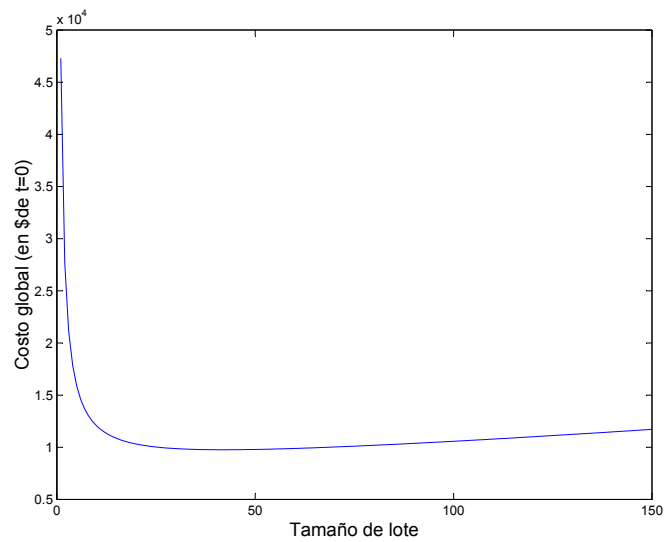


Figura 28.9: Costo global acumulado y actualizado a  $t = 0$  (óptimo en  $q = 42$ ).

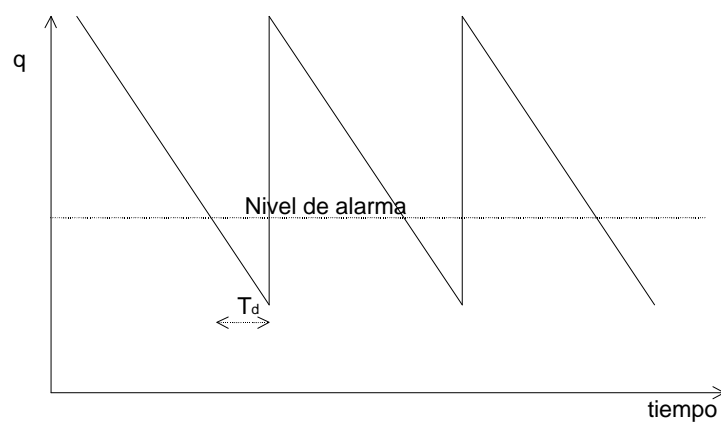


Figura 28.10: Pedidos con nivel de alarma

### Distribución Gaussiana

Sea  $\lambda$ ,  $\sigma$  la media y la desviación standard del consumo por unidad de tiempo, entonces se fija la alarma según:

$$q_w = \beta\sigma\sqrt{T_d} + \lambda T_d \quad (28.10)$$

donde  $\beta$  se selecciona de modo que la probabilidad de caer debajo de  $q_s$  sea lo suficientemente baja.

**Observación 118** *Nótese que se utiliza  $\sqrt{T_d}$  para tener en cuenta que la desviación standard está dada para una unidad de tiempo y no  $T_d$  unidades de tiempo.*

### Distribución de Poisson

Sea  $\lambda T_d$  el consumo promedio durante la demora  $T_d$ . La probabilidad de que el consumo no exceda  $n$  items durante ese periodo es:

$$P(\text{consumo} \leq n) = \sum_{i=0}^n \frac{e^{-\lambda T_d} (\lambda T_d)^i}{i!}$$

**Observación 119** *Si al momento de hacer el pedido aún quedan  $q_z$  items sobre el nivel de advertencia  $q_w$ , la orden es corregida a*

$$q' = q_w - q_z$$

El método tiene las siguientes ventajas y desventajas:

- Da alta seguridad de no quedarse sin inventarios;
- el nivel de alarma debe ser constantemente corregido para tomar en cuentas cambios en el consumo de los items, así como en las demoras;
- En general, tiene el efecto de aumentar el número de órdenes a un proveedor.

**Observación 120** *Se ha considerado que la demora es constante; sin fluctuaciones.*

**Observación 121** *El método es usado en 80 % de los casos [178].*

**Ejemplo 105** *El consumo de un cierto ítem es: Cada ítem cuesta 50 um. El costo asociado a cada orden*

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
20	30	25	15	30	10	35	-	40	25	40	15

*es de 700 um; los costos de propiedad suman 30 % sobre el valor de las existencias. La demora en recibir el producto tras hacer el pedido es de 1 ut. Optimice el inventario de modo de tener una probabilidad de quedar sin existencias de un 5 %. Usando la fórmula (28.2):*

$$q_{wi} = \sqrt{2 \cdot 285 \cdot 700 / 50 \cdot 0,30} = 163 \text{ u/orden}$$

*El consumo medio es de  $285/11 = 26$  unidades/ut y la desviación standard es 10,2 unidades/ut. Asumiendo una distribución Gaussiana, y para una probabilidad de 95 % de que el nivel de inventario no exceder esta variación de la media, ello corresponde a 1.645 veces la desviación standard; asumiendo una distribución Gaussiana:*

$$q_w = 26 \times 1 + 1,645 \times 10,2 \times \sqrt{1} = 43 \text{ u}$$

*El problema es como manejar el inventario con un 5 % de riesgo, dado el siguiente patrón:*

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0

Con números tan pequeños, se asume una distribución de Poisson; la media es  $\lambda = 0,50$  y entonces de la tabla de esta distribución, el riesgo de 5 % corresponde a un tamaño de inventario mínimo de  $1 < \beta < 2$ ; por lo que se seleccionan 2 items.

x	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670

Figura 28.11: Distribución gaussiana

### 28.3.1. Intervalo fijo

Este método considera la planificación de las fechas en las cuales se hacen órdenes de compra, pero las cantidades fluctúan de acuerdo a las necesidades.

Para fijar las fechas se utiliza la fórmula de Wilson (28.2). El cálculo de  $T_w$  no considera sin embargo la demora en la entrega  $T_d$ . Para considerar esto se debe tomar en cuenta el consumo durante la demora  $\lambda T_d$ , donde  $\lambda$  corresponde a la tasa de consumo promedio (unidades/unidad de tiempo). Una segunda corrección considera los ítems que no fueron pedidos al momento de hacer el pedido ( $q_z$ ) con lo cual la cantidad a ordenar es:

$$\lambda(T_d + T_{wi}) - q_z$$

La ventaja de esta estrategia es que simplifica el proceso de compras. La desventaja es que hay riesgo de quedar sin inventario si la demanda crece repentinamente. El método es usado para ítems de reposición frecuente.

## 28.4. Minimización del costo global con costo de falla

Sea  $c_f$  el costo de falla incurrido por la falta de un ítem en bodega, por unidad de tiempo. Este costo está compuesto de:

- Pérdidas de producción,
- Costos asociados a las acciones tomadas para compensar la ausencia del ítem.

Sean  $T_{wi}$  y  $q_{wi}$  el intervalo entre pedidos y la cantidad de ítems calculados a través de la fórmula de Wilson (28.2). Supongamos que el inventario se terminó en un tiempo  $\alpha T$  con  $0 < \alpha < 1$ , por lo que el ítem ha estado no disponible por  $T_r = (1 - \alpha)T$ . Asumase que los ítems solicitados durante el intervalo  $T_r$  son consumidos tan pronto llegan, en el instante  $T$ . Dado que hemos asumido una tasa de consumo constante e igual a

$$\lambda = \frac{q}{T}$$

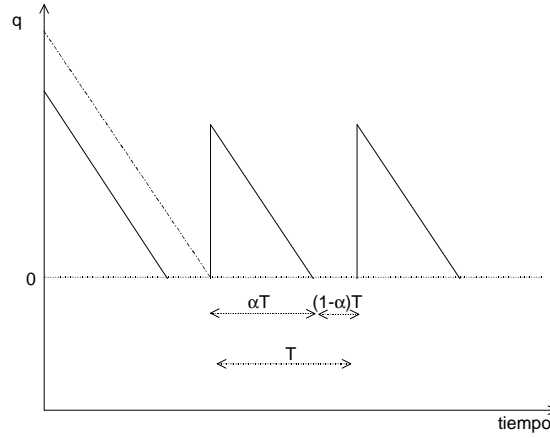


Figura 28.12: Situación stock 0

ello significa que durante  $T_r$  se hubiesen consumido  $\lambda T_r$ ; con lo que el inventario sube a  $\alpha q$  cuando el nuevo pedido llega. Ello implica que el promedio del nivel de inventario en el intervalo  $T$  es de

$$\frac{1}{2}\alpha^2 q$$

(ver figura 28.12).

El número de demandas *no satisfechas* es 0 en  $\alpha T$  y  $(1 - \alpha)q$  en  $(1 - \alpha)T$ , dando un promedio de items en deficit de

$$\frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 q$$

para el periodo  $T$ .

Si el costo resultante de no disponer del item es  $c_f$  (um/u/ut), se tiene un costo de falla por unidad de tiempo

$$\frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 q c_f$$

por lo que la ecuación del costo global por unidad de tiempo (28.1) es corregida:

$$c_g(\alpha, q) = \lambda p_u + \frac{\lambda}{q} C_{ad} + \frac{1}{2} \alpha^2 q p_u \iota + \frac{1}{2} (1 - \alpha)^2 q c_f \quad (28.11)$$

derivando con respecto a  $\alpha$ ,

$$\alpha p_u \iota - (1 - \alpha) c_f = 0$$

lo que resulta en:

$$\alpha^* = \frac{c_f}{c_f + p_u \iota} \quad (28.12)$$

Dado este valor de  $\alpha$ , el costo es una función del tamaño de lote  $q$ ; para encontrar el óptimo, diferenciamos con respecto a  $q$ :

$$-\lambda \frac{C_{ad}}{q^2} + \frac{1}{2} \alpha^{*2} p_u \iota + \frac{1}{2} (1 - \alpha^*)^2 q c_f = 0$$

entonces

$$q^{*2} = \frac{2\lambda C_{ad}}{\alpha^{*2} p_u \iota + \frac{1}{2} (1 - \alpha^*)^2 c_f}$$

Si sustituimos (28.12) y se simplifica la expresión, se obtiene:

$$q^* = \sqrt{\frac{1}{\alpha^*} \frac{2\lambda C_{ad}}{p_u \iota}}$$

**Ejemplo 106** *Sea*

$$c_f/p_u = 1 \text{ ut}^{-1}$$

*e*

$$\iota = 15\%$$

*tenemos,*

$$\alpha^* = \frac{1}{1 + ,15} = 0,807$$

$$1 - \alpha^* = 0,193$$

*En este caso se justifica que no hayan repuestos por 20 % del tiempo. La rentabilidad depende de la relación entre el costo de quedar sin repuestos  $c_f$  y el precio unitario de los mismos,  $p_u$ .*

**28.4.1. Items no son consumidos al llegar**

<sup>8</sup>Si los items solicitados durante el intervalo  $(1 - \alpha)T$  simplemente no son consumidos (la producción se detuvo); luego la bodega llega al nivel  $q$  cuando llega un pedido. Un análisis gráfico muestra que el nivel medio de repuestos es en este caso,

$$\frac{1}{2}\alpha q$$

luego, el valor medio del costo de almacenamiento por periodo es

$$\frac{1}{2}\alpha q p_u \iota$$

El número de demandas *no satisfechas* es 0 en  $\alpha T$  y  $\lambda(1 - \alpha)T$  en  $(1 - \alpha)T$ , luego el promedio de trabajos no satisfechos por unidad de tiempo es

$$\frac{1}{2}q(1 - \alpha)^2$$

y el costo de falla por unidad de tiempo es

$$\frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 q c_f$$

El costo global por unidad de tiempo es

$$c_g(\alpha) = \lambda p_u + \frac{\lambda}{q} C_{ad} + \frac{1}{2}\alpha q p_u \iota + \frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 q c_f \quad (28.13)$$

comparando (29.6) con (32.9) notamos que sólo el término asociado al costo de almacenamiento ha variado. Minimizando (29.6) con respecto a  $\alpha$  obtenemos la condición,

$$\alpha^* = 1 - \frac{p_u \iota}{2c_f}$$

a continuación minimizamos  $c_g(\alpha^*)$  con respecto a  $q$ ,

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda C_{ad}}{\alpha^* p_u \iota + \frac{1}{2}(1 - \alpha^*)^2 c_f}}$$

luego

$$T^* = \frac{q^*}{\lambda}$$

**Ejercicio 17** *Repetir el ejemplo (106) usando este modelo.*

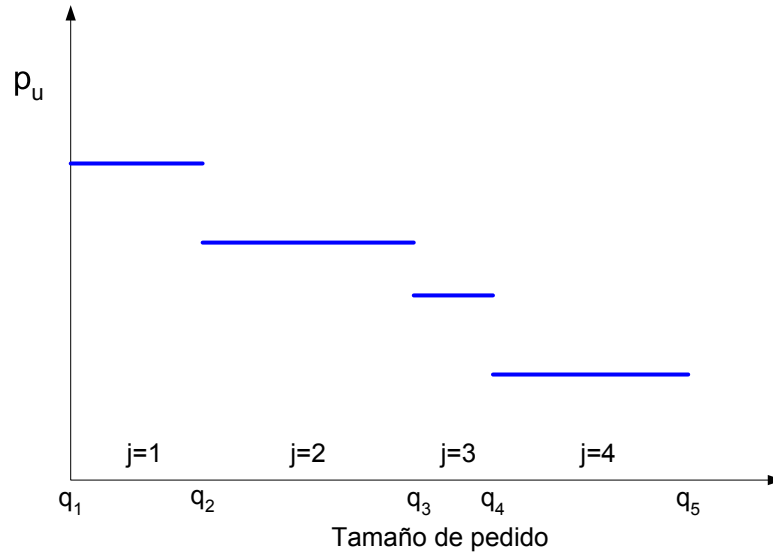


Figura 28.13: Economías de escala

## 28.5. Considerando economías de escala

Consideremos el caso en que hay reducciones en el precio unitario en la medida que los tamaños de pedido crece (figura 28.13). O sea,

$$p_u(q) = p_u (1 - \iota_j)$$

si

$$q_j^l \leq q \leq q_{j+1}^l \quad (28.14)$$

Retomando (32.9),

$$c_g(\alpha, q) = \lambda p_u \sum_j \delta_j (1 - \iota_j) + \frac{\lambda}{q} C_{ad} + \frac{1}{2} \alpha^2 q p_u \sum_j \delta_j (1 - \iota_j) + \frac{1}{2} (1 - \alpha)^2 q c_f \quad (28.15)$$

la que reescribimos convenientemente,

$$c_g(\alpha, q) = p_u \left( \lambda + \frac{1}{2} \alpha^2 q \right) \sum_j \delta_j (1 - \iota_j) + \frac{\lambda}{q} C_{ad} + \frac{1}{2} (1 - \alpha)^2 q c_f \quad (28.16)$$

donde

$$\delta_j = \begin{cases} 1 & q_j^l \leq q \leq q_{j+1}^l \\ 0 & - \end{cases}$$

y

$$q = \sum_j q_j \delta_j$$

$$q_1^l = 0$$

donde  $q_j$  define el valor inferior que define al  $j$ -ésimo segmento e  $\delta_j$  es un conjunto de variables binarias. La minimización en este caso no aparece de la derivación de la función objetivo. Para asegurarse que sólo un segmento esté activo, se añade la restricción:

$$\sum_j \delta_j = 1$$

---

<sup>8</sup>examen 2002-II.

y forzamos al único  $\delta_j$  activo para que se cumpla el que se aplique el precio  $p_{u,j}$  si y sólo si se cumple la condición (28.14), usamos

$$\begin{aligned}\delta_j q_j^l &\leq q_j \text{ para } j = 1..J \\ q_j &< \delta_j q_{j+1}^l \text{ para } j = 1..J\end{aligned}$$

## 28.6. Nivel óptimo de alarma

Asumiremos que los costos de falla y de almacenamiento han sido estimados y que la ley de distribución de fallas ha sido identificada. Se desea encontrar el nivel de alarma óptimo a fijar. El nivel de alarma se define como aquel que gatilla el pedido.

### 28.6.1. Distribución de fallas de Poisson

Si la distribución es de Poisson, la esperanza matemática del número de fallas que podrán ser reparadas inmediatamente (por disponibilidad de repuestos) es:

$$\sum_{q_i=0}^{q_s} (q_s - q_i) e^{-(\lambda T_d)} \frac{(\lambda T_d)^{q_i}}{q_i!} \quad (28.17)$$

donde

$q_s$  es el nivel de seguridad,

$\lambda T_d$  es el número esperado de fallas que ocurren entre poner la orden y recibir los repuestos.

**Observación 122** Nótese que al instante de poner la orden, el nivel es  $q_s$ .

**Observación 123** La componente

$$p(q_i) = e^{-\lambda T_d} \frac{(\lambda T_d)^{q_i}}{q_i!}$$

de la ecuación (28.17) corresponde a la probabilidad de que el número de fallas sea igual a  $i$ .

La esperanza del número de fallas que no serán reparadas por falta de repuestos es

$$\sum_{q_i=q_s+1}^{\infty} (q_i - q_s) e^{-\lambda T_d} \frac{(\lambda T_d)^{q_i}}{q_i!}$$

**Observación 124** Se asume que una falla no reparada por falta de repuestos no afecta el que se produzca la siguiente falla.

Si  $c_a$  es el costo de almacenamiento, por ítem y por unidad de tiempo y  $c_f$  el costo de falla, el costo global esperado por unidad de tiempo es:

$$c_g(q_s) = c_a \sum_{q_i=0}^{q_s} (q_s - q_i) e^{-\lambda T_d} \frac{(\lambda T_d)^{q_i}}{q_i!} + c_f \sum_{q_i=q_s+1}^{\infty} (q_i - q_s) e^{-\lambda T_d} \frac{(\lambda T_d)^{q_i}}{q_i!} \quad (28.18)$$

El problema es encontrar  $q_s$  que minimice (28.18). Ello se realiza con herramientas numéricas.

**Ejemplo 107** Para un cierto ítem se tiene:

- demora orden/recibo

$$T_d = 1 \text{ ut}$$

- tasa de falla media,

$$\lambda = \frac{10}{12} \text{ fallas/ut}$$

- costo por ítem,

$$p_u = 1000 \text{ um}$$

- costo de almacenamiento

$$\iota = \frac{0,3}{12}$$

Tenemos,

$$\lambda = 10/12 = 0,83 \text{ fallas/ut}$$

$$c_a = 1000 \frac{0,3}{12} = 25 \text{ um/u/ut}$$

$$c_f = 3200 \text{ um/u/ut}$$

Con  $\lambda T_d = 0,83$  las probabilidades de Poisson del número de fallas en una unidad de tiempo son:

$q_i$	$p(q_i)$
0	,43
1	,36
2	,15
3	,04
4	,008
5	,0015
6	,0002

**Observación 125** Nótese que en el ejercicio anterior la tasa del costo de almacenamiento se calculó como la tasa anual dividido por el número de meses en un año,

$$\iota = \frac{0,3}{12} = 0,0225$$

Mas correcto es usar la fórmula:

$$(1 + \iota)^{12} = 1 + 0,3$$

por tanto

$$\begin{aligned} \iota &= \sqrt[12]{1,3} - 1 \\ &= 0,0221 \end{aligned}$$

**Ejemplo 108** Podemos calcular  $c_g$  para un rango de valores  $q_s$ . Para  $q_s = 0$  se tiene:

$$\begin{aligned} c_g(0) &= 0 + 3200(,36 + 2 \times ,15 + 3 \times ,04 + 5 \times ,0015 + 6 \times ,0002 + \dots) \\ &= 2645 \text{ um/ut} \end{aligned}$$

	$q_s \text{ (u)}$	$c_g \text{ (um/ut)}$	
	0	2645	
	1	858	
Evaluando	2	230	el costo óptimo se alcanza para 4 ítems.
	3	92	
	4	84	
	5	104	

**Ejercicio 18** Para el ejemplo anterior, ¿Qué nivel de seguridad se debe tener si se desea un nivel de servicio de 95 %?

Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov
25	32	33	15	18	25	31	28	27	30

**Ejemplo 109** <sup>9</sup>El consumo de un cierto ítem es:

- el costo de almacenamiento anual es de 25 %
- el costo de una orden es de 800 um
- el costo promedio unitario es 318 um
- la demora entre la orden de compra y la guía de despacho es de 2 meses
- la política de mantenimiento acepta hasta un 10 % el riesgo de quedar sin inventario.

Encuentre

1. el tamaño óptimo de pedido y su frecuencia
2. el nivel óptimo del inventario de seguridad

La tasa de demanda se estima constante. Su valor medio es

$$\lambda = \frac{\sum_i \lambda_i}{\sum_i i} = 26,4 \text{ u/ut}$$

donde la unidad de tiempo seleccionada es el mes. Además,

$$\sigma = 5,9 \text{ u/ut}$$

y

$$(1 + \iota)^{12} = 1 + 0,25$$

luego

$$\iota = 0,0188$$

y

$$C_{ad} = 800 \text{ um}$$

$$p_u = 318 \text{ um}$$

$$T_d = 2 \text{ ut}$$

Asumiendo una distribución normal, podemos calcular el tamaño de pedido usando el modelo de Wilson (ecuaciones 28.2 y 28.3),

$$q_{wi} = \sqrt{\frac{2 \cdot 26,4 \cdot 800}{318 \cdot 0,0188}} = 84,1 \approx 84 \text{ u} \quad (28.19)$$

y el periodo entre pedidos:

$$T_{wi} = \frac{84,1}{26,4} = 3,2 \text{ ut} \quad (28.20)$$

luego,

$$f_{wi} = \frac{1}{3,2} = 0,32 \text{ ut}^{-1}$$

Para el nivel de seguridad, usamos la fórmula (28.10),

$$q_s = \beta \sigma \sqrt{T_d} \quad (28.21)$$

---

<sup>9</sup>examen 2004-II

con  $\beta$  seleccionado de modos que la probabilidad de que el consumo en una unidad de tiempo sea menor que 0.9, eso es

$$\beta = 1,28$$

En Matlab,  $\text{beta}=\text{norminv}(0.9,0,1)$  luego

$$q_s = 1,28 \cdot 5,9 \cdot \sqrt{2} = 10,75 \approx 11$$

**Ejemplo 110** Un astillador utiliza rodamientos especiales que tienen una demora de entrega de 1 semana. El valor unitario es de 700 um. Al hacer una reparación se requiere de 4 rodamientos. El costo de almacenamiento se ha estimado en 25 %. En promedio se producen 2 fallas de rodamientos por año. Una falla de este tipo detiene la producción por 2 turnos, si se dispone de los repuestos. Se trabaja 2 turnos/día, 6 días/semana, 8 horas/turno. Se opera 52 semanas/año. El costo de falla se estima en 400 um/hora. El contratista de mantención ha entregado un presupuesto por reparación (sin considerar los rodamientos mismos) de 2000 um. Calcule el nivel de seguridad que minimice el costo global de mantenimiento.

Para el costo global esperado por unidad de tiempo ( $d$ ) consideraremos:

$$c_g = c_{g,a} \cdot \bar{n}_a + c_{g,b} \cdot \bar{n}_b$$

donde

$T_d$  es la demora entre el pedido y la recepción (que será utilizado como unidad de tiempo),

$c_{g,a}$  es el costo global de mantención por juego de repuestos y por unidad de tiempo ( $T_d$ ),

$c_{g,b}$  es el costo global de mantención por no disponer de repuestos por unidad de tiempo.

$\bar{n}_a$  es el número esperado de fallas cubiertas en  $T_d$ .

Asumiendo una distribución de fallas de tipo Poisson, el número esperado de fallas que serán reparadas con inventario disponible en el periodo entre poner la orden y recibir los repuestos es:

$$\bar{n}_a = \sum_{q_i=0}^{q_s} (q_s - q_i) e^{-\lambda T_d} \frac{(\lambda T_d)^{q_i}}{q_i!} \quad (28.22)$$

donde

$q_s$  es el nivel de seguridad (en juegos de 4 rodamientos),

$\lambda T_d$  es la media de fallas que ocurren entre poner la orden y recibir los repuestos.

Como unidad de tiempo usaremos la semana, entonces

$$\begin{aligned} \lambda &= 2 \text{ fallas/año} \\ &= \frac{2}{52} \text{ fallas/semana} \end{aligned}$$

El número esperado de fallas que no estarán cubiertas por bodega durante  $T_d$  es:

$$\bar{n}_b = \sum_{q=q_s+1}^{\infty} (q - q_s) e^{-\lambda} \frac{\lambda^q}{q!}$$

El costo global de disponer de un juego considera el costo de almacenamiento por juego y por unidad de tiempo, el costo de intervención del número de reparaciones esperado por unidad de tiempo (mano de obra, repuestos) y el costo de falla esperado por reparación y por unidad de tiempo.

Asumiremos que una reparación solo puede comenzar al principio o fin de un turno. El costo de falla esperado en tal caso es:

$$\begin{aligned} c_{f,a} &= c_{f,\text{en 2 turnos de producción}} \cdot p(\text{hacerlo en 2 turnos de producción}) + \\ & c_{f,\text{en 1 turnos de producción}} \cdot p(\text{hacerlo en 1 turnos de producción}) + \\ & c_{f,\text{en 0 turnos de producción}} \cdot p(\text{hacerlo en 0 turnos de producción}) + \end{aligned}$$

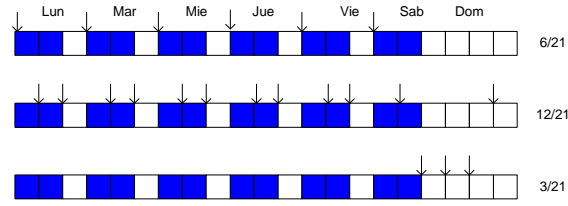


Figura 28.14: Análisis de efectos sobre producción

En figura 28.14 se analizan las 3 posibilidades. Las flechas indican los posibles puntos de comienzo de la reparación, para los 3 casos.

por tanto

$$\begin{aligned}
 c_{f,a} &= \left[ 400 \cdot (2 \cdot 8) \cdot \frac{1}{26} \right] \frac{6}{21} + \left[ 400 \cdot (1 \cdot 8) \cdot \frac{1}{26} \right] \frac{12}{21} + \\
 &\quad \left[ 400 \cdot (0 \cdot 8) \cdot \frac{1}{26} \right] \frac{3}{21} \\
 &= 70 + 70 + 0 \\
 &= 140
 \end{aligned}$$

para el costo de intervención se considera la mano de obra y repuestos para una reparación por la tasa de fallas/ unidad de tiempo  $\lambda$ :

$$c_{i,a} = [2000 + (700 \cdot 4)] \cdot \frac{1}{26}$$

para el costo de almacenamiento esperado por juego y por unidad de tiempo, la tasa anual se prorratea de manera simple en las 52 semanas del año:

$$c_{a,a} = 0,25 \cdot (700 \cdot 4) \cdot \frac{1}{52}$$

y el costo global por juego de repuestos y por unidad de tiempo es

$$\begin{aligned}
 c_{g,a} &= c_{a,a} + c_{i,a} + c_{f,a} \\
 &= 13 + 185 + 140 \\
 &= 338 \text{ um/semana}
 \end{aligned}$$

El costo global de no disponer de un juego es el costo de falla esperado desde el momento de la falla hasta que llega el pedido de emergencia más el  $MTTR = 8 \cdot 2$  horas. Luego, el costo de intervención de las reparaciones esperadas en  $d$ :

$$c_{g,b} = c_{f,b} + c_{i,b}$$

Un análisis similar al utilizado para  $c_{f,a}$  muestra que de los 21 puntos de partida posibles de la semana (ver figura 28.14), en 6 de ellos se afecta 11 turnos de producción y en el resto se afectan los 12 turnos semanales, luego

$$c_{f,b} = [c_{f, 11 \text{ turnos}} \cdot p(11 \text{ turnos}) + c_{f, 12 \text{ turnos}} \cdot p(12 \text{ turnos})] \cdot \lambda$$

evaluando,

$$\begin{aligned}
 c_{f,b} &= \left[ (400 \cdot 11 \cdot 8) \frac{6}{21} + (400 \cdot 12 \cdot 8) \frac{15}{21} \right] \frac{1}{26} \\
 &= 1442 \text{ um/semana}
 \end{aligned}$$

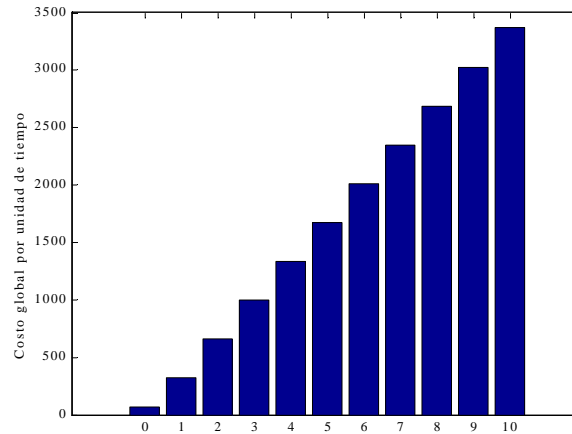


Figura 28.15: Evaluación de (28.23)

En este ejemplo  $c_{i,b} = c_{i,a}$  luego,

$$\begin{aligned} c_{g,b} &= 1442 + 185 \\ &= 1627 \text{ um/semana} \end{aligned}$$

Con lo que la expresión para el costo global esperado por unidad de tiempo queda

$$c_g(q_s) = 338 \sum_{q_i=0}^{q_s} (q_s - q_i) e^{-\lambda} \frac{(\lambda T_d)^{q_i}}{q_i!} + 1627 \sum_{q_i=q_s+1}^{\infty} (q_i - q_s) e^{-\lambda} \frac{(\lambda T_d)^{q_i}}{q_i!} \quad (28.23)$$

La evaluación para varios valores  $q_s$  muestra que para  $q_s = 0$  el costo global esperado es minimizado (63 um/semana).

A continuación se muestra el listing en Matlab:

```
>>m=1/26 %tasa de fallas en la demora}
>>n=50 %nro de terminos en la 2nda serie}
>>for i=0:10
>>CGM(i+1)=338*sum((i-[0:i]).*poisspdf([0:i],m))+1627*sum(([i+1:i+n]-i).* poisspdf([i+1:i+n],m))
>>end
>>bar(0:10,CGM)
```

## 28.7. Compras agrupadas

Considérese un sistema de inventario consistente de múltiples items. Es posible obtener ahorros cuando las órdenes de compra agrupan varios items. Cada vez que se pone una orden, se incurre en un costo por orden  $C_{ad}$  (um/orden), independiente del número de items.

### 28.7.1. Formulación del problema

Dadas las siguientes condiciones:

- La tasa de demanda de cada ítem es conocida y constante;
- para cualquier ítem: el nivel de inventario nunca llega a cero;
- no hay demoras en las entregas;

- El horizonte de análisis es infinito.
- Parámetros:
  - $C_{ad}$ : costo por orden;
  - $i$ : índice del ítem ( $i = 1..n$ );
  - $C_{ad,i}$ : costo por orden asociado al ítem  $i$ ;
  - $\lambda_i$ : demanda del ítem  $i$  por unidad de tiempo;
  - $c_{a,i}$ : costo de almacenamiento del ítem  $i$  por unidad de tiempo;
- Variables
  - $T$ : intervalo básico de tiempo
  - $k_i$ : número de ciclos básicos entre dos pedidos de ítem  $i$ .
- Objetivo
  - $c_g$ : costo global por unidad de tiempo (pedidos+almacenamiento).

Definamos los costo promedios para cada ítem  $i$ , considerando que es ordenado cada  $k_i T$  unidades de tiempo. Los costos consisten del costo por orden asociado al ítem y el costo de almacenamiento asociado al mismo, luego

$$c_{\phi,i}(k_i T) = \frac{C_{ad,i}}{k_i T} + \frac{1}{2} c_{a,i} \lambda_i k_i T$$

El objetivo es minimizar el costo global, que es una suma del costo asociado sólo a un pedido mas los costos asociados a los items incluidos en el mismo. Asumiendo que el costo mayor  $C_{ad}$  se carga cada  $T$  unidades de tiempo, tenemos:

$$c_g = \frac{C_{ad}}{T} + \sum_{i=1}^n c_{\phi,i}(k_i T)$$

con:

$$k_i \in \mathbb{N}$$

y

$$T > 0$$

Puede ocurrir que ninguno de los  $k_i$  en la solución óptima sea 1. Ello implica que existirán ocasiones en las cuales no se harán pedidos de ningún ítem y por tanto es necesario corregir  $c_g$ . Por ejemplo, supóngase que hay dos items y que  $k_1 = 2$  y  $k_2 = 3$ . Si ello ocurre, en 2 ocasiones de cada 6 no será usadas para comprar items y por tanto no habrá costo asociado y se aplica el factor de corrección  $\Delta(\mathbf{k})$  con

$$\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_n)$$

Para el ejemplo,

$$\mathbf{k} = (2, 3)$$

luego

$$\Delta(\mathbf{k}) = 4/6$$

En caso de que no hayan ocasiones de relleno no aprovechadas,

$$\text{mín}(\mathbf{k}) = 1$$

se tiene

$$\Delta(\mathbf{k}) = 1$$

	A	B	C	D	E	F
1	C <sub>s</sub>	500				um/orden
2						
3	i	1	2	3	4	Unidades
4	C <sub>s,i</sub>	300	50	100	200	um/orden
5	λ <sub>i</sub>	1	6	1	1	u/ut
6	c <sub>a,i</sub>	50	50	50	50	um/ut/u
7	k <sub>i</sub>	2	1	1	2	adimensional
8	T	1,81				um
9	c <sub>φ,i</sub>	173,37	299,00	100,50	145,73	um/ut
10	c <sub>g</sub>	994,99				um/ut

Figura 28.16: Compras agrupadas. Ejemplo Excel.



Figura 28.17: Compras agrupadas. Restricciones.

En un caso general, se puede demostrar que

$$\Delta(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \sum_{\{\alpha \subset \{1, \dots, n\} : |\alpha|=i\}} (\text{lcm}(k_{\alpha_1}, \dots, k_{\alpha_i}))^{-1}$$

donde  $\text{lcm}(k_{\alpha_1}, \dots, k_{\alpha_i})$  denota el mínimo común múltiplo de los enteros  $k_{\alpha_1}, \dots, k_{\alpha_i}$ .

Luego, se incluye el factor de corrección en  $c_g$ :

$$c_g = \Delta(\mathbf{k}) \frac{C_{ad}}{T} + \sum_{i=1}^n c_{\phi,i}(k_i T)$$

**Observación 126** *Notese el problema mixto no lineal que se genera. Ello puede facilitar la no convergencia o la convergencia a mínimos locales.*

**Ejemplo 111** *Las figuras muestran un ejemplo de implementación en Excel.*

**Ejercicio 19** *El consumo de un cierto repuesto sigue un patrón del tipo:*

$$\lambda(t) = \lambda_0 (1 + \theta \sin \omega t), \quad 0 \leq \theta \leq 1$$

*en u/ut. El valor de un repuesto es  $p_u$ . El costo de almacenamiento se evalúa con la tasa  $i$ . cada orden tiene un valor  $C_{ad}$ . El costo de falla de un repuesto no disponible en bodega es de  $c_w$  um/ut. Proponga un modelo para decidir de manera óptima,*

Bodega	Planta (u/ut)		
	1	2	3
1	225	153	162
2	225	162	126

Cuadro 28.2: Costo de transporte (um/u)

1. el número de items ordenados en cada orden de compra;
2. la frecuencia con la que se hace un pedido;
3. la fracción de tiempo en que conviene disponer de repuestos.

## 28.8. Distribución de repuestos con varias bodegas y demanda distribuida

Consideremos la situación de una compañía que dispone de  $j = 1 \dots J$  plantas distantes unas de otras. A fin de abastecerlas de repuestos se dispone de  $i = 1 \dots I$  bodegas de repuestos. Para efectos simplificadores, todos los repuestos son considerados del mismo tipo.

- El costo de transferir un repuesto desde la bodega  $i$  a la planta  $j$  es  $C_{ij}$  um/u.
- Por limitaciones de espacio físico (y/o administrativas) la bodega  $i$  puede entregar hasta  $\mu_i$  u/ut.
- La planta  $j$  tiene una tasa de demanda de  $\lambda_j$  u/ut.
- Se desea conocer  $x_{ij}$ , la cantidad de repuestos que deben ser entregados por cada bodega a cada planta, por unidad de tiempo.
- El criterio de decisión es la minimización del costo total esperado por unidad de tiempo,  $c_g$ .

Las variables de decisión en este caso son los valores de la matriz  $\mathbf{X}$ . Los parámetros son los vectores  $\mu$ ,  $\lambda$ , y la matriz  $\mathbf{C}$ . Las restricciones son:

- Restricción de capacidad de cada bodega:

$$\sum_j x_{ij} \leq \mu_i \quad \forall i$$

- Satisfacer las demandas de cada planta:

$$\sum_i x_{ij} \geq \lambda_j \quad \forall j$$

La función objetivo es:

$$c_g = \sum_i \sum_j C_{ij} x_{ij} \quad \text{um/ut}$$

### 28.8.1. Ejemplo

Presentamos un ejemplo adaptado a partir de (Rosenthal,1997??). Se consideran  $I = 2$  bodegas y  $J = 3$  plantas. La tabla (44.7) muestra los costos asociados.

Las tasas de demanda promedio de las plantas son 32.5, 30 y 27.5 u/ut respectivamente. La capacidades de las bodegas son de 35 y 60 u/ut.

El listing en GAMS [bajar] es:

Bodega	Planta (u/ut)		
	1	2	3
1	5	30	0
2	27.5	0	27.5

Cuadro 28.3: Solución óptima

## Sets

```
i bodegas / bodega1, bodega2 /
j plantas / planta1, planta2, planta3 / ;
```

## Parameters

```
mu(i) capacidad de la bodega i in cases
      / bodega1      35
      bodega2      60 /
lambda(j) tasa de demanda de la planta j
      / planta1      32.5
      planta2       30
      planta3       27.5 / ;
```

Table C(i,j) distancia entre bodegas y plantas

```
      Planta1 Planta2 Planta3
Bodega1      225      153      162
Bodega2      225      162      126 ;
```

## Variables

```
x(i,j) numero de repuestos en una unidad de tiempo
cg costo global esperado por unidad de tiempo;
```

Positive variable x ;

## Equations

```
costo          funcion objetivo
servicio(i)    limitacion de capacidad de la bodega i
demanda(j)     demand esperada de la planta j ;
```

```
costo.. cg =e= sum((i,j), C(i,j)*x(i,j)) ;
servicio(i) .. sum(j, x(i,j)) =l= mu(i) ;
demanda(j) .. sum(i, x(i,j)) =g= lambda(j) ;
```

Model repuestos /all/ ;

solve repuestos using lp minimizing cg ; display x.l, x.m ;

El problema también fue modelado en Excel [\[bajar\]](#).

La solución es mostrada en la tabla (30.10).

## 28.9. Comentarios finales

Existen varios otros métodos entre ellos el de *intervalos y cantidades fijas* que es usado para repuestos no críticos, tales como material de oficina. Aparecen riesgos de inventario si los intervalos entre pedidos son muy largos. Para repuestos super-críticos, el riesgo de quedar sin inventario debe ser mínimo (costo de falla muy importante) y es necesario realizar estudios con técnica tales como el árbol de fallas.

## Lecturas recomendadas

(Ghobbar y Friend, 2004)[5] presentan un interesante análisis de las estrategias usadas por 175 aerolíneas para el problema de reposición de repuestos.

(Sundarraaj, 2004)[11] describe un prototipo de sistema de apoyo a la toma de decisiones para el manejo de contrato con proveedores de repuestos y servicios apoyado con el uso de la Web.

# Bibliografía

- [1] P. Lyonnet. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [\[bajar\]](#)
- [2] Wildeman, R.E. *The art of Grouping Maintenance*. PhD thesis, Erasmus University, Holland, 1996. [\[bajar\]](#)
- [3] Sadrian, A.A., Yoon, Y.S., *A procurement decision support system in business volume discount environments*, Operations Research, 42, 14-23, 1994.
- [4] Crama, Y., Pascual, R, Torres, A., *Optimal procurement decisions in the presence of total quantity discounts and alternative product recipes*, European Journal of Operational Research, 159, 364-378, 2004. [\[bajar\]](#)
- [5] Ghobbar, A., Friend C.H., *The material requirements planning system for aircraft maintenance and inventory control: a note*, Journal of Air Transport management, 10, 217–221, 2004. [\[bajar\]](#)
- [6] Leonard, M., *Air force materiel command: a survey of performance measures*, Master Thesis, Department of Operational Sciences Graduate School of Engineering and management Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 2004. [\[bajar\]](#)
- [7] Li, C.L., Hsu, V.N., Xiao, W.Q., *Dynamic lot sizing with batch ordering and truckload discounts*, Operations Research, 5(4), 639-654, 2004. [\[bajar\]](#)
- [8] Cachon, G.P., Zipkin, P.H., *Competitive and cooperative inventory policies in a two-stage supply chain*, management Science, 45(7), 936-953, 1999. [\[bajar\]](#)
- [9] Rosenthal, R.E., *A GAMS tutorial*, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 1997. [\[bajar\]](#)
- [10] Kumar, N., Vrat, P., Sushil, A., *Simulation study of unit exchange Spares management of diesel locomotives in the Indian railways*, International journal of production economics, 33(1-3), 225-236, 1994. [\[bajar\]](#)
- [11] Sundarraj, R.P., *A Web-based AHP approach to standardize the process of managing service-contracts*, Decision support systems, 37(3), 343-365, 2004. [\[bajar\]](#)
- [12] Yang S.C., Du, Z.W., *Criticality evaluation for spare parts initial provisioning*, Proceedings : Annual Reliability and Maintainability Symposium, 507-513, 2004. [\[bajar\]](#)
- [13] Ghobbar A.A., Friend, C.H., *The material requirements planning system for aircraft maintenance and inventory control: a note*, Journal of air transport management, 10(3), 217-221, 2004. [\[bajar\]](#)
- [14] Aronis, K.P., Magou, L., Dekker R., et al., *Inventory control of spare parts using a Bayesian approach: A case study*, European Journal of operational research, 154(3), 730-739, 2004.
- [15] De Smidt-Destombes, K.S., Van der Heijden, M.C., Van Harten, A., *On the availability of a k-out-of-N system given limited spares and repair capacity under a condition based maintenance strategy*, Reliability engineering & system safety, 83(3), 287-300, 2004.
- [16] Lai, C.A., Chang, C.T., Ko, C.L., et al., *Optimal sensor placement and maintenance strategies for mass-flow networks*, industrial & Engineering chemistry research, 42(19), 4366-4375, 2003. [\[bajar\]](#)

- [17] Kilpi, J., Vepsalainen, A.P.J., *Pooling of spare components between airlines*, Journal of air transport management, 10(2), 137-146, 2004. [\[bajar\]](#)
- [18] Bloch, H.P., *Setting up your spare parts program*, Hydrocarbon processing, 83(6), 11-12, 2004. [\[bajar\]](#)
- [19] Ghobbar, A.A., Friend, C.H., *Evaluation of forecasting methods for intermittent parts demand in the field of aviation: a predictive model*, Computers & operations research, 30(14), 2097-2114, 2003. [\[bajar\]](#)
- [20] Spengler, T., Schroter, M., *Strategic management of spare parts in closed-loop supply chains - A system dynamics approach*, Interfaces, 33(6), 7-17, 2003. [\[bajar\]](#)
- [21] Fleischmann, M., Van Nunen, J., Grave, B., *Integrating closed-loop supply chains and spare-parts management at IBM*, Interfaces, 33(6), 44-56, 2003. [\[bajar\]](#)
- [22] Deshpande, V., Cohen, M.A., *An empirical study of service differentiation for weapon system service parts*, Operations Research, 51(4), 518-530, 2003. [\[bajar\]](#)
- [23] Schultz, C.R., Reid, R.A., *Spare parts inventory and cycle time reduction*, International Journal of production research, 42(4), 759-776, 2004.
- [24] Eaves, A.H.C., Kingsman, B.G., *Forecasting for the ordering and stock-holding of spare parts*, Journal of the operational research Society, 55(4), 431-437, 2004.
- [25] Nikolopoulos, K., Metaxiotis, K., Lekatis, N., et al., *Integrating industrial maintenance strategy into ERP*, industrial management & data Systems, 103(3-4), 184-191, 2003. [\[bajar\]](#)
- [26] Chan C.K., Tortorella M., *Spares-Inventory Sizing For End-To-End Service Availability*, Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium, 98-102, 2001.
- [27] Teunter, R.H., van der Laan, E., Inderfurth, K., *How to set the holding cost rates in average cost inventory models with reverse logistics?*, Omega-International Journal Of Management Science, 28(4), 409-415, 2000.
- [28] De Geus, A., *The living company*, Harvard Business Review, March-April, 1997. [\[bajar\]](#)
- [29] Schroeder, R.G., *Administracion de Operaciones*, McGraw-Hill, 3era ed., 1989.

## Capítulo 29

# Consolidación de repuestos

There is no point transferring your inventory to a supplier, because it will then have the inventory cost, and you will see it showing up sooner or later. But if you can reduce the whole chain's inventory, it will make you more competitive.

*Wäre, A. (Nokia)[2].*

## Resumen

En este capítulo estudiamos los ahorros posibles al establecer consolidación de repuestos entre varias compañías. Veremos que es posible observar importantes economías de escala. Aplicaremos el concepto a las compañías de transporte aéreo. Además discutiremos las implicaciones en la gestión cuando existe cooperación.

### 29.1. Introducción

Un indicador de gestión clave para una aerolínea es la tasa de uso de sus aeronaves. El disponer de repuestos modulares y de alta confiabilidad ayudan a incrementar tal indicador pues un reemplazo rápido evita costos muy altos en caso de ocurrir una falla. El tiempo para reparar se acorta. Los componentes que son desmontados son reparados en forma programada. Los costos de disponer de un stock de repuestos son causados principalmente por el capital detenido.

En este estudio consideramos que el disponer de repuestos representa un servicio de disponibilidad. Este servicio puede ser ofrecido con recursos propios, subcontratado u ofrecido a clientes externos. Estas tres alternativas representan una decisión entre hacer, comprar o vender el servicio. El disponer de los repuestos en casa es una alternativa que implica soberanía pero además detiene capital en activos que pierden su valor con el tiempo. El subcontratar la disponibilidad de repuestos reemplaza los costos de capital con un flujo de caja constante, lo que incrementa la flexibilidad del negocio. Esta alternativa también incrementa los costos de las transacciones y posiblemente los tiempos para reparar pues existirá un delay entre solicitar el repuesto y recibirlo. Vender la disponibilidad de repuestos a clientes externos es normalmente una opción factible que se suma a la de ofrecer el servicio a la organización propia.

(MacDonald, 2002)[8] estima que en el negocio del transporte aéreo las mayores oportunidades de ahorro aparecen por la reducción de inventario de repuestos. Se ha estimado (Flint, 1995)[9] que las líneas aéreas disponen de un inventario de alrededor de  $45 \cdot 10^9$  USD, del cual 80 % corresponde al inventario de los operadores. Tras serios esfuerzos en tal sentido tal número es estimado en  $50 \cdot 10^9$  USD en 2002[8]. Si el valor del inventario de las aerolíneas se estima por aeronave, el monto ha caído desde  $3.75 \cdot 10^6$  a  $3.35 \cdot 10^6$  USD/avión en el periodo 1995-2002.

Consideremos a continuación una cuarta alternativa. Ella ayuda a disminuir el nivel de repuestos en bodega al existir un *pooling* de componentes entre varias compañías. La idea es combinar las mejores características de las 3 estrategias antes nombradas. En esta estrategia no importa quien requiere el

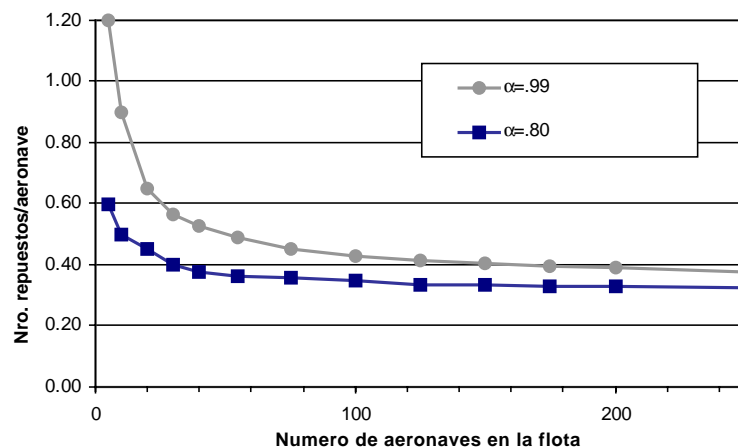


Figura 29.1: Economías de escala con repuestos

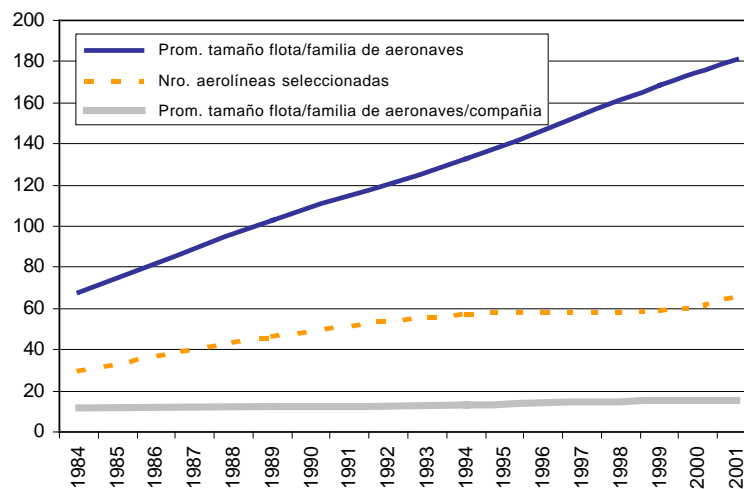


Figura 29.2: Tamaños típicos de flota en líneas europeas<sup>[1]</sup>

repuesto. Como veremos mas adelante, el *pooling* de inventario genera economías de escala. La figura 29.1 muestra un ejemplo de como se generan las mismas. El gráfico ha sido generado con el modelo que será presentado en la próxima sección, con parámetros típicos. El número de aeronaves en la flota no significa el tamaño de la flota completa, sino de la subflota de un tipo de aeronave operada por la aerolínea.

Como puede observarse en figura 29.1, mientras más aeronaves haya en la flota, menor es la cantidad de componentes requerido *por aeronave*. Los requerimientos de repuestos son aleatorios por naturaleza, pues las fallas lo son. Al considerar una estrategia cooperativa entre compañías es evidente (del gráfico) que los participantes con flotas relativamente pequeñas tienen más por ganar que aquellas con grandes flotas.

Este estudio sugiere que las compañías reduzcan sus niveles de inventario lo que aporta una manera de reducir los masivos costos de almacenamiento de la industria aeronáutica.

## 29.2. Formulación del modelo

El objetivo es modelar los efectos de reducir el número de componentes en bodega a través de la consolidación de repuestos. Usaremos un enfoque standard para la disponibilidad de los componentes y los resultados serán verificados a través de ejemplos simulados. El modelo se centra en la cantidad de unidades requeridas para intervenciones correctivas asumiendo que todos los componentes siguen un programa de mantenimiento correctivo (operar hasta falla). Las necesidades de inventario para intervenciones preventivas son fácilmente obtenibles de manera independiente.

### 29.2.1. Modelo básico

El modelo básico ilustra las relaciones que afectan los cuatro factores de la disponibilidad (confiabilidad, periodo medio de reposición, nivel de servicio y tamaño la flota) y el número requerido de repuestos.

En la industria aeronáutica la medida más usada para la confiabilidad es el tiempo medio entre intervenciones no programadas ( $T_{bur}$ )<sup>1</sup>. En general depende del tiempo de operación acumulado. Es posible entonces definir:

$$T_{bur_{ct}} = \frac{T_{bur}}{\eta} \text{ ut calendario}$$

donde  $\eta$  corresponde a la tasa de uso del equipo (ut operación/ut calendario).

El número de unidades apoyadas  $n_u$  corresponde al número de componentes que están instalados en todos los equipos de las flotas de todas las compañías participantes.

La frecuencia de pedidos de repuestos percibida por bodega es

$$\lambda_b = \frac{n_u}{T_{bur_{ct}}}$$

El indicador  $T_{at}$  es medido como el periodo transcurrido desde la remoción del componente desde la aeronave y cuando es guardado en bodega, tras su reparación y está listo para un nuevo uso. La demanda esperada  $n_d$  de repuestos durante  $T_{at}$  es:

$$n_d = \frac{T_{at}}{T_{bur_{ct}}} n_u \quad (29.1)$$

$$= n_u T_{at} \quad (29.2)$$

Si consideramos que las fallas siguen una distribución de Poisson es posible calcular la probabilidad de que ocurra un cierto número de intervenciones no programadas en un periodo de tiempo dado. Si el intervalo considerado corresponde a  $T_{at}$ , se tiene:

$$p(k) = \frac{n_d^k e^{-n_d}}{k!} \quad (29.3)$$

donde  $p(k)$  corresponde a la probabilidad de que ocurran exactamente  $k$  intervenciones correctivas durante  $T_{at}$ ,  $k$  corresponde al número de intervenciones correctivas durante  $T_{at}$ . Por definición,  $p(k)$  es también la probabilidad de que hayan exactamente  $k$  unidades siendo reparadas en un instante cualquiera y  $n_d$  también corresponde al número esperado de intervenciones correctivas durante  $T_{at}$ .

A continuación introducimos el concepto de *nivel de servicio*,  $\alpha(k)$ . Corresponde a la probabilidad de satisfacer un pedido inmediatamente, dado que hay  $k$  repuestos para atender las fallas que puedan ocurrir a las  $n_u$  unidades en operación. Tenemos,

$$\alpha(k) = \sum_{i=0}^k p(i) \quad (29.4)$$

Obviamente, cuando no hay unidades de repuesto ( $k = 0$ ), la probabilidad de que se satisfagan siempre las solicitudes es cero.

---

<sup>1</sup>Mean Time Between Unscheduled Removals

$k$	$p(k)$	$\alpha(k)$
0	0,6814	0,000
1	0,2614	0,681
2	0,0501	0,943
<b>3</b>	0,0064	<b>0,993</b>
4	0,0006	0,999
5	0,0000	1,000
6	0,0000	1,000

Cuadro 29.1: Resultados del primer ejemplo

Ilustraremos con un ejemplo la aplicación de las fórmulas anteriores. Consideremos:

$$\begin{aligned} T_{at} &= 14 \text{ días} \\ T_{bur_{ct}} &= 730 \text{ días} \\ n_u &= 20 \text{ aeronaves} \end{aligned}$$

Cada aeronave utiliza 1 repuesto. Usando la ecuación 29.1 obtenemos

$$\begin{aligned} n_d &= \frac{14}{730} 20 \\ &= 0,3836 \text{ unidades}/T_{at} \end{aligned}$$

Gracias a las ecuaciones (29.3) y (29.4) es posible calcular el nivel de servicio en función del número de repuestos. Los resultados se observan en la tabla 29.1. La tabla permite establecer el número de repuestos requeridos para alcanzar un nivel dado. Por ejemplo, si se fija

$$\alpha \geq 0,99$$

entonces se deberá disponer de al menos 3 repuestos (y el nivel de servicio efectivo será de  $\alpha = 0,993$ ).

### 29.3. Análisis de sensibilidad

A continuación estudiamos los efectos de los 4 parámetros del modelo sobre el número de repuestos necesarios.

La figura 29.3 muestra el efecto de reducir la confiabilidad del repuesto para 3 tamaños de flota: 50, 150, 500. El intervalo  $T_{at}$  se ha fijado en 4 semanas y el nivel del servicio en 0,99. Se observa que al incrementar confiabilidad, se reduce el número de repuestos necesarios para asegurar un nivel de servicio dado. Para flotas existentes una manera de extender el  $T_{bur}$  es optimizar el programa de inspecciones.

En la figura 29.4 se estudia el efecto del  $T_{at}$  en el número de repuestos requeridos por aeronave para asegurar un nivel de servicio del 99 %, cuando el  $T_{bur}$  es de un año. Las curvas muestran tendencias lineales con pendiente positiva. Al reducir el  $T_{at}$ , se reduce el número de repuestos por aeronave.

En la figura 29.5 se observa que al bajar el nivel de servicio, también lo hace el número de repuestos requeridos por aeronave. La curva muestra un crecimiento considerable del nivel de stock cuando el nivel del servicio es superior a 95 %.

La figura 29.6 muestra claramente que al crecer el tamaño de la flota, se reduce el número de repuestos necesarios por avión.

### 29.4. Modelando la cooperación entre compañías

A fin de ilustrar los efectos de la cooperación entre compañías, presentaremos un ejemplo numérico. Consideremos 4 aerolíneas:  $A, B, C$  y  $D$ . Todas ellas manejan un solo tipo de aeronave, desde 5 bases ubicadas en la misma area geográfica. Las aerolíneas han decidido cooperar y proveer disponibilidad

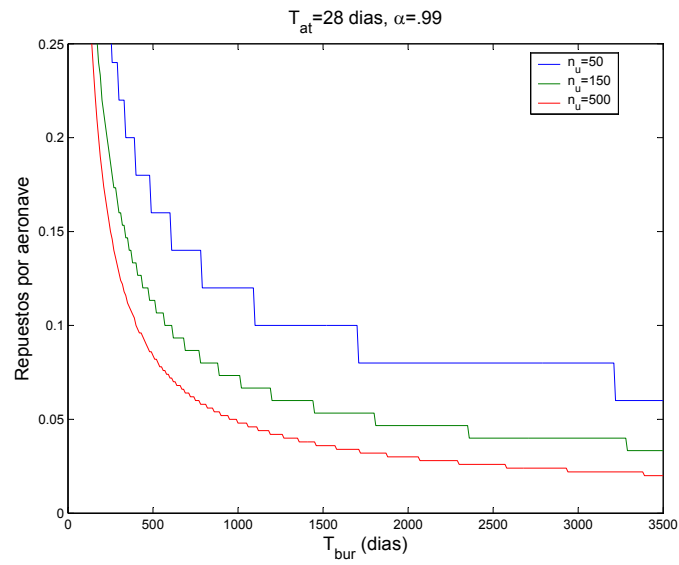


Figura 29.3: Número de repuestos requeridos por avión vs  $T_{BUR}$

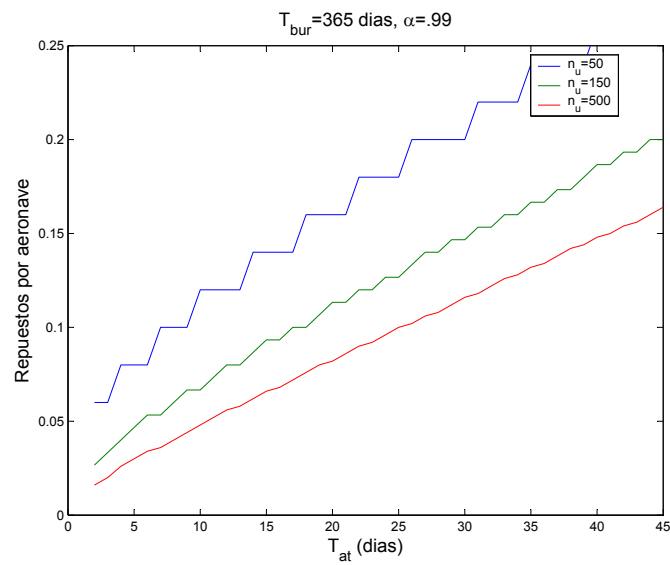


Figura 29.4: Número de repuestos requeridos por avión vs  $T_{AT}$

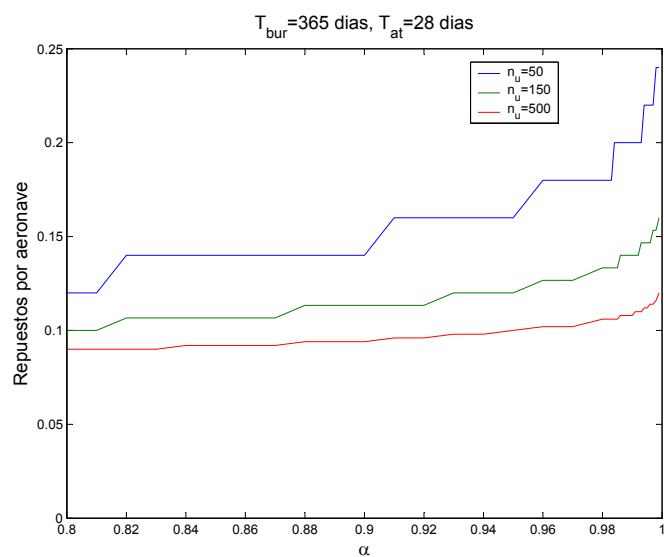


Figura 29.5: Número de repuestos requeridos por avión vs  $\alpha$

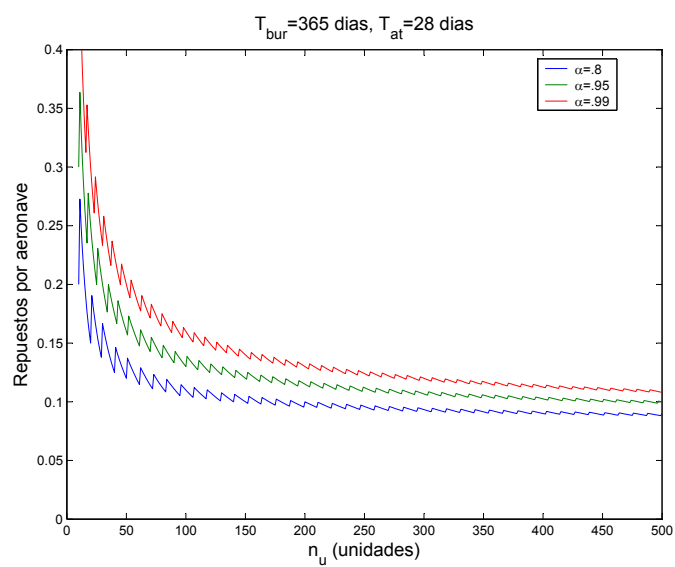


Figura 29.6: Número de repuestos requeridos por aeronave vs  $n_u$

Aerolínea	Base	aeronaves	$n_u$
A	$A_1$	20	80
B	$B_1$	45	180
B	$B_2$	15	60
C	$C_1$	60	240
D	$D_1$	25	100

Cuadro 29.2: Flotas consideradas

común para un repuesto dado. El objetivo común es reducir sus niveles de stock por aeronave y producir ahorros en costos de almacenamiento. La compañía  $B$  opera desde 2 bases ( $B_1$  y  $B_2$ ). Las demás aerolíneas operan desde una sola base ( $A_1, C_1, D_1$ ). Cada aeronave utiliza 4 componentes del tipo considerado. Las flotas de cada aerolínea se muestran en la tabla 33.1.

El proveedor del componente estima que  $T_{bur} = 6570$  horas de vuelo. Asumiremos que todas las líneas tienen la misma tasa de utilización y que corresponde a  $\eta = 9$  horas de vuelo/día calendario. Por lo tanto,

$$\begin{aligned}
 T_{bur_{ct}} &= \frac{T_{bur}}{\eta} \\
 &= \frac{6570}{9} \\
 &= 730 \text{ días calendario}
 \end{aligned}$$

Asumiremos además que las intervenciones correctivas se hacen en las bases propias de cada aerolínea. Ello se justifica por dos razones: la falla de la mayoría de los componentes no afecta la seguridad de las personas, hacerlo en bases externas es mucho mas caro que hacerlo en una propia.

Asumiremos que  $T_{at} = 21$  días calendario para cualquiera de las cuatro compañías.

### 29.4.1. Modelo para el pool de inventario

La idea de consolidación de repuestos es estudiada también en Lee(1987)[3] y Dada(1992)[4]. Si existe una estrategia de *pooling*, el problema de repuestos se puede tratar como si hubiese una sola bodega, aun si hay varias bases [3]. El modelo básico presentado anteriormente puede ser utilizado para estimar cuantos repuestos son requeridos en bodegas para mantener un nivel dado del servicio. El número total de repuestos es distribuido entre las diversas bases. Como las bases de las líneas están localizadas a una cierta distancia geográfica, el inventario consolidado puede no estar disponible tan rápido como lo sería si no existiese el *pool* y cada compañía manejase su bodega independientemente. Cuando la base local no dispone del componente, se debe programar un transporte de emergencia de la pieza desde la base más cercana, o con tiempo de respuesta más rápido. La idea misma de la consolidación de repuestos depende de la factibilidad de hacer estos transportes rápidamente. Asumiremos que un repuesto que es transportado a otra base (por ser requerido), es devuelto por la misma posteriormente. Aun así, el tener que transportar el repuesto desde otra base siempre implicará un tiempo mayor para disponerlo con respecto a tenerlo en la base propia. Ello significa que cada aerolínea debe aceptar demoras logísticas debido a que los repuestos pueden estar en otras bases y no en la propia. Para nuestro ejemplo, consideraremos que las demoras logísticas entre las bases tienen los valores mostrados en la matriz de figura 29.7. Las demoras oscilan entre 5 y 12 horas. El periodo de demora incluye: el vuelo mismo, la demora en iniciar el vuelo, localizar el repuesto, empaquetarlo, cargarlo, descargarlo, recibirlo, desempacarlo. En nuestro ejemplo,  $A_1$  y  $D_1$  tienen demoras máximas de 12 horas. Asumimos que en caso de disponer el repuesto en la base propia, las demoras serán de 1 hora.

Según lo anterior, es necesario definir dos tipos de niveles de servicio: uno para disponibilidad en la base local ( $\alpha_l$ ) y otro para la disponibilidad consolidada (de todas las bases),  $\alpha_c$ .

Para efectos del ejemplo hemos fijado el nivel del servicio en

$$\alpha_c \geq 0,99$$

	A1	B1	B2	C1	D1
A1	1	11	10	9	12
B1	11	1	5	7	8
B2	10	5	1	6	6
C1	9	7	6	1	6
D1	12	8	6	6	1

Figura 29.7: Demoras logísticas (horas) debido a transporte de emergencia del repuesto

$k$	$p(k)$	$\alpha_c(k)$
0	0,0010	0
1	0,0069	0,0010
2	0,0239	0,0079
3	0,0550	0,0319
4	0,0950	0,0869
5	0,1312	0,1819
6	0,1510	0,3131
7	0,1489	0,4641
8	0,1285	0,6130
9	0,0986	0,7415
10	0,0681	0,8401
11	0,0427	0,9081
12	0,0246	0,9509
13	0,0131	0,9754
14	0,0064	0,9885
<b>15</b>	<b>0,0030</b>	<b>0,9949</b>

Cuadro 29.3: Compañía  $B$

Además, el nivel de servicio local debe ser de al menos

$$\alpha_l \geq 0,75$$

## 29.5. Resultados del ejemplo

La compañía  $B$  ya dispone de bodegas consolidadas. Veamos como calcular el número de repuestos requeridos para alcanzar niveles de servicio satisfactorios.

La flota  $B$  consta de

$$\begin{aligned} n_u &= 180 + 60 \\ &= 240 \text{ componentes} \end{aligned}$$

ya sabemos que

$$\begin{aligned} T_{at} &= 21 \text{ días} \\ T_{burct} &= 730 \text{ días} \end{aligned}$$

luego, el nivel de servicio  $\alpha_c$  requiere entonces de al menos 15 repuestos (tabla 29.3) y el nivel de servicio logrado es  $\alpha_c = 0,9949$  que corresponde al valor encontrado en las filas 2 y 3 de la columna 6 de la tabla 29.5.

Esos 15 repuestos son repartidos entre las dos bases de modo de minimizar la varianza del servicio de corto plazo (local). La mejor situación es 10 en la base  $B_1$  y 5 en la base  $B_2$ .

$k$	$p(k)$	$\alpha_l(k)$
0	0,0056	0
1	0,0292	0,0056
2	0,0756	0,0348
3	0,1305	0,1104
4	0,1689	0,2409
5	0,1749	0,4098
6	0,1510	0,5847
7	0,1117	0,7357
8	0,0723	0,8474
9	0,0416	0,9197
<b>10</b>	<b>0,0215</b>	<b>0,9612</b>

Cuadro 29.4: Nivel de servicio en la base  $B_1$ 

Compañía	Base	$n_u$	$k$	$\alpha_l$	$\alpha_c$
A	$A_1$	80	7	0.991	0.991
B	$B_1$	180	10	0.961	0.995
	$B_2$	60	5	0.969	0.995
C	$C_1$	240	15	0.995	0.995
D	$D_1$	100	8	0.991	0.991
		660	45	0.981	0.993

Cuadro 29.5: Repuestos y niveles de servicio sin cooperación

El cálculo del nivel de servicio con repuestos locales en la base  $B_1$  se muestra en la tabla 29.4. Los parámetros utilizados son:

$$\begin{aligned}n_u &= 180 \\T_{at} &= 21 \\T_{bur_{ct}} &= 730 \\k &= 10\end{aligned}$$

Lo que ofrece un nivel de servicio

$$\alpha_l(10) = 0,9612$$

y que corresponde al valor observado en la tabla 29.5 en columna 5, fila 2.

La tabla 29.5 muestra la situación de cada línea cuando no hay cooperación entre ellas.

Las compañías A,C y D utilizan el modelo básico con un nivel de servicio de al menos 99 %. Para la compañía B, se aplica el modelo básico a ambas bases en conjunto y luego el total de repuestos se reparte entre ambas bases para tener niveles de servicio lo mas similares posibles.

El nivel de servicio de la base local se alcanza solo con inventarios locales. En algunos casos (cuando se requiere la transferencia desde otra base) tomará hasta 12 horas satisfacer una demanda. En el ejemplo,

Compañía	Base	$n_u$	$k$	$\alpha_l$	$\alpha_c$	$\Delta\%$
A	$A_1$	80	4	0.799	0.993	-43
B	$B_1$	180	8	0.847	0.993	-30
	$B_2$	60	4	0.903	0.993	-
C	$C_1$	240	10	0.840	0.993	-33
D	$D_1$	100	5	0.836	0.993	-38
		660	31	0.845	0.993	-31

Cuadro 29.6: Repuestos y niveles de servicio con cooperación

solo las bases  $A_1$  y  $D_1$  pueden experimentar una demora tan larga (ver figura 29.7). Es fácil notar que un base ubicada en una posición geográficamente central tendrá demoras menores.

En caso de que sea necesario un transporte de emergencia existen varias posibles estrategias para elegir desde que base se realiza el transporte:

- Seleccionar aleatoriamente entre las bases que dispongan de inventario suficiente;
- Seleccionar la base que ofrezca la logística más rápida (y con inventario suficiente);
- Seleccionar la base que disponga del mayor inventario disponible.

La selección aleatoria es probablemente la que menos discrimina entre las compañías participantes, en el largo plazo. La segunda alternativa minimiza la demora logística, pero favorece a las bases remotas. La tercera alternativa minimiza la posibilidad de que la base proveedora se quede sin existencias.

Kilpi ofrece las siguientes observaciones al aplicar el modelo con varios parámetros:

- los ahorros provocados por la cooperación son directamente proporcionales al número de compañías participantes, si se asume que las flotas son de tamaño similar.
- el nivel de servicio local es inversamente proporcional al número de participantes.
- el nivel de costos alcanzado por los participantes es determinado casi intuitivamente por el tamaño total de las flotas consideradas. Mientras más pequeña es la flota de una compañía con respecto a la flota total, mayores serán los ahorros para esa compañía.
- mientras mas similares sean los tamaños de flota, mayores serán los ahorros provocados por el esfuerzo cooperativo. Incluso dos compañías con flotas de igual tamaño pueden lograr ahorros considerables al cooperar entre si.

## 29.6. Implicaciones administrativas de la cooperación

El logro de una cooperación como la mostrada requiere de ciertos prerequisites, entre ellos el que exista una alianza que facilite la discusión inter-compañías (vs conversar con un competidor directo). (Doz y Hamel, 1998)[6] denuncian en todo caso que las alianzas pueden tornarse inestables y turbulentas: el socio de hoy puede ser el rival de mañana. en otro artículo[7], enfatizan que una compañía no debe olvidar que es posible que el objetivo de sus socios actuales sea destruirlos. Esta incertidumbre apunta hacia no realizar esfuerzos cooperativos como el aquí descrito, pues puede ser muy dañino si la relación entre las compañías cambia abruptamente. En contraposición, (Gulati, 1995)[5] indica que la confianza mutua entre las partes contrarresta el temor al comportamiento oportunista.

Un obstáculo mayor para la cooperación entre compañías es que aquellas que dispongan de las flotas más grandes tienen menos incentivos para participar que aquellas con flotas pequeñas. En términos absolutos, todos los participantes alcanzan el mismo nivel de costo, pero los participantes mas pequeños comienzan desde niveles más altos de costo. Esta situación favorece la cooperación entre compañías con flotas similares, o, en el caso de flotas desiguales, a la aplicación de alguna medida compensatoria de los participantes más pequeños hacia los más grandes.

Otra dificultad es que históricamente, las compañías sospechan de la calidad de las intervenciones y programas de mantenimiento de sus competidoras. Antes de comenzar una cooperación, es necesario que las compañías lleguen a acuerdos sobre standards de mantenimiento para los componentes que se desea consolidar.

A nivel informático, es necesario disponer de un sistema de información común que permita conocer la disponibilidad de repuestos entre bases, en tiempo real. En caso de que se desee compartir inicialmente un conjunto pequeño de componentes, el costo de tal servicio informático puede ser prohibitivo.

**Ejemplo 112** <sup>2</sup>*El administrador de un edificio con dos ascensores desea asegurar un nivel de servicio de 95 %. La falla con mayor tiempo medio para reparar es la del panel, del cual cada ascensor dispone*

---

<sup>2</sup>control I, 2004-II

k	$p(k)$	$\alpha(k)$
0	0.9512	0
1	0.0476	0.9512
2	0.0012	0.9988
3	0.0000	1.0000

Cuadro 29.7: Nivel del servicio vs cantidad de repuestos

de uno. El panel es un componente modular, reparable, cuyo reemplazo toma muy poco tiempo. El tiempo medio entre fallas es de 4 meses. Cuando un panel falla, pasan en promedio 3 días entre el instante en que es retirado y reparado, y el instante cuando está listo para ser instalado nuevamente. Cuantos paneles de repuesto debe disponer el edificio? El proveedor de servicios de mantenimiento no asegura disponibilidad inmediata de este tipo de paneles.

En este caso:

$$\begin{aligned} T_{at} &= 3 \text{ días} \\ MTBUR_{ct} &= 4 \cdot 30 = 120 \text{ días} \\ n_u &= 2 \text{ unidades} \end{aligned}$$

La tabla 33.9 muestra los resultados. Se requiere 1 panel de repuesto para asegurar el nivel de servicio deseado.

## 29.7. Nivel de referencia para pool de repuestos con restricción de disponibilidad

A continuación mostramos una aplicación donde se modela la disponibilidad como función de variables de diseño relevantes a partir de resultados obtenidos a través de simulaciones. Lo anterior es conocido como *metamodelo* y puede ser considerado como un modelo de *caja negra*, vale decir, donde conociendo las entradas, es fácil (barato computacionalmente) obtener las respuestas que son de interés.

Gracias a estudios de sensibilidad es posible construir a partir de una regresión lineal un polinomio de la forma:

$$A = A_0 + \sum_j a_j n_j \quad (29.5)$$

donde  $n_j$  es el nivel de inventario de repuestos de tipo  $j$  en el *pool*;  $a_j$  son los parámetros obtenidos en la regresión y  $A_0$  corresponde al nivel de disponibilidad cuando  $\mathbf{n} = \mathbf{0}$ . Por supuesto, la aproximación lineal (29.5) tiene un rango de validez definido:

$$\mathbf{n}_{\min} \leq \mathbf{n} \leq \mathbf{n}_{\max} \quad (29.6)$$

$$n_j \text{ entero, positivo para todo } j \quad (29.7)$$

Cada repuesto tipo  $j$  tiene un calor  $p_{u,j}$  um/u. Luego el costo de intervención del pool es:

$$C_i = \sum_j p_{u,j} n_j \quad (29.8)$$

El objetivo es minimizar tal costo de intervención sujeto a una restricción de disponibilidad mínima:

$$A_{\min} \leq A \quad (29.9)$$

y las restricciones (29.6-32.10).

## 29.8. Ejemplo

Tomamos como ejemplo, el nivel de inventarios requeridos por las flotas de A-4 Skyhawk de la fuerza aérea de Argentina y de la aviación naval de Brasil muy similar al utilizado en (Rodrigues, 1999). Tenemos:

$$\mathbf{a} = \left\{ \begin{array}{c} 640 \\ 570 \\ 1030 \\ 1120 \\ 400 \\ 4 \\ 70 \end{array} \right\} 10^{-5} \text{ um}^{-1}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right\} \leq \mathbf{n} \leq \left\{ \begin{array}{c} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 10 \\ 10 \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{p}_u = \left\{ \begin{array}{c} 91,8 \\ 30,8 \\ 46,8 \\ 78,2 \\ 180,0 \\ 5,0 \\ 5,0 \end{array} \right\} \text{ um/u}$$

$$A_0 = 0,755$$

$$A_{\min} = 0,90$$

El modelo resultante es lineal y en variable entera y es relativamente fácil de resolver. La cantidad óptima de repuestos en el pool es:

$$\mathbf{n}^* = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right\}$$

con lo cual el costo total y la disponibilidad alcanzadas son:

$$C_i^* = 982,6 \text{ um}$$

$$A^* = 0,902$$

Una alternativa es maximizar la disponibilidad con restricción presupuestaria. Eso es:

Maximizar (29.5) sujeto a las restricción:

$$\sum_j p_{u,j} n_j \leq B$$

donde  $B$  es el presupuesto establecido. Las restricciones (29.6-32.10) son consideradas, claro. El modelo en Excel puede ser bajado [\[aquí\]](#).

## 29.9. Comentarios finales

La consolidación de repuestos puede reducir de manera sustancial el nivel de stocks para alcanzar un nivel de servicio dado. El ejemplo muestra que en un caso feasible es posible reducir en más de un 30 % los costos de almacenamiento, si se acepta una pequeña caída del nivel del servicio de la base local. El transporte de repuestos desde bases con niveles de inventario altos pueden rellenar el stock de las demás antes de que el llegue a cero y se requieran hacer transportes de emergencia. Otras estrategias de servicio (diferentes de *FIFO*) pueden mejorar el nivel de servicio de corto plazo. Si bien la desconfianza entre compañías no ha permitido que este enfoque prevalezca aún en la industria, la necesaria reducción de costos y el ambiente competitivo en que vive el negocio, forzarán en el mediano plazo el uso de estrategias de este tipo.



# Bibliografía

- [1] Kilpi, J., Vepsalainen, A.P.J., *Pooling of spare components between airlines*, Journal of Air Transport Management, 10(2), 137-146, 2004. [bajar].
- [2] Morais, R.C., *Damn the torpedoes*, Forbes, 167(11), 100-109, 2001.
- [3] Lee, H.L, *A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments*. Management Science 33 (10), 1302 – 1316, 1987.
- [4] Dada, M., *A two-echelon inventory system with priority shipments*. Management Science 38 (8), 1140 – 1153, 1992.
- [5] Gulati, R., *Does familiarity breed trust? The implications of repeated ties for contractual choice in alliances*. The Academy of Management Journal 38 (1), 85–112, 1995.
- [6] Doz, Y.L., Hamel, G., *Alliance Advantage: The Art of Creating Value through Partnering*. Harvard Business School Press, Boston, 1998.
- [7] Hamel, G., Doz, Y.L., Prahalad, C.K., *Collaborate with your competitors-and win*. Harvard Business Review, 89(1), 133-139, 1989.
- [8] McDonald, M., *Custom tuning*. Air Transport World, 39(3), 48-50, 2002.
- [9] Flint, P., *Too much of a good thing*, Air Transport World, 32(7), 103-107, 1995.
- [10] Rodrigues, M.B., Karpowicz, M., *An analysis of operational availability of Brazilian Navy and Argentine Air Force A-4 fleets using simulation modeling*, Master Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 1999. [bajar].
- [11] Rodrigues, M.B., Karpowicz, M., Kang, K., *A readiness analysis for the Argentine Air Force and the Brazilian Navy A-4 fleet via consolidated logistics support*, Winter Simulation Conference 2000: 1068-1074. [bajar].
- [12] *Arena Professional Edition Reference Guide*, Rockwell Software Inc., 2000.
- [13] Kelton, W.D., Sadowski, R.P., Sadowski, D.A., *Simulation with Arena*, McGraw-Hill, 1998.



## Capítulo 30

# Redundancia y confiabilidad

Décidément, on n'aime bien  
que les femmes qu'on ne pas eues.  
*Emile Zola*

### 30.1. Introducción

La configuración de un equipo o sistema influye en su confiabilidad. Esta puede ser estudiada en 2 niveles:

1. El efecto del equipo dentro de una línea de producción
2. El efecto de la disposición de componentes dentro del equipo

#### 30.1.1. Dependencia de la línea

Los equipos son interdependientes dado que dependen de la operación exitosa de otros equipos para *producir*. Por ejemplo, en la configuración de figura 30.1, la pieza pasa por todas las máquinas secuencialmente. Si cualquiera de estas máquinas no opera hay una fuente potencial de pérdida de producción. Para reducir esta posible pérdida, las máquinas críticas pueden ser dispuestas en paralelo. En figura 30.2 se aprecia un ejemplo donde una de ellas están en *stand-by*.

#### 30.1.2. Estructura interna del equipo

Un equipo está compuesto en general por varios sub-sistemas, los cuales pueden ser inter-dependientes tanto en serie como en paralelo. Las diferentes combinaciones posibles pueden resultar en diferentes costos, confiabilidades, requerimientos de espacio, niveles de seguridad, etc.

Antes de examinar posibilidades óptimas calcularemos la probabilidad de buen funcionamiento del equipo o *confiabilidad*.

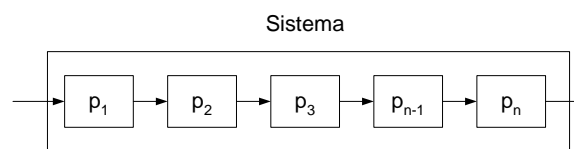


Figura 30.1: Sistema en serie

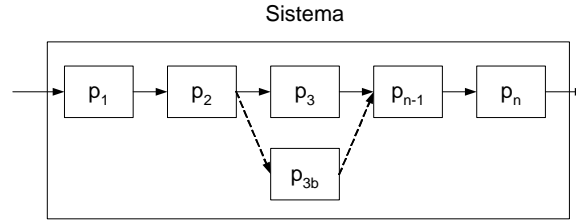


Figura 30.2: Sistema con una etapa en paralelo

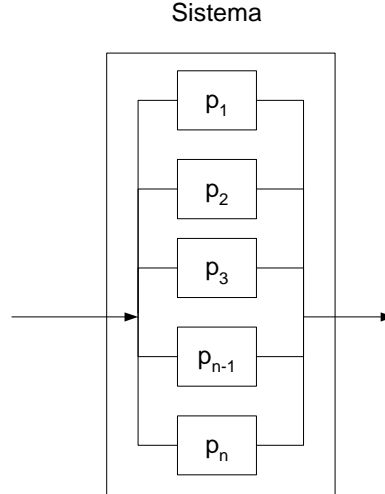


Figura 30.3: Sistema en paralelo

## 30.2. Conceptos probabilísticos

### 30.2.1. Configuración en serie

Si  $p_i$  es la probabilidad de operación satisfactoria del  $i$ -ésimo componente <sup>1</sup> entonces la probabilidad de que el sistema opere exitosamente, o sea, la confiabilidad del sistema,  $R_s$  es:

$$R_s = \prod_{i=1}^n p_i$$

definimos por conveniencia,

$$q_i = 1 - p_i$$

### 30.2.2. Configuración en paralelo

Si el sistema opera exitosamente si **al menos** un componente opera entonces la confiabilidad del sistema es

$$\begin{aligned} R_s &= 1 - \text{probabilidad de que el sistema no opere} \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i) \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n q_i \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Nótese que a esta probabilidad viene asociado un horizonte de tiempo arbitrario.

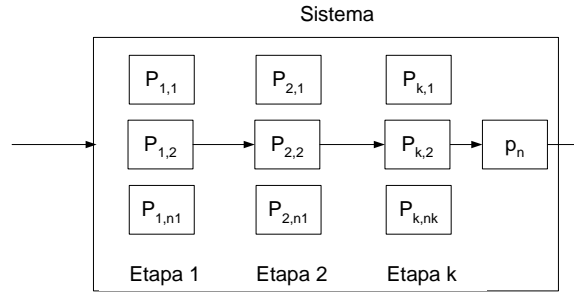


Figura 30.4: Configuración mixta

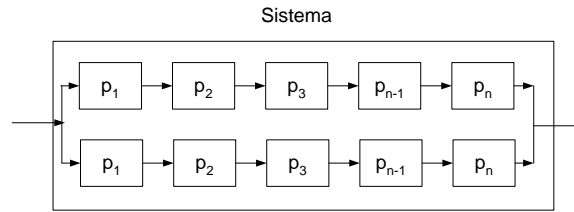


Figura 30.5: Redundancia pasiva, sub-sistemas en serie

**Observación 127** Se asume que un solo componente opera en cualquier instante. Cuando falla el sistema activa otro de los componentes, hasta que todos fallan. Solo en ese caso el equipo no operará exitosamente. Se asume que cuando un componente falla no es reparado hasta que todos han fallado. Esto será analizado más adelante.

### 30.2.3. Configuración mixta

La confiabilidad del sistema mostrado en figura 30.4 es la probabilidad de que al menos un componente funcionará cuando sea requerido, en cada etapa. Luego:

$$R_s = \prod_{i=1}^k 1 - q_i^{n_i}$$

cuando los componentes de una etapa son idénticos.

### 30.2.4. Redundancia pasiva

Para incrementar la confiabilidad de un sistema en serie puede ser conveniente añadir un segundo sistema gemelo en paralelo (figura 30.5). Si un sistema falla el segundo comienza a operar. La confiabilidad se calcula así:

La confiabilidad de cada sistema es

$$R_s = \prod_{i=1}^n p_i$$

luego, la probabilidad de falla del sistema es

$$1 - \prod_{i=1}^n p_i$$

La confiabilidad de los dos sistemas puestos en paralelo es la probabilidad de que al menos uno opere, lo que iguala

$$1 - P(\text{ambos fallen})$$

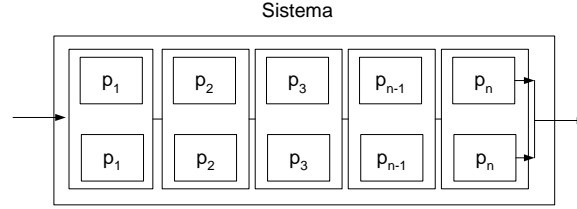


Figura 30.6: Redundancia pasiva, etapas en serie

Luego

$$R_s = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^n p_i\right)^2$$

Una alternativa para incrementar la confiabilidad de sistemas en serie es poner 2 sistemas en paralelo pero a nivel de componente, como se muestra en figura 30.6.

La confiabilidad de tal sistema es (de acuerdo a 30.2.3)

$$R_s = \prod_{i=1}^n (1 - q_i^2)$$

### 30.2.5. Redundancia activa

En las configuraciones descritas anteriormente se asumió que cuando los componentes están en paralelo, solo uno es usado en un instante dado y los demás componentes de la etapa están en *standby*. Si el sistema opera con *todos* los componentes operando cuando es posible, pero donde la falla de un componente *no* genera la falla del sistema (el mismo puede operar con menos que todos los componentes; por ejemplo, turbinas de avión), en este caso se habla de redundancia activa y será tratado en una sección posterior.

## 30.3. Configuración óptima con restricción de presupuesto

Un equipo está compuesto de  $k$  etapas en serie y solo opera si cada etapa funciona. Para incrementar la confiabilidad del equipo, los componentes pueden ser replicados, en paralelo, en cada etapa (redundancia pasiva, dado que solo uno de los componentes debe funcionar). Dada la probabilidad de falla de los componentes, el problema es:

- determinar la configuración óptima que maximice la confiabilidad
- sujeto a restricciones de presupuesto.

### 30.3.1. Descripción del modelo

1. La configuración del equipo es la mostrada en 30.2.3 de la sección anterior. La confiabilidad de tal sistema es:

$$R_s = \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

2. Sea  $c_i$  el costos del componente de la  $i$ -ésima etapa
3. Sea  $n_i$  el número de componentes en la  $i$ -ésima etapa
4. El costo total de los componentes de la  $i$ -ésima etapa es  $n_i c_i$
5. El presupuesto aprobado para el diseño es  $B$

Etapas	$p_i$	$c_i$ (um)
1	0.9	2
2	0.7	3
3	0.9	1

Cuadro 30.1: Datos del problema

6. El problema de diseño es maximizar la confiabilidad del equipo sujeto a que el presupuesto no exceda  $B$ .

Por tanto, el problema es

$$\max_{n_i} \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^k n_i c_i \leq B$$

Como se puede ver, la formulación es en *variable discreta* dado que los  $n_i$  toman los valores 1, 2, 3, ...

### 30.3.2. Ejemplo numérico

El equipo se compone de 3 etapas. Los componentes pueden ser duplicados en las primeras 2 etapas. Los datos se muestran en la tabla (30.1). El presupuesto aprobado es de 10 um.

Se desea

$$\max_{n_i} (1 - q_1^{n_1}) (1 - q_2^{n_2}) (1 - q_3^{n_3})$$

sujeto a

$$\begin{aligned} 2 \cdot n_1 + 3 \cdot n_2 + 1 \cdot n_3 &\leq 10 \\ n_3 &= 1 \end{aligned}$$

Dada la última restricción, y substituyendo los valores  $q_i$

$$\max_{n_i} (1 - 0,1^{n_1}) (1 - 0,3^{n_2}) \cdot 0,9$$

sujeto a

$$2n_1 + 3n_2 \leq 9$$

Siendo que hay pocas variables, la solución es encontrada por evaluación exhaustiva:

Sea  $n_1 = 1$ , entonces

$$2 + 3n_2 \leq 9$$

o sea

$$n_2 \leq 2,33$$

Por tanto, tratando con  $n_2 = 2$ , entonces

$$\begin{aligned} R_s &= (1 - 0,1^1) (1 - 0,3^2) (1 - 0,1^1) \\ &= 0,737 \end{aligned}$$

Sea  $n_1 = 2$ , entonces

$$4 + 3n_2 \leq 9$$

o sea

$$n_2 \leq 1,66$$

entonces, tratando con  $n_2 = 1$

$$\begin{aligned} R_s(n_1 = 2, n_2 = 1) &= (1 - 0,1^2) (1 - 0,3^1) (1 - 0,1^1) \\ &= 0,624 \end{aligned}$$

si  $n_1 = 3$

$$\begin{aligned} 6 + 3 \cdot n_2 &\leq 9 \\ n_2 &\leq 1 \end{aligned}$$

entonces para  $n_2 = 1$ ,

$$\begin{aligned} R_s(n_1 = 3, n_2 = 1) &= (1 - 0,1^3) (1 - 0,3^1) (1 - 0,1^1) \\ &= 0,629 \end{aligned}$$

Cualquier otra combinación  $(n_1, n_2)$  violará la restricción de presupuesto.

Entonces, la confiabilidad máxima del equipo ocurre con un componente en la primera etapa y 2 componentes en la segunda. La confiabilidad del sistema es de 0,737 y el costo asociado es de

$$2 + 2 \cdot 3 + 1 = 9 \text{ um}$$

**Observación 128** *Al considerar los posibles beneficios derivados de la redundancia de equipos con alta confiabilidad se debe observar que se gana muy poco por el costo extra de la redundancia. En el ejemplo anterior, al poner 3 componentes en la primera etapa, en vez de dos, la confiabilidad solo aumento 0,005 para un costo extra de 1 um (el costo se incrementa en  $1/9 = 11\%$ )*

**Observación 129** *Es obvio que para problemas más complejos es necesario el uso de un optimizador. El modelo Excel está disponible en [\[bajar\]](#).*

## 30.4. Configuración óptima con restricciones de presupuesto y seguridad

El problema que examinamos aquí es determinar la configuración óptima de un equipo compuesto de  $k$  etapas con  $n_i$  componentes en paralelo en la  $i$ -ésima etapa, y donde cada etapa debe operar para que el equipo funcione, que maximice la confiabilidad del equipo sujeto a:

1. Una restricción de seguridad en términos de la confiabilidad del equipo
2. restricción presupuestaria

### 30.4.1. Descripción del modelo

1. La configuración del equipo que se considera es descrita por la figura 30.2.3. La confiabilidad de tal sistema es descrita por:

$$R_s = \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

2. Se asume que la operación prematura del equipo puede ocurrir si un componente en la primera etapa opera como resultado de una señal de trigger *espurea*, y luego este componente gatilla la ejecución de las demás etapas. La probabilidad de que un componente en la primera etapa opere en ausencia de una señal controlada de entrada es  $P = 1 - Q$ .
3. La probabilidad de que el equipo opere sin una señal controlada de entrada es:

$$P(1\text{era etapa opere}) \times P(2\text{nda etapa opere}) \times P(3\text{era etapa opere}) \times \dots$$

4. La probabilidad de que la primera etapa del proceso no se realice cuando se recibe una señal espúrea es  $Q^{n_1}$ , luego, la probabilidad de que la primera etapa se ejecute debido a que recibió una señal espúrea es  $1 - Q^{n_1}$
5. La probabilidad de que el equipo opere cuando recibió una señal espúrea es

$$(1 - Q^{n_1}) \prod_{i=2}^k (1 - q_i^{n_i})$$

6. La restricción de seguridad sobre la configuración es que la probabilidad de una operación prematura del equipo debido a una señal espúrea sea menor o igual a  $P_s$ . Luego

$$(1 - Q^{n_1}) \prod_{i=2}^k (1 - q_i^{n_i}) \leq P_s$$

7. La restricción presupuestaria sobre la configuración es

$$\sum_{i=1}^k n_i c_i \leq B$$

donde  $n_i c_i$  es el costo total de los componentes de la  $i$ -ésima etapa y  $B$  es el presupuesto aprobado para el sistema.

El problema es determinar el número óptimo de componentes en paralelo en cada etapa del equipo para

$$\max_{n_i} \prod_{i=1}^k (1 - q_i^{n_i})$$

sujeto a

$$(1 - Q^{n_1}) \prod_{i=2}^k (1 - q_i^{n_i}) \leq P_s$$

$$\sum_{i=1}^k n_i c_i \leq B$$

### 30.4.2. Ejemplo numérico

Usando los mismos datos que en el ejemplo anterior, mas

$$P_s = 0,075$$

y la probabilidad de que un componente en la primera etapa no responda a una señal espúrea:

$$Q = 0,95$$

Para encontrar la solución se opera como sigue:

Del ejercicio anterior sabemos que la restricción presupuestaria restringe los valores posibles de la tripleta  $(n_1, n_2, n_3)$  a  $(1, 2, 1)$ ,  $(2, 1, 1)$ ,  $(3, 1, 1)$ . Evaluando

De las 3 alternativas, la última viola la restricción de seguridad, y la primera maximiza la confiabilidad. Esta es la alternativa de diseño a seleccionar.

Las figuras 30.7 y 30.8 muestran el modelo en Excel (disponible en [bajar]). Se ha obviado la restricción en  $n_3$ .

**Observación 130** En este ejemplo se ha asumido que la operación prematura del sistema puede ocurrir es un componente en la primera etapa opera por una señal espúrea. Para reducir la probabilidad de operación prematura es posible diseñar la etapa de modo que al menos  $r$  de los  $n$  componentes hubiesen operado antes de enviar la señal de operación para la próxima etapa. Tal estrategia se denomina redundancia por votación.

Configuración ( $n_1, n_2, n_3$ )	Confiabilidad	Seguridad
(1, 2, 1)	0,737	0,041
(2, 1, 1)	0,624	0,061
(3, 1, 1)	0,629	0,090

Cuadro 30.2: Evaluación de alternativas

ME57A					
Cap. Diseño basado en la confiabilidad					
Maximización de confiabilidad					
con restricción de presupuesto y de seguridad					
n1	1				
n2	2	R	0.811		
n3	2	C	10000		
Q	0.95	S	0.045		
q1	0.1				
q2	0.3				
q3	0.1				
C1	2000				
C2	3000				
C3	1000				
B	10000				
S0	0.075				

Figura 30.7: Modelo Excel del ejemplo



Figura 30.8: Objetivo y restricciones

$j$	$p_j$
1	0,75
2	0,80
3	0,85
4	0,90
5	0,95

Cuadro 30.3: Confiabilidad de cada tipo de componente

### 30.5. Configuración óptima minimizando el costo para nivel de confiabilidad dado

Se desea diseñar un equipo de una etapa que opere durante una unidad de tiempo (1 año por ejemplo) con un cierto nivel de confiabilidad dado.

El diseñador puede alcanzar tal requerimiento a través del uso de redundancia pasiva con componentes de diferente calidad (y costo).

El problema es seleccionar el tipo y número de componentes que minimice el costo y satisfaga un nivel de confiabilidad dado.

#### 30.5.1. Descripción del modelo

1.  $p_j$  es la probabilidad de operación exitosa (confiabilidad) para una unidad de tiempo de un componente de tipo  $j$  ( $q_j = 1 - p_j$ ),  $j = 1, \dots, m$  tal que

$$p_j \leq p_{j+1}$$

La confiabilidad de un equipo compuesto de una etapa, con  $n$  componentes de tipo  $j$  es

$$R = (1 - q_j^{n_j})$$

2. El costo de diseño y operación de un componente de tipo  $j$  por unidad de tiempo es

$$\alpha + \beta j$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes.

3. El costo fijo de un componente es  $\overline{C}$ , independiente de su calidad.
4. La confiabilidad del equipo debe ser igual o superior a  $R$ .

El problema es determinar el tipo óptimo de componente ( $j$ ) y el número óptimo de estos componentes a utilizar en paralelo para minimizar el costo total del equipo por unidad de tiempo, sujeto a la restricción de confiabilidad. Luego:

$$\min_{n_j, j} [n_j \overline{C} + (\alpha + \beta j) n_j]$$

sujeto a

$$1 - q_j^{n_j} \geq R$$

#### 30.5.2. Ejemplo numérico

El costo fijo de todo componente es 1 um. El costo variable depende de la confiabilidad del componente y sigue la ley

$$0,5 + 1j \text{ um}$$

La confiabilidad de cada tipo de componente se muestra en tabla 30.3. La confiabilidad deseada es de 0,95.

$j$	$n_j$	$R_e$	Costo
1	3	0,98	7,5
2	2	0,96	7,0
3	2	0,98	9,0
4	2	0,99	11,0
5	1	0,95	6,5

Cuadro 30.4: Evaluación de la función objetivo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
7	i	R <sub>j</sub>	C <sub>j</sub> /n <sub>j</sub>	n <sub>j</sub>	x <sub>j</sub>	Costo <sub>j</sub>	R <sub>j</sub>	Parámetros de Solver			
8	1	0.75	1500	3	0	0	0.98	Celda objetivo: <input type="text" value="\$F\$13"/>			
9	2	0.8	2500	2	0	0	0.96	Valor de la celda objetivo:			
10	3	0.85	3500	2	0	0	0.98	<input type="radio"/> Máximo <input checked="" type="radio"/> Mínimo <input type="radio"/> Valores de: <input type="text" value="0"/>			
11	4	0.9	4500	2	0	0	0.99	Cambjando las celdas			
12	5	0.95	5500	1	1	6500	0.95	<input type="text" value="\$D\$8:\$E\$12"/> <input type="button" value="Estimar"/>			
13					1	6500		Sujetas a las siguientes restricciones:			
14	Cfijo	1000						<input type="text" value="\$D\$8:\$D\$12 = integer"/> <input type="button" value="Agregar..."/>			
15	R	0.95						<input type="text" value="\$D\$8:\$D\$12 &gt;= 0"/> <input type="button" value="Cambiar..."/>			
16								<input type="text" value="\$E\$13 = 1"/> <input type="button" value="Eliminar"/>			
17								<input type="text" value="\$E\$8:\$E\$12 = binario"/>			
18								<input type="text" value="\$G\$8:\$G\$12 &gt;= \$B\$15"/>			
19											
20											
21											
22											

Figura 30.9: Modelo Excel

El problema es entonces

$$\min_{n_j, j} [1n_j + (0,5 + 1j) n_j]$$

sujeto a

$$1 - q_j^{n_j} \geq 0,95$$

Tras evaluar, la tabla 30.4 resume para cada tipo de componente, el número óptimo, la confiabilidad alcanzada y el costo total.

**Observación 131** El problema fue resuelto también usando el solver de Excel (disponible en [bajar]). Véase figura 30.9. Notese que se ha añadido la variable auxiliar  $x_j$  de tipo 0-1 (columna F) para expresar la condición de exclusividad (solo un tipo de componente puede ser usado). La suma de los valores  $x_j$  es forzada a ser uno (celda E13); lo que asegura que un solo tipo de componente es usado. Por supuesto, para el calculo de costos en columna F se considera el valor del  $x_j$  correspondiente; lo que genera un modelo no lineal en variable entera.

**Observación 132** Una extensión natural del problema es considerar equipos de varias etapas. Sandler [4] utiliza además varios periodos de tiempo y costos de operación variables en el tiempo.

## 30.6. Minimización de costo global con restricción de confiabilidad y varias etapas

<sup>2</sup>Un equipo está compuesto por un conjunto de  $K$  etapas. En cada etapa es posible añadir tantos componentes en *standby* como se requiera. A su vez, los componentes tienen una confiabilidad que depende de su costo:

$$p_{k,j} = 1 - e^{-\alpha/c_{k,j}}$$

<sup>2</sup>de control III, semestre 2002-I.

y cuyos costos depende del tipo componente:

$$c_{k,j} = \beta_k e^{\gamma j}$$

1. Considere

$n_{i,j}$  es el número de componentes de tipo  $j$  en la etapa  $i$

$p_{k,j}$  es la probabilidad de que el componente opere correctamente durante un periodo de tiempo dado;

$c_{k,j}$  es el costo variable unitario de un componente;

$k$  es el índice para la  $k$ -ésima etapa;

$j$  es el índice para el tipo de componente (hay  $J$  tipos);

$\alpha, \beta_k, \gamma$  son constantes conocidas;

$R_s$  es la confiabilidad del equipo.

El costo fijo por componente es  $C_{fi}$  (no depende de la etapa ni del tipo de componente).

Por razones de detectabilidad, los componentes de cada etapa no son reparados hasta que todos han fallado.

Se requiere que el equipo alcance una confiabilidad  $R$ . Para facilitar la gestión, se solicita usar un solo tipo de repuesto en cada etapa.

Se requiere un modelo de optimización que permita minimizar el costo total.

### 30.6.1. Modelo propuesto

En el caso más general una etapa puede tener varios tipos de componentes ( $j$ ). En tal caso la confiabilidad de la etapa  $R_k$  es

$$R_k = 1 - \prod_{j=1}^J q_{k,j}^{n_{k,j}}$$

donde

$$q_{k,j} = 1 - p_{k,j}$$

Dado que las etapas están dispuestas en serie, la confiabilidad del sistema es

$$R_s = \prod_{k=1}^K R_k = \prod_{k=1}^K \left( 1 - \prod_{j=1}^J q_{k,j}^{n_{k,j}} \right)$$

la que al menos debe alcanzar el valor  $R$  dado:

$$R_s \geq R \quad (30.1)$$

El costo global considera la parte fija y la parte variable:

$$C_g = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J (C_{fi} + c_{k,j}) n_{k,j} \quad (30.2)$$

a fin de restringir el uso de un solo tipo de componentes a una etapa añadimos una variable auxiliar binaria  $I_{k,j}$  y un parámetro binario  $P_{k,j}$ :

$$I_{k,j} = \begin{cases} 1 & \text{si el componente } j \text{ es usado en la etapa } k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$P_{k,j} = \begin{cases} 1 & \text{si el componente } j \text{ puede ser usado en la etapa } k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

luego (30.2) es sustituida por:

$$C = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J (C_{fi} + c_{k,j}) n_{k,j} I_{k,j} P_{k,j} \quad (30.3)$$

y ahora podemos añadir la restricción de exclusividad para cada etapa,

$$\sum_{j=1}^J I_{k,j} = 1 \quad \forall k \quad (30.4)$$

nos queda el modelo no lineal con variables mixtas (NLMIP) que minimiza (30.3) con las restricciones (30.1) y (30.4).

**Observación 133** *La formulación podría ser re-escrita para ser de programación mixta. NdP.*

## 30.7. Redundancia óptima a costo global mínimo

Se requiere diseñar y operar equipo compuesto de una etapa, que puede tener varios componentes en paralelo. El propósito de la redundancia pasiva es reducir la fracción de tiempo en que el equipo está no operativo debido a que todos los componentes han fallado (el equipo requiere solo de uno para operar. Al incrementar el grado de redundancia, los costos de insumos y de mantenimiento se incrementan. Se requiere un balance entre el costo de los componentes y el costo de falla que se reduce al aumentar el grado de redundancia.

### 30.7.1. Descripción del modelo

1. La disponibilidad de un componente es  $p$ . Su complemento es  $q = 1 - p^3$ .
2. La disponibilidad del equipo es  $1 - q^n$  donde  $n$  es el número de componentes en la etapa.
3. El costo de capital por componente y por unidad de tiempo es  $c_c$ .
4. El costo de operación por componente y por unidad de tiempo es  $c_o$ .
5. El costo de falla del equipo por unidad de tiempo es  $c_f$ .
6. El objetivo es determinar el número óptimo de componentes  $n$  que minimice el costo global por unidad de tiempo  $c_g(n)$  (incluye capital, operación, falla):

$$\begin{aligned} c_g(n) &= \text{costo de capital} + \text{costo de operación} + \text{costo de falla} \\ &= nc_c + c_o \times \text{disponibilidad de la etapa} + \\ &\quad c_d \times \text{fracción de tiempo en que el equipo no opera} \end{aligned}$$

por lo tanto

$$c_g(n) = nc_c + nc_o(1 - q^n) + c_f q^n$$

### 30.7.2. Ejemplo numérico

Sea  $p = 0,95$ ,  $c_c = 0,25$  um/ut,  $c_o = 2$  um/ut,  $c_f = 100$  um/ut, entonces

$$c_g(n) = 0,25n + 2n(1 - 0,05^n) + 100 \times 0,05^n$$

y evaluando

**Observación 134** *La extensión del modelo para considerar varias etapas es muy sencilla.*

---

<sup>3</sup>Hemos cambiado  $p$  desde *confiabilidad* a *disponibilidad*.

$n$	$c_g(n)$	um/ut
1	7,150	
2	4,850	
3	6,783	
4	8,800	

Cuadro 30.5: Evaluación del costo global

## 30.8. Redundancia activa con componentes sujetos a reparación

Un sistema está compuesto de  $n$  máquina en paralelo, cuyo producto es entregado a la próxima etapa de la línea de producción. Si una de estas máquina falla, la carga de producción es redistribuida entre las  $n - 1$  máquina remanentes, lo que logra que el nivel de producción no se reduzca. La máquina que falló es reparada y eventualmente retorna a producción. Se asumirá que **basta con que una máquina opere para que el nivel de producción no se vea afectado**. El problema es determinar el número óptimo de máquina a disponer en paralelo para minimizar el costo global por unidad de tiempo y el downtime de la etapa.

### 30.8.1. Descripción del modelo

1. las fallas de una máquina siguen una distribución exponencial con  $MTBF = 1/\lambda$ .
2. El tiempo requerido para reparar una máquina fallada sigue una distribución exponencial con  $MTTR = 1/\mu$ .
3. Dado que hay  $n$  máquinas en paralelo en la etapa, y se incurre en costo de falla solo cuando la  $n$ -ésima máquina falla ( y las anteriores no operan y no han sido reparadas aún), la *disponibilidad* de la etapa es donde

$$A_n = 1 - \frac{\rho^n}{(1 + \rho)^n}, \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Para encontrar la fórmula se utiliza la *teoría de colas*. Dado que la proporción de tiempo en que la etapa no produce es equivalente a la probabilidad de que, para cualquier instante, las  $n$  máquinas estén no-operativas. Se asume que los recursos de mantención permiten que las máquina sean reparadas en cuanto fallan. Ver referencia [5].

4. El costo de falla por unidad de tiempo es  $c_f$ .
5. El costos total de operación por unidad de tiempo para una máquina es  $c_o$ .
6. El objetivo es determinar el número óptimo de máquina  $n$  a disponer en paralelo en la etapa para minimizar el costo global por unidad de tiempo  $c_g(n)$  (considera operación+falla).

$$c_g(n) = n \times \text{costo por máquina} + \text{proporción de tiempo que la etapa no produce} \times \text{costo de falla}$$

Por tanto

$$c_g(n) = nc_o + (1 - A_n)c_f$$

**Observación 135** La fórmula para  $A_n$  es válida en regimen estacionario. Si las condiciones transientes dominan la operación es necesario simular. NdP.

$n$	$1 - A_n$	$c_g(n)$
1	0,5	350,0
2	0,25	325,0
3	0,13	375,5
4	0,06	436,2
5	0,03	518,1

Cuadro 30.6: Evaluación del costo global

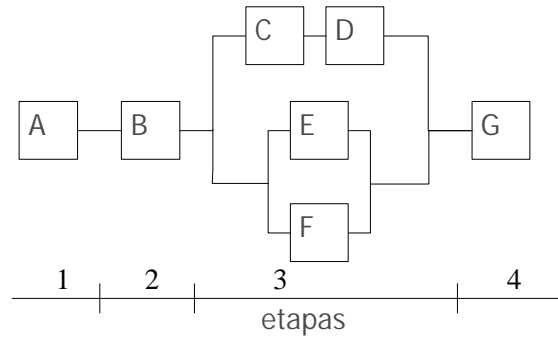


Figura 30.10: Esquema de la línea

### 30.8.2. Ejemplo numérico

Sea  $\lambda = 20$  fallas/ut,  $1/\mu = 0,05$ ,  $c_o = 100$  um/ut,  $c_f = 500$  um/ut. Entonces:

$$c_g(n) = 100n + 500 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

La evaluación permite construir la tabla 30.6.

**Observación 136** Se ha asumido que la distribución de fallas de una máquina es constante y no es influenciada, por ejemplo, por absorber las cargas de otras máquina con falla. Si este no fuese el caso, sería necesario derivar una nueva expresión para  $A_n$ .

**Observación 137** También se asumió que la etapa no funciona, solo si todas las máquina fallan. Otro caso a analizar es cuando la etapa no opera si  $r$  de las  $n$  máquina no funcionan. También sería necesario derivar una nueva expresión para  $d(n)$ .

**Ejemplo 113** Se dispone de un sistema con una configuración de diseño inicial como se muestra en figura 30.10. Está compuesta por máquinas cuya probabilidad de falla en una unidad de tiempo es  $q$  y el costo es  $c$ .

1. Exprese la confiabilidad del sistema
2. Se desea estudiar redundancia en las etapas 1, 2 y 4. Exprese un modelo matemático para maximizar la confiabilidad con un presupuesto restringido  $B$ .

Para expresar la confiabilidad del sistema de figura, primero se analizará por sistemas simples. Definimos  $p = 1 - q$ .

El sub-sistema  $CD$  (en serie) tiene probabilidad de operación satisfactoria:

$$\begin{aligned} p_{CD} &= R_{CD} \\ &= p^2 \end{aligned}$$

El sub-sistema  $EF$  (en paralelo) tiene probabilidad de operación satisfactoria:

$$\begin{aligned} p_{EF} &= R_{EF} \\ &= 1 - q^2 \end{aligned}$$

El sub-sistema  $CDEF$  puede ahora ser tratado como un sistema en paralelo son dos componentes:

$$\begin{aligned} p_{CDEF} &= 1 - q_{CD} \cdot q_{EF} \\ &= 1 - (1 - p^2) [1 - (1 - q^2)] \\ &= 1 - (1 - p^2) q^2 \end{aligned}$$

Finalmente, quedan las 4 etapas como un sistema en serie de 4 equipos:

$$\begin{aligned} R_{s,0} &= p^3 p_{CDEF} \\ &= p^3 [1 - (1 - p^2) q^2] \end{aligned}$$

Para el estudio de la redundancia, se tiene el problema

$$\max_{n_i} R_s = \prod_{i=1}^k 1 - q_i^{n_i}$$

donde

$$\begin{aligned} q_1 &= q_2 = q_4 = q \\ q_3 &= 1 - p_{CDEF} \\ &= 1 - [1 - (1 - p^2) q^2] \\ &= (1 - p^2) q^2 \\ n_3 &= 1 \\ k &= 4 \end{aligned}$$

con

$$\sum_{i=1}^k n_i c_i \leq B$$

donde

$$\begin{aligned} c_1 &= c_2 = c_4 = c \\ c_3 &= 4c \end{aligned}$$

### 30.9. Costo de falla y redundancia

La tabla 43.5 muestra los parámetros de los diversos modos de falla de un equipo dado. Se dispone de 2 equipos gemelos, en paralelo. 80 % del tiempo, un solo equipo es capaz de solventar la demanda de producción (situación  $A$ ); 20 % del tiempo se requiere de los 2 (situación  $B$ ). El  $MTBF$  de un equipo en standby es 5 veces el de un equipo operando. La distribución de fallas es de tipo exponencial para todos los modos de falla. La detención de la producción provoca perjuicios por  $P_x = 200x$  um/hora, donde  $x$  es el número de máquina requeridas ( $x = 1, 2$ ). La planta opera 24/24, 7/7. Calcule el costo global esperado de cada modo de falla. Establezca orden óptimo de elaboración del plan técnico de mantención. Justifique su(s) criterio(s) de decisión.

Para el cálculo del costo de almacenamiento esperado por unidad de tiempo se usará un valor referencial de 25 % anual,

$$c_a = \text{Valor repuestos en bodega} \frac{25\%}{n_{ut}}$$

$i$	$C_i$ (um/falla)	Valor promedio repuestos en bodega (um)	$MTTR$ (horas)	$MTBF_A$
1	5000	10000	8	5000
2	2000	500	2	2500
3	200	500	1	2000
4	500	800	24	1000
5	50	1000	2	150
6	100	10	5	300
7	1000	500	12	1000
8	1500	2000	1	10000

Cuadro 30.7: Datos del equipo

donde  $n_{ut}$  es el número de unidades de tiempo en un año.

$p_A$ , probabilidad de que una sola máquina sea requerida por producción,

$p_B$ , ambas máquina son requeridas por producción,

$p_i$ ,  $i = 0, 1, 2$  probabilidad de que  $i$  máquinas estén disponibles.

$MTBF_A$ , tiempo medio entre fallas si el equipo opera,

$MTBF_B$ , tiempo medio entre fallas si el equipo está en stand-by.

De los datos:

$$p_A = 0,8$$

$$p_B = 0,2$$

$$MTBF_B = 5 \cdot MTBF_A$$

Asumiendo que ambos equipos son usados indistintamente en la medida en que están ambos disponibles, podemos calcular un  $MTBF$  esperado para ambas máquina:

$$\begin{aligned}
 MTBF_{esperado} &= p_A MTBF_A + p_B MTBF_B \\
 &= 0,8 \cdot MTBF_A + 0,2 \cdot 5 \cdot MTBF_A \\
 &= 1,8 \cdot MTBF_A
 \end{aligned}$$

luego

$i$	$MTBF_B$	$MTBF_{esperado}$
1	5000	9000
2	2500	4500
3	2000	3600
4	1000	1800
5	150	270
6	300	540
7	1000	1800
8	10000	18000

Cuadro 30.8: Datos del equipo

Para el cálculo del  $c_f$  esperado por unidad de tiempo consideraremos la fracción de tiempo en que hay 1 y 2 equipos no disponibles. Asumiremos que en caso de que se requieran 2 equipos solo la mitad de la producción demandada es satisfecha).

$$c_f = p_A p_0 P_1 + p_B p_0 P_2 + p_B p_1 \frac{P_2}{2} \text{ \$/ut}$$

	CIM	Valor repuestos	MTTR	MTBF-A	CIM	CAM 25% anual						CFM	CGM	CGM
i	(USD/falla)	en bodega (USD)	(horas)	(horas)	USD/hora	USD/hora	rho	rho/(1+rho)	p0	p1	p2	USD/hora	USD/hora	relativo
1	5000	10000	8	5000	0.56	0.29	8.9E-04	8.9E-04	7.9E-07	1.8E-03	1.0E+00	0.21	1.05	9%
2	2000	500	2	2500	0.44	0.01	4.4E-04	4.4E-04	2.0E-07	8.9E-04	1.0E+00	0.11	0.57	5%
3	200	500	1	2000	0.06	0.01	2.8E-04	2.8E-04	7.7E-08	5.6E-04	1.0E+00	0.07	0.14	1%
4	500	800	24	1000	0.27	0.02	1.3E-02	1.3E-02	1.7E-04	2.6E-02	9.7E-01	3.14	3.44	29%
5	50	1000	2	150	0.18	0.03	7.4E-03	7.4E-03	5.4E-05	1.5E-02	9.9E-01	1.76	1.97	17%
6	100	10	5	300	0.18	0.00	9.3E-03	9.2E-03	8.4E-05	1.8E-02	9.8E-01	2.20	2.38	20%
7	1000	500	12	1000	0.55	0.01	6.7E-03	6.6E-03	4.4E-05	1.3E-02	9.9E-01	1.59	2.15	18%
8	1500	2000	1	10000	0.08	0.06	5.6E-05	5.6E-05	3.1E-09	1.1E-04	1.0E+00	0.01	0.15	1%
													11.85	100%

Figura 30.11: Análisis del costo global

	CIM	CAM 25% anual	CFM	CGM				
i	USD/hora	USD/hora	USD/hora	USD/hora	CIM %	CAM %	CFM %	CGM %
1	0.56	0.29	0.213	1.05353	53%	27%	20%	100%
2	0.44	0.01	0.107	0.56512	79%	3%	19%	100%
3	0.06	0.01	0.067	0.13645	41%	10%	49%	100%
4	0.27	0.02	3.144	3.441	8%	1%	91%	100%
5	0.18	0.03	1.76	1.97274	9%	1%	89%	100%
6	0.18	0.00	2.195	2.37887	8%	0%	92%	100%
7	0.55	0.01	1.586	2.15204	26%	1%	74%	100%
8	0.08	0.06	0.013	0.15374	54%	37%	9%	100%

Figura 30.12: Resumen por modo de falla

según §30.8,

$$p_0 = \frac{\rho^2}{(1 + \rho)^2}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\lambda = \frac{1}{MTBF}$$

$$\mu = \frac{1}{MTTR}$$

Para  $p_1$  consideramos

$$p_1 = p(\text{máquina 1 disponible})p(\text{máquina 2 no disponible}) +$$

$$p(\text{máquina 1 no disponible})p(\text{máquina 2 disponible})$$

$$= 2 \frac{\rho}{1 + \rho} \left( 1 - \frac{\rho}{1 + \rho} \right)$$

luego

$$c_f = 0,8 \cdot \frac{\rho^2}{(1 + \rho)^2} 200 + 0,2 \frac{\rho^2}{(1 + \rho)^2} (200 \cdot 2) +$$

$$0,2 \cdot 2 \frac{\rho}{1 + \rho} \left( 1 - \frac{\rho}{1 + \rho} \right) \frac{200 \cdot 2}{2} \$/\text{ut}$$

Para el cálculo del costo de intervención esperado por unidad de tiempo se considera

$$c_i = \frac{C_i}{MTBF_{esperado} + MTTR} \$/\text{ut}$$

Los resultados se muestran en figuras 27.3 y 27.6. El análisis de Pareto permite concentrarse sobre los modos de falla con mayor  $C_g$ , y luego establecer que componente es preponderante: intervención, falla o almacenamiento, para focalizar la búsqueda de soluciones.

Correa	$MTBF$ (horas)	$t_i$ (horas)	$TTR$ (horas)
A	72	24	6
B	96	0	12

Cuadro 30.9: Datos de las correas

**Ejemplo 114** <sup>4</sup>Un sistema está compuesto de 3 componentes en serie. Cada componente tiene un solo modo de falla asociado. La probabilidad acumulada de falla para  $t = 8000$  horas son  $q_1 = 10^{-3}$ ,  $q_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ ,  $q_3 = 30 \cdot 10^{-3}$ . La falla de los componentes es estadísticamente independiente. El costo de añadir cualquier componente en paralelo es el mismo. Se requiere una confiabilidad de 0,995 para  $t = 8000$  horas.

**Ejemplo 115** <sup>5</sup>Se operan 2 correas con redundancia activa. Su confiabilidad se asume exponencial. Los  $MTBF$ , los instantes en que han comenzado a operar ( $t_i$ ) y los  $TTR$  se muestran en tabla 30.10. ¿Cual es la confiabilidad del sistema en  $t = 300$  horas?

De acuerdo a los datos de la tabla se puede conocer el estado de las máquinas en función del tiempo, como se muestra en figura 30.13. Para la correa A:

$$\begin{aligned} 24 + (72 + 6)x_A &= 300 \\ x_A &= 3,538 \end{aligned}$$

luego ella ya ha completado 3 ciclos y fracción,

$$\begin{aligned} t_A &= (x_A - 3)(72 + 6) \\ &= 0,538 \cdot 78 \\ &= 42 \text{ horas} \end{aligned}$$

Para la correa B,

$$\begin{aligned} 0 + (96 + 12)x_B &= 300 \\ x_B &= 2,778 \end{aligned}$$

luego ella ya ha completado 2 ciclos y fracción,

$$\begin{aligned} t_B &= (x_B - 2)(96 + 12) \\ &= 0,778 \cdot 108 \\ &= 84 \text{ horas} \end{aligned}$$

Las tasas de falla son:

$$\begin{aligned} \lambda_A &= \frac{1}{72} \text{ fallas/hora} \\ \lambda_B &= \frac{1}{96} \text{ fallas/hora} \end{aligned}$$

lo que permite evaluar la confiabilidad de cada correa para  $t = 300$ :

$$\begin{aligned} R_A(t = 300) &= e^{-\frac{42}{72}} = 0,558 \\ R_B(t = 300) &= e^{-\frac{84}{96}} = 0,417 \end{aligned}$$

Como están en paralelo el sistema tiene una confiabilidad para  $t = 300$ ,

$$R_s(t = 300) = 1 - (1 - 0,558)(1 - 0,417) = 0,742$$

<sup>4</sup>de ref. [185], §13.1.

<sup>5</sup>de control 3, semestre 2002-II.

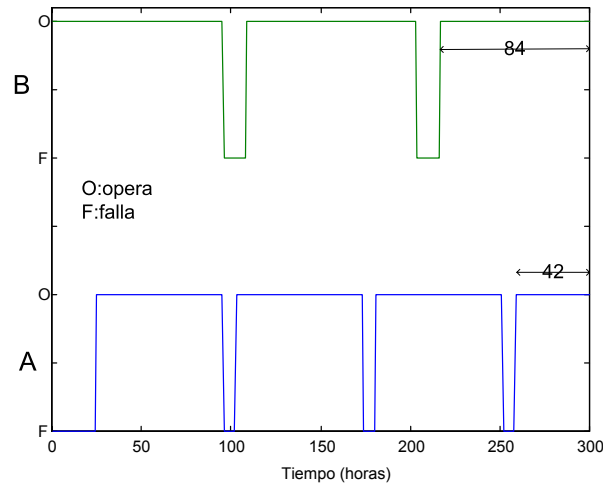


Figura 30.13: Estados de las correas

**Ejemplo 116** <sup>6</sup>Una línea de producción consta de 10 máquinas operando en serie. En caso de ocurrir una falla se debe detener toda la línea. El tiempo medio para regresar a producción es de 12 horas, en las cuales se incluye el tiempo de espera para obtener los repuestos, el diagnóstico y la reparación misma. Se ha estimado que la confiabilidad de cada máquina para un turno de 8 horas es de 0.99. A fin de lograr las metas de producción se debe alcanzar una disponibilidad de al menos 92 %. Por condiciones de espacio se descarta el uso de equipos redundantes.

1. calcule la confiabilidad del sistema
2. calcule el MTBF
3. calcule la disponibilidad de la línea
4. calcule en cuanto debe mejorar el MTTR para lograr la meta
5. proponga medidas para lograrlo. Use los supuestos que considere relevantes.

La confiabilidad del sistema es

$$\begin{aligned}
 R_s(t=8) &= \prod_i R_i \\
 &= 0,99^{10} \\
 &= 0,90
 \end{aligned}$$

Si asumimos que la distribución de fallas del sistema es exponencial,

$$R_s(t=8) = e^{-8\lambda_s} = 0,90$$

luego

$$\begin{aligned}
 \lambda_s &= -\frac{\log 0,90}{8} \\
 &= 0,0132 \text{ fallas/hora}
 \end{aligned}$$

y por tanto

$$MTTF_s = \frac{1}{\lambda_s} = 75,9 \text{ horas}$$

<sup>6</sup>examen 2003-II

De los datos asumimos que

$$MTTR = 12 \text{ horas}$$

y sabemos que en condiciones estacionarias,

$$\begin{aligned} A &= \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \\ &= \frac{75,9}{75,9 + 12} \\ &= 0,86 \end{aligned}$$

Si desea cumplir la meta de disponibilidad mejorando el MTTR se debe cumplir

$$0,92 = \frac{75,9}{75,9 + MTTR'}$$

luego

$$MTTR' = 6,6 \text{ horas}$$

Ello se puede lograr contratando más personal, aumentando el stock de repuestos, situando la bodega cerca de la línea de producción, mejorando los procedimientos de diagnóstico, simplificando el reemplazo de componentes con tasa de falla alta, etc.

**Ejemplo 117** <sup>7</sup>Expresar la confiabilidad y la tasa de fallas en función del tiempo para un sistema compuesto de 2 componentes en paralelo cuyas distribuciones de falla son exponenciales con parámetro  $\lambda$ . ¿Se puede decir que la tasa de fallas del sistema es exponencial?, ¿cual es la tendencia de la tasa de fallas cuando  $t$  es suficientemente grande?

Tratándose de un sistema en serie, la confiabilidad es de la forma

$$\begin{aligned} R_s(t) &= 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2 \\ &= 1 - (1 - 2e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}) \\ &= 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t} \\ &= e^{-\lambda t}(2 - e^{-\lambda t}) \end{aligned}$$

la tasa de fallas puede ser calculada a partir de

$$\lambda_s(t) = \frac{f_s(t)}{R_s(t)}$$

donde

$$\begin{aligned} f_s(t) &= \frac{dF_s(t)}{dt} = -\frac{dR_s(t)}{dt} \\ &= 2\lambda e^{-\lambda t} - 2e^{-2\lambda t} \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} \lambda_s(t) &= \frac{2\lambda e^{-\lambda t} - 2e^{-2\lambda t}}{2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}} \\ &= \lambda \frac{(1 - e^{-\lambda t})}{1 - 0,5e^{-\lambda t}} \end{aligned}$$

como se aprecia,  $\lambda_s(t)$  no es constante en el tiempo y por lo tanto no corresponde a una distribución exponencial. Sin embargo, la tasa de fallas tiende asintóticamente en el tiempo a ser constante (figura 30.14), si  $t \rightarrow \infty$ ,  $\lambda_s \rightarrow \lambda$ .

---

<sup>7</sup>examen2003-II.

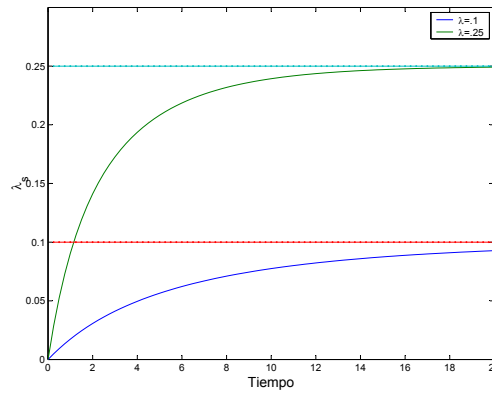


Figura 30.14: Evolución de la tasa de fallas del sistema

**Ejemplo 118** Considere un sistema con  $n$  componentes en serie cuyas fallas siguen una distribución de Weibull con parámetros  $\eta$  y  $\beta$  (para todo componente). Expresa la confiabilidad y la tasa de fallas del sistema. ¿A que tipo de distribución corresponde?, ¿cuales son los parámetros?

Para todo sistema en serie la confiabilidad es

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$$

pero

$$R_i(t) = e^{-\int_0^t \lambda_i(x) dx}$$

luego

$$\begin{aligned} R_s(t) &= \prod_{i=1}^n e^{-\int_0^t \lambda_i(x) dx} \\ &= e^{\sum_{i=1}^n -\int_0^t \lambda_i(x) dx} \\ &= e^{-\int_0^t \sum_{i=1}^n \lambda_i(x) dx} \\ &= e^{-\int_0^t \lambda_s(x) dx} \end{aligned}$$

con

$$\lambda_s(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t)$$

En nuestro caso,

$$\lambda_i(t) = \frac{\beta}{\eta_i} \left( \frac{t}{\eta_i} \right)^{\beta-1}$$

luego

$$\begin{aligned}
 \lambda_s(t) &= \sum_{i=1}^n \frac{\beta}{\eta_i} \left( \frac{t}{\eta_i} \right)^{\beta-1} \\
 &= \beta t^{\beta-1} \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right] \\
 &= \beta t^{\beta-1} \frac{1}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{-1}} \frac{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{\beta}}}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{\beta}}} \\
 &= \frac{\beta}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{-\frac{1}{\beta}}} \frac{t^{\beta-1}}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{\beta}-1}} \\
 &= \frac{\beta}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{-\frac{1}{\beta}}} \frac{t^{\beta-1}}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{-\frac{1}{\beta}(\beta-1)}} \\
 &= \frac{\beta}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{-\frac{1}{\beta}}} \left( \frac{t}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{-\frac{1}{\beta}}} \right)^{\beta-1} \\
 &= \frac{\beta_s}{\eta_s} \left( \frac{t}{\eta_s} \right)^{\beta_s-1}
 \end{aligned}$$

con

$$\beta_s = \beta \quad (30.5)$$

$$\eta_s = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\eta_i} \right)^\beta \right]^{-\frac{1}{\beta}}$$

esta propiedad de la distribución de Weibull aplica solo si todos los componentes tienen el mismo parámetro  $\beta$  [3].

**Ejemplo 119** Una turbina consiste de 5 módulos cada uno de los cuales tiene una distribución de fallas con  $\beta = 1,5$ . Los tiempos característicos de cada módulo son: 3600, 7200, 5850, 4780 y 9300 (ciclos de operación) respectivamente. Encuentre el MTTF de la turbina.

Usando (30.5),

$$\beta_s = 1,5 \quad (30.6)$$

$$\begin{aligned}
 \eta_s &= \left[ \left( \frac{1}{3600} \right)^{1,5} + \left( \frac{1}{7200} \right)^{1,5} + \left( \frac{1}{5850} \right)^{1,5} + \left( \frac{1}{4780} \right)^{1,5} + \left( \frac{1}{9300} \right)^{1,5} \right]^{-\frac{1}{1,5}} \\
 &= 1842,7 \text{ ciclos}
 \end{aligned} \quad (30.7)$$

con lo cual,

$$\begin{aligned}
 MTTF &= \eta_s \Gamma \left( 1 + \frac{1}{1,5} \right) \\
 &= 1443,2 \text{ ciclos}
 \end{aligned}$$

### 30.10. Redundancia activa y beneficio/costo

Consideremos un sistema de producción de una etapa, donde pueden disponerse varios equipos en paralelo:

- Existen varios tipos de equipos,  $i = 1 \dots I$
- se desea decidir que tipo de equipo usar y que nivel de redundancia se debe tener.
- Cada tipo de equipo falla con distribución exponencial con parámetro  $\lambda_i$ .
- La política de mantenimiento es exclusivamente correctiva.
- El tiempo para reparar también sigue una distribución exponencial con parámetro  $\mu_i$  intervenciones/unidad de tiempo.
- Dada la redundancia, cuando un equipo falla es reemplazado por alguno de sus gemelos en caso de que alguno esté disponible.
- La reparación comienza justo tras la falla (no se generan colas en el taller); y la reparación es *perfecta* (ver cap §25).
- La inversión inicial de un equipo tipo  $i$  es  $C_{p,i}$  um.
- El costo de operación y mantenimiento por unidad de tiempo es  $c_{om,i}$  um/ut.
- La tasa de servicio de un equipo de tipo  $i$  es  $\mu_{p,i}$  u/ut.
- La demanda a satisfacer es  $\lambda_p$  u/ut. Es posible disponer varios equipos en paralelo para satisfacer la demanda.
- Se desea utilizar un solo tipo de equipos.
- La tasa de descuento continua utiliza el parámetro  $\theta$ .
- El ciclo de vida de los equipos es incierto y es modelado con la función densidad de probabilidad  $f_T(T)$ ,  $T \in (0, \infty)$ .
- El valor residual del equipo es despreciable.

En caso de que el ciclo de vida sea  $T$ , el costo de operación y mantenimiento durante ese periodo es (actualizado):

$$\int_0^T c_{om,i} e^{-\theta t} dt$$

y si consideramos el valor esperado para todas los posibles ciclos de vida:

$$\int_0^\infty f_T(\tau) \int_0^\tau c_{om,i} e^{-\theta t} dt d\tau = c_{om,i} \frac{1 - \int_0^\infty f_T(\tau) e^{-\theta \tau} d\tau}{\theta}$$

Luego, el costo global esperado de ciclo de vida es:

$$C_{g,i} = C_{p,i} + c_{om,i} \frac{1 - \int_0^\infty f_T(\tau) e^{-\theta \tau} d\tau}{\theta}$$

Una forma complementaria para decidir que configuración utilizar toma en cuenta la relación costo/beneficio. En este caso consideraremos beneficio a la disponibilidad esperada del sistema.

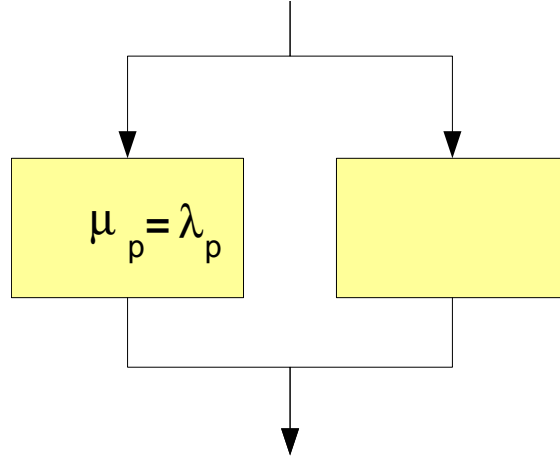


Figura 30.15: Proyecto 1

### 30.10.1. Dos equipos en paralelo

En este caso (ver Lyonnet,1991[178]),

$$A_{i,2} = \frac{\mu_i (2\lambda_i + \mu_i)}{(\lambda_i + \mu_i)^2}$$

Wang muestra que la razón costo/beneficio es

$$\frac{C_{g,i}}{A_{i,2}} = \frac{C_p + \frac{1}{\theta} \frac{\theta^2 + 3(\lambda_i + \mu_i)\theta + 2\mu_i(2\lambda_i + \mu_i)}{\theta^2 + 3(\lambda_i + \mu_i)\theta + 2(2\lambda_i + \mu_i)^2} C_{om,i}}{A_{i,2}}$$

### 30.10.2. Tres equipos en paralelo

Para este caso,

$$A_{i,3} = \frac{\mu_i (3\lambda_i + \mu_i)}{3\lambda_i^2 + \mu_i (3\lambda_i + \mu_i)}$$

y

$$\frac{C_{g,i}}{A_{i,3}} = \frac{C_p + \frac{1}{\theta} \frac{\theta^2 + (5\lambda_i + 3\mu_i)\theta + 2\mu_i(3\lambda_i + \mu_i)}{\theta^2 + (5\lambda_i + 3\mu_i)\theta + 6\lambda_i^2 + 2\mu_i(3\lambda_i + \mu_i)} C_{om,i}}{A_{i,3}}$$

## 30.11. Ejemplo numérico

Consideremos que se requiere satisfacer una demanda estacionaria de

$$\lambda_p = 10 \text{ u/ut}$$

y existen dos tipos de equipos con capacidades distintas:

$$\mu_{p,1} = 10 \text{ u/ut}$$

$$\mu_{p,2} = 5 \text{ u/ut}$$

Considerando las eventuales fallas, se debe disponer de al menos 2 equipos en caso de utilizar equipos tipo 1 ó 3 en caso de invertir en equipos tipo 2 (así la intensidad de tráfico no es unitaria, ver §31). Analizaremos entonces entre estos dos proyectos concurrentes (ver figuras 30.15 y 30.16). En consecuencia,

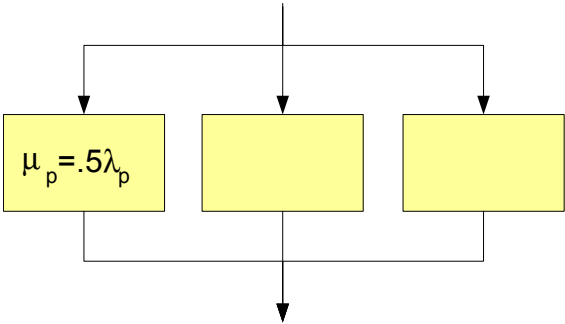


Figura 30.16: Proyecto 2

<i>i</i>	<i>A<sub>i</sub></i>	<i>C<sub>g,i</sub></i>	<i>C<sub>g,i</sub>/A<sub>i</sub></i>	<i>nμ<sub>p,i</sub>/λ<sub>p</sub></i>
1	,9917	410,0	413,4	2,0
2	,9774	307,5	314,6	1,5

Cuadro 30.10: Resultados

el sobredimensionamiento es de 100 % para el proyecto 1 y de 50 % para el proyecto 2. Las inversiones en cada tipo de equipo son:

$$C_{p,1} = 2 \cdot 200 \text{ um}$$

$$C_{p,2} = 3 \cdot 100 \text{ um}$$

Los costos de operación y mantenimiento por unidad de tiempo son:

$$c_{om,1} = 2 \cdot 1 \text{ um/ut}$$

$$c_{om,2} = 3 \cdot 0,5 \text{ um/ut}$$

Las tasas de falla y de reparación son iguales para ambos tipos de equipo:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0,01 \text{ fallas/ut}$$

$$\mu_1 = \mu_2 = 0,1 \text{ intervenciones/ut}$$

y el valor presente es evaluado con el parámetro:

$$\theta = 0,2 \text{ ut}^{-1}$$

Evaluando las respectivas ecuaciones obtenemos los resultados que se muestran en tabla (30.10). Si bien el proyecto con equipos tipo 1 ofrece mayor disponibilidad sus costos son mayores, así como la razón costo beneficio: se selecciona el proyecto con equipos tipo 2.

### 30.12. Lecturas recomendadas

Los modelos que hemos presentado ya incluyen un pre-diseño. Hay situaciones donde esta fase también debe ser considerada. (Goel et al., 2002[8]) presentan un modelo de programación no lineal para maximizar la utilidad esperada por unidad de tiempo con restricciones de disponibilidad.



# Bibliografía

- [1] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Pitman Publishing, Cap. 8, 1973. [\[bajar\]](#).
- [2] C.R. Sundararajan. *Guide to Reliability Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [3] Ebeling, C.E., *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, Ch. 3, McGraw-Hill, 1997.
- [4] G.H. Sandler. *System Reliability Engineering*. Prentice-Hall, 1963.
- [5] J.G. Rau. *Optimization and Probability in Systems Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1970.
- [6] Wang, K., Sivazlian, B.D., *Life Cycle Cost Analysis for Availaibility System with Parallel Components*, Computers ind. Engng, 33(1-2),129-132, 1997. [\[bajar\]](#).
- [7] Lyonnet, P. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [\[bajar\]](#).
- [8] Goel, H.D., Grievink, J., Herder, P.M., Weijnen, M.P.C., *Integrating reliability optimization into chemical process synthesis*, Reliability Engineering and System Safety, 78,247-258, 2002. [\[bajar\]](#).



## Capítulo 31

# Tamaño de Talleres y Cuadrillas

From a practical viewpoint, simulation is the process of designing and creating a computerized model of a real or proposed system for the purpose of conducting numerical experiments to give us a better understanding of the behavior of that system for a given set of conditions. Kelton et al.[39]

### 31.1. Introducción

Al incrementar el nivel de equipos tales como fresas y sistemas modernos de inspección, incrementa el costo de inversiones en mantenimiento y se requiere de mano de obra especializada adicional. Además, al incrementar los equipos y mano de obra internas se reduce la necesidad de recursos externos tales como maestranzas y contratistas.

Un problema de decisiones importante es determinar el tamaño óptimo del personal de mantenimiento. Al aumentar la dotación,

1. Se incrementa el costo de intervención
2. Se reduce el tiempo de detención del equipo (menor costo de falla)
3. Se reduce el tiempo de detención pues un equipo más grande es capaz de resolver las tareas más rápidamente (menor costo de falla)

En este capítulo veremos como la teoría de colas y el uso de simulaciones puede ayudar en la toma de decisiones respecto del tamaño de talleres y cuadrillas.

### 31.2. Teoría de colas

La teoría de colas trata los problemas de congestión que ocurren cuando los *clientes* llegan a un *servicio*. Ellos esperan en una cola (si ella existe), son procesados por *servidores*, y luego dejan el servicio. En mantenimiento, los clientes pueden ser los trabajos que llegan a un taller desde las plantas y los servidores en tal caso serían los tornos, fresas y personal de taller disponibles para realizar las tareas. La teoría de colas permite responder a (y tomar decisiones en consecuencia):

- ¿Cual es el tiempo promedio que un trabajo espera en la cola?
- ¿Cual es el número promedio de trabajos en curso?
- ¿Cual es la probabilidad de que el tiempo de espera supere un  $T$  dado?
- ¿Cual es la probabilidad de que el servicio esté sin trabajos en curso?

Disponiendo de la información mencionada es posible identificar el tamaño óptimo del servicio para minimizar el costo total. En él intervienen el costo de intervención del servicio y el costo de falla asociado a las esperas. La situación se gráfica en figura 31.1.

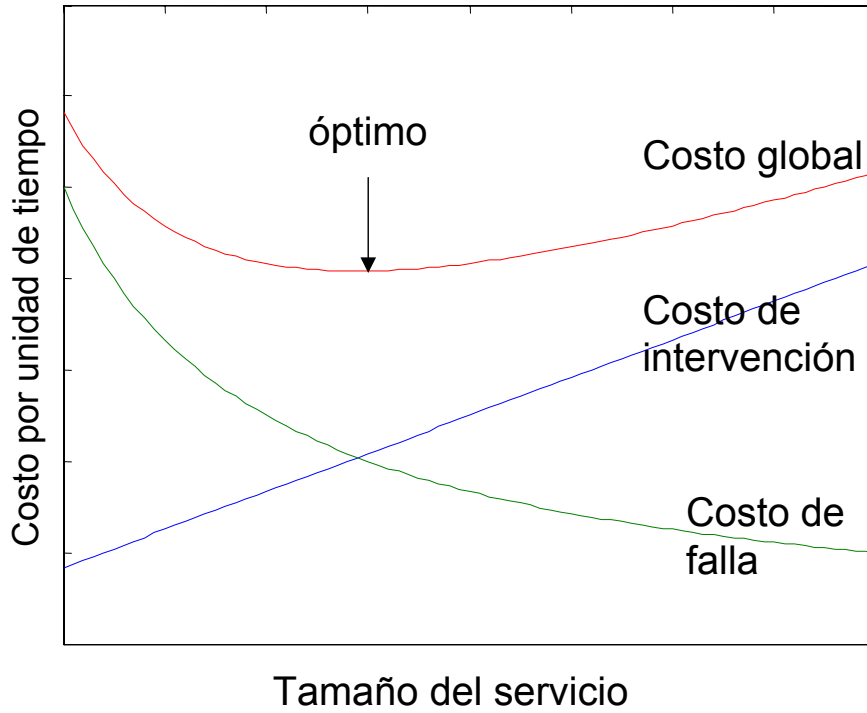


Figura 31.1: Costo global óptimo

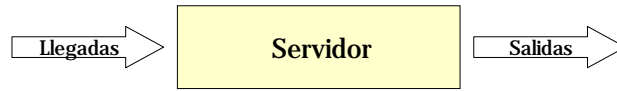


Figura 31.2: Un solo servidor

### 31.2.1. Casos estudiados

Las figuras 31.2 y 31.3 muestran los servicios que consideraremos. En el caso de figura 31.2 hay un solo servidor y solo un cliente puede ser atendido en un instante dado. En el caso de figura 31.3 existen varios servidores en paralelo. Las tareas son ejecutadas por el primer servidor que se encuentre libre.

Antes de realizar el análisis de un sistema con colas, se debe disponer de:

- Asumiremos que el patrón de llegada de los clientes es aleatorio, con distribución de Poisson:

$$P(n, t) = (\lambda t)^n e^{-\frac{\lambda t}{n!}}$$

donde

$P(n, t)$  es la probabilidad de que hayan  $n$  llegadas durante el intervalo de tiempo  $[0, t]$  y  $\lambda$  es el promedio de llegadas por unidad de tiempo.

- Asumiremos que el patrón del servicio ( $TTR$ ) es aleatorio con distribución exponencial
- Las reglas de prioridad: consideraremos que el primer cliente en llegar es el primero en ser servido (*FIFO*, *First In*, *First Out*).

**Observación 138** En casos reales, las condiciones anteriores son aceptables aunque otros patrones de llegada, servicio y prioridad sean apropiados. En tal caso, los resultados a los que llegaremos pueden no ser aplicables y se deberá consultar literatura especializada (o simular).

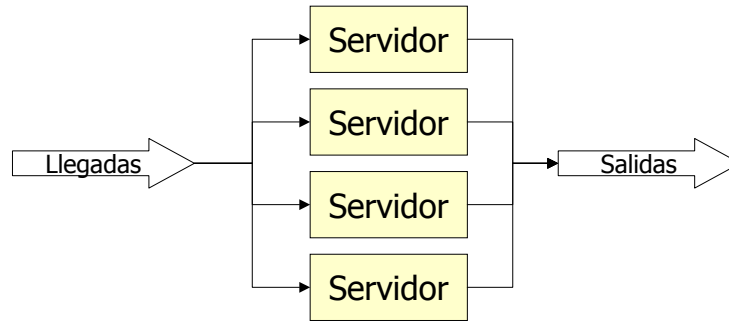


Figura 31.3: Varios servidores

**Observación 139** En notación standard, el tipo de cola que analizaremos es del tipo  $M/M/n$ . Eso es, el tiempo entre llegadas es exponencial, el tiempo de servicio también, y hay  $n$  servidores[24].

### 31.2.2. Resultados de la teoría de colas

#### Sistemas con un solo servidor

Sean

$\lambda$  la tasa media de llegada de trabajos por unidad de tiempo,

$\mu$  la tasa media de servicio por unidad de tiempo (si el servidor se mantiene ocupado).

Luego,  $1/\lambda$  es el tiempo medio entre trabajos.

Se puede demostrar que en el estado *estacionario* el tiempo medio de un trabajo  $\bar{T}_s$  (el tiempo medio de espera en la cola+el tiempo medio de servicio) es[4]:

$$\begin{aligned}\bar{T}_s &= \frac{1}{\mu - \lambda} \\ &= \bar{T}_q + \frac{1}{\mu}\end{aligned}$$

y el tiempo medio que un trabajo espera en la cola  $\bar{T}_q$  es

$$\bar{T}_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

donde  $\rho$  es la *intensidad de tráfico* (para un servidor):

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

**Observación 140** Para que la cola no sea infinita,  $\rho$  debe ser menor que 1.

#### Sistemas con $n$ servidores

El tiempo medio en que una máquina está ocupada  $\alpha$  corresponde al número de trabajos por unidad de tiempo y por máquina  $\times$  tiempo medio de un trabajo en una máquina:

$$\alpha = \frac{\lambda}{n} \frac{1}{\mu}$$

La probabilidad de que el sistema este desocupado es[24, p.857]

$$p_0 = \frac{1}{\left( \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda/\mu)^i}{i!} \right) + \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \left( \frac{1}{1 - (\lambda/n\mu)} \right)}$$

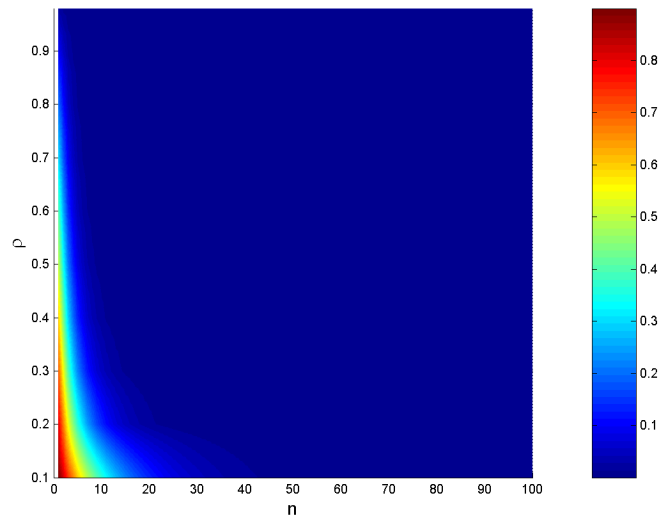


Figura 31.4: Probabilidad de que no haya cola vs número de servidores

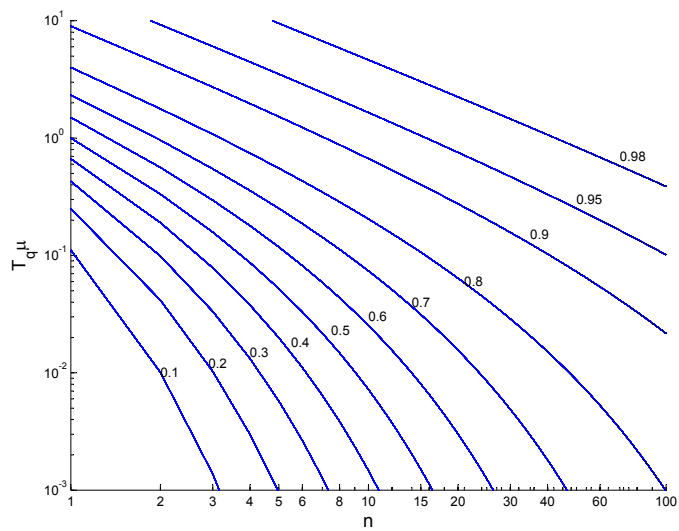


Figura 31.5: Demora media -normalizada- vs número de servidores

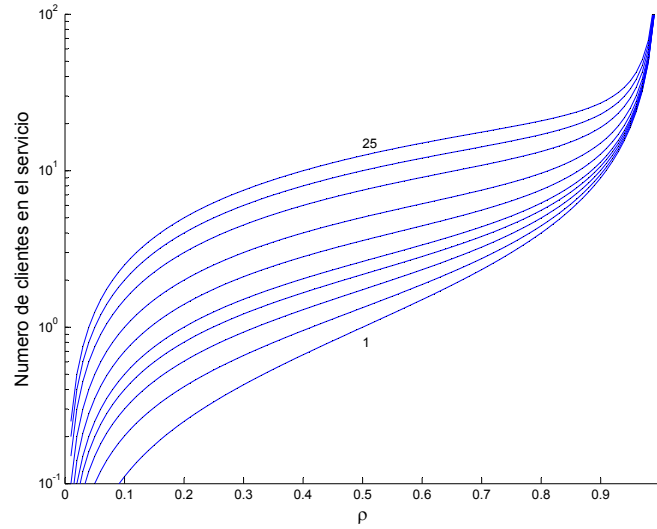


Figura 31.6: Número de clientes en el servicio vs intensidad de tráfico y para número de servidores en el rango  $[1, 25]$

La cantidad esperada de clientes en la cola de espera es

$$\begin{aligned} L_q &= p_0 \left[ \frac{(\lambda/\mu)^n \rho}{n! (1 - \rho)^2} \right] \\ &= p_0 \left[ \frac{(\rho n)^n \rho}{n! (1 - \rho)^2} \right] \end{aligned}$$

donde la *intensidad de tráfico* (para  $n$  servidores) es:

$$\rho = \frac{\lambda}{n\mu}$$

El tiempo esperado de espera en la cola (sin incluir el servicio es):

$$T_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

luego

$$T_q \mu = p_0 \frac{\rho^n n^{n-1}}{n! (1 - \rho)^2}$$

El número esperado de clientes en el servicio:

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

La figura 31.4 muestra la probabilidad de que no haya ningún cliente en la cola vs el número de servidores y varios niveles de carga. La figura 31.5 muestra la demora media (normalizada)  $\bar{T}_q \mu$  para varios  $n$  y  $\rho$ , para las hipótesis antes mencionadas.

### 31.3. Número óptimo de máquinas para demanda fluctuante

#### 31.3.1. Planteamiento del problema

El problema aquí es encontrar el número óptimo de máquinas en un taller que minimiza el costo global, que consta del costo de inversiones y del costo de falla por las demoras en la devolución de los

equipos que requieren reparación.

Consideramos:

- los trabajos llegan al taller en forma aleatoria, siguiendo una distribución de Poisson con tasa media de arribos  $\lambda$ ,
- el tiempo medio (después de la espera en la cola) para realizar el trabajo es  $1/\mu$  y tiene distribución exponencial
- el costo de falla por unidad de tiempo es  $c_f$
- el costos de operación de una máquina por unidad de tiempo es  $c_l$  (esté operando o no)
- el objetivo es determinar el número óptimo de máquinas  $n$  que minimiza el costo global por unidad de tiempo  $c_g$ :

$$c_g(n) = nc_l + \bar{T}_s \lambda c_f \quad (31.1)$$

donde

$nc_l$  corresponde al costo de operación de todas las máquinas y

$\bar{T}_s \lambda c_f$  corresponde al costo de falla que es la demora total media de un trabajo ( $\bar{T}_s$ )  $\times$  la tasa media de arribos de trabajos por unidad de tiempo  $\times$  costo de falla por unidad de tiempo y por trabajo.

### 31.3.2. Ejemplo

Sean

$$\begin{aligned} \lambda &= 30 \text{ trabajos/ut} \\ \mu &= 5,5 \text{ (trabajos/ut)/máquina} \\ c_f &= 500 \text{ ut/ut} \\ c_l &= 200 \text{ ut/ut} \end{aligned}$$

Evaluando (31.1) para diversos  $n$ , se obtienen los resultados mostrados en tabla (31.1).

Número de máquinas $n$	Demora media de un trabajo $\bar{T}_s$	Costo global/ut $c_g$
6	0.437	7755
7	0.237	4955
8	0.198	<b>4570</b>
9	0.189	4635
10	0.185	4775
11	0.183	4945
12	0.182	5130

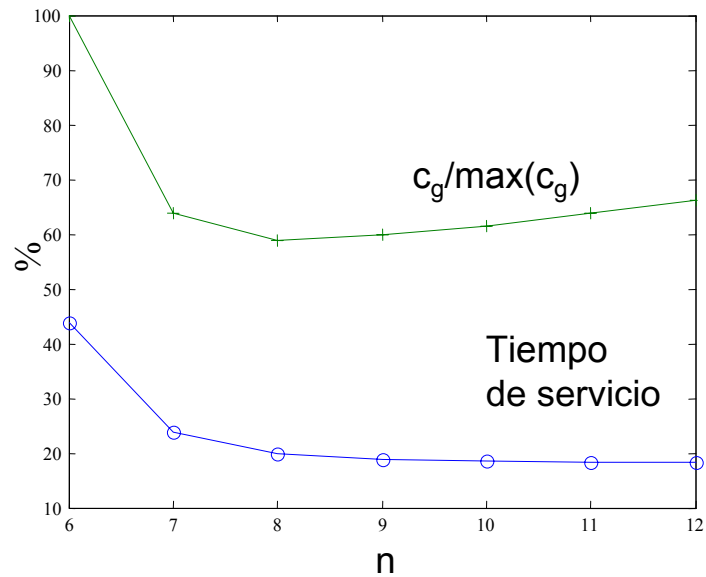
Cuadro 31.1: Costo global vs número de máquinas

Es interesante notar que cuando el costo global es mínimo (para  $n = 8$ ) las máquinas están ocupadas solo 68 % del tiempo. Ello va contra la noción general de que el máximo uso implica el menor costo. Si por ejemplo consideramos  $n = 6$  la fracción de tiempo en que una máquina es utilizada sube de 68 % a 91 %, pero el costo total por unidad de tiempo se incrementa de 4570 a 7750 ut (+70 %!).

Cuando  $n$  está entre 1 y 5 entonces la intensidad de tráfico  $\rho$  es mayor que 1. Ello implica que la cola crecerá hacia infinito, dado que llegan mas trabajos de los que pueden ser procesados. Luego consideramos casos para  $n \geq 6$ .

Para  $n = 6$ ,

$$\begin{aligned} \rho &= 0,91 \\ \bar{T}_q \mu &= 1,4 \end{aligned}$$

Figura 31.7: Costo global y uso de las máquinas para varios  $n$ 

Luego la espera media en la cola es de

$$\begin{aligned}\bar{T}_q &= 1,4 \cdot 0,182 \\ &= 0,255 \text{ semanas}\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\bar{T}_s &= \bar{T}_q + \text{tiempo medio de servicio} \\ &= 0,255 + 0,182 \\ &= 0,437 \text{ semanas}\end{aligned}$$

De ecuación (31.1),

$$\begin{aligned}c_g(6) &= 6 \cdot 200 + 0,437 \cdot 30 \cdot 500 \\ &= 1200 + 6555 \\ &= 7755 \text{ ut}\end{aligned}$$

Para calcular la fracción de tiempo en que una máquina está ocupada:

$$\text{fracción de tiempo ocupada} = \text{nro. medio de trabajos por máquina} \cdot \text{tiempo medio por trabajo}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{1}{\mu}$$

luego la fracción de tiempo desocupado de una máquina es

$$1 - \frac{\lambda}{n\mu}$$

Para  $n = 6$ ,  $\lambda = 30$ ,  $\mu = 5,5$ ,

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{30}{6 \cdot 5,5} \\ &= 0,91\end{aligned}$$

El método descrito en esta sección también puede ser utilizado para el tamaño óptimo de una cuadrilla de mantenimiento. En tal caso  $n$  corresponde al número de hombres.

En el problema descrito se consideró que todas las máquinas son gemelas. Ello puede ser poco representativo de la realidad si hay máquinas con diferentes capacidades. Algunos trabajos podrían ser realizados solo en cierto tipo de máquinas. Ello será discutido mas adelante.

Además, hemos considerado que los trabajos para las máquinas son internos a la organización. En muchas situaciones es posible contratar servicios externos para realizar trabajos en los periodos de mayor demanda. Ello también es tratado posteriormente.

## 31.4. Esfuerzo óptimo de una cuadrilla

### 31.4.1. Planteamiento del problema

Se dispone de una cuadrilla de mantenedores cuya tasa de trabajos puede ser influenciada por su costo, por ejemplo por la compra de equipos especializados o el pago de bonos. El grupo es responsable del mantenimiento de un grupo de máquinas. Si la máquina falla y la cuadrilla está libre, el equipo es atendido inmediatamente, caso contrario debe esperar hasta que la cuadrilla esté disponible. Cuando el equipo está en la cola la producción es afectada (costo de falla) y el problema es determinar la mejor tasa de trabajo de la cuadrilla para minimizar el costo global por unidad de tiempo.

### 31.4.2. Descripción del modelo

1. La tasa de arribos de máquinas con falla  $\lambda$  sigue una distribución de Poisson,
2. La tasa de servicio de la cuadrilla  $\mu$  sigue una distribución exponencial negativa,
3. El costo de falla de una máquina es  $c_f$ ,
4. El costo por unidad de tiempo de la cuadrilla  $c_m$  es función de la tasa de servicio  $\mu$
5. El objetivo es seleccionar  $\mu$  para minimizar el costo global esperado  $c_g$ :

$$c_g(\mu) = \text{costo de falla debido al tiempo en cola} + \\ \text{costo de falla cuando se repara} + \\ \text{costo de la cuadrilla}$$

El costo de falla asociado a la espera en cola es

$$c_{f,c} = c_f \cdot \text{tiempo medio de espera por trabajo} \cdot \\ \text{tasa de arribo de trabajos} \\ = c_f \frac{\rho}{\mu - \lambda} \lambda$$

El costo de falla asociado a máquinas que son reparadas es

$$c_{f,r} = c_f \cdot \text{tiempo medio de para una reparación} \cdot \\ \text{tasa de arribo de trabajos} \\ = c_f \frac{1}{\mu} \lambda$$

luego

$$c_g(\mu) = c_f \frac{\rho}{\mu - \lambda} \lambda + c_f \frac{1}{\mu} \lambda + c_m \\ = c_f \frac{\lambda}{\mu - \lambda} + c_m$$

Para minimizar derivamos  $c_g(\mu)$  con respecto a  $\mu$  e igualamos a 0, lo que entrega la siguiente condición:

$$c'_m = c_f \frac{\lambda}{(\mu^* - \lambda)^2} \quad (31.2)$$

### 31.4.3. Ejemplo

1. Sea la tasa de arribos de máquinas falladas,

$$\lambda = 20 \text{ equipos/ut}$$

2. El costo de falla de una máquina es

$$c_f = 10 \text{ ut/ut}$$

3. Considérese que la dependencia entre el costo del grupo y la tasa de servicio es de la forma

$$c_m = k\mu$$

con  $k = 0,5$ . Luego,

$$c'_m = k$$

Usando la condición (31.2),

$$\mu^* = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{0,5}} + 20 = 40 \text{ máquinas/ut}$$

Entonces, la cuadrilla debe ser incentivada (con mejores herramientas y más bonos) para alcanzar una tasa de servicio de 40 máquinas/ut.

Para el ejemplo, la fracción de tiempo en que la cuadrilla está ocupada (en promedio) es

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\lambda}{\mu} \\ &= \frac{20}{40} \\ &= 50 \% \end{aligned}$$

**Ejemplo 120** <sup>1</sup>Se sabe que la tasa de servicio está en algún rango  $(\mu_{\min}, \mu_{\max})$ . Se propone el modelo:

$$\mu(c_m) = \mu_{\min} + (\mu_{\max} - \mu_{\min}) \frac{\left(\frac{c_m}{c_{m0}}\right)^2}{1 + \left(\frac{c_m}{c_{m0}}\right)^2}$$

despejando  $c_m$ ,

$$c_m = \pm \frac{\sqrt{-(\mu_{\max} - \mu)(\mu_{\min} - \mu)}}{\mu_{\max} - \mu} c_{m0}$$

el argumento de la raíz cuadrada solo se hace positivo en

$$\mu_{\min} \leq \mu \leq \mu_{\max} \quad (31.3)$$

por lo que cualquier otra solución para  $\mu$  entrega valores complejos para el costo  $c_m$ . Derivando,

$$c'_m = \pm \left( \frac{1}{2} \frac{[(\mu_{\max} - \mu) + (\mu_{\min} - \mu)]}{-\sqrt{-(\mu_{\max} - \mu)(\mu_{\min} - \mu)}(\mu_{\max} - \mu)} + \frac{\sqrt{-(\mu_{\max} - \mu)(\mu_{\min} - \mu)}}{(\mu_{\max} - \mu)^2} \right) c_{m0}$$

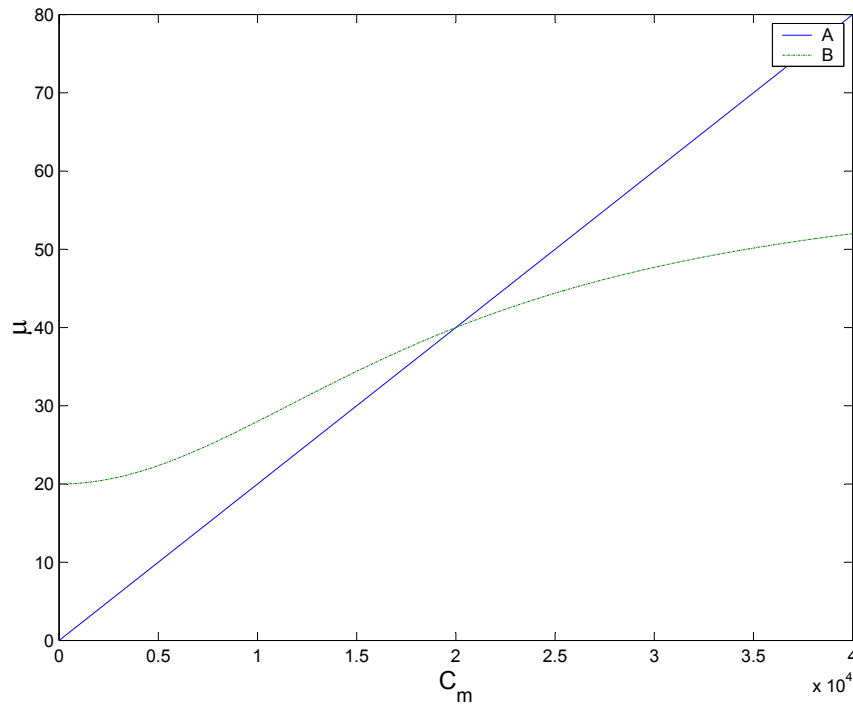


Figura 31.8: Tasa de servicio vs costo asociado

Consideremos los datos con el ejemplo anterior (el gráfico 31.8 muestra las curvas para ambos casos),

$$\mu_{\text{máx}} = 60 \text{ máquinas/ut}$$

$$\mu_{\text{mín}} = 20 \text{ máquinas/ut}$$

$$c_{m0} = 20 \text{ ut/ut}$$

y despejando de ecuación (31.2), y evaluando las 4 soluciones posibles obtenemos,

$$35,61$$

$$10,43$$

$$24,56 - 23,87i$$

$$24,56 + 23,87i$$

de las cuales descartamos las 2 últimas por ser complejas y la segunda por no cumplir con la restricción (32.3), luego:

$$\mu^* = 35,6 \text{ equipos/ut}$$

**Observación 141** Nótese que en el modelo propuesto  $\mu(c_m = 0) = \mu_{\text{mín}}$ . En este caso hemos tomado  $c_m$  como la parte variable de los costos de intervención. La parte fija no afecta la optimización.

## 31.5. Combinación óptima de máquinas diferentes

### 31.5.1. Planteamiento del problema

El problema aquí planteado es una extensión del ya visto en § 31.3. Específicamente, aquí asumiremos que existe una clase de máquinas que pueden ser clasificadas en  $A$  y  $B$  por ejemplo. Los trabajos pueden ser organizados en tres tipos

<sup>1</sup>examen 2003-I.

- requiere de máquina  $A$ ,
- requiere de máquina  $B$ , o
- pueden ser realizados por ambos tipos de máquinas indistintamente.

El tiempo de servicio de los trabajos difiere en ambos tipos de máquina, lo mismo que sus costos.

Para un patrón de demanda dado, el problema es determinar la combinación óptima de máquinas de ambos tipos que minimice el costo global por unidad de tiempo.

### 31.5.2. Descripción del modelo

La figura 31.9 ilustra el problema de colas tratado. Se aprecia que los trabajos pueden requerir el uso de:

- una máquina  $A$  (con bajo costo asociado, por ejemplo);
- una máquina  $B$  (costo asociado mayor, por ejemplo); o
- puede ser procesado indistintamente en ambos tipos de máquina.

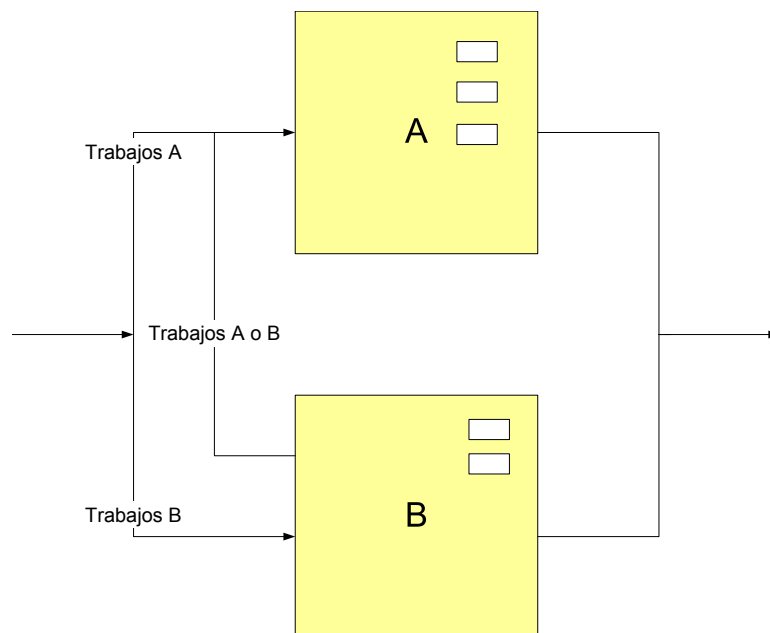


Figura 31.9: Diagrama del problema de colas

Dada la complejidad de la situación, no es práctico realizar un estudio analítico del problema y es conveniente simular.

El proceso de simular consta de 4 pasos:

1. Determinar la lógica del sistema y representarla a través de un diagrama de flujo.
2. Obtener los parámetros del diagrama de flujo.
3. Simular la operación del sistema para diferentes situaciones usando la información obtenida en el paso 2 y según la lógica establecida en el paso 1. La simulación puede ser realizada a mano o con software ad hoc.
4. Evaluar los casos estudiados e identificar la mejor alternativa.

## Diagrama de flujo

En la práctica, la mayoría de los trabajos requerirán de operaciones de bajo costo, o sea, basta utilizar máquinas  $A$ . Pero también pueden ser procesadas en máquinas tipo  $B$ , si ellas están disponibles. Consideraremos un sistema con 2 colas: una para los trabajos para los cuales basta utilizar máquinas  $A$  y otra para los trabajos que requieran de máquinas  $B$ .

Cuando una máquina  $A$  está vacante, inmediatamente toma el primer trabajo en la cola  $A$  y lo procesa. Cuando una máquina  $B$  está vacante, toma el primer trabajo en espera en la cola  $B$ . Si no hay trabajos en espera en la cola  $B$ , y si es posible, se transfieren trabajos desde la cola  $A$  a la cola  $B$ . La lógica del sistema es descrita en el diagrama 31.10.

## Información necesaria

Se dispone de la siguiente información del sistema:

1. La llegada de trabajos al sistema sigue una distribución Poisson con tasa de arribos  $\lambda$  trabajos/unidad de tiempo. Luego, la distribución del tiempo entre arribos tiene distribución exponencial con intervalo medio  $1/\lambda$ .
2. La probabilidad de que un trabajo llegue a la cola  $A$  es  $p$ . La probabilidad de que un trabajo llegue a la cola  $B$  es  $1 - p$ .
3. La probabilidad de que un trabajo de la cola  $A$  sea procesado por una máquina  $A$  es  $P_x$  (es una variable). Luego, la probabilidad de que un trabajo en la cola  $A$  sea transferido a la cola  $B$  es  $1 - P_x$ .
4. El tiempo de servicio en máquinas  $A$  y  $B$  tienen distribuciones exponenciales negativas con parámetros  $\mu_A$  y  $\mu_B$  respectivamente.
5. El costo de falla por unidad de tiempo de un trabajo es  $c_f$ .
6. El costo de intervención por unidad de tiempo de las máquinas  $A$  y  $B$  es  $c_A$  y  $c_B$  respectivamente.

El objetivo es determinar los números óptimos de máquinas  $n_A$  y  $n_B$  que minimicen el costo global asociado por unidad de tiempo  $c_g$ . El costo global es la suma de:

- costo de intervención por unidad de tiempo de máquinas  $A$ :

$$n_A c_A$$

- costo de intervención por unidad de tiempo de máquinas  $B$ :

$$n_B c_B$$

- costo de falla por trabajos en espera y en servicio en máquinas  $A$ ;

- tiempo medio de espera  $\times$  tasa de arribo de trabajos  $\times$  costo de falla

$$\bar{T}_{s,A} \cdot \lambda \cdot p \cdot P_x \cdot c_f$$

- costo de falla por trabajos en espera y en servicio en máquinas  $B$

$$\bar{T}_{s,B} \cdot [\lambda \cdot (1 - p) + \lambda \cdot (1 - P_x)] \cdot c_f$$

Entonces,

$$\begin{aligned} c_g(n_A, n_B) = & n_A c_A + n_B c_B + \\ & \bar{T}_{s,A} \cdot \lambda \cdot p \cdot p(n_A, n_B) \cdot c_f + \\ & \bar{T}_{s,B} \cdot [\lambda \cdot (1 - p) + \lambda \cdot (1 - P_x)] \cdot c_f \end{aligned}$$

Nótese que  $\bar{T}_{s,A}$  y  $\bar{T}_{s,B}$  son dependientes de  $n_A$  y  $n_B$ .

El mayor problema al resolver el modelo es determinar los tiempos de espera y la probabilidad de transferencia  $P_x$ .

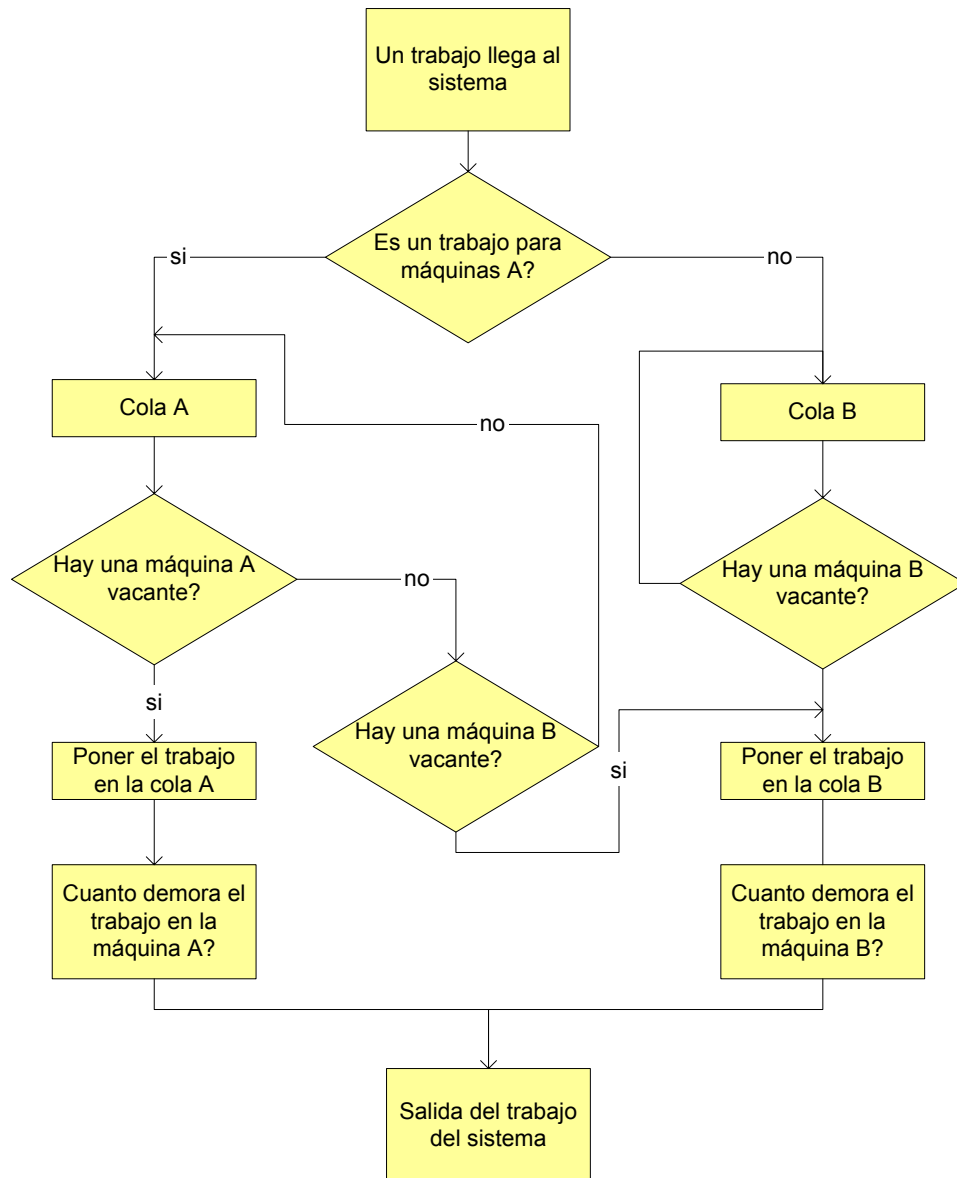


Figura 31.10: Diagrama de flujo

Nro. trabajo	tiempo de arribo entre trabajos	tiempo acumulado	Cola asociada	Hay una maquina adecuada disponible?	Tiempo de espera en cola	Tiempo de servicio	Maquina utilizada	Tiempo inicio servicio	Tiempo fin servicio	Próximo trabajo en la maquina
1		0	A	si	0	0.1	A1	0	0.1	6
2	0.06	0.06	A	si	0	0.13	A2	0.06	0.19	7
3	0.02	0.08	A	si	0	0.55	A3	0.08	0.63	
4	0.05	0.13	A	si	0	0.01	A4	0.13	0.14	
5	0.01	0.14	B	si	0	0.11	B1	0.14	0.25	
6	0.07	0.21	A	si (A1 libre en t=0.10)	0	1.3	A1	0.21	1.51	
7	0.07	0.28	A	si (A2 libre en t=0.19)	0	0.15	A2	0.28	0.43	

Figura 31.11: Resultados de la simulación

### 31.5.3. Ejemplo

- La tasa media de arribos es  $\lambda = 10$  trabajos/día;
- La probabilidad de que un trabajo requiera una máquina  $A$  es  $p = 0,8$ ;
- La tasa media de servicio para una máquina  $A$  es  $\mu_A = 2$  trabajos/día;
- La tasa media de servicio para una máquina  $B$  es  $\mu_B = 1$  trabajo/día;
- El costo de falla de cualquier trabajo es  $c_f = 1$  ut/día;
- Los costos de intervención son  $c_A=7$  ut/día y  $c_B=10$  ut/día respectivamente.

Para determinar los tiempos de espera se procede de la siguiente manera:

1. Asumimos un cierto número de máquinas  $A$  y  $B$ . Por ejemplo: llegan 10 trabajos/día, al 80 % de los trabajos les basta con utilizar una máquina  $A$ . Luego:
  - 8 trabajos/día requieren máquinas  $A$ ;
  - 2 trabajos/día requieren máquinas  $B$ ;
  - Sabemos que las máquinas  $A$  procesan 2 trabajos/día y las máquinas  $B$ , 1 trabajo/día.
  - Consideremos 4 máquinas  $A$  y 3 máquinas  $B$  (Si solo tuviésemos 2 máquinas  $B$  -lo que parece satisfacer la demanda- la intensidad de tráfico  $\rho$  sería 1. Ello conllevaría tiempos de espera  $\infty$  como ya hemos visto).
2. En relación al diagrama de flujo:
  - a) Considérese que el trabajo 1 llegan en  $t = 0$ ;
  - b) Seleccione *aleatoriamente* un número entre 0 y 1. Si es menor que 0.8 el trabajo va a la cola  $A$ , de lo contrario va a la cola  $B$ . Para nuestro ejemplo consideremos 0.20.
  - c) Seleccione *aleatoriamente* un número entre 0 y 1. Este número será usado para determinar la duración del trabajo 1. Para nuestro ejemplo, usemos 0.175. Evaluando

$$0,175 = 1 - e^{-2t}$$

obtenemos  $t = 0,096$  días.

- d) Como no hay otros trabajos en el sistema, el trabajo 1 es inmediatamente atendido por la máquina  $A_1$ . El trabajo abandona el taller en  $t = 0,096$ .
- e) Ahora generamos otros trabajos, y seguimos los pasos  $a - d$ .

Siguiendo el procedimiento se puede construir una tabla como la mostrada en figura 31.11.

La construcción a mano de una tabla como la de figura 31.11 es muy tediosa. Sin embargo, al continuar desarrollándola, se generaran suficientes trabajos como para obtener un tiempo de espera estacionario para los trabajos en ambos tipos de máquinas y la probabilidad de que un trabajo sea transferido desde la cola  $A$  a la cola  $B$ . Para reducir el esfuerzo y acelerar los cálculos es posible utilizar software de simulación ad hoc. La tabla 31.2 muestra los resultados obtenidos para varios valores de  $n_A$  y  $n_B$ .

$n_A$	$n_B$	$\bar{T}_{s,A}$	$\bar{T}_{s,B}$	$P_x$	$c_g$
4	3	4,23	7,86	0,91	110,26
5	3	3,08	6,13	0,93	<b>103,66</b>
6	3	2,60	5,75	0,94	105,66
4	4	3,60	4,92	0,82	108,46
5	4	2,51	4,43	0,87	105,72
6	4	2,49	4,29	0,92	111,61

Cuadro 31.2: Análisis de sensibilidad

### 31.5.4. Comentarios

La simulación es una estrategia muy útil para manejar problemas de cola complejos.

En el modelo descrito se asumió que los tiempos medios de servicio de un trabajo transferido desde la cola  $A$  y de aquel de la cola  $B$  tenían la misma distribución ( $\mu_B$ ). Ello puede ser realista, dado que los trabajos de la cola  $A$  pueden requerir mayor tiempo de configuración si se realizan en una máquina  $B$ . Sin embargo, si esta condición no es aceptable, el modelo debe ser corregido. El modelo también considera que el costo de intervención de una máquina es igual todo el tiempo (no importa que esté disponible o no una fracción del tiempo). Remover tal condición no es difícil pero el modelo resultante es mas complejo.

Aunque el ejemplo considerado trata la combinación óptima de máquinas de dos tipos en un taller, el enfoque es fácilmente extendible a otros problemas de mantenimiento. Por ejemplo, un problema frecuente es la necesidad de establecer el nivel de especialización necesaria en los miembros de una cuadrilla y el número de hombres que debe tener tal experticia. Cierta tipo de trabajos pueden ser realizados por todos los mantenedores, mientras que otros trabajos requieren especialistas. Los diferentes niveles de especialización que pueden ser definidos serán mayores que 2 (como fue el caso de este ejemplo) pero aun así, la combinación óptima de especialistas puede ser determinada de manera similar a la descrita.

## 31.6. Eficiencia operacional con restricción de capacidad

### 31.6.1. Introducción

Existen varios indicadores usados en una fuerza aérea:

- *Efectividad*, que representa los efectos combinados de la capacidad de misión (que tan bien puede realizar una misión dada);
- *Disponibilidad*, la fracción de tiempo en que la aeronave está disponible para realizar misiones;
- *Tasa de misiones*<sup>2</sup>, o número de misiones posibles por unidad de tiempo.

Estos indicadores pueden ser muy difíciles de estimar dado que dependen de factores tales como las características propias de las aeronaves (confiabilidad, mantenibilidad) así como de la disponibilidad limitada de recursos en el sistema logístico de la flota. El disponer de un modelo matemático realista puede ser muy útil para los planificadores para estimar los indicadores de efectividad de la flota, identificación de cuellos de botella, y, en general, los recursos necesarios para alcanzar una tasa de misiones dada.

El ciclo completo de una misión es muy similar para todos las clases de aeronaves. En general: Los aviones son preparados para el vuelo, realizan la misión, aterrizan, y son nuevamente preparados. Las actividades de preparación incluyen típicamente:

- relleno de combustible
- mantenimiento programado
- mantenimiento no programado

---

<sup>2</sup>en inglés, *sortie generation rate*.

- preparación de la carga
- inspección

Aunque el tipo de carga y el tiempo necesario para cargarla sean muy diferentes según el tipo de aeronave, las actividades son conceptualmente similares. El proceso puede ser modelado como un sistema de colas donde los aviones son los clientes y los recursos requeridos son los servidores. El sistema es representado por una flota de  $n$  aeronaves que circulan por  $m$  estaciones en un ciclo cerrado. El estado del sistema en cualquier instante está definido por el número de aviones en cada estación. En la red utilizada como ejemplo se han definido 6 estaciones:

**taxi** que incluye operaciones en tierra e inspecciones antes del vuelo; eventualmente el avión es enviado al taller para reparaciones;

**misión** representa al vuelo mismo;

**diagnóstico** Incluye el conjunto de inspecciones tras el vuelo. Permiten determinar su condición y determinar si son necesarias reparaciones (intervenciones correctivas) o puede ser preparado directamente para otra misión;

**mantenimiento correctivo** representa las intervenciones correctivas (no programadas);

**reacondicionamiento** incluye el relleno de combustible y las intervenciones preventivas; y

**municiones** que incluye la carga de las armas y su armado previo al vuelo.

La aeronave pasa de la estación  $i$  a la estación  $j$  con probabilidad  $p_{i,j}$ . La figura (31.12) ilustra el flujo cíclico de las aeronaves.

El mantenimiento correctivo es una estación especial pues las aeronaves pueden requerir varios tipos de intervención según que subsistema(s) este(n) dañado(s): fuselaje, sistema eléctrico/hidráulico, propulsión, aviónica y control de armas/radar. Como algunas reparaciones pueden ser llevadas a cabo en paralelo, se genera una estación tipo *tenedor* (la estación 4 en el diagrama 31.12). Las aeronaves que llegan al nodo  $4f$  crean clones, uno para cada tipo de intervención requerida. Cada clon sigue su propia ruta, y luego espera en el nodo  $4j$  por sus hermanos, hasta que se reúnen todos.

Cada tipo de intervención correctiva ( $k = 1..,5$ ) tiene su propio tiempo medio de servicio  $s_{4,k}$ , y nivel de recursos  $m_{4,k}$ , o sea el máximo número de aeronaves que puede ser atendidas simultáneamente. La probabilidad condicional de que la reparación sea llevada a cabo dado que la aeronave fue a taller es  $q_{4,k}$ . Estas probabilidades son independientes entre si, de modo que una aeronave con fallas puede ser atendida según cualquier combinación de los servicios de reparación;  $2^5$  combinaciones para la estación considerada. Como resultado una alarma falsa de malfuncionamiento ocurre con probabilidad

$$q_{4,0} = \prod_{k=1}^5 (1 - q_{4,k})$$

en cuyo caso no se realiza ninguna reparación, y procede directamente a la estación de reacondicionamiento.

La tabla (31.3) muestra los parámetros del modelo. El intervalo de maniobra se asume determinista, el intervalo de vuelo se asume con distribución uniforme con rango  $[1,5, 2,5]$  ut, y los demás servicios se asumen con distribuciones *lognormales* con las medias y varianzas mostradas.

### 31.6.2. Modelo de simulación

Para comenzar,

- definir tamaño de flota  $N$ , número de estaciones  $M$ , número de subestaciones en la estación tenedor  $K$ ;

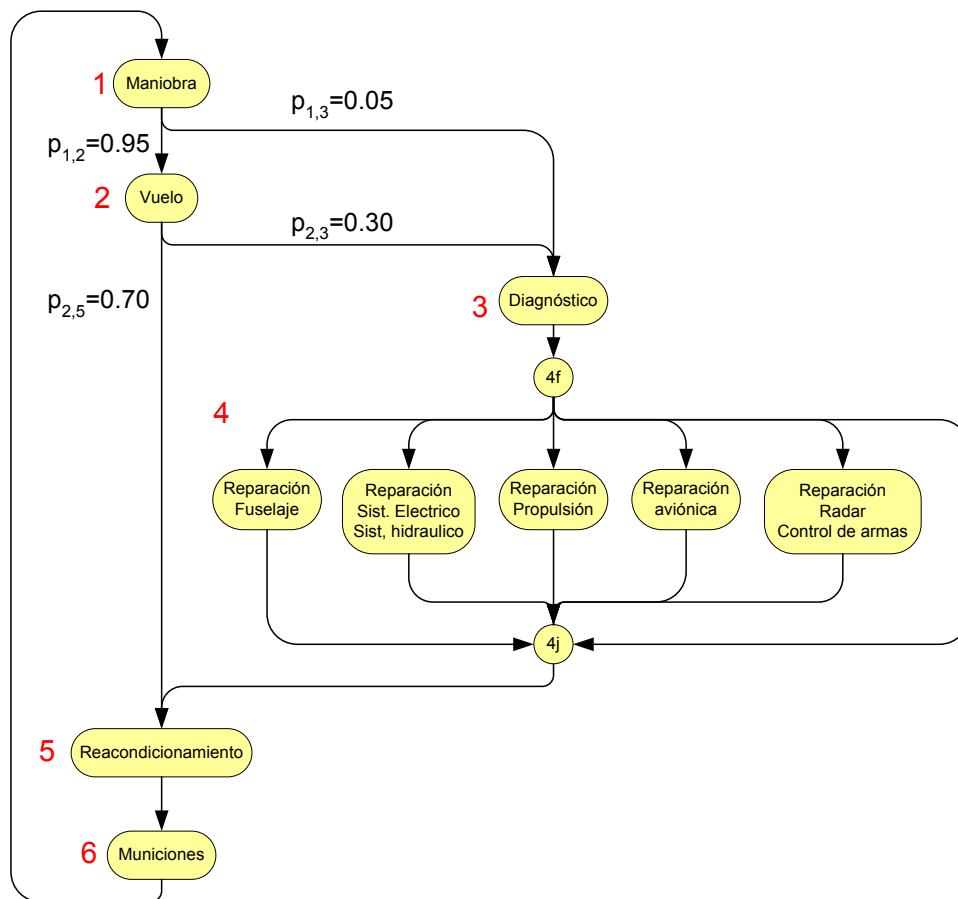


Figura 31.12: Diagrama del proceso

Nombre	Estación. $i$	Subest. $k$	Tiempo medio servicio $\mu_{i,k}$ (ut)	Varianza $\sigma_{i,k}^2$ (ut <sup>2</sup> )	Probabilidad intervención $q_{i,k}$	Nivel recursos Un servidor $m_{i,k}$	Varios
Taxi	1	1	0,25	0,000	1	$\infty$	$\infty$
Misión	2	1	2,00	0,083	1	$\infty$	$\infty$
Diagnóstico	3	1	0,50	0,073	1	$\infty$	$\infty$
MC Estructura	4	1	2,20	1,404	0,17	1	1
MC Eléctrico/hidráulico	4	2	2,27	1,494	0,39	1	3
MC Propulsión	4	3	2,37	1,629	0,21	1	2
MC Aviónica	4	4	1,50	0,653	0,27	1	1
MC Radar/Control armas	4	5	1,19	0,411	0,46	1	2
Reacondicionamiento	5	1	0,75	0,163	1	1	6
Municiones	6	1	0,50	0,023	1	1	4

Cuadro 31.3: Parámetros del modelo

- Definir intervalo de servicio  $s_{ik}$
- Definir matriz de probabilidades  $p$ ; calcular  $\alpha$ , la probabilidad de que un avión que pase por la estación 1 pase por la estación  $j$  o subestación  $ij$ ;
- Definir  $m$ , el número de aeronaves que pueden ser atendidos simultáneamente en una estación o subestación dada;

El modelo de simulación en Arena?? se presenta en figura (31.13). Las tasas de vuelos vs el tamaño de la flota cuando hay uno y varios servidores por subestación se presentan en figura (31.14). La fuente Arena puede ser bajada [aquí](#).

### 31.6.3. Comentarios

(Hackman,1997)[74] y (Dietz, 1997)[16] presentan modelos analíticos para hallar la tasa de misiones en el estado estacionario. Ello será estudiado en un capítulo posterior.

Si se habla una fuerza de ataque posiblemente son los estados transientes (ataques sorpresivos) los que definen la victoria o el fracaso; ello es posible de estudiar a través de la simulación presentada.

## 31.7. Comentarios finales

Hemos visto como el uso de la teoría de colas puede ser usado convenientemente para definir tamaños óptimos de cuadrillas y talleres. Rápidamente nos damos cuenta como los resultados pueden estar fuertemente limitados por la complejidad de la situaciones reales. En tales caso el uso de programas de simulación aparece como una estrategia a utilizar.

## 31.8. Lecturas complementarias

(Madu et al., 1994)[34] presentan una metodología centrada en el uso de metamodelos producidos a partir de simulaciones. Así logran modelar la disponibilidad con un polinomio ajustado a variables de decisión tales como número de maquinas en stand-by en cada estación de la línea de producción, o número de recursos en el taller para realizar intervenciones. El objetivo en el ejemplo que proponen es la minimización del costo global.

(Becker et al., 2000)[36] propone una estrategia para la programación de tareas que llegan de manera aleatoria a un servicio con múltiples servidores, donde cada uno tiene algún grado de especialización, pero que también puede realizar otro tipo de tareas. Incluyen un ejemplo numérico.

(Graves,1985)[38] propone un modelo donde combina el número óptimo de repuestos con el número de técnicos de un servicio de mantenimiento.

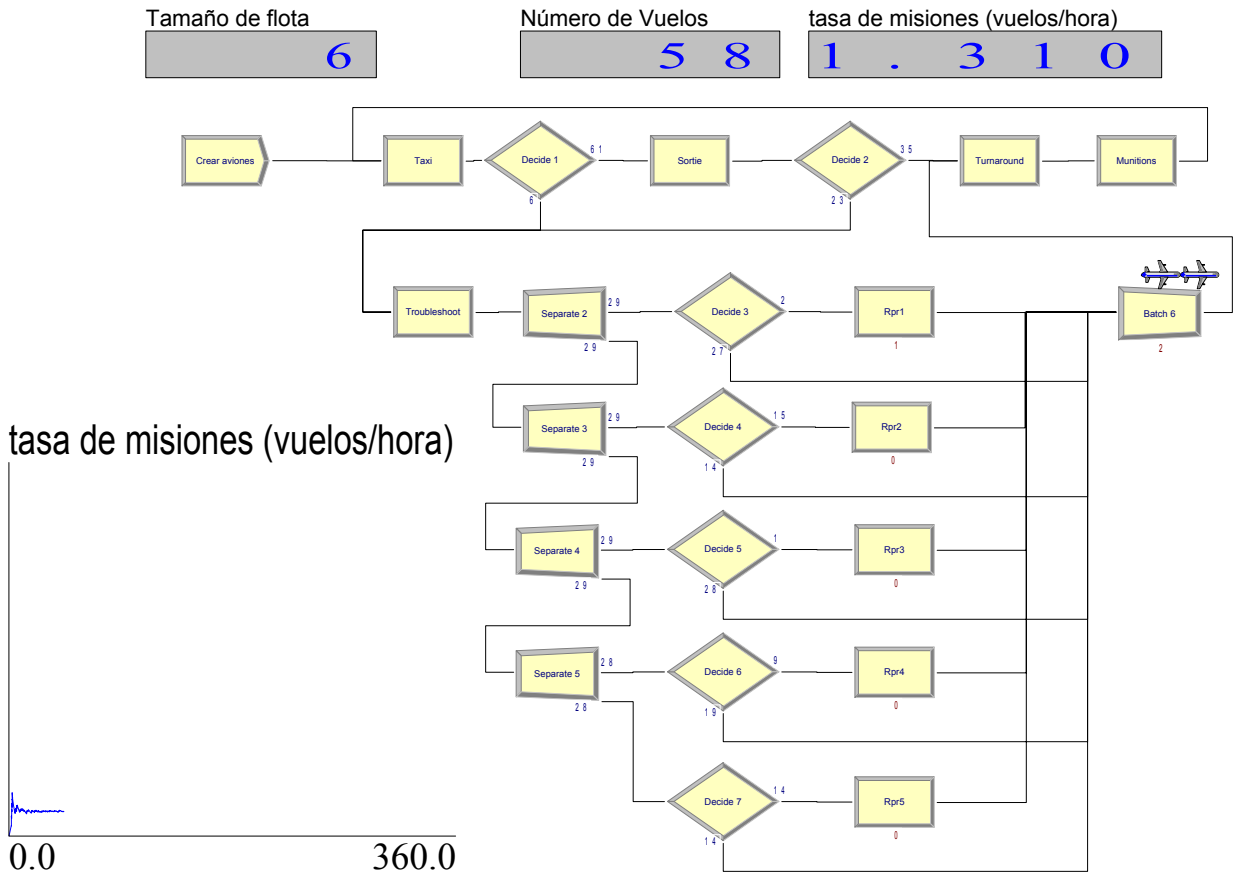


Figura 31.13: Modelo de simulación

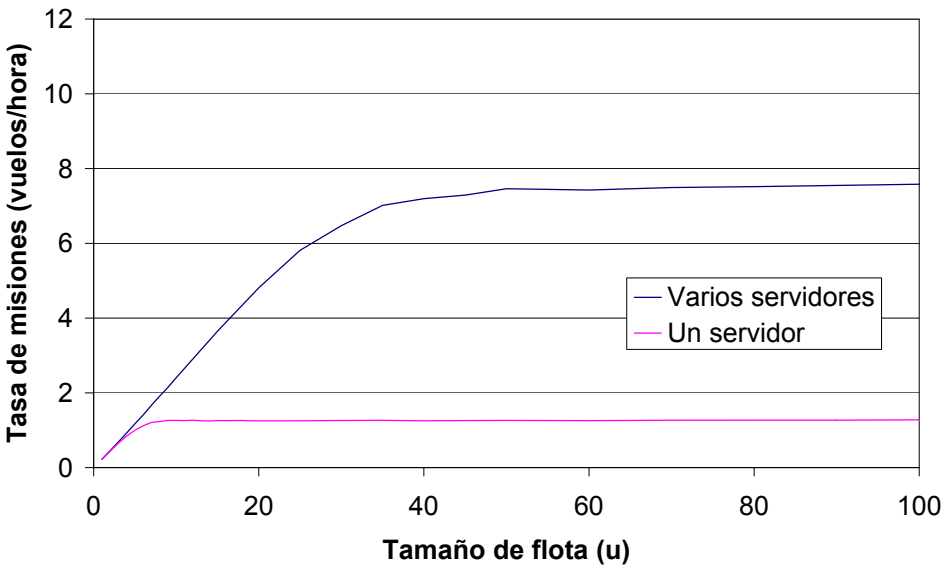


Figura 31.14: Resultados

(Van der perre & Van Oudheusden, 1996) tratan el problema de asignar buses de una flota a diversas rutas y depósitos de mantenimiento. Su modelo considera que existen varias marcas y modelos de buses, los cuales deben ser preferentemente agrupados para producir economías de escala y así reducir costos unitarios de los contratos de mantenimiento o en el almacenamiento de repuestos. Proponen modelos que minimizan el número de talleres/depositos necesarios y/o las distancias recorridas entre los talleres y las rutas (*distancias muertas*); adicionalmente consideran las capacidades limitadas de los talleres/depositos. La aplicación del modelo para la flota publica de Bangkok logró reducir las distancias muertas anuales en  $10.4 \cdot 10^6$  Km/año y el número de talleres-deposito desde 53 a 36.

(Morse, 1958)[41] es un texto clásico en el uso de teoría de colas aplicado a mantenimiento. Incluye modelos para gestión de repuestos y tamaño de talleres y cuadrillas.

# Bibliografía

- [1] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*, Cap. 7, Pitman Publishing, 1973. [\[bajar\]](#).
- [2] J. Bisschop and R. Entriken. *AIMMS, The Modeling System*. Paragon Decision Technology, The Netherlands, 1993. [\[bajar\]](#)
- [3] Eppen, G.D. et al., *Investigación de Operaciones*, Prentice Hall, 5ta ed., 2000.
- [4] Little, J.D.C., *A Proof for the Queueing Formula:  $L = \lambda W$* , Operations Research, 9(3), 383-387, 1961.
- [5] Hillier, F.S., Lieberman, G.J., *Investigación de Operaciones*, Mc-Graw Hill, 7ma ed., 2002.
- [6] Ahire, S., Greenwood, G., Gupta, A., et al. *Workforce-constrained preventive maintenance scheduling using evolution strategies*, Decision Sciences, 31(4), 833-859, 2000. [bajar](#)
- [7] Bowman, R.A., Schmee, J., *Pricing and managing a maintenance contract for a fleet of aircraft engines*, Simulation, 76(2), 69-77, 2001.
- [8] Basnet, C., Ellison, P.A., *manpower planning decision support system for MQM Meat Services*, Computers and Electronics in Agriculture, 21(3), 181-194, 1998.
- [9] Yang, T.H., Yan, S.Y., Chen, H.H., *An airline maintenance manpower planning model with flexible strategies*, Journal of Air Transport Management, 9(4), 233-239, 2003.
- [10] Yang, T., Lee, R.S., Hsieh, C.H., *Solving a process engineer's manpower-planning problem using analytic hierarchy process*, Production Planning & Control, 14(3), 266-272, 2003.
- [11] Dekker, R., Scarf, P.A., *On the impact of optimisation models in maintenance decision making: the state of the art*, Reliability Engineering & System Safety, 60(2), 111-119, 1998. [\[bajar\]](#)
- [12] Yeh, R.H., Lo, H.C., *Optimal preventive-maintenance warranty policy for repairable products*, European Journal of Operational Research, 134(1), 59-69, 2001. [\[bajar\]](#)
- [13] Vassiliadis, C.G., Pistikopoulos, E.N., *Maintenance scheduling and process optimization under uncertainty*, Computers & Chemical Engineering, 25(2-3), 217-236, 2001. [\[bajar\]](#)
- [14] Francis, L.K.N., *Optimal replacement policies determined using arithmetic-geometric processes*, Engineering Optimization, 33(4), 473-484, 2001.
- [15] Hackman, D.V., Dietz, D.C., *Analytical Modeling of Aircraft Sortie Generation with Concurrent Maintenance and General Service Times*, Military Operations Research, 3(3), 61-75, 1997. [\[bajar\]](#).
- [16] Dietz, D.C., Jenkins, R.C., *Analysis of Aircraft Sortie Generation with the Use of a Fork-Join Queueing Network Model*, Naval Research Logistics, 44(2), 153-164, 1997. [\[bajar\]](#).
- [17] Cronk, R., Wallace, A.J., *LCOM User Manual, Version 94.B*, Air Force Aeronautical Systems Center, Wright-Patterson AFB, Ohio, March 1994.
- [18] Abell, John B., *The Sortie Generation Model System*, Logistics Management Institute, Washington, DC, 1981.

- [19] Emerson, D.E., *An Introduction to the TSAR Simulation Program*, Technical Report No. R-2584-AF, The Rand Corporation, Santa Monica, California, 1982.
- [20] Miller, L.W. et al., *Dyna-Sim: A Nonstationary Queuing Simulation with Application to the Automated Test Equipment Problem*, Technical Report No. N-2087-AF, The Rand Corporation, Santa Monica, California, 1987.
- [21] Suri, R., *Robustness of Queueing Network Formulas*, Journal of the A.C.M., 30, 564-594, 1983.
- [22] Rao, P.C., Suri, R., *Approximate Queueing Network Models for Closed Fabrication/Assembly Systems. Part I: Single Level Systems*, Production and Operations Management, 4, 244-275, 1994.
- [23] Lavenberg, S.S., and Reiser, M., "Stationary Probabilities at Arrival Instants for Closed Queueing Networks with Multiple Types of Customers," Journal of Applied Probability, 17, 1048-106, 1980. [bajar].
- [24] Hillier, F.S., Lieberman, G.J., *Investigación de Operaciones*, Mc-Graw Hill, 7ma ed., 2002.
- [25] Willits, C.J., Dietz, D.C., *Nested fork-join queueing network model for analysis of airfield operations*, Journal of Aircraft, 38(5), 848-855, 2001. [bajar].
- [26] Dietz, D.C., *Mean value analysis of military airlift operations at an individual airfield*, Journal of Aircraft, 36(5), 750-755, 1999. [bajar].
- [27] Hebert, J.E., Dietz, D.C., *Modeling and analysis of an airport departure process*, Journal of Aircraft, 34(1), 43-47, 1997. [bajar].
- [28] Andijani, A., Duffuaa, S., *Critical evaluation of simulation studies in maintenance systems*, Production Planning & Control, 13(4), 336-341, 2002. [bajar].
- [29] Alfares, H.K., *Developing optimum preventive maintenance schedules using simulation: A case study*, International Journal of Industrial Engineering-Theory Applications and Practice, 9(3), 311-318, 2002.
- [30] Duffuaa S.O., Andijani, A.A., *An integrated simulation model for effective planning of maintenance operations for Saudi Arabian Airlines*, Production Planning & Control, 10(6), 579-584, 1999. [bajar].
- [31] Mathew, J., Rajendran, C., *Scheduling of Maintenance Activities in a Sugar-Industry using Simulation*, Computers in Industry, 21(3), 331-334, 1993.
- [32] Freese, J.A., Buck, J.R., *Scheduling Shutdown Maintenance Activities Using Microcomputer Optimization and Heuristics*, Maintenance Management International, 7(2), 115-120, 1988.
- [33] Vigus, S.E., *A Simulation-Based Analysis of the Impact of In-Sourcing a Major Process Element on the Coast Guard HH-60J Depot Maintenance Process*, Thesis, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, 2003. [bajar].
- [34] Madu, C.N., Lyew, P., Russel, J., *On the use of Simulation Metamodeling in Solving Systems Availability Problems*, Microelectron. Reliab., 34(7), 1147-1160, 1994. [bajar].
- [35] Guide, V.D.R., Srivastava, R., Kraus, M.E., *Priority scheduling policies for repair shops*, International Journal of Production Research, 38(4), 929-950, 2000.
- [36] Becker, K.J., Gaver, D.P., Glazebrook, K.D., et al., *Allocation of tasks to specialized processors: A planning approach*, European Journal of Operational Research, 126(1), 80-88, 2000. [bajar].
- [37] Murty A.S.R., Naikan V.N.A., *Machinery selection - process capability and product reliability dependence*, International Journal of Quality & Reliability Management, 14(4), 381-390, 1997. [bajar].
- [38] Graves, S.C., *Determining the spares and staffing level for a repair depot*, Working paper 1699-85.A. P. Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA September, 1985. [bajar].

- [39] Kelton, W. D., R. P. Sadowski, D. A. Sadowski, *Simulation with Arena*, McGraw-Hill, 1998.
- [40] Van der Perre, P., Van Oudheusden, D., *Reducing depot-related costs of large bus operators a case study in Bangkok*, European Journal of Operational Research, 96, 45-53, 1996. [\[bajar\]](#).
- [41] Morse, P., *Queues, Inventories and Maintenance*, Wiley, New York, 1958.



## Capítulo 32

# Externalización

Es verdad,  
los amores que se tienen en la vida  
nunca se olvidan,  
son aromas que se llevan en el aire  
y una estela de fragancias van dejando  
*Ilan Chester.*

### 32.1. Introducción

Muchas compañías realizan una parte de su mantenimiento con personal interno y otra con recursos subcontratados. Algunas intervenciones que se realizan regularmente son ejecutadas por personal del planta como parte de una estrategia de mantenimiento preventivo. Otras intervenciones requieren equipo o competencias que el personal de planta no posee, y que deben ser manejadas via contratos. Una tercera categoría de trabajos puede ser realizada indiferentemente por personal interno o subcontratado, o por una mezcla entre ambos, dependiendo de las capacidades del personal residente. La situación anterior ocurre usualmente en:

- talleres de mantenimiento de flotas de vehículos, donde se puede contratar más personal y adquirir mas equipos, o subcontratar servicios a talleres locales especializados;
- en ambientes de manufactura, donde existen subcontratistas y técnicos especializados;
- en ambientes militares; donde las intervenciones son realizadas por personal profesional especializado, o por proveedores ubicados en las cercanías.

Existen una serie de ventajas para la compañía en realizar su mantenimiento con personal propio:

- el tiempo de respuesta es menor en general;
- los análisis son en general de mayor profundidad, lo que permite encontrar la fuente raíz del problema, y evitar su recurrencia (proactividad);
- Se generan efectos de aprendizaje, al mejorar los procedimientos para realizar las intervenciones (incremento del *know-how*).

Por otro lado, aparecen una serie de desventajas:

- Inversión posiblemente importante en equipos especializados y capacitación;
- Uso del tiempo disponible de las cuadrillas (posible sobrecarga);

En muchos casos, la selección entre las dos alternativas extremas está dictado por las consideraciones antes mencionadas. En otros casos, sin embargo, la elección no es obvia. El problema es entonces determinar que fracción de los trabajos deben ser hechos en casa y cuantos deben ser subcontratados. El objetivo es la minimización del costo global asociado. Las restricciones son la capacidad limitada de la cuadrilla interna y el aseguramiento de que todos los trabajos solicitados sean realizados.

En el modelo que presentaremos, asumiremos que existen efectos de aprendizaje en el caso de que los trabajos sean realizados internamente.

En un contexto más general, (Hagel y Brown, 2005)[9] argumentan que el manejo de proveedores de servicios requiere tiempo y dinero para obtener información relevante sobre ellos, negociar los términos de los contratos, supervisar su eficiencia, y, en caso de que las necesidades de la empresa no sean satisfechas, cambiar de un proveedor a otro. Las tecnologías de la información han reducido (y continúan haciéndolo cada día) el costo *de interacción* requerido para externalizar servicios, facilitando el desarrollo de estrategias de *outsourcing*.

## 32.2. Demanda de trabajos constante, fuerza de trabajo constante y efectos de aprendizaje

### 32.2.1. Modelo inicial

Consideraremos las siguientes condiciones;

- Las intervenciones pueden ser clasificadas en categorías (con  $j = 1 \dots J$ );
- Existen varias especialidades dentro del personal interno ( $i = 1 \dots I$ );
- El numero de intervenciones tipo  $j$  a ser realizadas por unidad de tiempo es  $\lambda_j$  (conocido y constante);
- Cada categoría de actividad  $j$  puede ser realizada con recursos contratados o subcontratados (también se puede combinar);
- Los trabajos que sean realizados internamente tendrán un costo proporcional al tiempo requerido para su realización (costo por unidad de tiempo  $c_h^i$  para la especialidad  $i$ );
- el costo de subcontratar es proporcional (con costo unitario  $c_r^j$  para las intervenciones tipo  $j$ ) al numero de trabajos realizados con recursos externos;
- Los costos antes definidos incluyen los costos de intervención y los costos de falla.
- Para cada categoría de trabajos existe un numero previsto de trabajos por unidad de tiempo  $\lambda_j$ ;
- El personal interno tiene una tasa de servicio definida  $\mu_{ij}$  (trabajos por unidad de tiempo) por tipo de intervención tipo  $j$  y especialidad  $i$ ;
- El numero de unidades de tiempo disponibles para cada especialidad  $i$  es  $T_i^h$  (unidades de tiempo/unidades de tiempo).
- Se desea establecer las tasas de servicio  $\mu_j$ ,  $j = 1 \dots J$  (y que definen el vector  $\mu$ ) realizadas con personal interno, que minimice el costo global por unidad de tiempo,  $c_g$ .

Segun las condiciones antes descritas el costo global por unidad de tiempo es:

$$c_g(\mu) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{1}{\mu_{ij}} c_h^i \mu_j + \sum_{j=1}^J c_r^j (\lambda_j - \mu_j)$$

sujeto al numero de horas disponibles  $T_i^h$  para cada especialidad  $i$ ,

$$\sum_{j=1}^J \frac{\mu_j}{\mu_{ij}} \leq T_i^h, i = 1, \dots, I$$

y

$$0 \leq \mu_j \leq \lambda_j, j = 1, \dots, J \quad (32.1)$$

**Observación 142** En este modelo consideraremos que los trabajadores tienen especialidades fijas. Otra posibilidad sería que pudiesen realizar alternativamente diversos tipos de especialidades. NdP.

### 32.2.2. Mejoras al modelo

A fin de evaluar la solución óptima en función del valor del dinero en el tiempo, consideremos una tasa de descuento continua por unidad de tiempo  $\theta$ , tal que un flujo unitario ocurrido en  $t$  tiene un valor en dinero de  $t = 0$  de

$$e^{-\theta t}$$

Ello nos permite escribir el valor en  $t = 0$  del costo global acumulado sobre un periodo infinito. Para ello consideramos que los flujos ocurridos en cada unidad de tiempo son incurridos en el instante final de la unidad de tiempo; así, los flujos del instante  $t$  tienen un valor dinero de  $t = 0$ ,

$$\left( \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{\mu_j}{\mu_{ij}} c_h^i + \sum_{j=1}^J (\lambda_j - \mu_j) c_r^j \right) e^{-\theta t}$$

luego el costo global acumulado sobre un intervalo infinito y actualizado a  $t = 0$  es

$$C_{g,0} = \sum_{t=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{\mu_j}{\mu_{ij}} c_h^i + \sum_{j=1}^J (\lambda_j - \mu_j) c_r^j \right) e^{-\theta t}$$

Por supuesto se requiere

$$\theta \geq 0$$

Considerar costos fijos por unidad de tiempo o inversiones iniciales es trivial:

$$C_{g,0} = A + \sum_{t=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{\mu_j}{\mu_{ij}} c_h^i + \sum_{j=1}^J (\lambda_j - \mu_j) c_r^j + \delta_j c_{fix}^j \right) e^{-\theta t}$$

donde  $A$  es una inversión inicial en equipos y capacitación, por ejemplo.  $c_{fix}^j$  son costos fijos por unidad de tiempo que solo se aplican si hay subcontratación (cuando la variable indicadora  $\delta_j$  vale 1).

### 32.2.3. Modelo no lineal

En un ambiente real, existen aumentos de eficiencia cuando una misma tarea es repetida múltiples veces por la(s) persona(s). Por otro lado, es muy probable que se incurra en un costo fijo por inversión en equipos (que se carga una vez en cada unidad de tiempo considerada), si ciertas tareas se hacen con recursos internos.

Una manera usual de modelar el efecto de aprendizaje es usar,

$$T(n) = T_{\alpha} \frac{n^{\omega}}{1+\omega}$$

con

$$\omega = \frac{\log \phi}{\log 2}$$

$T(n)$  corresponde al número de unidades de tiempo requeridas para intervenir la  $n$ -ésima unidad (ver figura 32.1).

Se observa que cuando

$$\phi = 1$$

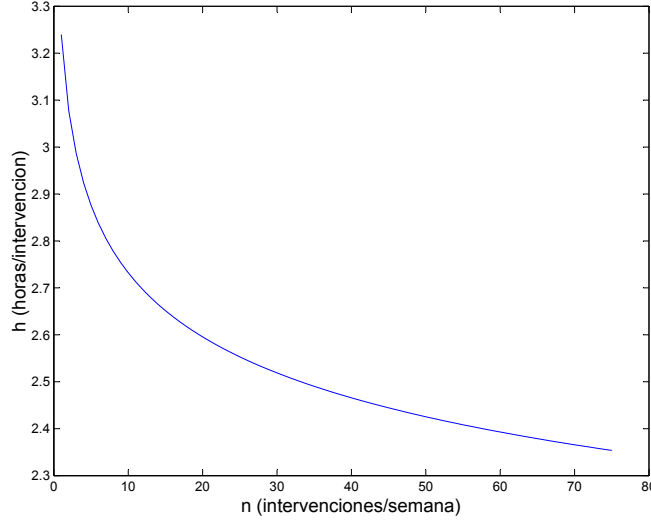


Figura 32.1: Tasa de servicio para  $i = 1$ ,  $j = 1$  del ejemplo

el tiempo de servicio es independiente de  $n$ :

$$T = T_\alpha$$

Los parámetros  $T_\alpha$  y  $\phi$  son estimados a partir de datos conocidos:  $\phi$  corresponde a la fracción de tiempo que tomará intervenir la unidad  $2n$  comparado con lo que se toma para la unidad  $n$ . Con esta formulación, el tiempo total para intervenir  $n$  unidades es:

$$\frac{1}{\mu_\alpha} \frac{\mu^{1+\omega}}{1+\omega}$$

El costo fijo/unidad de tiempo es modelado para cada categoría  $j$  por

$$c_{fix}^j \delta_j$$

con

$$\delta_j = \begin{cases} 0 & \text{si } \mu_j = 0 \\ 1 & - \end{cases}$$

además, la tasa de servicio debe ser natural,

$$\mu \in \blacksquare \quad (32.2)$$

**Observación 143** Parece artificial considerar el efecto de aprendizaje en una análisis de costos por unidad de tiempo (ello implica que se vuelve a un estado inicial de know-how tras cada unidad de tiempo).NdP.

**Observación 144** La mano de obra interna debe ser pagada de todas maneras, ello implica un costo fijo que no afecta la optimización. Sin embargo, en caso de que un cierto especialista o cuadrilla de especialistas interna no sea utilizada ( $\mu_j = 0$ ) entonces deberán ser reasignados o despedidos.

En este caso,

$$c_g(\mu) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{\mu_j}{\mu_{ij}(\mu_j)} c_h^i + \sum_{j=1}^J (\lambda_j - \mu_j) c_r^j + \delta_j c_{fix}^j$$

con la restricción,

$$\sum_{j=1}^J \frac{\mu_j}{\mu_{ij}(\mu_j)} \leq T_i^h, \quad i = 1, \dots, I \quad (32.3)$$

Tenemos que,

$$\frac{\mu_j}{\mu_{ij}(\mu_j)}$$

es el tiempo total de las categoría  $j$  con la especialidad  $i$  (por unidad de tiempo) y por tanto es igual a

$$\frac{1}{\mu_{\alpha_{ij}}} \frac{\mu_j^{1+\omega_{ij}}}{1+\omega_{ij}}$$

Luego, la función objetivo queda de la forma no lineal con variables mixtas:

$$c_g(\mathbf{n}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{1}{\mu_{\alpha_{ij}}} \frac{\mu_j^{1+\omega_{ij}}}{1+\omega_{ij}} c_h^i + \sum_{j=1}^J (\lambda_j - \mu_j) c_r^j + \delta_j c_{fix}^j \quad (32.4)$$

con las restricciones (32.1), (32.2), (32.3).

Dada la naturaleza no lineal del objetivo (32.4) y de la restricción (32.3), puede ser conveniente introducir una variable continua  $\beta_j$  tal que

$$\mu_j = \beta_j \lambda_j$$

con

$$0 \leq \beta_j \leq 1$$

con lo que el objetivo (32.4) queda

$$c_g(\beta) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{1}{\mu_{\alpha_{ij}}} \frac{(\beta_j \mu_j)^{1+\omega_{ij}}}{1+\omega_{ij}} c_h^i + \sum_{j=1}^J \lambda_j (1 - \beta_j) c_r^j + \delta_j c_{fix}^j \quad (32.5)$$

y (32.3) como,

$$\sum_{j=1}^J \frac{1}{\mu_{\alpha_{ij}}} \frac{(\beta_j \lambda_j)^{1+\omega_{ij}}}{1+\omega_{ij}} \leq T_i^h, \quad i = 1, \dots, I \quad (32.6)$$

ahora (32.1) no es necesaria.

### 32.2.4. Ejemplo numérico

Consideraremos el ejemplo dado en la referencia fuente [1], con algunas modificaciones pues la capacidades de las cuadrillas propuestas hacen trivial el problema (además hay un error en los resultados, basta verificar la ecuación 2 de la referencia).

$i$	$c_h^i$ (\$/hr)	$T_i^h$ (horas/semana)
1	16	400
2	12	600
3	15	900

Cuadro 32.1: Costos y disponibilidades internas

	tipo de intervención $j$				
	1	2	3	4	5
$c_r^j$ (\$/intervención)	90	60	80	75	95
$\lambda_j$ (intervenciones/semana)	75	60	80	50	30
$c_{fix}^j$ (\$)	400	500	1000	0	200

Cuadro 32.2: Datos por categoría

especialidad $i$	tipo de intervención $j$				
	1	2	3	4	5
1	3,0	4,0	4,5	3,7	2,4
2	2,0	1,0	5,0	4,0	3,1
3	1,5	3,0	4,0	3,7	2,5

Cuadro 32.3:  $\alpha$ 

especialidad $i$	tipo de intervención $j$				
	1	2	3	4	5
1	0,95	0,80	0,90	0,85	0,80
2	0,90	0,95	0,80	0,80	0,90
3	0,80	0,90	0,95	0,90	0,95

Cuadro 32.4:  $\phi$ 

La figura (32.2) muestra la implementación en Excel. Se muestra el caso en que no se ha considerado efecto de aprendizaje ni costo fijo por unidad de tiempo. Se ha decidido realizar todas las tareas en casa ( $\beta_j = 1$ ). Se aprecia como se ha violado la capacidad de servicio de la cuadrilla.

La solución óptima encontrada en este caso es externalizar todas las tareas. Ello produce un costo global de 23350 \$/semana.

Sin embargo, la mano de obra interna debe ser pagada por lo que se consideran los costos fijos propuestos en la referencia fuente.

En caso de incluir los efectos de aprendizaje (tabla 32.4), la solución encontrada por el solver desde el valor inicial

$$\beta_0 = \mathbf{1}$$

$$= \{ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \}^T$$

se obtiene una solución óptima local  $\beta^* = \{ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0,95 \quad 1 \}^T$ , que asegura un costo global de 21413 \$/semana.

Al incluir los costos fijos (tabla 32.2), con  $\beta_0 = \mathbf{1}$  se obtiene el mismo vector solución anterior, pero con un costo global asociado de 22513 \$/semana.

La formulación del problema, así como las estrategias de búsqueda del solver hacen muy fácil el caer en soluciones mínimas locales.

La hoja EXCEL utilizada se puede bajar de <http://www.cec.uchile.cl/rpascual/me57a/excel/kennedy93c.xls>

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	i	c_h	a_i						1	2	3	4	5			
2		1	16	400				beta_j	1	1	1	1	1			
3		2	12	600				n_j	75	60	80	50	30			
4		3	15	900				delta_j	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO			
5																
6		j						Objetivo								
7			1	2	3	4	5	i/j	1	2	3	4	5	$\Sigma$		
8	c_r	90	60	80	75	95		1	3600,0	3840,0	5760,0	2960,0	1152,0	17312		
9	t_j	75	60	80	50	30		2	1800,0	720,0	4800,0	2400,0	1116,0	10836		
10	c_fix	0	0	0	0	0		3	1687,5	2700,0	4800,0	2775,0	1125,0	13088		
11														41236		
12	alpha(i,j)							j	1	2	3	4	5	$\Sigma$		
13	i/j	1	2	3	4	5			-6.750	-3.600	-6.400	-3.750	-2.850	-23350		
14		1	3	4	4,5	3,7	2,4	t_j*c_r	6750	3600	6400	3750	2850	23350		
15		2	2	1	5	4	3,1						Cg	41236		
16		3	1,5	3	4	3,7	2,5									
17								Restricción								
18	phi(i,j)	1	2	3	4	5		i/j	1	2	3	4	5	$\Sigma$		
19		1	1	1	1	1	1	1	225,0	240,0	360,0	185,0	72,0	1082,0	<=	400
20		2	1	1	1	1	1	2	150,0	60,0	400,0	200,0	93,0	903,0	<=	600
21		3	1	1	1	1	1	3	112,5	180,0	320,0	185,0	75,0	872,5	<=	900

Figura 32.2: Ejemplo, sin aprendizaje y sin costo fijo, todo en casa

### 32.2.5. Comentarios

Hemos presentado un modelo para determinar la fracción optima de trabajos que deben ser externalizados según su categoría y en base a las especialidades disponibles en casa.

Se ha considerado que la fuerza de trabajo interna es constante y que sus especialidades son fijas.

La carga de trabajos para cada categoría ha sido considerada una constante, lo que apunta al mantenimiento preventivo.

El costo fijo por unidad de tiempo corresponde a un prorratio de la inversión hecha en algún instante en el tiempo.

Parece poco realista considerar efectos de aprendizaje que son inicializados en cada unidad de tiempo considerada (una semana en el ejemplo de la referencia fuente [1]). Se ha mejorado el modelo presentado en la misma referencia al utilizar las variables normalizadas  $\beta_j$  que eliminan las variables discretas  $\mu_j$  y que están acotadas en el rango  $[0,1]$ . Su comprensión es inmediata pues representan la fracción de trabajos de categoría  $j$  que son realizados en casa.

El problema de no linealidades introducidas por el efecto de aprendizaje y los costos fijos dificulta grandemente la convergencia (como se observó en Excel, así como según lo descrito en la referencia fuente).

Posibles mejoras al modelo:

- Considerar recursos internos como variables de decisión;
- Considerar la demanda de trabajos por unidad de tiempo como una variable aleatoria
- Considerar flexibilidad en las especialidades que una cuadrilla puede realizar;
- En caso de que una especialidad no sea ocupada ( $\mu_j = 0$ ) el personal asociado deber ser reasignado o despedido.

## 32.3. Modelo con fuerza de trabajo variable y tasa de descuento

<sup>1</sup>El modelo anterior considera que la fuerza de trabajo disponible en casa es constante. Aquí haremos una análisis durante un periodo infinito y tomaremos en cuenta que las inversiones en equipos y capacitación solo se efectúan una vez.

### 32.3.1. Formulación del problema

Considere la situación:

- llegan  $\lambda_j$  trabajos tipo  $j$  por unidad de tiempo,  $j = 1..J$ .
- Se dispone de varios tipos de cuadrillas  $i$ ,  $i = 1..I$ .
- El salario de una cuadrilla especializada tipo  $i$  es  $c_{t,i}$  \$/cuadrilla/unidad de tiempo;
- El numero de cuadrillas tipo  $i$  es  $n_i$  (variable de decisión);
- Una cuadrilla puede trabajar *hasta* un intervalo  $T_i^h$  por cada unidad de tiempo,
- los repuestos asociados a un trabajo tipo  $j$  valen  $c_{r,j}$  \$/trabajo;
- El nivel de repuestos en bodega sigue el modelo de Wilson por lo que su valor promedio en el tiempo es  $\lambda_j c_{r,j} / 2$ ;
- El costo de almacenamiento es evaluado con una tasa continua  $e^\theta$ , o sea, un flujo unitario en  $t = 1$  equivale a  $e^{-\theta}$  en  $t = 0$ ;
- El costo de falla por unidad de tiempo es  $c_f$  \$/unidad de tiempo/trabajo;

---

<sup>1</sup>examen 2003-II.

- Los contratistas cobran  $c_j^r$  \$/trabajo;
- los repuestos son provistos por el mandante;
- La tasa de servicio de los contratistas es  $\mu_j^c$  (trabajos/unidad de tiempo).
- Una cuadrilla tipo  $i$  puede realizar solo ciertos trabajos tipo  $j$ , lo que se define en el parámetro

$$I_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la cuadrilla } i \text{ puede hacer trabajos tipo } j \\ 0 & \text{—} \end{cases}$$

- Las tasas de servicio por trabajo (interno) por cuadrilla  $\mu_{ij}$  (trabajos/unidad de tiempo/cuadrilla) es conocida y constante;
- Cada trabajo es realizado por una sola cuadrilla;
- En caso de que un trabajo  $j$  sea realizado internamente por cuadrillas  $i$ , se deben realizar inversiones en equipos y capacitación con valor  $A_{ij}$  (constante, conocido) en  $t = 0$ .
- Se desea establecer que fracción de los trabajos debe ser subcontratada.
- Proponga un modelo para optimizar la fracción del total de trabajos hechos en casa  $\beta = [\beta_{ij}]$  y el numero de cuadrillas  $\mathbf{n} = \{n_1, \dots, n_I\}^T$  que minimice el costo global acumulado y actualizado a  $t = 0$ . Considere una tasa de descuento continua tal que un flujo unitario ocurrido en el instante  $t$  vale  $e^{-\theta t}$  en  $t = 0$ . Desprecie los efectos de aprendizaje (lo que se ve solo en los primeros periodos).

Recomendaciones:

- haga un análisis por unidad de tiempo, luego sobre un intervalo infinito.
- Considere:
  1. Costos de intervención mano de obra interna
  2. Costos de intervención repuestos
  3. Costos de almacenamiento
  4. Costo de falla trabajos en casa
  5. Costo de intervención contratistas
  6. Costo de falla por trabajos subcontratados
  7. Inversiones en equipos y capacitación

### Costos de intervención mano de obra interna

Los costos por unidad de tiempo son proporcionales al numero de cuadrillas contratadas e independiente del numero de trabajos realizados,

$$c_1 = \sum_{i=1}^I n_i c_{t,i}$$

### Costos de intervención repuestos

El costo por unidad de tiempo es proporcional al numero de trabajos que arriban (dado que todos los repuestos son provistos por el mandante),

$$c_2 = \sum_{j=1}^J \lambda_j c_{r,j}$$

que tambien es independiente de  $\mathbf{n}$  y  $\beta$

### Costos de almacenamiento

Como el valor promedio de repuestos para trabajos tipo  $j$  es  $\frac{1}{2}\lambda_j c_{r,j}$  el costo de almacenamiento de un periodo unitario  $(t, t+1)$  es

$$c_3 = \sum_{j=1}^J \frac{1}{2} \lambda_j c_{r,j} (e^\theta - 1)$$

**Observación 145** Tanto el costo de intervención repuestos como el costo de almacenamiento son independientes de las variables de decisión. Luego, son constantes y pueden ser omitidos del problema de optimización.

### Costo de falla trabajos en casa

El numero de trabajos tipo  $j$  hechos internamente por cuadrillas tipo  $i$  es

$$\beta_{ij} \lambda_j \text{ para } j = 1, \dots, J$$

Se debe cumplir que

$$\sum_{i=1}^I \beta_{ij} \leq 1 \text{ para } j = 1, \dots, J$$

**Observación 146** La suma de las fracciones de trabajos hechos internamente no es necesariamente 1 pues

$$\left(1 - \sum_{i=1}^I \beta_{ij}\right)$$

es la fracción del total de trabajos  $j$  realizada por los contratistas.

El tiempo total (por unidad de tiempo) usado por las cuadrillas  $i$  es

$$\sum_{j=1}^J \frac{n_i}{\mu_{ij}} \beta_{ij} \lambda_j \text{ para } i = 1, \dots, I.$$

y la capacidad en tiempo de las cuadrillas  $i$  es

$$n_i T_i^h \text{ para } i = 1, \dots, I$$

luego se debe cumplir

$$\sum_{j=1}^J \frac{n_i}{\mu_{ij}} \beta_{ij} \lambda_j \leq n_i T_i^h \text{ para } i = 1, \dots, I$$

y el costo de falla asociado es entonces,

$$\sum_{j=1}^J \frac{n_i}{\mu_{ij}} \beta_{ij} \lambda_j c_f \text{ para } i = 1, \dots, I$$

**Observación 147** Consideramos que no hay traslapos entre los costos de falla asociados a los trabajos. Si se trata de una linea de producción, ello reduciría el costo de falla total.

sumando sobre todos los tipos de trabajos y tipos de cuadrillas, el costo de falla asociado a trabajos realizados en casa por unidad de tiempo es

$$c_4 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{n_i}{\mu_{ij}} \beta_{ij} \lambda_j c_f$$

### Costo de intervención contratistas

Los trabajos tipo  $j$  hechos por contratistas son

$$\left(1 - \sum_{i=1}^I \beta_{ij}\right) \lambda_j \text{ para } j = 1, \dots, J \quad (32.7)$$

y su costo de intervención por unidad de tiempo es

$$c_5 = \sum_{j=1}^J \left(1 - \sum_{i=1}^I \beta_{ij}\right) \lambda_j c_j^r$$

### Costo de falla por trabajos subcontratados

Utilizando (32.7) y sabiendo que un trabajo  $j$  externalizado es realizado en  $1/\mu_j^c$  unidades de tiempo/unidades de tiempo, el tiempo total empleado por unidad de tiempo es

$$\frac{1}{\mu_j^c} \left(1 - \sum_{i=1}^I \beta_{ij}\right) \lambda_j \text{ para } j = 1, \dots, J$$

y considerando el costo de falla para cada tipo de trabajo, el costo de falla por unidad de tiempo para los trabajos  $j$  es

$$c_6 = \sum_{j=1}^J \frac{\lambda_j}{\mu_j^c} \left(1 - \sum_i \beta_{ij}\right) c_f$$

### Inversiones en equipos y capacitación

Primero definimos una variable auxiliar

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } \beta_{ij} = 0 \\ 1 & - \end{cases}$$

lo que nos permite definir el costo de inversiones, que ocurre solo en  $t = 0$ .

$$C_7 = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I A_{ij} \delta_{ij} \quad (32.8)$$

que por supuesto no es necesario actualizar.

### Función objetivo

Sumando (??)-(32.8), y considerando todas las unidades de tiempo -actualizadas a  $t = 0$ -,

$$\begin{aligned} C_{g,0} &= C_7 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^6 c_i \right) e^{-\theta k} \\ &= C_7 + \frac{1}{e^{\theta} - 1} \sum_{i=1}^6 c_i \\ &= C_7 + \frac{1}{e^{\theta} - 1} c_g \end{aligned}$$

**Observación 148** *Notese que si no hay inversiones iniciales ( $C_7 = 0$ ), la minimización del costo global actualizado  $C_{g,0}$  es equivalente a la minimización del costo global por unidad de tiempo  $c_g$ .*

**Restricciones**

Una fracción no puede ser mayor que 1 y debe ser no negativa:

$$0 \leq \beta_{ij} \leq 1 \quad (32.9)$$

La fracción de trabajos  $j$  hechos en casa no puede ser mayor que 1,

$$\sum_{i=1} \beta_{ij} \leq 1 \text{ para } j = 1, \dots, J \quad (32.10)$$

El numero de cuadrillas tipo  $i$  debe ser entero y no negativo,

$$n_i \in \blacksquare$$

La capacidad de las cuadrillas internas no puede ser superada.

Una cuadrilla no puede realizar un trabajo para el cual no está capacitada:

$$0 \leq \beta_{ij} \leq I_{ij} \quad (32.11)$$

**Observación 149** *Notese que la condición (32.11) es más restrictiva que (29.6), luego, está ultima no es necesaria.*

Si se decide prescindir de un tipo de cuadrilla  $i$  ( $n_i = 0$ ), es imposible que  $\beta_{ij} \geq 0$   $j = 1, \dots, J$ . Se tiene ademas que los trabajos  $j$  que hacen las cuadrillas  $i$  no pueden superar el tiempo disponible de cada tipo de cuadrilla,

$$\left( \sum_j \beta_{ij} \lambda_j \right) \frac{1}{\mu_{ij}} \leq n_i T_i^h \text{ para } i = 1, \dots, I$$

## 32.4. Tamaño de la cuadrilla cuando hay subcontratistas y demanda fluctuante

### 32.4.1. Planteamiento del problema

Al comienzo de una unidad de tiempo (adecuada) se debe especificar el tamaño de la cuadrilla para ese intervalo de tiempo. Al finalizar el intervalo, la carga de trabajos debe estar completada. El tamaño de la cuadrilla se fija por el periodo, luego hay una cantidad conocida y constante de horas-hombre para el periodo. Si la mano de obra efectivamente requerida durante el periodo es baja, no se requiere de subcontratación. Si la demanda es mayor que la capacidad entonces el exceso es subcontratado.

Aparecen 2 tipos de costo:

- costo fijo, que depende del tamaño de la cuadrilla
- costo variable, que depende de la combinación de personal interno y externo.

Al incrementar la fuerza de trabajo interna se reduce la probabilidad de requerir personal externo. Sin embargo, ello puede conllevar una considerable sub-utilización de la mano de obra si la carga de trabajos es baja. El problema es determinar el tamaño optimo de la cuadrilla para cubrir una demanda fluctuante y minimizando el costo global esperado por unidad de tiempo.

### 32.4.2. Descripción del modelo

1. La demanda por unidad de tiempo se distribuye de acuerdo a la función de densidad de probabilidad  $f(\lambda)$ , donde  $\lambda$  es el numero de trabajos/unidad de tiempo.
2. El numero de trabajos procesados por hombre y por unidad de tiempo es  $\mu_m$ .

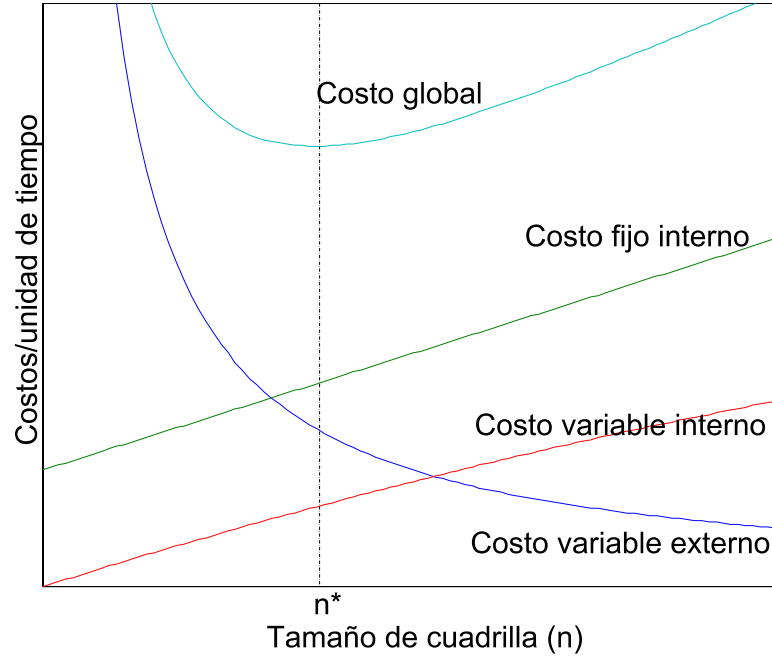


Figura 32.3: Análisis de costos

3. La capacidad total de la cuadrilla es  $n\mu_m$  trabajos/unidad de tiempo, donde  $n$  es el número de miembros de la cuadrilla.
4. El costo variable interno de un trabajo es  $C_w$  um/trabajo.
5. El costo variable externo de un trabajo es  $C_s$  um/trabajo.
6. El costo fijo por hombre y por unidad de tiempo es  $c_i$ .

Los conflictos básicos de este problema se ilustran en figura 32.3. El costo global por unidad de tiempo  $c_g$  considera

- costo fijo por unidad de tiempo,

$$nc_i$$

- costo variable interno por unidad de tiempo  $c_{v,i}$ , que resulta del producto entre el número medio de trabajos realizados internamente por unidad de tiempo por el costo/trabajo.
- costo variable externo por unidad de tiempo  $c_{v,e}$ .

El número de trabajos procesados internamente por unidad de tiempo es

1. la capacidad de trabajo cuando la demanda es mayor que la misma,
2. la demanda cuando la demanda es menor o igual a la capacidad de trabajo de la cuadrilla.

La probabilidad de que la capacidad sea excedida es

$$\begin{aligned}
 p &= p(\lambda_d \geq \mu_m n) \\
 &= \int_{n\mu_m}^{\infty} f(\lambda) d\lambda
 \end{aligned}$$

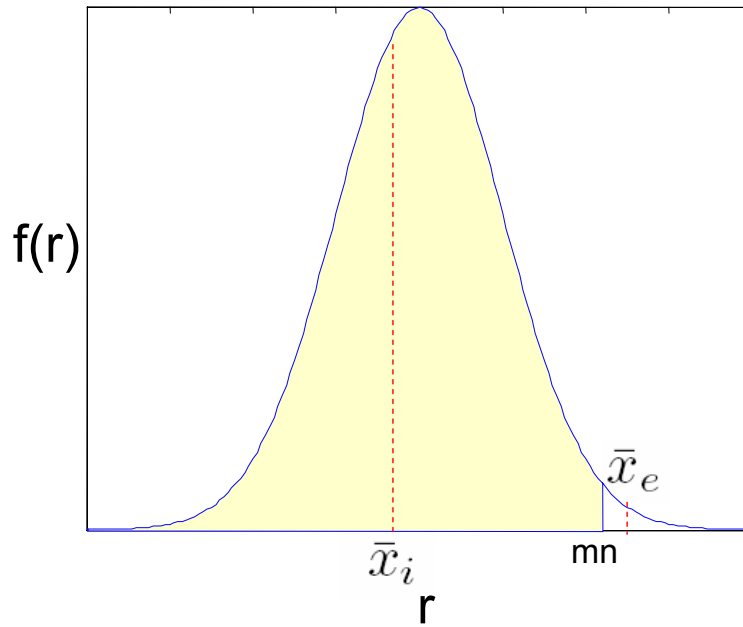


Figura 32.4: Valores esperados de trabajos internos y subcontratados

Si la demanda es inferior a la capacidad se tiene que el valor esperado de trabajos internos es (ver figura 32.4):

$$\lambda_i = \frac{\int_0^{n\mu_m} \lambda f(\lambda) d\lambda}{\int_0^{n\mu_m} f(\lambda) d\lambda}$$

luego el valor esperado del costo variable interno es

$$c_{v,i} = [n\mu_m p + \lambda_i (1 - p)] C_w$$

Por otro lado, el costo variable externo resulta del producto entre el valor esperado de trabajos subcontratados por unidad de tiempo y el costo por trabajo.

El numero de trabajos subcontratados es

1. 0, si la demanda no supera la capacidad interna; la probabilidad asociada es

$$1 - p = \int_0^{n\mu_m} f(\lambda) d\lambda$$

2. la diferencia entre la demanda y la capacidad, cuando la demanda es mayor que la capacidad; la probabilidad de tal ocurrencia es

$$p(\lambda_d \geq \mu_m n) = 1 - p(\lambda_d \leq \mu_m n)$$

En el segundo caso, el valor esperado de trabajos externalizados es

$$\lambda_e = \frac{\int_{n\mu_m}^{\infty} (\lambda - n\mu_m) f(\lambda) d\lambda}{\int_{n\mu_m}^{\infty} f(\lambda) d\lambda}$$

por tanto, el costo variable externo por unidad de tiempo es

$$c_{v,e} = (0 \cdot (1 - p) + \lambda_e p) C_s$$

Entonces,

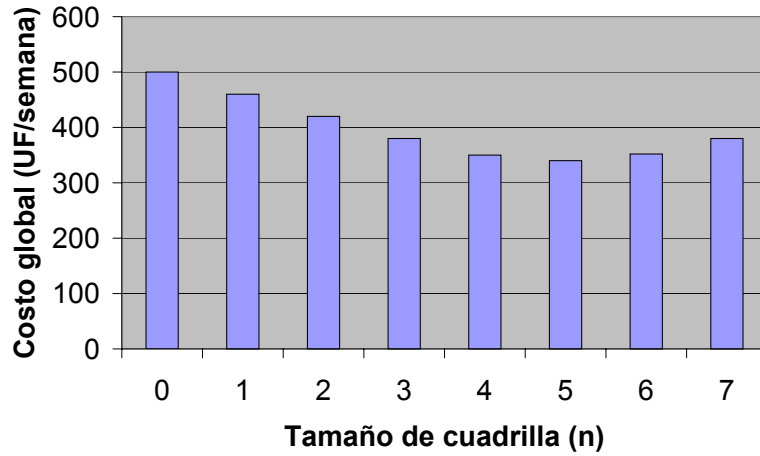


Figura 32.5: Costo global vs tamaño de cuadrilla

$$\begin{aligned}
 c_g(n) &= nc_i + c_{v,i} + c_{v,e} \\
 &= nc_i + [n\mu_m p + \lambda_i (1 - p)] C_w + (\lambda_e \cdot p) C_s
 \end{aligned} \tag{32.12}$$

El modelo asume que la duración de los trabajos es de una unidad de tiempo. El permitir que los trabajos no cumplan tal condición complica el modelo.

### 32.4.3. Ejemplo

La distribución de trabajos por semana puede ser representada por una distribución uniforme en el rango  $(30, 70)$  o sea

$$f(\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{40} & \text{si } 30 \leq \lambda \leq 70 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Además,

$$\begin{aligned}
 \mu_m &= 10 \text{ trabajos/semana} \\
 C_w &= 2 \text{ UF} \\
 C_s &= 10 \text{ UF} \\
 c_i &= 40 \text{ UF/semana}
 \end{aligned}$$

al evaluar (32.12) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 c_g(n) &= 40n + 2 \left( 10n \int_{10n}^{70} \frac{1}{40} d\lambda + \int_{30}^{10n} \frac{\lambda}{40} d\lambda \right) + \\
 &\quad 10 \left( \int_{10n}^{70} (\lambda - 10n) \frac{1}{40} d\lambda \right)
 \end{aligned}$$

Los resultados se muestran en figura 32.5. El tamaño óptimo de la cuadrilla es 5.

**Observación 150** *El modelo no considera aumentos de eficiencia/hombre en función del tamaño de la cuadrilla interna.*

**Ejemplo 121** *La tabla 44.7 muestra el registro de trabajos de mantenimiento realizados en los últimos 12 meses. Los trabajos tienen un valor promedio de 100 y 300 USD c/u si se realizan con personal interno o subcontratado respectivamente. Un hombre es capaz de procesar 0.5 trabajos/día. El valor de la HH interna es 10 USD. Calcule:*

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
194	222	199	201	211	201	199	192	203	187	207	216

Cuadro 32.5: Registro de trabajos en el ultimo año

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
	194	222	199	201	211	201	199	192	203	187	207	216
$i$	3	12	4.5	6.5	10	6.5	4.5	2	8	1	9	11
$\mathcal{F} = \frac{i}{N+1}$	.231	.923	.346	.500	.769	.500	.346	.154	.615	.077	.692	.846
$F(\mu, \sigma)$	.194	.973	.357	.434	.797	.434	.357	.144	.513	.059	.667	.908
$\ \mathcal{F}-F\ $	.037	.050	.011	.066	.028	.066	.011	.010	<b>.102</b>	.018	.025	.062

Cuadro 32.6: Registro de trabajos en el ultimo año

1. *Tamaño óptimo de la cuadrilla*
2. *Costo global esperado*
3. *Numero esperado de trabajos que serán subcontratados.*
4. *Costo de trabajos subcontratados.*

Para resolver el problema asumiremos que la distribución es normal. La media es

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{\sum_i n_i}{N} \\ &= \frac{2432}{12} \\ &= 202,67\end{aligned}$$

y la desviación standard es

$$\sigma = 10,03$$

A fin de comprobar la hipótesis se realiza un test de confianza KS:

El valor máximo  $\|\mathcal{F}-F\|$  es .102 el cual es inferior al valor de la tabla KS para  $n$  (12) grados de libertad y nivel de confianza del 99 %: .450. Se acepta el modelo.

Retomando el modelo descrito en §32.4, y reconociendo términos:

$$f(\lambda) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-(\lambda-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$$

tomando como unidad de tiempo el mes, y considerando 22 dias/mes, 8 horas/dia

$$\begin{aligned}\mu_m &= ,5 \text{ trabajos/dia/hombre} \cdot 22 \text{ dias/mes} \\ &= 11 \text{ trabajos/mes/hombre}\end{aligned}$$

Los costos variables son:

$$\begin{aligned}C_w &= 100 \text{ USD} \\ C_s &= 150 \text{ USD}\end{aligned}$$

y el costo fijo por hombre,

$$\begin{aligned}c_i &= 10 \text{ USD/hora/hombre} \cdot 22 \text{ dias/mes} \cdot 8 \text{ horas/dia} \\ &= 1760 \text{ USD/mes}\end{aligned}$$

Retomando (32.12), la función objetivo se expresa como

$$c_g(n) = nc_i + [n\mu_m p + \lambda_i(1-p)]C_w + \lambda_e p C_s \quad (32.13)$$

donde

$$\begin{aligned} p &= \int_{n\mu_m}^{\infty} f(\lambda) d\lambda \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \Phi(\lambda) &= \int_0^{\lambda} \phi(\lambda) d\lambda \\ \phi(\lambda) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\lambda^2} \end{aligned}$$

y usando las identidades ya vistas en §20.7 ,

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \frac{\int_0^{n\mu_m} \lambda f(\lambda) d\lambda}{\int_0^{n\mu_m} f(\lambda) d\lambda} \\ &\approx \frac{\int_{-\infty}^{n\mu_m} \lambda f(\lambda) d\lambda}{\int_{-\infty}^{n\mu_m} f(\lambda) d\lambda} \\ &= \frac{-\sigma\phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right) + \mu\Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right)} \\ \lambda_e &= \frac{\int_{n\mu_m}^{\infty} (\lambda - n\mu_m) f(\lambda) d\lambda}{\int_{n\mu_m}^{\infty} f(\lambda) d\lambda} \\ &= \frac{\int_{n\mu_m}^{\infty} \lambda f(\lambda) d\lambda - n\mu_m \int_{n\mu_m}^{\infty} f(\lambda) d\lambda}{\int_{n\mu_m}^{\infty} f(\lambda) d\lambda} \end{aligned} \quad (32.14)$$

pero

$$\begin{aligned} \int_{n\mu_m}^{\infty} \lambda f(\lambda) d\lambda &= \int_{-\infty}^{\infty} \lambda f(\lambda) d\lambda - \int_{-\infty}^{n\mu_m} \lambda f(\lambda) d\lambda \\ &= -\sigma\phi\left(\frac{\infty - \mu}{\sigma}\right) + \mu\Phi\left(\frac{\infty - \mu}{\sigma}\right) - \\ &\quad \left(-\sigma\phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right) + \mu\Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right)\right) \\ &= \mu + \sigma\phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right) - \mu\Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \sigma\phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right) + \mu\left(1 - \Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right)\right) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \int_{n\mu_m}^{\infty} f(\lambda) d\lambda &= 1 - \int_{-\infty}^{n\mu_m} f(\lambda) d\lambda \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

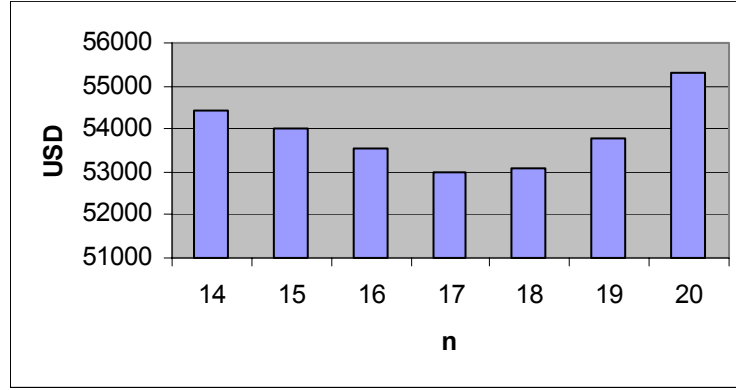


Figura 32.6: Evaluación del costo global

luego, retomando (32.14),

$$\lambda_e = \frac{\sigma \phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right) + (\mu - n\mu_m) [1 - \Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right)]}{1 - \Phi\left(\frac{n\mu_m - \mu}{\sigma}\right)}$$

Al evaluar (32.13) para diversos valores de tamaño de cuadrilla  $n$  se observa que el óptimo se alcanza para  $n = 17$  (figura 32.6).

**Ejemplo 122** El servicio de inspectores de vibración desea optimizar su tamaño. Establezca un modelo para minimizar el costo global por unidad de tiempo bajo las siguientes condiciones:

- La demanda de inspecciones por unidad de tiempo es constante  $\lambda_d$ ;
- $n$  es el número de inspectores.
- El número de inspecciones procesadas por hombre y por unidad de tiempo es  $\mu_m$ . El hecho de trabajar en equipo produce sinergia lo que aumenta la eficiencia de cada inspector. Se ha modelado así:

$$\begin{aligned} \mu_m &= \mu_m(n) \\ &= \mu_m \left( 1 + \frac{e^{-\frac{(n-\mu_n)^2}{2\sigma_n^2}}}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \right) \end{aligned}$$

- El costo variable de una inspección hecha por un inspector del servicio es  $C_w$ .
- El costo variable de una inspección en caso de que esta sea realizada por subcontratistas es  $C_s$ .
- El costo fijo por inspector y por unidad de tiempo es  $c_i$ .

El costo global esta compuesto por:

$$c_g(n) = nc_i + c_{v,i} + c_{v,e}$$

El costo variable interno es

$$[n\mu_m \cdot p + \lambda_i (1 - p)] C_w$$

$$c_{v,i} = \begin{cases} \lambda_d C_w & \text{si } \lambda_d < \mu_m(n)n \\ \mu_m(n)n C_w & \text{si } \lambda_d > \mu_m(n)n \end{cases} \quad (32.15)$$

lo cual es operacionalmente resuelto incluyendo una variable binaria auxiliar

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{si } \lambda_d < \mu_m(n)n \\ 0 & \text{si } \lambda_d > \mu_m(n)n \end{cases}$$

luego, podemos expresar (32.15) como

$$c_{v,i} = [\lambda_d \alpha + \mu_m(n)n(1 - \alpha)] C_w$$

y el costo variable externo es

$$\lambda_e \cdot p C_s$$

$$c_{v,e} = \begin{cases} 0 & \text{si } \lambda_d < \mu_m(n)n \\ (\lambda_d - \mu_m(n)n) C_s & \text{si } \lambda_d < \mu_m(n)n \end{cases}$$

idénticamente al caso anterior,

$$c_{v,e} = (\lambda_d - \mu_m(n)n) \alpha C_s$$

luego la función objetivo (no lineal por el producto  $n\alpha$  y la dependencia compleja de  $\mu_m$  con respecto a  $n$ ) queda de la forma

$$c_g(n, \alpha) = nc_i + [\lambda_d \alpha + \mu_m(n)n(1 - \alpha)] C_w + (\lambda_d - \mu_m(n)n) \alpha C_s \quad (32.16)$$

con las restricciones

$$\begin{aligned} n & \text{ entero} \\ n & \geq 0 \\ \alpha & \text{ binario} \end{aligned} \quad (32.17)$$

Consideremos el caso  $\mu_m$  constante, y pasemos desde un modelo de programación no lineal en variable mixta -MINLP<sup>2</sup>- (44.1-32.17) a un problema de programación mixta (MIP) usando la siguiente estrategia:

Sea  $x_1$  una variable binaria y  $x_2$  una variable continua y no negativa tal que

$$0 \leq x_2 \leq u \quad (32.18)$$

A continuación se introduce una variable auxiliar  $y$  tal que

$$y = x_1 x_2$$

las siguientes condiciones fuerzan a que la variable  $y$  tome el valor del producto:

$$\begin{aligned} y & \leq ux_1 \\ y & \leq x_2 \\ y & \geq x_2 - u(1 - x_1) \\ y & \geq 0 \end{aligned}$$

en nuestro caso ,

$$\begin{aligned} x_1 & = \alpha \\ x_2 & = n \\ u & = n_{\text{máx}} \\ y & = n\alpha \end{aligned}$$

luego, ( ) es sustituida por

$$\text{mín } c_g(n, \alpha, y) = nc_i + \lambda_d (C_w + C_s) \alpha + \mu_m C_w n - \mu_m (C_w + C_s) y$$

sujeto a

$$\begin{aligned} y & \leq n_{\text{máx}} \alpha \\ y & \leq n \\ y & \geq n - n_{\text{máx}}(1 - \alpha) \\ y & \geq 0 \end{aligned}$$

Una de las ventajas de tener un MIP es que los solvers comerciales están optimizados para resolverlos, lo que no es el caso para los MINLP.

---

<sup>2</sup>Mixed Integer Non Linear Programming

**Observación 151** Para linealizar la parte  $\mu_m(n)$  el lector interesado es referido a Bisschop'93 [172].

**Ejercicio 20** Considere el rentabilizar el tiempo ocioso de la cuadrilla, ofreciendo servicios de inspección a otras empresas.

## 32.5. Comentarios finales

Hemos tratado el tema de los subcontratistas, el cual es de gran actualidad por la tendencia de las empresas a utilizar los conceptos del *outsourcing*.

Vimos como un problema que originalmente se presenta como no lineal (y posiblemente de difícil solución) puede ser reescrito como uno lineal aprovechando estrategias de la programación en variable mixta.

## 32.6. Lecturas recomendadas

(Smith et al, 2004[7]) presentan una formulación en variable mixta para establecer estrategias de subcontratación con costo mínimo en entornos de desarrollo y mantenimiento de sistemas de información.

(Coase, 1988)[10] propone que toda actividad económica existen dos tipos de costo: de transacción y de interacción. Bajo ciertas circunstancias, el realizar las tareas con recursos internos provee mecanismos más eficientes para acceder y usar recursos que las transacciones en un mercado libre de recursos. Desde ese punto de vista, la eficiencia aparece como promotor para no externalizar.

(Gotfredsson et al., 2005)[8] presentan una vision mas general del proceso de externalizacion. Además, presentan ejemplos de como el outsourcing estratégico ha permitido el desarrollo sustentable de varias empresas clase mundial.



# Bibliografía

- [1] Kennedy, W.J., *Modeling in-house vs contract maintenance, with fixed costs and learning effects*, International Journal of Production Economics, 32 (1993) 277-293. [\[bajar\]](#).
- [2] Steffen, S. and Laubner, O., *Refinery exceeds industry benchmarks with maintenance outsourcing*, Oil & Gas Journal, 99(21), 68-72, 2001. [\[bajar\]](#).
- [3] Komonen, K., *A cost model of industrial maintenance for profitability analysis and benchmarking*, International Journal of Production Economics, 79(1), 15-31, 2002. [\[bajar\]](#).
- [4] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Pitman Publishing, Cap. 7, 1973. [\[bajar\]](#).
- [5] J. Bisschop and R. Entriken. *AIMMS, The Modeling System*. Paragon Decision Technology, The Netherlands, 1993. [\[bajar\]](#).
- [6] Czepiel, E., *Practices and Perspectives in Outsourcing Aircraft Maintenance*, Northwestern University, Evanston Illinois, Final report, 2003. [\[bajar\]](#).
- [7] Smith, L.D., Nauss, R.M., Subramanian, A., Beck, R., *Decision Support for Staffing, Outsourcing and Project Scheduling in MIS Strategic Plans*, INFOR, 42(1), 79-100, 2004. [\[bajar\]](#).
- [8] Gottfredson, M., Puryear, R., Phillips, S., *Strategic Sourcing: From Periphery to the Core*, Harvard Business Review, 83(2), 132-139, 2005.
- [9] Hagel, J., Brown, J.S., *Productive Friction: How Difficult Business Partnerships Can Accelerate Innovation*, Harvard Business Review, 83(2), 82-91, 2005.
- [10] Coase, R H, *The Nature of the Firm: Origin*, Journal of Law, Economics and Organization, Oxford University Press, 4(1), 3-17, 1988.



## Capítulo 33

# Asignación de recursos con restricción presupuestaria

Los mundos nuevos deben ser vividos  
antes de ser explicados  
*Alejo Carpentier*

### 33.1. Introducción

En este capítulo veremos dos modelos recientes relacionados con la asignación de recursos para mantenimiento cuando hay restricciones de presupuesto (y de otros tipos).

### 33.2. Modelo estático

El modelo que presentaremos proviene de (Shohet, 2004)[3] y está orientado a la asignación de fondos para reacondicionamientos de edificios. Su generalización a otros casos es directa.

Un obstáculo mayor para la resolución del problema de asignación de prioridades de proyectos de overhaul es el vasto número de posibles alternativas que puede tener cada proyecto.

#### 33.2.1. Formulación del modelo

Se proponen 2 maneras para encontrar las soluciones óptimas: maximización de los beneficios o la minimización de los costos.

Sean,

- $I$  el número de proyectos,
- $J$  el número de alternativas para cada proyecto,
- $\alpha_{ij}$  el nivel de comfort obtenido si realiza la alternativa  $j$  del proyecto  $i$ ,

$$0 \leq \alpha_{ij} \leq 1 \quad (33.1)$$

- $C_{ij}$  el costo de intervención inicial (inversión) de la alternativa  $j$  del proyecto  $i$ ,
- $c_{mij}$  el costo esperado de intervención por año para la alternativa  $j$  del proyecto  $i$ ;
- $\omega_i$  es el peso relativo dado al proyecto  $i$  frente a los demás,
- $B$  corresponde al total de fondos para inversiones iniciales,
- $b_m$  el presupuesto total de mantenimiento por unidad de tiempo,

### Maximización del comfort promedio ponderado

En este caso, el nivel de comfort promedio ponderado entre las alternativas que se aprueben es:

$$\alpha^* = \max \left\{ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \omega_i \alpha_{ij} \delta_{ij} \right\} \quad (33.2)$$

con la condición,

$$\sum_{j=1}^J \delta_{ij} = 1, \quad i = 1 \dots I$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna la alternativa } j \text{ del proyecto } i \\ 0 & \text{---} \end{cases}$$

incluimos la siguiente restricción para que  $\alpha^*$  represente un promedio ponderado de la nivel de comfort de los edificios:

$$\sum_{i=1}^I \omega_i = 1$$

### Minimización del costo ponderado de intervención inicial

Aquí el objetivo es minimizar el costo inicial total promedio ponderado,

$$C^* = \min \left\{ \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \omega_i C_{ij} \delta_{ij} \right\} \quad (33.3)$$

con,

$$\sum_{j=1}^J \delta_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, I$$

### Restricciones adicionales

**Costos inicial** El costos global inicial máximo es la restricción más importante dado que usualmente está predefinida y no puede ser excedido de forma significativa,

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J C_{ij} \delta_{ij} \leq B \quad (33.4)$$

**Nivel de comfort** El nivel de nivel de comfort debe ser igual o superior a un standard dado,

$$\sum_{j=1}^J \alpha_{ij} \delta_{ij} \geq \alpha_{\min} \quad i = 1, \dots, I \quad (33.5)$$

**Vida de servicio minima** La vida de servicio de cada alternativa es dependiente de la extensión del reacondicionamiento previsto. En general, el propietario definirá la vida minima requerida,

$$\sum_{j=1}^J T_{ij} \delta_{ij} \geq T_{l\min} \quad i = 1, \dots, I$$

**Vida de servicio maxima** Algunas veces es sabido que el ocupante presente de un edificio dejará de requerir ciertos servicios (por reconversión o mudanza, por ejemplo) en algún instante conocido,

$$\sum_{j=1}^J T_{ij} \delta_{ij} \leq T_{l\max} \quad i = 1, \dots, I$$

**Costo de mantenimiento por unidad de tiempo** Los costos de mantenimiento de los edificios son afectados por muchos factores relacionados con la naturaleza y el ambiente del edificio. Estos factores incluyen: condiciones de servicio, edad del edificio, tipo de componentes utilizados, etc.,

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{mij} \delta_{ij} \leq b_m \quad (33.6)$$

**Duración del overhaul**

$$\sum_{j=1}^J T_{ij} \delta_{ij} \leq T_d, \quad i = 1, \dots, I$$

donde  $T_{ij}$  es el intervalo requerido para implementar la alternativa  $j$  del proyecto  $i$ ; y  $T_d$  es el intervalo máximo de implementación de los proyectos.

**Optimización con programación dinámica**

Si elegimos la maximización del nivel de comfort y el método de la programación dinámica, la solución es encontrada al aplicar recursivamente la siguiente ecuación,

$$\alpha_i^*(S_{1,i+1}, S_{2,i+1}) = \max \left\{ \sum_{j=1}^J \omega_{ij} \alpha_{ij} \delta_{ij} + \alpha^*(S_{1,i+1}, S_{2,i+1}) \right\} \quad (33.7)$$

$$i = 1, \dots, I$$

donde  $S_{1,i+1}$  es la variable de estado asociado a los costos de capital iniciales, y  $S_{2,i+1}$  está asociada a los costos de mantenimiento anuales:

$$S_{1,j} = \sum_{k=1}^I \sum_{j=1}^J C_{kj} \delta_{kj} \leq C \quad (33.8)$$

$$S_{2,j} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{mij} \delta_{ij} \leq b_m \quad (33.9)$$

y solo una alternativa es elegida por proyecto,

$$\sum_{j=1}^J \delta_{kj} = 1 \quad k = 1, \dots, I \quad (33.10)$$

Las ecuaciones para la transición desde el estado  $i$  al estado  $i + 1$  son

$$S_{1,i+1} = S_{1,i} + \sum_{j=1}^J C_{ij} \delta_{ij} \quad (33.11)$$

$$S_{2,i+1} = S_{2,i} + \sum_{j=1}^J c_{mij} \delta_{ij} \quad (33.12)$$

### 33.2.2. Ejemplo numérico

Estudiaremos un caso con 4 edificios: colegio (1), sala de eventos (2), edificio de oficinas (3), edificio residencial (4). La tabla 33.1 muestra 5 alternativas para el proyecto 2. Estas alternativas se basan en una evaluación de la condición que le entrego al edificio una nota de 2.5 en una escala del 1 al 5. Se consideran las siguientes alternativas para el proyecto 2:

1. Dejarlo como está: lo que implica un nivel de nivel de comfort pobre.

Aspecto	Alternativa				
	1	2	3	4	5
Costo inicial (um)	0	160	660	930	1270
Ciclo de vida (ut)	2	5	20	50	50
Costos anual (um)	43	43	29	21	21
Costo global/año (um/ut)	47.9	78.1	75.4	64.3	80.3
Nivel de comfort	0.25	0.5	0.75	1	1
Duración del proyecto (ut)	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	2	2
Perturba servicio	no	no	si	si	si

Cuadro 33.1: Alternativas para el proyecto 2.  $ut = 1$  año.

Alternativa $j$	Proyecto $i$			
	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	120	160	1200	2400
3	400	660	2200	4400
4	500	930	3000	6000
5	-	1270	-	-

Cuadro 33.2: Inversión inicial

2. Overhaul parcial: habrá una mejora en la condición de algunos de los componentes y la nivel de comfort será aceptable.
3. Overhaul completo: El nivel de nivel de comfort subirá al menos a 4 para cualquier servicio del edificio.
4. Construir un edificio alternativo en algún sitio cercano
5. Demoler y reconstruir en el mismo sitio; lo que obliga a arreglos temporales para ofrecer los servicios que el edificio entrega.

Las tablas (33.2-33.6) resumen los parámetros para los 4 proyectos junto con sus diferentes alternativas. El presupuesto total es

$$C = 6000 \text{ um}$$

La restricción al presupuesto de mantenimiento anual (33.6) no fue considerada. El nivel de nivel de comfort mínimo es

$$\alpha_{\min} = 0,5$$

y la duración máxima de implementación de un proyecto se fijó en

$$T_d = 2 \text{ ut}$$

La vida mínima de servicio es

$$T_{l\min} = 10 \text{ ut}$$

La tabla 33.7 muestra los resultados cuando

$$\omega_i = \frac{1}{4}, i = 1, \dots, 4$$

Se satisfacen todas las restricciones e incluso queda un remanente de 70 um del presupuesto.

Al cambiar los pesos según tabla 33.8, la solución se mantiene.

Alternativa $j$	Proyecto $i$			
	1	2	3	4
1	0.25	0.25	0.25	0.25
2	0.5	0.5	0.5	0.5
3	1.0	0.75	0.75	0.75
4	1.0	1.0	1.0	1.0
5	-	1.0	-	-

Cuadro 33.3: Nivel de comfort

Alternativa $j$	Proyecto $i$			
	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
3	1	$\frac{1}{2}$	1	1
4	1	2	2	$2\frac{1}{2}$
5	-	2	-	-

Cuadro 33.4: Duración de la implementación. ( $ut = 1$  año).

Alternativa $j$	Proyecto $i$			
	1	2	3	4
1	10	43	90	180
2	10	43	90	180
3	8	29	60	120
4	8	21	53	105
5	-	21	-	-

Cuadro 33.5: Costos de intervención/unidad de tiempo

Alternativa $j$	Proyecto $i$			
	1	2	3	4
1	2	2	2	2
2	20	5	10	10
3	50	20	20	20
4	50	50	50	50
5	-	50	-	-

Cuadro 33.6: Ciclo de vida del proyecto

Proyecto $i$	1	2	3	4
Alternativa $j^*$	3	4	3	2

Cuadro 33.7: Alternativas óptimas

Proyecto $i$	1	2	3	4
$\omega_i$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{14}{20}$

Cuadro 33.8: Criticidad ponderada de cada proyecto

### 33.2.3. Comentarios

Hemos presentado un modelo para ayuda en la toma de decisiones relacionadas con la asignación de recursos limitados y bajo una serie de restricciones. El modelo es estático pues no considera que pueden haber varias unidades de tiempo en las cuales se dispone de presupuesto. Ello será tratado en la proxima sección.

## 33.3. Modelo dinámico

El mantenimiento de una flota de equipos variados requiere un balance eficiente entre los requerimientos operacionales y los presupuestos disponibles. Los presupuestos dependen de la habilidad del servicio para demostrar el conflicto ente ofrecer alta disponibilidad de cada sub-flota y los costos de intervención asociados al servicio. Aquí presentamos un modelo matemático para optimizar el uso de los recursos presupuestarios sobre un horizonte de varias unidades de tiempo en términos del mantenimiento a nivel *overhaul*. El objetivo es maximizar el valor agregado de la flota al poder disuasivo. El modelo asegura que un numero adecuado de cada tipo de equipo esté disponible cuando sea requerido. Se consideran restricciones presupuestarias anuales y posibles incrementos o decrementos por adquisición de nuevos equipos y retiro de otros por ser dados de baja.

### 33.3.1. Formulación del modelo

El objetivo del modelo es maximizar la disponibilidad global ponderada de todos los equipos para un horizonte de análisis de varias unidades de tiempo (años, por ejemplo). Como restricciones aparecen los presupuestos anuales y las disponibilidades mínimas de cada subflota para cada unidad de tiempo. Para lograrlo, se debe decidir sobre cuantos equipos de cada subflota se realizará mantenimiento (*overhaul* y reparaciones de taller central) cada unidad de tiempo. El modelo considera que los recursos para realizar las actividades (talleres, mano de obra) no actúan como restricción activa. Lo anterior se justifica por la presencia de contratistas. Se asume además que si se asignan fondos a un equipo en una unidad de tiempo dada, su proceso de reacondicionamiento tomará solo esa unidad de tiempo.

Para el caso estudiado, se define *disponibilidad operacional* para cada subflota  $i$  y para cada unidad de tiempo  $j$  con el indicador

$$A_{i,j} = \min \left\{ \frac{n_{i,j}^g}{n_{i,j}^w}, 1 \right\} \quad (33.13)$$

donde

$n_{i,j}^w$  representa el numero de equipos requerido de cada subflota para cada unidad de tiempo  $j^1$ ,

$n_{i,j}^g$  representa el numero de equipos tipo  $i$  listos para uso durante el intervalo  $j^2$ .

El indicador (33.13) no representa la disponibilidad a nivel unitario pues un equipo eventualmente puede no estar operativo, pero si reacondicionado; para efectos del taller central está disponible (reparaciones en terreno tienen su propio presupuesto).

El modelo incorpora el análisis cuantitativo el *poder disuasivo* de cada tipo de equipo y así logra ponderar entre diversas clases de equipos, donde cada uno compite por fondos. El modelo asigna un peso igual para todo equipo de un tipo (subflota) dado. En tal caso, retomamos (33.13) para considerar la importancia relativa  $\omega_i$  ( $\omega_i \leq \omega_i \leq 1$ ) de un equipo de la subflota  $i$  sobre el *poder disuasivo*:

$$\begin{aligned} \alpha_{i,j} &= \omega_i A_{i,j} \\ &= \min \left\{ \omega_i \frac{n_{i,j}^g}{n_{i,j}^w}, \omega_i \right\} \end{aligned} \quad (33.14)$$

Consideremos las siguientes variables,

- Los indices

---

<sup>1</sup>war material requirement

<sup>2</sup>ready for issue

- $i = 1, \dots, I$ , tipo de equipo
- $j = 1, \dots, J$ , intervalo (segmento) de tiempo considerado,

■ Datos

- $B_j$ , presupuesto para el intervalo  $j$  (um);
- $C_i$ , costo de intervención unitario para equipos tipo  $i$  (um/equipo/intervalo);
- $n_{i,j}^n$ , numero de equipos tipo  $i$  nuevos para el intervalo  $j$ ;
- $\rho_{i,j}$ , fracción minima de equipos listos para operar de tipo  $i$  para el segmento  $j$  (respecto de  $n_{i,j}^w$ ),

$$0 \leq \rho_{i,j} \leq 1$$

- $n_i^{b_0}$ , valor inicial de equipo tipo  $i$  no operacionales al inicio del intervalo de análisis,
- $n_i^{g_0}$ , numero inicial de equipos tipo  $i$  operacionales al inicio del intervalo de análisis,
- $n_{i,j}^\lambda$ , numero estimado de arribos de equipos tipo  $i$  para ser intervenidos, durante el intervalo  $j$ ;
- $\omega_i$ , criticidad relativa asociada a equipos tipo  $i$ ,
- $n_{i,j}^w$ , requerimiento de equipos tipo  $i$ , para el segmento  $j$ .

■ Variables

- $n_{i,j}^b$ , numero de equipos tipo  $i$  no disponibles al inicio del segmento  $j$ ,
- $n_{i,j}^g$ , numero de equipos tipo  $i$  disponibles al inicio del segmento  $j$ ,
- $n_{i,j}^r$ , numero de equipos tipo  $i$  que reciben recursos para ser intervenidos en el segmento  $j$ ,
- $\alpha_{i,j}$ , poder disuasivo total de la subflota  $i$ , al final del segmento  $j$ ,
- $n_{i,j}^s$ , diferencia entre equipos tipo  $i$  disponibles y requeridos al final del segmento  $j$ .

La función objetivo es

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \alpha_{i,j} \quad (33.15)$$

Sujeto a restricción presupuestaria para cada segmento de tiempo  $j$ ,

$$\sum_{i=1}^I n_{i,j}^r C_i \leq B_j \quad \forall j \quad (33.16)$$

El valor agregado al poder de disuasión de la flota por parte de la subflota  $i$  durante el intervalo  $j$  debe tomar alguno de los dos valores limites (según 33.14), la maximización de (43.2) fuerza la situación:

$$\alpha_{i,j} \leq \omega_i \frac{n_{i,j}^g}{n_{i,j}^w} \quad \forall i, j \quad (33.17)$$

$$\alpha_{i,j} \leq \omega_i \quad \forall i, j \quad (33.18)$$

El numero de equipos de la subflota  $i$  no operativos al inicio del segmento  $j$  es el valor inicial, mas todos aquellos que llegan a la cola durante  $j$ , menos aquellos para los cuales se asignó recursos para overhaul durante  $j$ :

$$n_{i,j}^b = \begin{cases} n_i^{b_0} + n_{i,j}^\lambda - n_{i,j}^r & j = 1 \\ n_{i,j-1}^b + n_{i,j}^\lambda - n_{i,j}^r & j > 1 \end{cases} \quad \forall i \quad (33.19)$$

$i$	$C_i$	$n_i^{b_0}$	$n_i^{g_0}$	$\omega_i$
1	100	0	100	1
2	80	0	100	0,5
3	50	0	100	0,25

Cuadro 33.9: Parámetros para cada sub-flota

$j$	1	2	3
$B_j$	1400	1400	1400

Cuadro 33.10: Presupuestos por periodo

El numero de equipos de la subflota  $i$  operativos al inicio del segmento  $j$  corresponde a su valor en el segmento anterior, mas aquellos que son intervenidos menos los equipos viejos que se agregan a la cola, mas los equipos nuevos que lleguen:

$$n_{i,j}^g = \begin{cases} n_i^{g_0} + n_{i,j}^r - n_{i,j}^\lambda + n_{i,j}^n & j = 1 \\ n_{i,j-1}^g + n_{i,j}^r - n_{i,j}^\lambda + n_{i,j}^n & j > 1 \end{cases} \quad \forall i \quad (33.20)$$

El numero de unidades disponibles en la flota  $i$  y en cada intervalo  $j$  debe superar el porcentaje mínimo admisible para esa flota:

$$n_{i,j}^g \geq \rho_{i,j} n_{i,j}^w \quad \forall i, j \quad (33.21)$$

además, todas las variables  $\geq 0$ ,  $\{n_{i,j}^g, n_{i,j}^b, n_{i,j}^r\}$  enteras.

### 33.3.2. Ejemplo numérico

Los parámetros para el modelo se muestran en tablas (33.9-33.11).

El programa de adquisiciones no tiene prevista la compra de nuevos equipos en el periodo de análisis, luego:

$$\begin{aligned} n_{i,j}^n &= 0 \\ n_{i,j}^\lambda &= 10 \\ n_{i,j}^w &= 100 \end{aligned}$$

para  $i = 1, 2, 3$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Los resultados de la optimización entregan:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \alpha_{i,j} = 4,92$$

para el programa de reparaciones indicado en tabla 33.12. Los presupuestos son 100 % utilizados.

	$j$		
$i$	1	2	3
1	0,9	0,9	0,9
2	0,85	0,85	0,85
3	0,8	0,8	0,8

Cuadro 33.11: *rtgt*: Disponibilidad basal c/r a *wmr*

	$j$		
$i$	1	2	3
1	10	10	5
2	5	5	5
3	0	0	10

Cuadro 33.12: Programa de overhauls por subflota y por periodo (*RPR*)

	$j$		
$i$	1	2	3
1	10	10	5
2	5	5	5
3	0	0	10

Cuadro 33.13: Programa de overhauls por subflota y por periodo con factor de castigo temporal

### 33.3.3. Corrección temporal

Una manera de castigar la postergación de overhauls, es corregir el objetivo (43.2) a

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \alpha_{i,j} \phi_j \quad (33.22)$$

(Goodhart, 1999)[73] propone

$$\phi_j = \gamma^{j-1} \quad (33.23)$$

donde el parámetro  $\gamma$  cumple

$$0 < \gamma \leq 1$$

otra forma posible es

$$\phi_j = e^{-\gamma(j-1)} \quad (33.24)$$

con

$$\gamma \geq 0$$

**Ejemplo 123** Consideremos el ejemplo anterior, pero con el factor de corrección dado por ecuación (33.23) con parámetro  $\gamma = 0,5$ . Los resultados de la optimización entregan:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \gamma^{j-1} \alpha_{i,j} = 2,91$$

para el programa de reparaciones indicado en tabla 33.12. Los presupuestos son 100 % utilizados. Notemos que el programa de reparación obtenido es el mismo que si no se considera factor de castigo temporal.

### 33.3.4. Diferentes escenarios

Si existen  $K$  escenarios posibles, cada uno con probabilidad  $p_k$  y pesos  $\omega_{i,k}$  para los equipos tipo  $i$ , entonces podríamos plantear como objetivo

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K p_k \alpha_{i,j,k} \quad (33.25)$$

con la restricción corregida

$$\alpha_{i,j,k} \leq \omega_{i,k} \frac{n_{i,j}^g}{n_{i,j,k}^w} \quad \forall i, j, k \quad (33.26)$$

$$\alpha_{i,j,k} \leq \omega_{i,k} \quad \forall i, j, k \quad (33.27)$$

lógicamente,

$$\sum_{k=1}^K p_k = 1 \quad (33.28)$$

Además cambian los requerimientos mínimos según sea el escenario; definamos  $\rho_{i,j,k}$  como la fracción mínima de equipos listos para operar de tipo  $i$  para el segmento  $j$  (respecto de  $n_{i,j,k}^w$ ) y para el escenario  $k$ ,

$$0 \leq \rho_{i,j,k} \leq 1$$

### 33.3.5. Endeudamiento

<sup>3</sup>Otra posible extensión considera posibles créditos que permitan disponer de fondos antes de que los presupuestos se hagan disponibles. La tasa de interés aplicada a los créditos es  $\iota$  (en una unidad de tiempo).

Consideremos que al final de cada unidad de tiempo  $j$  se decide tomar un préstamo  $\Delta B_j$  um, que cubre costos incurridos durante esa unidad de tiempo (considerando un pago tardío a los proveedores), y que será pagado en cuotas iguales hasta el final del periodo de análisis, como se muestra en figura (33.1). Si el préstamo es pagado en  $n_j$  cuotas, c/u tiene un monto:

$$\frac{\Delta B_j}{\left( \frac{1 - \left( \frac{1}{1+\iota} \right)^{n_j}}{1 - \left( \frac{1}{1+\iota} \right)} - 1 \right)}$$

con

$$n_j = J - j$$

En este caso la restricción presupuestaria para esa unidad de tiempo es relajada y en vez de considerar (43.3), tomamos

$$\sum_{i=1}^I n_{i,j}^r C_i + \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\Delta B_k}{\left( \frac{1 - \left( \frac{1}{1+\iota} \right)^{J-k}}{1 - \left( \frac{1}{1+\iota} \right)} - 1 \right)} \leq B_j + \Delta B_j \quad \forall j \quad (33.29)$$

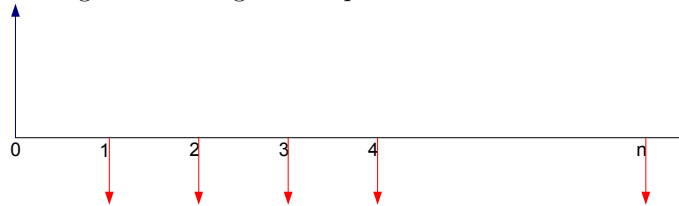
Por supuesto, las nuevas variables de decisión deben cumplir:

$$\Delta B_j \geq 0 \quad \forall j$$

Como el análisis solo se realiza hasta el final del intervalo  $J$ , necesariamente

$$\Delta B_J = 0$$

Figura 33.1: Pago de los prestamos en cuotas constantes



	$j$		
$i$	1	2	3
1	10	10	0
2	10	8	0
3	10	0	0

Cuadro 33.14: Programa de overhauls por subflota y por periodo con factor de castigo temporal

**Observación 152** *Una posible extensión a este modelo es la posibilidad de ahorrar (devengando intereses por ello) en ciertas unidades de tiempo (donde probablemente haya una baja demanda de overhauls) y luego usar esos recursos extras en épocas con carga prevista alta.*

Consideremos el ejemplo anterior (con factor de castigo temporal,  $\gamma = 0,5$ ). La tasa de interés del préstamo es

$$\iota = 0,1$$

Los resultados de la optimización entregan:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \gamma^{j-1} \alpha_{i,j} = 2,99$$

para el programa de reparaciones indicado en tabla 33.14. O sea, el poder disuasivo se aumento en

$$\left( \frac{2,99}{2,91} - 1 \right) 100 = +2,8 \%$$

Las intervenciones solo se realizan durante el primer y segundo periodo. En el tercero no se hacen intervenciones (aun cuando llegan vehículos para ser reacondicionados) y aún así siempre se cumple la disponibilidad mínima. El programa de prestamos al final de cada periodo es

$$\Delta \mathbf{B} = \left\{ \begin{array}{c} 900 \\ 758,57 \\ 0 \end{array} \right\} \text{ um}$$

Notemos además que al final del tercer periodo queda un remanente de presupuesto de 47 um (no alcanza para otra intervención).

La hoja Excel para este ejemplo se puede bajar [aquí](#). El modelo en GAMS se puede bajar [aquí](#).

### 33.3.6. Varios tipos de overhaul

Otra mejora posible al modelo es considerar que el puede sufrir varios tipos de overhaul (y eventuales mejoras tecnológicas -*upgrades*-) que incrementen su poder disuasivo por sobre el poder disuasivo de referencia para cada tipo de armamento. Digamos que cada tipo de equipo tiene  $k = 1 \dots K$  posibles niveles de overhaul. El costo de realizar un overhaul tipo  $k$  a los equipos tipo  $i$  es  $C_{i,k}$ . En caso de realizarlo el poder de disuasión crece un factor  $\beta_{ik}$  con la condición

$$1 \leq \beta_{ik}$$

Inicialmente, consideremos que se ha decidido normalizar el tipo de overhaul que reciba cada subflota  $i$ . Definamos la variable binaria

$$I_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si se realiza overhaul tipo } k \text{ a la subflota } i \\ 0 & - \end{cases}$$

y añadamos la restricción por la cual solo se selecciona un tipo de overhaul para cada subflota:

$$\sum_{k=1}^K I_{ik} = 1 \text{ para } k = 1 \dots K$$

y en este caso el poder disuasivo de la flota sobre  $J$  periodos queda de la forma no lineal (extendiendo 33.22),

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K I_{ik} \alpha_{i,j} \phi_j \quad (33.30)$$

y la restricción de costos queda (a partir de 43.3),

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K I_{ik} n_{i,j}^r C_{ik} \leq B_j \quad \forall j$$

que también es no lineal.

La formulación puede ser linealizada aplicando la estrategia presentada en pagina 548.

### 33.3.7. Minimización de presupuesto

Otra alternativa interesante a analizar es considerar la minimización de fondos presupuestarios pero considerando el cumplimiento de disponibilidades mínimas. En ese caso la función objetivo *poder disuasivo total* (ecuación 43.2) es sustituida por el *costo de intervención total*:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I n_{i,j}^r C_i \quad (33.31)$$

y tomamos también en cuenta que no se debe superar un nivel de presupuesto máximo por periodo.

**Ejemplo 124** *La aplicación al ejemplo presentado resulta en un poder de disuasión:*

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \alpha_{i,j} = 4,86$$

*Lo que representa un ahorro presupuestario de*

$$1 - \frac{1400 + 1400 + 900}{1400 + 1400 + 1400} = 12,0\%$$

*respecto de maximizar el poder disuasivo total. De las 1400 um disponibles en cada año, solo se utilizan:*

$j$	1	2	3
$\sum_{i=1}^I n_{i,j}^r C_i$	1400	1400	900

Cuadro 33.15: Costo de intervención por periodo

*O sea, al disminuir el presupuesto total sobre los 3 periodos en 12 %, el poder disuasivo se reduce en 1.2 %. Notemos además que en este caso solo utilizamos en el problema de optimización las disponibilidades y los presupuestos máximos por periodo. El poder bélico de cada equipo fue solo utilizado como indicador de comparación. Ello es relevante pues tal como está planteado el modelo de (Goodhart, 1999) no se toman en cuenta las sinergías posibles por la disponibilidad de equipos de 2 o más tipos. El modelo en Excel puede ser bajado [aquí](#).*

### 33.3.8. Comentarios

Hemos presentado un modelo de programación lineal determinística que permite asignar recursos presupuestarios limitados al mantenimiento de una flota de equipos compuestas de varias clases (sub-flotas), cuyos valores agregados al poder (disuasivo o de producción) son distintos.

(Goodhart, 1999)[73] reporta que el modelo sirvió para justificar un incremento de 40 % el presupuesto de talleres centrales del cuerpo de infantería de marina de los EEUU en 2000, redujo dramáticamente el

tiempo de preparación del plan estratégico de mantenimiento y aseguró un equilibrio balanceado entre la disponibilidad de diversos equipos para satisfacer las necesidades operacionales. En ese caso se manejaron alrededor de  $I = 350$  subflotas (tipos) de equipos. El horizonte de análisis utilizado fue de  $J = 6$  años.

Otras posibles extensiones son:

- que las adquisiciones sean variables de decisión y en tal caso los presupuestos incluirían los de overhaul más los de adquisiciones (punto de vista de la fuerza en vez de la del 4to escalón de mantenimiento);
- *mutaciones* de equipos de una flota a otra (por ejemplo, unidades repotenciadas o modernizadas);
- tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo;
- considerar posibles sinergías en el poder disuasivo con la combinación de varios sistemas de armas (ver por ejemplo Scarf & Martin, 2001[5]);
- considerar restricciones de capacidad de taller (ver Bargerón, 1995[75]);
- considerar en el problema de adquisición de equipos con un programa de presupuestos mancomunados para overhaul y adquisición, lo que sería más eficiente que resolver ambos problemas por separado. Los equipos adquiridos en el horizonte de análisis podrían venir con un programa de overhauls definido.
- considerar la dependencia entre el número de equipos a ser reacondicionados en una unidad de tiempo depende del número de equipos disponibles en unidades de tiempo anteriores (a mayor disponibilidad, mayor uso) (ver Bargerón, 1995[75]).

Una generalización interesante es que las fuerzas armadas de un país deben al menos igualar el poder disuasivo de sus posibles enemigos; ello permitiría extender este modelo a la planificación estratégica de adquisiciones, overhaul y modernización de sus sistemas de armas.

El modelo también puede ser aplicado a sistemas productivos donde la disponibilidad de los equipos críticos tiene un mayor peso que la de otros.

### 33.4. Lecturas complementarias

(Rajabi et al., 1998)[6] y Santhanam y Kyparisis, 1996)[7] presentan marcos referenciales para modelar inter-dependencias y sinergias entre proyectos. Ello es una extensión natural a los dos modelos vistos en este capítulo.

(Suryadi y Papageorgiou, 2004)[9] presentan un modelo de programación dinámica para la asignación de cuadrillas de mantenimiento en plantas de proceso. El modelo considera la interacción entre las necesidades de producción y el mantenimiento planificado. El artículo incluye ejemplos numéricos resueltos en ambiente GAMS/CPLEX.



# Bibliografía

- [1] Goodhart, C.A., *Depot-Level Maintenance Planning for Marine Corps Ground Equipment*, Military Operations Research, 4, 3, 77-89, 1999. [\[bajar\]](#)
- [2] Loerch, A.G., *Incorporating Learning Curve Costs in Acquisition Strategy Optimization*, Naval Research Logistics, 46, 256-271, 1999. [\[bajar\]](#)
- [3] Shohet, I.M., Perelstein, E., *Decision support model for the allocation of resources in rehabilitation projects*, Journal of Construction Engineering and Management-ASCE, 130(2), 249-257, 2004. [\[bajar\]](#)
- [4] Bargerion, J., *Optimal depot level maintenance planning*, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, 1995. [\[bajar\]](#)
- [5] Scarf, P.A., Martin, H., *A framework for maintenance and replacement of a network structured system*, Int. J. Production Economics, 69, 287-296, 2001. [\[bajar\]](#)
- [6] Rajabi, S., Kilgour, D.M., Hipel, K.W., *Modeling action-interdependence in multiple criteria decision making*, European Journal of Operational Research 110, 490-508, 1998. [\[bajar\]](#)
- [7] Santhanam, R., Kyparisis, G.J., *A decision model for interdependent information system project selection*, European Journal of Operational Research, 89, 380-399, 1996. [\[bajar\]](#)
- [8] A.G. Loerch, R.R. Koury, D.T. Maxwell, *Value added analysis for army equipment modernization*, Naval Research Logistics, 46(3), 233 - 253, 1999. [\[bajar\]](#)
- [9] Suryadi, H., Papageorgiou, L.G., *Optimal maintenance planning and crew allocation for multipurpose batch plants*, International Journal of Production Research 42(2), 355 - 377, 2004. [\[bajar\]](#)



## Parte IV

# Planificación y gestión estratégica



## Capítulo 34

# Planificación de tareas

### 34.1. Introducción

La planificación es un problema siempre presente para el servicio de mantenimiento. Una técnica muy útil es el PERT (Program Evaluation and Review Technique), desarrollada en Estados Unidos en los años 50 para el desarrollo del proyecto del submarino nuclear POLARIS. En ese proyecto se manejaron más de 3000 contratistas y proveedores. Se estimó que el uso del PERT acortó en 2 años el proyecto.

La técnica considera 3 partes:

- planificación de tiempos
- planificación de cargas
- planificación de costos

### 34.2. Planificación de tiempos

En primer lugar definimos la red PERT, que está constituida de los siguientes elementos:

#### 34.2.1. Tareas

Corresponde a la lista de acciones necesarias para completar una operación, realizadas en un cierto orden. Las tareas usualmente se designan con letras.

#### 34.2.2. Tareas predecesoras

Corresponde a las tareas a realizar antes

#### 34.2.3. Etapas

Corresponde al fin de una tarea y el comienzo de otra(s).

**Ejemplo 125** Según figura 34.1, la etapa 2 se cumple al finalizar la tarea B y el comienzo de las tareas C y D.

**Ejemplo 126** Según figura 34.2, la tarea ficticia C, no toma tiempo, y une la etapa 3 a la etapa 4; la etapa 3 debe ser alcanzada antes de la etapa 4.

La figura 34.3 representa la red Pert de la lista de tareas de tabla 34.1. Las tareas a realizar primero son aquellas que no tienen predecesoras, en este caso B y D (etapa 0); cuando son completadas, se encuentra que hay otras tareas que ya no tienen antecedentes y pueden ser comenzadas, y así hasta que todas las tareas han sido completadas.

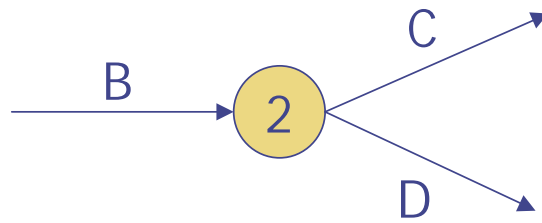


Figura 34.1: Ejemplo de red Pert

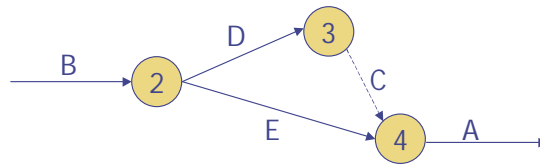


Figura 34.2: Ejemplo de red Pert

Tarea	Predecesoras
A	B, D, E
B	-
C	E
D	-
E	F
F	B

Cuadro 34.1: Ejemplo Pert

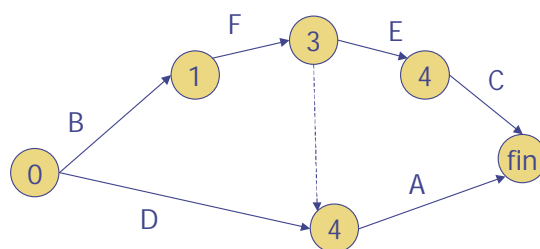


Figura 34.3: Ejemplo de red Pert

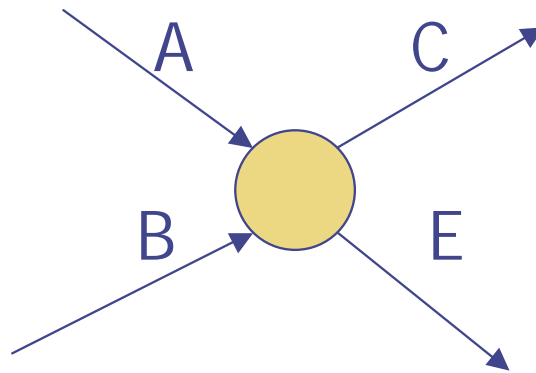


Figura 34.4: Red incorrecta

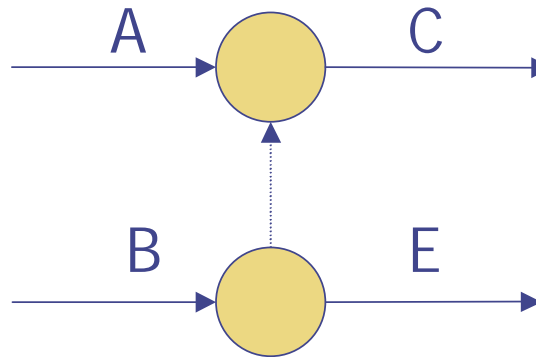


Figura 34.5: Red correcta

**Ejemplo 127** Se tiene un proyecto donde,

1. la actividad C puede empezar inmediatamente después de que se hayan completado A y B,
2. La actividad E puede empezar inmediatamente después de haber completado solo B.

La figura 34.4 muestra una representación incorrecta de la red pues la regla 2 es violada. E requeriría que A y B sean completadas para empezar. La forma correcta se muestra en figura .

#### 34.2.4. Matriz de predecesoras

El ejemplo anterior es deliberadamente sencillo. Para casos reales (desarrollados manualmente) se usa la matriz de tareas predecesoras.

Se trata de una matriz cuadrada cuyas filas y columnas están tituladas con los identificadores de las tareas; si la tarea  $j$  debe ser completada antes de comenzar la tarea  $i$ , la celda  $(i, j)$  de la matriz toma un valor unitario.

**Ejemplo 128** Para ilustrar el uso, tómense los datos de tabla 34.2. La matriz se muestra en la figura 34.4. Gracias a ella se facilita el dibujo de la red Pert (figura 34.6).

Tarea	Anteriores	Tiempo (dias)
A	J	2
B	I,G,H	4
C	H	1
D	C,E,H	2
E	A,F	5
F	H	3
G	J	1
H	-	2
I	A,F,H	4
J	-	2

Cuadro 34.2: Lista de tareas

	Primero	hacer	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Total
Para	hacer	A										1	1
	B								1		1	1	2
	C									1			1
	D				1		1			1			3
	E		1					1					2
	F									1			1
	G											1	1
	H												0
	I		1					1		1			3
	J												0

Cuadro 34.3: Matriz de tareas precedentes

Primero	hacer⇒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Σ	1	2	3	4
Para	A										1	1	0	A		
hacer	B							1		1	1	2	2	1	0	B
	C								1			1	0	C		
	D			1		1			1			3	2	1	0	D
	E	1					1					2	2	0	E	
	F								1			1	0	F		
	G										1	1	0	G		
	H											0	H			
	I	1					1		1			3	2	0	I	
	J											0	J			

Cuadro 34.4: Matriz de anterioridad

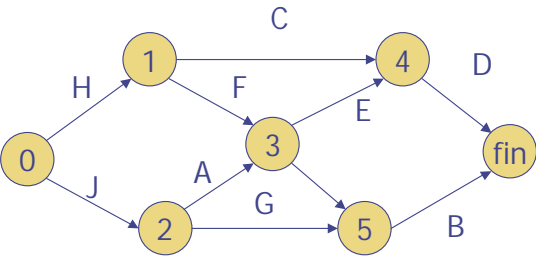


Figura 34.6: Red Pert

Tarea	Predecesora	Duración	Personal requerido
A	-	2	2
B	A	1	1
C	-	1	1
D	A,B	2	2
E	F	2	3
F	C,B	2	1

Cuadro 34.5: Lista de tareas

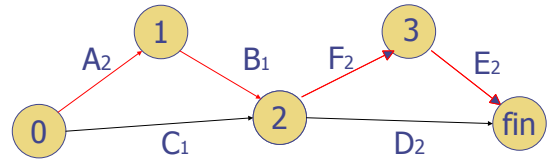


Figura 34.7: Diagrama Pert

### 34.2.5. Camino crítico

Es el camino de mayor duración a través de la red y que impone la restricción más severa: cualquier demora en las tareas incluidas en el camino critico demorará el termino del proyecto. En el ejemplo 128, el camino crítico es  $H \Rightarrow F \Rightarrow I \Rightarrow B$ , con un tiempo de 13 días; este es el tiempo mínimo para completar el proyecto.

Conociendo el camino crítico podemos saber cuando es lo más pronto y lo más tarde que una etapa debe comenzar para terminar el proyecto en tiempo mínimo. Obviamente, para las etapas envueltas en el camino critico estos dos instantes son iguales. La diferencia entre ambos tiempos es la holgura para realizar el trabajo una vez que la etapa está lista para empezar.

## 34.3. Planificación de cargas

El método Pert permite determinar también la mano de obra necesaria para cada etapa; ello la convierte en una herramienta invaluable en la planificación de la mantención. El uso del método Pert ayuda a decidir el orden en que las tareas deben ser realizadas.

Tómese el ejemplo de tabla 34.5. La carta Gantt se muestra en gráfico 34.8 y las cargas vs el tiempo en figura 34.9. En el instante 3, la carga es máxima y se requiere de 6 personas, dado que en  $t = 3$  se ejecutan las tareas E (crítica), F (sin holgura) y C (con holgura), conviene realizar C en  $t = 1$  o  $t = 2$  y con ello reducir el personal necesario para el proyecto a 5 personas.

### 34.3.1. Aspectos probabilísticos

Una preocupación principal de todo jefe de proyecto es respetar el programa. Sin embargo, siempre existen imponderables que implican que la duración de las tareas sea aleatoria. Dado que el numero de variables que pueden afectar a un proyecto es usualmente grande, es razonable asumir distribuciones

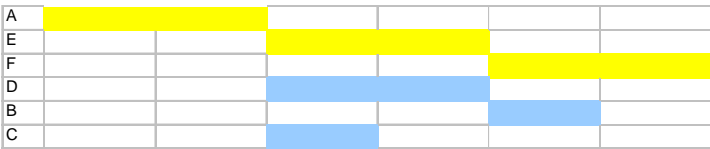


Figura 34.8: Carta Gantt

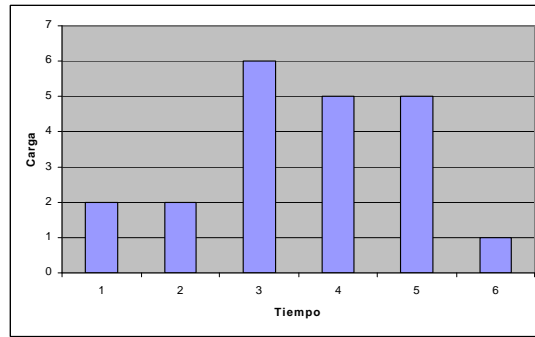


Figura 34.9: Distribución de cargas en el tiempo

normales para la duración de las tareas. Requerimos entonces de estimación para la duración media  $\bar{T}$  y la desviación standard  $\sigma$ . Para simplificar el análisis, para cada tarea podemos estimar:

1. un tiempo optimista  $T_o$
2. un tiempo realista  $T_r$
3. un tiempo pesimista  $T_p$

y gracias a una regla propuesta por Bata se puede estimar que:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \frac{T_o + 4T_r + T_p}{6} \\ \sigma &= \frac{T_p - T_o}{6}\end{aligned}\tag{34.1}$$

Las tareas que determinan el tiempo para completar el proyecto son aquellas que están en la ruta crítica. Si los parámetros para dichas tareas se denotan  $\bar{T}_i$ ,  $\sigma_i$  entonces, para el proyecto:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \sum \bar{T}_i \\ \sigma^2 &= \sum \sigma_i^2\end{aligned}$$

Conociendo estos valores y consultando la tabla de la distribución normal se puede estimar la probabilidad de que el proyecto no demore mas de cierto tiempo, con una cierta probabilidad.

**Ejemplo 129** En la red Pert de figura 34.10, se han anotado los tiempo optimistas, realista y pesimistas para cada tarea. Se desea calcular el tiempo esperado y la desviación standard. Según el calculo de la tabla 34.6, la ruta crítica es B-C-E con duración esperada y varianza:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= 4,33 + 4,50 + 3,00 = 11,83 \\ \sigma^2 &= 1,00 + 0,694 + 0,444 = 2,138 \\ \sigma &= 1,462\end{aligned}$$

La probabilidad de que el proyecto termine en 13 días se calcula:

$$Z = \frac{13 - 11,83}{1,462} = 0,800$$

Consultado la tabla de distribución normal, la probabilidad es 0,788.

**Observación 153** Según lo anterior, no es apropiado establecer fechas de terminación concretas de un proyecto. Deben proponerse diferentes fechas c/u con una cierta probabilidad de cumplimiento. Desde el punto de vista administrativo es mucho mejor reconocer la falta de certeza de las fechas de terminación que forzar el problema a una cierta duración específica.

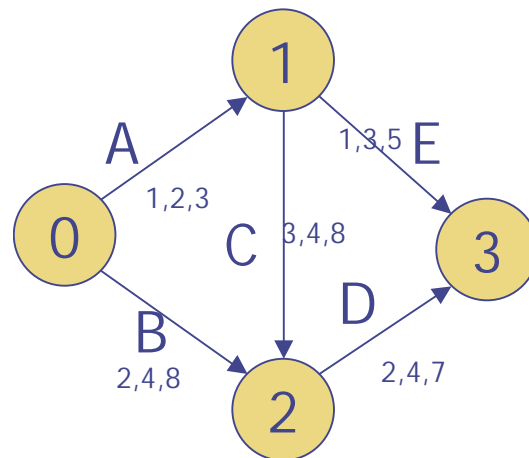


Figura 34.10: Red Pert

Actividad	$T_e$	$\sigma^2$
A	4.33	1.00
B	4.50	0.694
C	2.00	0.111
D	4.17	0.694
E	3.00	0.444

Cuadro 34.6: Tiempos esperados

### 34.4. Planificación de costos

Este método también se conoce como *CPM* (Critical Path Method). Es usual que al reducir el tiempo para completar un proyecto existan beneficios (por ejemplo, mayor producción), cuyo valor puede ser estimado.

Para decidir que acciones tomar, es necesario estudiar la relación entre reducir la duración del proyecto y los beneficios que ello pueda ocasionar. Para reducir el tiempo hay dos extremos:

- programa *crash*: reducir el tiempo al mínimo posible, lo que incrementa los costos de intervención
- programa *normal*: estimar costos con duraciones nominales para las tareas, a un costo normal.

El gradiente de costos de cada tarea puede ser aproximado por:

$$\frac{\text{costo crash-costo normal}}{\text{tiempo normal-tiempo mínimo}}$$

Las medidas a realizar es reducir el tiempo de las tareas ubicadas en la ruta crítica, entre estas, empezar con aquellas que tienen el menor gradiente de costos (las menos *sensibles* al tiempo). Sin embargo, es posible que la ruta crítica **cambie** sus tareas componentes y es necesario hacer un reanálisis. Podríamos evaluar entonces la probabilidad de que cierta actividad caiga en la ruta crítica (ver ref. ??). Todas las posibilidades pueden ser evaluadas como un problema de optimización de programación lineal.

**Ejemplo 130** En la tabla 34.7 se muestran tiempos y costos normales y límites para el proyecto mostrado en figura 34.11. Calcule costo y duración normal, y la forma más económica de reducir el tiempo en un día.

Actividad	Tiempo normal	Costo normal	Tiempo limite	Costo limite
A	3	40	1	80
B	2	50	1	120
C	6	100	4	140
E	4	80	2	130
D	3	60	1	140

Cuadro 34.7: Analisis de costos

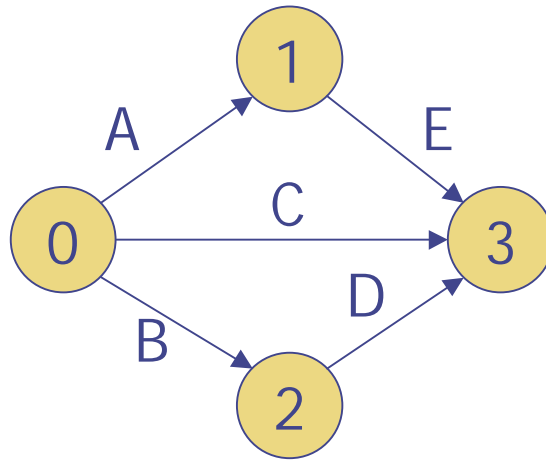


Figura 34.11: Red Pert

Según los datos, el tiempo normal es de 7 días y el costo de 330. Para reducir el proyecto a 6 días se puede acortar alternativamente las tareas A o E. Acortar la tarea A en un día cuesta

$$\frac{80 - 40}{2} = 20$$

y

$$\frac{130 - 80}{2} = 25$$

para la tarea E. Por lo tanto es mas barato acortar la tarea A.

**Ejemplo 131** <sup>1</sup>Una parada de planta consta de las tareas indicadas en tabla D.2.

1. a) Dibuje la red PERT
- b) Describa la ruta crítica
- c) Calcule el tiempo esperado y la varianza de cada actividad
- d) Calcule el tiempo de terminación esperado y la varianza esperada para todo el proyecto
- e) ¿Cual es la probabilidad de terminar en 10 días?

**Solución 16** ejercicio (131).

1. a) la red Pert se muestra en figura ??.
- b) La ruta crítica es A-D-G.
- c) Usando (34.1),

---

<sup>1</sup>control 2 me57a , semestre II-2001

Actividad	$T_e$	$\sigma^2$
A	$\frac{1+4+3+5}{6} = 3,00$	$\frac{5-1}{6} = 0,66$
B	$\frac{1+4+2+3}{6} = 2,00$	$\frac{3-1}{6} = ,33$
C	$\frac{2+4+3+4}{6} = 2,66$	$\frac{4-2}{6} = ,33$
D	$\frac{3+4+4+6}{6} = 4,16$	$\frac{6-3}{6} = ,50$
E	$\frac{2+4+3+7}{6} = 3,50$	$\frac{7-2}{6} = 0,83$
F	$\frac{1+4+3+4}{6} = 2,83$	$\frac{4-1}{6} = ,50$
G	$\frac{2+4+4+6}{6} = 4,00$	$\frac{6-2}{6} = 0,66$

Cuadro 34.8: Tiempos esperados

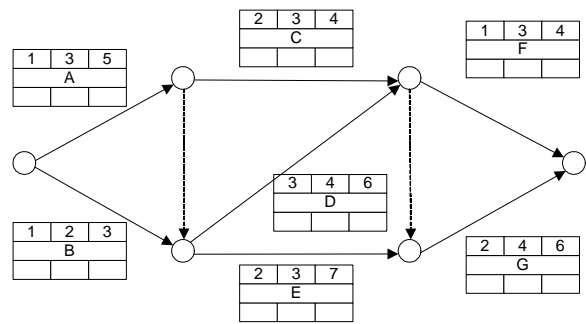


Figura 34.12: Diagrama Pert

- d) El tiempo esperado es  $3,00 + 4,16 + 4,00 = 11,16$  horas, la varianza  $\sigma^2 = 0,66^2 + ,50^2 + 0,66^2 = 1,12$ ,  $\sigma = 1,05$  horas.
- e) Asumiendo distribución normal,

$$\begin{aligned} \Phi\left(\frac{10 - 11,16}{1,05}\right) &= \Phi(-1,1) \\ &= 1 - \Phi(1,1) \\ &= 1 - 0,86 \\ &= 0,14 \end{aligned}$$

luego la probabilidad es de 14 %.

**Ejemplo 132** Una parada sigue los datos de tabla C.1.

- Encuentre la ruta crítica y el tiempo de terminación del proyecto.
- Holgura de la tarea D.

Actividad	Predecesoras	Tiempo (días)		
		optimista	esperado	pesimista
A	-	1	3	5
B	-	1	2	3
C	A	2	3	4
D	A,B	3	4	6
E	A,B	2	3	7
F	C,D	1	3	4
G	C,D,E	2	4	6

Cuadro 34.9: Tareas de la parada

Actividad	Anteriores	Duración normal (días)	Costo extra por día de apuro (K\$)
A	-	2	50
B	-	3	30
C	A	3	30
D	A	4	40
E	B,C	3	20
F	D,E	3	20
G	B,C	5	50

Cuadro 34.10: Programa de parada

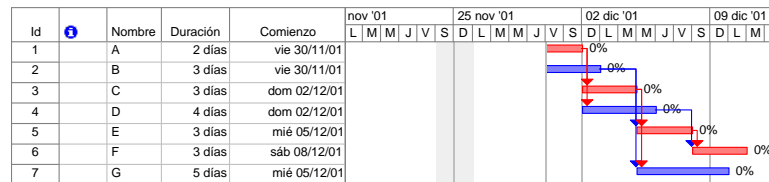


Figura 34.13: Carta Gantt con ruta crítica

3. ¿Que debe hacerse si se desea reducir la parada en un día?, ¿Cuanto costará?
1. Según la carta Gantt de figura 34.13, la ruta critica es A-C-E-F. La duración normal del proyecto es  $2 + 3 + 3 + 3 = 11$  días.
2. Como se ve en carta Gantt, la tarea D tiene una holgura de 5 días pues se puede realizar de modo que su termino coincida con el del proyecto.
3. Al acortar separadamente las tareas A-C-E-F en un día se nota que la ruta critica no cambia. Se debe seleccionar la que aumente el costo total lo menos posible. Tanto E como F implican aumentar el costo en 20 K\$. Sin embargo, al apurar E en un día, G se vuelve crítica, lo que aumenta el riesgo de no terminar en tiempo estimado. Por ello es mejor acortar F.

**Ejercicio 21** Una parada mayor de planta considera la lista de tareas mostradas en tabla 34.11.

1. Dibuje el diagrama PERT
2. Tiempo y costo normal del proyecto
3. Identifique la ruta crítica
4. ¿Cuanto costaría apresurar el proyecto en 2 días?
5. ¿Cual es el tiempo mínimo para la terminación del proyecto?

**Ejemplo 133 Ejercicio 22** <sup>2</sup>Un overhaul incluye las actividades mostradas en tabla 44.7.

<sup>2</sup>control 3, 2003-I.

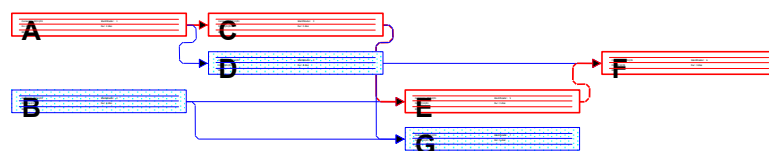


Figura 34.14: Red Pert

Actividad	Predecesora	Sucesora	Tiempo normal	Costo normal	Tiempo apresurado	Costo apresurado
a		d,e	4	10	2	15
b		g	8	8	2	14
c		f	2	4	1	6
d	a	g	3	8	2	12
e	a		5	8	3	14
f	c		5	6	1	10
g	b,d		6	12	2	16

Cuadro 34.11: Lista de tareas del overhaul

Actividad	Tareas precedentes	costo de expedición/día
A	-	5
B	-	no se puede
C	A	3
D	A	4
E	A,B,C	2
F	D,E	2
G	B,C	5

Cuadro 34.12: Datos del problema

1. a) Encuentre la ruta crítica y el tiempo de terminación esperado del proyecto
- b) ¿Cual es la holgura de la actividad D?
- c) Suponga que la terminación del proyecto debe reducirse en un día. ¿Que debe hacerse y cuanto costará?

### 34.5. Comentarios finales

La optimización de la gestión del mantenimiento pasa necesariamente por el buen uso de los recursos disponibles. El rol de la función planificacion/programacion es planificar los recursos (mano de obra, materiales, herramientas, repuestos) necesarios para realizar las intervenciones de mantenimiento. El factor que mas afecta el uso de los recursos es la carga de tareas. La carga está compuesta de una parte programada y de una parte no programada (correctiva, de emergencia). La primera es determinística mientras que la segunda es estocástica, por lo que se dificulta el proceso de programación. el uso combinado de la técnica PERT y los diagramas Gantt permite visualizar la carga en el tiempo y ajustar los programas en consecuencia.

### 34.6. A explorar

(Duffuaa y Al-Sultan, 1997)[8] presentan un modelo matemático para la programación de cargas programadas y no programadas. El modelo es ilustrado con un ejemplo numérico.



# Bibliografía

- [1] Lyonnet, P., *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [\[bajar\]](#).
- [2] Taha, H., *Investigación de Operaciones, una introducción*, 6ta ed., Prentice Hall, 1998.
- [3] Schroeder, R.G., *Administracion de Operaciones*. McGraw-Hill, 3era ed., 1989.
- [4] Basnet, C., Ellison, P., *A manpower planning decision support system for MQM Meat Services*, Computers and Electronics in Agriculture, 21, 181–194, 1998. [\[bajar\]](#).
- [5] Fwa, T.F., Chan, T., Hoque, K.Z., *Multiobjective Optimization for Pavement Maintenance Programming*, J. Transp. Engrg., 126(5), 367-374, 2000.
- [6] Hassanein, A., Moselhi, O., *Planning and scheduling highway construction*, Journal of Construction Engineering and Management-ASCE, 130(5), 638-646, 2004. [\[bajar\]](#)
- [7] E. J. Yellig G. T. Mackulak, *Robust deterministic scheduling in stochastic environments: the method of capacity hedge points*, International Journal of Production Research 35(2), 369–379, 1997.
- [8] S.O. Duffuaa, K.S. Al-Sultan, *Mathematical programming approaches for the management of maintenance planning and scheduling*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 3(3), 163-176, 1997. [\[bajar\]](#)



## Capítulo 35

# Indicadores de gestión

Knowledge is power  
*Francis Bacon*

A mon avis, vous ne pouvez pas dire  
que vous avez vu quelque chose fond  
si vous n'en avez pas pris une photographie.  
*Emile Zola*

### 35.1. Indicadores adecuados

Un ejemplo que gráfica la importancia de la selección adecuada de indicadores en la toma de decisiones de mantenimiento se presenta en (Crowther y Whiddington, 1963)[65].

Durante la segunda guerra mundial, la fuerza aérea británica tomó como indicador de performance la *utilidad* de la flota,  $S$ , definida como la razón entre la suma de aeronaves en vuelo ( $n_f$ ) más aquellas disponibles para volar ( $n_a$ ), y el total de aeronaves en la flota:

$$S = \frac{n_f + n_a}{n_f + n_a + n_m}$$

donde  $n_m$  es el numero de aeronaves en mantenimiento, Se fijo como valor mínimo,

$$S \geq S_{\min} = 0,75$$

Un estudio reveló que por cada unidad de tiempo de vuelo, los aviones pasaban dos en mantenimiento, luego:

$$\kappa = \frac{n_m}{n_f} = 2$$

y

$$S = \frac{\frac{n_f}{n_a} + 1}{(\kappa + 1)\frac{n_f}{n_a} + 1}$$

y si consideramos la restricción, tenemos que

$$\frac{n_f}{n_a} \geq \frac{S_{\min} - 1}{1 - S_{\min}(\kappa + 1)}$$

luego, al cumplir esta *utilidad*, la disponibilidad esperada de aviones en misión es:

$$\begin{aligned} A_f &= \frac{n_f}{n_f + n_a + n_m} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1 - S_{\min}(\kappa + 1)}{S_{\min} - 1} + \kappa} \end{aligned}$$

La figura (35.1) muestra los resultados para 3 valores de  $\kappa$ . Observamos que al hacer crecer la *utilidad*, las horas de misión disminuyen(!). El efecto positivo de acortar los tiempos de reparación también son significativos.

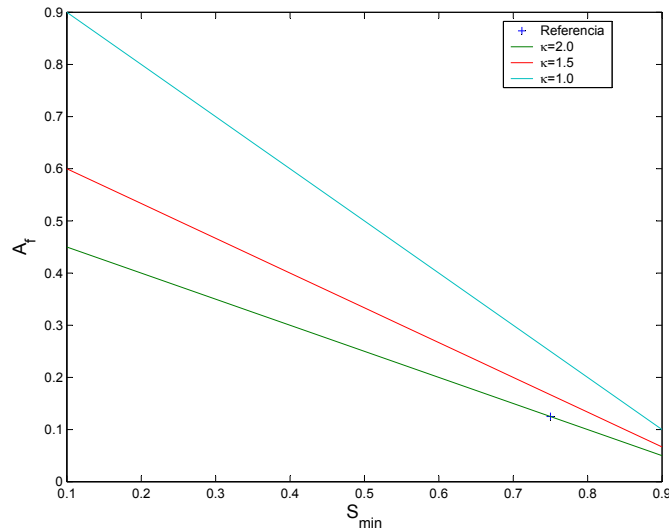


Figura 35.1: *utilidad* y fracción de aviones en misión

## 35.2. Resumen

<sup>1</sup> Performance measures should be linked to an organization's strategy in order to provide useful information for making effective decisions and shaping desirable employee behaviour. The pitfalls relating to the indiscriminate use of common maintenance performance indicators are discussed in this paper. It also reviews four approaches to maintenance performance measures. The value-based performance measure evaluates the impact of maintenance activities on the future value of the organization. The Balanced Scorecard (BSC) provides a framework for translating strategy into operational measures that collectively capture the critical requirements for sustaining the organization's success. System audits are the tool for measuring organizational culture, which in turn determines the appropriate approach to the organization of maintenance functions. The operational efficiency of an organization's maintenance function can be benchmarked with those of its counterparts in other organizations by using Data Envelopment Analysis (DEA). Among these approaches, the one which builds on the BSC embraces the design principles of a good performance measurement system. To smooth the adoption of the BSC approach to managing maintenance operations, a related research agenda is proposed in the concluding section. Copyright MCB UP Limited (MCB) 1999

## 35.3. Introduction

Maintenance spending accounts for a significant part of the operating budget in organizations with heavy investments in plant, machinery and equipment (Cross, 1988; Dekker, 1996). Tracking the performance of maintenance operations should be a key management issue in these organizations. This paper examines the various approaches to measuring maintenance performance with a view to identifying an appropriate methodology that embraces the design principles of a good performance measurement system.

<sup>1</sup>Albert H.C. Tsang, Andrew K.S. Jardine, Harvey Kolodny, *Measuring maintenance performance: a holistic approach*, International Journal of Operations & Production Management, 19(7), 691-715, 1999

The first part of this paper defines the maintenance function. It is followed by a review of the theory and practice of measuring organizational performance in general and maintenance performance in particular. The pitfalls of utilizing the commonly used maintenance performance indicators are also examined. In the subsequent section, various approaches to establishing maintenance performance measures that would lead to effective decisions in today's turbulent and highly competitive environment are discussed. These approaches include the use of a single measure, multiple measures and system audits for performance evaluation. Also presented is a method for comparing the operational efficiencies of multiple maintenance organizations. In the concluding section, recommendations for a research agenda are made for applying a holistic approach to maintenance performance measurement.

### 35.3.1. The maintenance function

Before something can be measured, it must be defined. The traditional perception of maintenance's role is to fix broken items. Taking such a narrow view, maintenance activities will be confined to the reactive tasks of repair actions or item replacement. Thus, this approach is known as reactive maintenance, breakdown maintenance, or corrective maintenance. A more recent view of maintenance is defined by Geraerds (1985) as: "All activities aimed at keeping an item in, or restoring it to, the physical state considered necessary for the fulfilment of its production function". According to this definition, maintenance also includes the proactive tasks such as routine servicing, periodic inspection, preventive replacement, and condition-monitoring. When the strategic dimension is taken into account, making decisions that will shape the future maintenance requirements of the organization should also fall into the domain of maintenance operations. Equipment replacement decisions and design modifications to enhance equipment reliability and maintainability are examples of these activities. The Maintenance Engineering Society of Australia (MESA) recognizes this broader perspective of maintenance and defines the function as: "The engineering decisions and associated actions necessary and sufficient for the optimization of specified capability". "Capability" in this definition is the ability to perform a specific function within a range of performance levels that may relate to capacity, rate, quality and responsiveness. The scope of maintenance management, therefore, should cover every stage in the life cycle of technical systems (plant, machinery, equipment and facilities): specification, acquisition, planning, operation, performance evaluation, improvement, replacement and disposal (Murray et al., 1996). When perceived in this wider context, the maintenance function is also known as physical asset management.

The EUT-maintenance model developed at Eindhoven University of Technology, The Netherlands (Geraerds, 1990) provides a conceptualisation of the processes involved in the maintenance function. Its main focus is on meeting the maintenance needs of technical systems already in place. This is achieved by utilising internal maintenance capacity and external services, with the support of spare parts inventory management and performance measurement. There are two cycles of management processes embedded in the maintenance function. The first cycle consists of the managerial processes of formulating maintenance policies, establishing objectives, planning, auditing, and measuring performance that apply to the entire function. The issues addressed in the planning process include organizational structure, manpower, resource allocation, action plans, etc. The second cycle is concerned with technical planning and operation of maintenance activities for individual technical systems. These involve the selection of maintenance regimes (reactive, preventive, condition-based, TPM, etc.), planning and optimization of maintenance decisions, scheduling and execution of work. The cycle is closed by providing feedback through capturing and analysis of performance data (see Figure ??) (Coetzee, 1997).

### 35.3.2. The theory of performance measurement

Neely et al. (1995) provide a comprehensive literature review of performance measurement that addresses two distinct aspects, namely levels and concepts. They examine performance measurement at three different levels:

- (1) the individual performance measures;
- (2) the performance measurement system (PMS); and
- (3) the relationship between the PMS and its environment.

Three of the key concepts identified in the review are highlighted below:

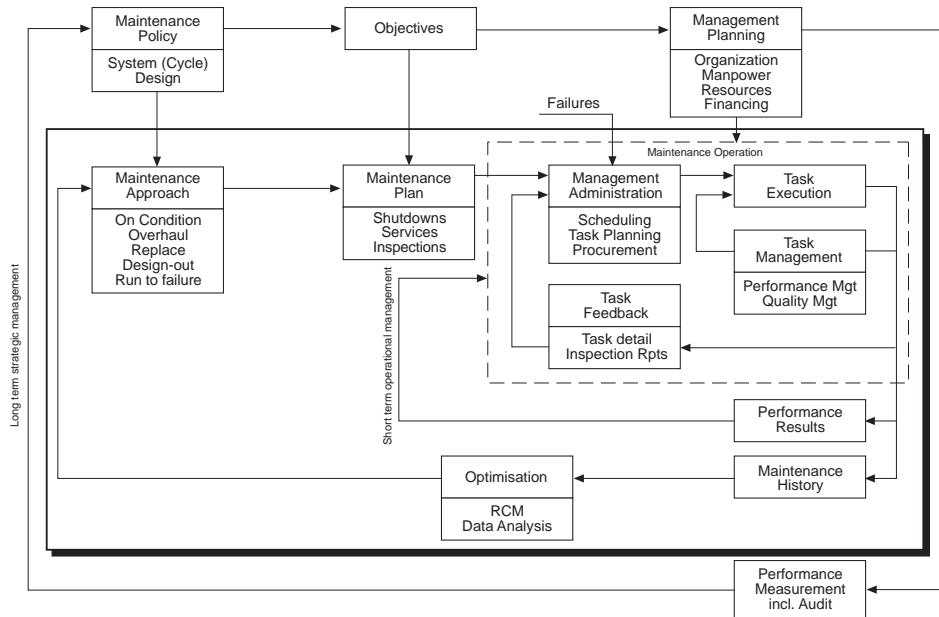


Figura 35.2: The general maintenance model

- (1) Performance measures can be classified in a number of ways according to their perspective, namely financial and non-financial measures, outcome measures and performance drivers, internal and external measures. Another classification, suggested subsequently by Kaplan and Norton (1996b), is linked to the level of focus of the measures: diagnostic measures are used to monitor and control day-to-day operations and strategic measures, on the other hand, are selected to inform the stakeholders of the organization's strategic intent and the progress that has been made in achieving it.

- (2) Performance measures need to be positioned in a strategic context, as they influence what people do. Peters and Waterman (1982) explain this succinctly - "What gets measured gets done". The pattern of decisions and action within an organization defines the strategy in practice. Thus, performance measurement should not be considered purely as a means to provide information for management control and decision making; it can also serve as a powerful motivational tool driving decisions and action that are consistent with the espoused strategy.

- (3) The PMS does not exist in isolation. The effectiveness of the PMS in shaping behaviour depends on the support of a matching organizational infrastructure relating to issues such as resource allocation, work structuring, management information, reward and recognition in addition to technical or operational activities such as maintenance operations. For example, there is a need to link performance measurement to reward systems because, as Hammer and Stanton (1995) state, "The way to people's hearts and minds is not through their ears but through their wallets". Therefore, work in the organization should be structured to achieve joint optimization of the social and technical subsystems, or at least a good fit between them, and there is choice in developing such organizational designs (Gerwin and Kolodny, 1992). The organization in which the PMS is embedded must also be understood as an open system that is in continuous interaction with its environment. When that environment is turbulent, organization designs must repeatedly change to best adapt to the uncertainty of the environment. This perspective is referred to as a Sociotechnical Systems (STS) approach.

If performance measures are to trigger effective beneficial change, they have to fulfil two conditions. First, they should relate to what is controllable by the unit to be evaluated. Second, favourable results on these measures will contribute to specific business success factors. The level of analysis (for instance, organization versus the maintenance department), and the agreed sphere of influence of the function being measured, will significantly influence the measures used. If average equipment life is used as a measure of performance, maintenance must have an input in equipment purchase decisions. When the lost time for repair is monitored, the organization being measured should have jurisdiction over staffing decisions

and stocking of spare parts (Dwight, 1994).

The widely used performance measures were developed on the premises of the scientific management movement pioneered by Frederick Taylor about a century ago, a period when demand far exceeded supply, the operating environment was very stable, and labour intensive operations were the norm. The conventional wisdom of management which evolved from such a background is characterised by a pre-occupation with maximizing the utilization of resources. Thus, in assessing maintenance performance, various efficiency indicators (equipment availability and labour utilization, etc.) and financial measures (such as repair and preventive maintenance costs) are routinely tracked.

Assessments in terms of financial measures are typically performed through variance analysis, which breaks a variance down into its constituent parts such as price variance and usage variance to determine the causes of the discrepancy. It has been shown that variance analysis is dysfunctional to global optimization because it focuses on minimization of within-department costs (Kaplan, 1990). Here is a likely scenario in an industrial organization:

- The maintenance unit is reluctant to introduce condition based maintenance even though it will prevent unplanned outages due to machine breakdowns, a major benefit manifested in the Production Department. The resistance exists because when compared to the "do nothing" option embodied in the standard cost, it will give rise to unfavourable usage variance in the cost of planned maintenance, an indicator commonly used to measure maintenance performance.

Furthermore, the notion of comparing the actual cost to a "static" standard cost in variance analysis is incompatible with the philosophy of continuous improvement. Trends as well as deviations from the "standard" should be tracked to motivate favourable change as an ongoing process. If a "standard" is to be established, it should be based on the best-in-class benchmark instead of the organization's historical performance level.

Apart from the above problems relating to variance analysis, Kaplan (1989) also points out that the "numbers" produced by traditional management accounting systems are:

- too aggregate to provide relevant information for operational control;
- available too late for corrective action to be taken; and
- too distorted by the standard overhead absorption method.

Equipment maintenance is a key process in industries such as transportation, utilities, mining, and manufacturing. It represents a significant component of the operating cost in these industries. Much of these expenses are consumed by non-value adding management control or logistics related activities. Through the application of business process reengineering (BPR) pioneered by Hammer and Champy (1993), maintenance processes can be streamlined to eliminate waste and produce breakthrough performance in areas valued by customers. Activity-based costing (Kaplan, 1988), being an effective tool for capturing all the end-to-end expenses associated with a process, will provide the financial measures for determining the outcome of such changes.

Various aspects of performance measurement have been extensively discussed in the literature. Atkinson et al. (1997) identify that there are three roles in performance measurement, namely coordinating, monitoring, and diagnostic. Poirier and Tokarz (1996), Neely et al. (1997) offer suggestions on the design of good performance measures. Cameron (1986), Keegan et al. (1989), Maskell (1991), Bevan and Thompson (1991), Lockamy and Cox (1995), Kaplan and Norton (1996b) provide their sets of guidelines for design of performance measurement systems that would lead to excellent performance in today's highly turbulent and competitive business environment. The principles shared by most of these prescriptions are:

- Measures are organization-specific - they are linked to the organization's strategy.
- Multiple measures - internal and external, financial and non-financial measures, performance drivers and outcome measures - should be used to achieve balance in perspective, and to communicate the causal relationships for achieving business success.
- Measures should be user-friendly - simple, easy to use, available promptly.
- Measures at different levels of the hierarchy are aligned and they are integrated across an organization's functions.
- Involve employees in formulating strategies and identifying the related performance measures.
- The organization's infrastructure encourages desired behaviour and supports operation of the measurement system.

- Effectiveness of the system and its contribution to overall organizational performance are reviewed periodically to allow changes and improvements to be made.

### 35.3.3. The practice of performance measurement

In a review of the performance literature, Cameron (1986) finds that measures of organizational performance are often selected on the basis of convenience. Typically, the measures used are either too narrowly or too broadly defined. This is a problem related to level of analysis; measures of individual, group, and organizational performance are not necessarily the same. In fact, focusing on a biased set of lower level measures may encourage sub-optimization. Other common features of performance measures identified in the review are:

- proxies of measures selected on the basis of convenience are often unrelated to organizational performance;
- a single measure is commonly used to assess performance which is a multidimensional construct;
- outcome measures are the dominant type of indicators for evaluating performance, whereas effects are most frequently used in policy decisions and by the public. Outcome measures reflect short-term results, but sustainable performance depends on the long-term effects of strategies pursued by the organization.

Results of a KPMG survey (1990) of 150 of *The Times*, 1,000 companies, excluding the top 200, found that the information used to monitor performance was rated poor or average by close to half of the respondents in terms of relevance, accuracy, timeliness, completeness, cost effectiveness and presentation. Internal information and past financial performance appeared to dominate the information set. External information was not reported as being widely used in strategy formulation or monitoring. In fact, information available to formulate and review strategy was rated poor or average by the majority of respondents.

A large scale postal survey of almost 12,800 organizations both in the private and public sectors in the UK was conducted in 1991 to determine the state of practice of performance management in industry (Bevan and Thompson, 1991). With a response representing a fifth of the total UK workforce, the survey results indicated that just under 20 percent of respondents claimed to be operating a formal PMS, but that a further two-thirds did have policies for managing employee performance generally. Evidently, there was a patchy and incomplete uptake of performance management techniques in the UK. The main reasons employers gave for introducing performance management included improving organizational effectiveness and increasing employee motivation. It was also found that organizations with a formal PMS were more likely to have a performance-related reward system.

In 1995, another survey on performance measurement was conducted in the USA, covering over 200 organizations (APQC, 1996). It can be observed from the results that "overall, the majority of management systems are designed around short-term, control-oriented financial frameworks that are fundamentally tactical". The characteristics of performance measurement in participating organizations are as follows:

- dominated by financial or other backward-looking indicators;
- failure to measure all the factors that create value;
- little account taken of asset creation and growth;
- poor measurement of innovation, learning and change; and
- a concentration on immediate rather than long-term goals.

In its conclusion, the survey report states: "Despite reasonably high level use, non-financial measures and targets are frequently treated in isolation from strategic objectives. They are not reviewed regularly, nor are they linked to short-term or action plans - they are largely ignored or 'for interest' only".

Maintenance practices of small and medium sized enterprises (SME) is the focus of a recent survey conducted in Australia (De Jong, 1997). It is found that the main measure of maintenance performance used in the responding companies is the ratio of the total cost of the maintenance system to estimated equipment replacement value (ERV). Other measures are chosen according to the priorities of the company and they may include number of accidents, value of spare parts to ERV, maintenance cost to production cost. Two other significant observations made from the study are:

- (1) Companies which have equipment performance goals and maintenance performance goals in place show both lower maintenance cost and lower proportions of reactive maintenance.

- (2) As the practice moves more towards proactive and relies less on reactive maintenance, the direct cost of maintenance will tend to reduce.

In an on going project to study the current practice of maintenance operations, the first author interviewed senior executives with maintenance responsibilities in six large-scale organizations in Hong Kong and Canada. The companies included in the study are in the steel, public utility, transportation, and process industries and all of them have significant maintenance budgets. The findings from these interviews so far are generally in agreement with those reported in the relevant literature as reviewed above. It is observed that among the companies studied, their maintenance performance management systems share the following characteristics:

- It is an exception rather than the norm that the maintenance organization uses a structured process to identify measures of its performance. Management is typically not aware of the part that the measurement system can play in achieving vertical alignment of goals and horizontal integration of activities across organizational units.

- The performance measures are primarily used for operational control purposes.

- The commonly used measures are financial indicators such as operation and maintenance (O&M) costs, and equipment-based or process-oriented measures such as equipment availability, labour productivity, and number of incidents caused by in-service failures.

- Benchmarking is gaining acceptance as a methodology to evaluate performance and establish targets by making reference to the achievements of best-in-class organizations.

### 35.4. Classifying maintenance performance measures

Arts and Mann (1995) use the time horizon to classify maintenance decisions into three categories, namely strategic, tactical, and operational. Strategic maintenance decisions are made in the selection of design options for management systems or products to be developed, or plant and machinery to be acquired that will be compatible with the organization's business strategy. Tactical maintenance decisions relate to the formulation of policies for effective and efficient use of available resources. Operational decisions are made to achieve a high level of effectiveness and efficiency in maintenance activities.

Maintenance plans are often established with a view to achieving a quantified objective. However, the objective is usually chosen by "gut feel" rather than by careful analysis. In a study done during the Second World War it was discovered that aircraft of the UK's Coastal Command was prevented from maximizing their flying time since a wrong objective (maximizing serviceability) was used (Crowther and Whiddington, 1963). Serviceability, defined as the ratio of the number of aircraft on the ground available to fly plus those flying to the total number of aircraft, was initially used as the measure of performance for these aircraft. With the technology in those days, for every hour spent flying, two hours would be required for maintenance. Thus, aiming for a high level of serviceability would be in conflict with Coastal Command's wartime requirement of maximizing the flying time of aircraft. On the other hand, in situations where aircraft are called upon only on emergencies, a high serviceability objective may be appropriate.

Many indicators of maintenance performance discussed in the literature are developed to support operational decisions. Armitage and Jardine (1968) note that these indicators are, at best, descriptive signalling that some action need to be taken. To be more useful, decision rules which are compatible with organizational objectives should also be in place such that the preferred course of action can be determined on the basis of the indicators' values.

To facilitate detection of trends when the level of activities may vary over time, or comparisons are made between organizations of differing scales of operation, indices are often used as measures of maintenance performance. Campbell (1995) classifies these commonly used performance measures into three categories on the basis of their focus:

- (1) measures of equipment performance - e.g. availability, reliability, overall equipment effectiveness;
  - (2) measures of cost performance - e.g. operation and maintenance (O&M) labour and material costs;
- and
- (3) measures of process performance - e.g. ratio of planned and unplanned work, schedule compliance.

However, the underlying assumptions of these measures are often not considered when the results are interpreted.

Dwight (1994) proposes to classify performance measures into a hierarchy according to their implicit assumptions regarding the impact of the maintenance system on the business. There are five levels in the hierarchy, indicating a progression in awareness of the Business Success Factors that are controllable or influenced by maintenance. Some details of the classification are shown in Table 35.1.

The measures in the fifth level recognize that expenses include depletion of the fixed asset resource, the value of which depends on future demand, technological changes, and the appropriateness of the various maintenance actions. They also allow maintenance actions to be judged against factors like the remaining life of the equipment, process or product.

Maintenance is an essential support function in an organizations's value chain. Dwight states that its contribution to the organization's business success can be analysed as a function of four variables:

- (1) the cost of the action;
- (2) the effect of disruption caused by the required maintenance actions;
- (3) the effect of equipment performance between maintenance actions; and
- (4) the ability of the action to affect the life of the asset.

An assessment of the situation with respect to these dimensions determines the appropriate maintenance actions that will affect the bottom line. This analysis, in turn, will determine the relevant measures of performance that should be used. For example, when a company has surplus productive capacity, disruption may have a low correlation with success. In such a case, any measure that relates to disruption will not be appropriate.

Whilst these four variables relate to the impact of maintenance at the equipment level, other indicators that measure performance of the maintenance system should also be in place. These measures of system performance are typically designed to detect if planned work had been done and completed on time, or to track resources consumed by the system. Again, these measures are appropriate only if they have a cause-and-effect relationship with business performance.

## 35.5. Approaches to measuring maintenance performance

### 35.5.1. A value-based performance measure

Maintenance activities determine the future options available to meet demand. The readiness to deal with uncertain events, such as equipment breakdown, is also influenced by maintenance management decisions. In the light of these characteristics, Dwight (1995) identifies the following shortcomings of performance measures currently used in industry:

- The concept of accumulation of risk is not captured.
- The focus is on the immediate rather than the overall requirement.
- The measures are not related to business requirements.

A performance measure that takes into account the impact of maintenance activities on the future value of the organization has been proposed by Dwight (1994) as follows:

$$\text{Performance} = \frac{V_r - V_l}{V_r^*}$$

where  $V_r$  is the value realized in the period, which is equivalent to  $CF(t-1, t)$ , the cash-flow during the interval  $(t-1, t)$ .  $V_l$  is the future value lost compared with the known best value,  $V_r^*$ , which, in turn, is given by  $V^* = V_r^*(t-1)$  where  $V_r^*(t)$  is the estimated best attainable sum of future real cash flows, or residual value" in the system at time  $t$ .  $V^*(t)$  and  $V_l$  must be calculated ex post by considering the circumstances prevailing during that period. In this calculation of value, it is assumed that the best available option will be taken up in the next period.

An alternative definition of performance, which deals with residual value" in the system, is:

$$\text{Performance} = \frac{CF(t-1, t) + V^*(t)}{V^*(t-1)}$$

The data required in determining the above performance measure can be collected from an existing system using a conceptual model known as the "Incident Evaluation Approach" (see Figure 2) (Dwight, 1995).

Level	Assumptions	Typical measures
1. Overt bottom-line impact	Impact of maintenance actions on down- time, quality, yield and future maintenance costs are negligible. Causes of maintenance costs arise and are controllable within the accounting period.	Direct maintenance cost
2. Profit-loss and overt cost impact performance	Impact of maintenance actions on quality, yield and future maintenance costs are negligible. Causes of maintenance costs and down-time arise and are controllable within the accounting period.	Direct maintenance cost (Delay time) $\times$ \$/hr.
3. Instantaneous effectiveness measures	Causes of maintenance impacts on the business arise and are controllable within the accounting period. Only the events occurring now will occur in the future	Overt maintenance action cost Utilization Availability Reliability Overall equipment effectiveness
4. System audit approach	System excellence implies the best possible performance Strategies and current techniques are effective	Planned/unplanned work ratio Actions carried out compared with strategy Backlog trends % maintenance induced Failures System audit
5. Time related performance measurement	Projections for future demand and obsolescence are accurate	Value-based measurement

Cuadro 35.1: Level of performance measures

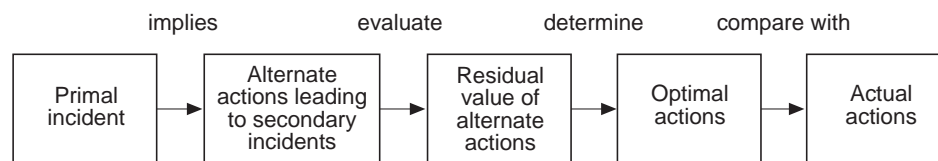


Figura 35.3: The incident evaluation approach to collecting data for performance measurement

This approach involves the compilation of a library of possible primal incidents and their associated actions, leading to secondary incidents. An incident is a failure mode of the system which will reduce the potential output of the system. The expected residual value of an action policy is determined by the expression:

$$\sum_{i=1}^N (p(C_i)CF_i) | A$$

where  $p(C_i)$  is the probability of occurrence of incident  $C_i$  as a function of time.  $CF_i$  is the expected cash flow as a result of  $C_i$  occurring at its expected time, given the available resources implied by action set  $A$ . The optimal action policy and  $V^*(t-1)$  are determined ex post by taking into account the involuntary incidents that actually occurred during the interval  $(t-1, t)$ .

This is a labourious procedure which only focuses on the financial impact of decisions associated with system failures. If other dimensions of performance measures, such as customer perception and contribution to meeting the future business needs of the organization, are to be assessed, a more comprehensive approach to performance measurement has to be used.

### 35.5.2. The Balanced Scorecard

Some of the shortcomings of using financial measures as performance indicators have been discussed in the section on "The theory of performance measurement". Even if those flaws can be eliminated, financial measures still have the drawback that they tend to shape managers' behaviour to focus on short-term results. The short-term thinking is driven by the investment community's short-term perspective. As a result, very few managers will choose to make capital investments or pursue long-term strategic objectives that will jeopardize quarterly earnings targets.

Income-based financial figures are lag indicators. They are better at measuring the consequences of yesterday's decisions than at indicating tomorrow's performance. Managers are willing to play the earnings game. For instance, investment in maintenance can be cut back to boost the quarterly earnings. The detrimental effect of the cut back will only show up as increased operating cost in some future periods, by which time the manager making the cut back decision may have already been promoted because of the excellent earnings performance. In view of these deficiencies, customer oriented measures such as response time, service commitments, and customer satisfaction have been proposed to serve as lead indicators of business success (Eccles, 1995).

To assure future success, organizations nowadays must be financially sound and customer oriented. This is possible only if their internal processes can provide a set of distinctive core competencies that will enable them to achieve their business objectives. Furthermore, they also need to have the capability to improve and create value continuously, through development of their most precious assets - the employees. An organization which excels in only some of these dimensions can, at best, be a mediocre performer. Improvements in operational capabilities such as faster response, better quality of service, reduced waste, etc. will not lead to better financial performance unless the spare capacity created by the operational improvement is utilized or the operation is downsized. Also, maintenance organizations that are efficient in delivering high quality services will not remain viable for long if they are slow in developing new expertise that will meet the emerging needs of the user departments. For example, electro-mechanical systems are being phased out by electronic and software systems in many automatic facilities. In the face of the new demand, the maintenance service provider has to transform the profile of its expertise from one that is primarily in the electrical and mechanical trades to one that is more focused on electronics and information technology.

Obviously, relying on a few measures that represent a narrow perspective will not be able to capture all these requirements. A balanced presentation of results is therefore the preferred approach to measuring maintenance performance. The Balanced Scorecard (BSC) proposed by Kaplan and Norton (1992) offers the template for the balanced presentation. The BSC is a vehicle that translates a business unit's mission and strategy into a set of objectives and quantifiable measures built around four perspectives:

- (1) financial (the investor's views);
- (2) customer (the performance attributes valued by customers);
- (3) internal processes (the long- and short-term means to achieve the financial and customer objectives); and



Figura 35.4: The Balanced Scorecard links strategic objectives to short-term actions

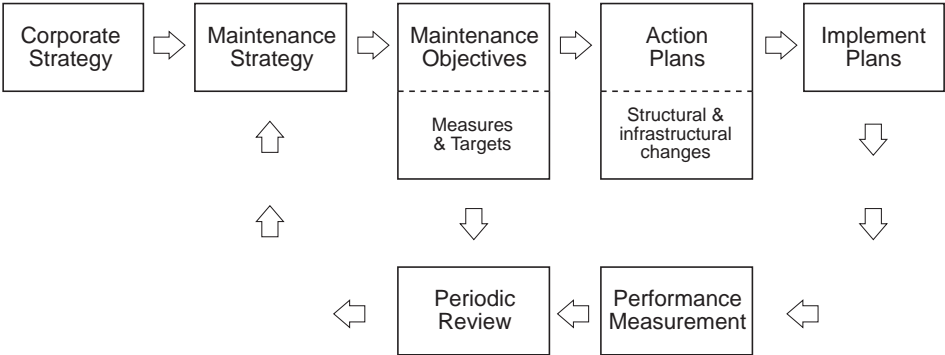


Figura 35.5: Strategic maintenance performance management process

- (4)learning and growth (capability to improve and create value).  
It directs managers to focus on a handful of measures that are most critical for the continual success of the organization.

The Balanced Scorecard had been implemented in a number of major corporations in the engineering, construction, microelectronics and computer industries (Kaplan and Norton, 1993). Experience in these pioneering organizations indicates that the Scorecard will get its greatest impact on business performance only if it is used to drive a change process. The development of a Balanced Scorecard also engenders the emergence of a strategic management system that links long-term strategic objectives to short-term actions (see Figure 35.4) (Kaplan and Norton, 1996a, 1996b)

A strategic management system that builds around a Balanced Scorecard is characterised by three keywords - focus, balance and integration. Ashton (1997) explains these three attributes as follows:”Focus has both strategic and operational dimensions in defining direction, capability and what the business or its activities are all about, while balance seeks an equilibrium for making sense of the business and to strengthen focus. Integration is critical, ensuring that organizational effort knits into some form of sustainable response to strategic priority and change.”

The BSC approach provides a holistic framework for establishing performance management systems at the corporate or business unit level. When the approach is applied to managing the performance of maintenance operations, a process involving the following steps can be followed (see Figure 35.5) (Tsang 1998):

- (1)Formulate strategy for the maintenance operation - strategic options such as developing in-house capability, outsourcing maintenance, empowering frontline operators to practise autonomous maintenance, developing a multi-skilled maintenance workforce, and implementing condition-based maintenance are considered and decisions made through a participative process.

Perspective	Strategic objectives	Key Performance Indicators (KPIs)
Financial	Reduce operation and maintenance (O&M) costs	O&M costs per customer
Customer	Increase customer satisfaction	Customer-minute loss Customer satisfaction rating
Internal processes	Enhance system integrity	% of time voltage exceeds limits Number of contingency plans reviewed
Learning and growth	Develop a multi-skilled & empowered workforce	% of cross-trained staff Hours of training per employee

Cuadro 35.2: Measuring the maintenance performance of an electricity transmission and distribution company

- (2)Operationalize the strategy - the maintenance strategy is translated into long-term objectives. The relevant Key Performance Indicators (KPIs) to be included in the BSC are then identified and performance targets established. Suppose outsourcing the maintenance and repair of generic and common equipment and vehicle fleets has been chosen as a strategy to allow an electric utility company to focus on its core competencies of managing its transmission and distribution system. The KPIs and performance targets that relate to this strategic objective are "Outsource 20 percent of maintenance work" and "reduce maintenance costs by 30 percent" in two years. The former indicator belongs to the "Internal Processes" perspective and the latter the "Financial" perspective. To achieve vertical alignment, these objectives, KPIs and targets are cascaded into goals for teams and individuals.

- (3)Develop action plans - these are means to the ends stipulated in the targets established in step (2). To achieve the targets relating to outsourcing of non-core maintenance works given in the above example, the company may have decided to develop capabilities in the following three areas which are needed in the outsourcing process: contract negotiation, contract management, and the ability to capitalize on emerging opportunities arising from changing technology and the changing competitive environment in the maintenance field. These action plans should also encompass any necessary changes in the organization's support infrastructure, such as structuring of maintenance work, management information systems, reward and recognition, resource allocation mechanisms, etc.

- (4)Periodic review of performance and strategy - progress made in meeting strategic objectives is tracked and the causal relationships between measures are validated at defined intervals. The outcome of the review may necessitate the formulation of new strategic objectives, modification of action plans and revision of the scorecard.

Some of the KPIs featured in the Scorecard for measuring the maintenance performance of an electricity transmission and distribution company may include the items in Table 35.2 (Tsang and Brown, 1998).

Since these measures are derived from the organization's strategic objectives, the Balanced Scorecard is specific to the organization for which it is developed.

By directing managers to consider all the important measures together, the Balanced Scorecard guards against sub-optimization. Unlike conventional measures which are control oriented, the Balanced Scorecard puts strategy and vision at the centre and its emphasis is on achieving performance targets. The measures are designed to pull people toward the overall vision. They are identified and their stretch targets established through a participative process which involves the consultation of internal and external stakeholders - senior management, key personnel in the operating units of the maintenance function, and the users of the maintenance service. This way, the performance measures for the maintenance operation are linked to the business success of the whole organization.

The theoretical underpinning of the Balanced Scorecard approach to measuring performance is built on two assertions:

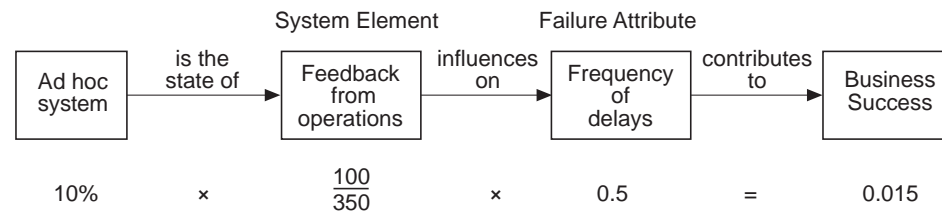


Figura 35.6: Determining the contribution of an observed system state to business success

- (1) Strategic planning has a strong and positive effect on a firm's performance.

- (2) Group goals influence group performance.

The link between strategic planning and a firm's performance has been the subject of numerous research studies. By applying the meta-analytic technique to analyse the empirical data drawn from planning-performance studies published in the last two decades, Miller and Cardinal (1994) are able to establish a strong and positive correlation between strategic planning and growth. They also show that a similar link between planning and profitability exists when the firm is operating in turbulent environments.

The existence of group goal effect is also established in a similar study on previously published research findings relating to goal setting in groups (O'Leary-Kelly et al., 1994).

Although it is a common belief in industry that strategic planning is important for ensuring an organization's future success, very often the performance measures and the actual company improvement programs are inconsistent with the declared strategy. Such a discrepancy between strategic intent and operational objectives and measures is reported in a recent survey conducted in the Belgian manufacturing industry (Gelders et al., 1994). This unsatisfactory situation can indeed be avoided by introducing the Balanced Scorecard.

### 35.5.3. System audits

An organization's maintenance capability can be inferred from an audit of its maintenance system. The audit is a thorough and comprehensive review of the various dimensions in the maintenance system, such as organization, personnel training, planning and scheduling, data collection and analysis, control mechanisms, measurement and reward systems, etc. To get unbiased findings, the reviewer should have no direct responsibility or accountability for performance of the system under review. The audit is usually conducted by using a questionnaire designed to provide a profile of the maintenance system. Typically, the questionnaire is structured to address specific key areas in the system to be audited. Responses to these questionnaires may take one of these forms:

- either yes or "no";
- choose one or more of the available options; or
- on a Likert-type scale of, say, 1 to 5, to indicate different degrees of agreement or lack of it.

Different weights may also be assigned to different questions to reflect their relative contributions to system performance. Even though they may use sophisticated assessment schemes, the underlying theory of system audits is obscure.

Dwight (1994) suggests a procedure that relates the state of a system element, such as "feedback from operations", to its contribution to the system's overall performance.

In the example given in Figure 35.6, an organization's maintenance function only obtains feedback from operations on an ad hoc basis. Suppose the standard state (the best practice) for this system element is to empower the operator to be the maintainer. When compared to the standard, the observed state scores 10 percent of the maximum rating. Feedback from operations is recognized as one of the system elements that have an influence on the failure attribute Frequency of delays (scoring 100 points out of a total of 350). With Frequency of delays contributing to 50 percent of business success, the overall performance contribution of the observed state of Feedback from operation is computed as: (see equation 4) The overall performance of the maintenance system can be determined by aggregating the contributions

to business success of the observed states of all the system elements that have an influence on a relevant failure attribute.

In this procedure, mutually exclusive and collectively exhaustive failure attributes that contribute to business success have to be identified. The same requirements also apply to the system elements that have an influence on a failure attribute.

The more typical system audit tends to focus on the issue of conformance to a standard model both in system design and execution. It is assumed that the standard can be universally applied to achieve superior performance. The maintenance system audit questionnaires in Westerkamp (1993) and Wireman (1990) are developed on the basis of this concept. This approach to system audits fails to recognize that different organizations operate in different environments. Product, technology, organizational culture and the external environment are some of the key variables in an organization's operating environment and they may be in a state of constant change. Superior performance will be achieved only if the internal states and processes of the organization fit perfectly in the specific operating environment. Sociotechnical System (STS) analysis provides a methodology to design a system that will achieve this fit (Taylor and Felten, 1993). Thus, the basic assumption of a standard reference model implicit in the design of the typical audit questionnaire is problematic.

An effective system audit that focuses on the organization's social systems can be designed on the basis of the Parsonian paradigm, which postulates that people are organized into groups to fulfil these four (GAIL) functions (Parsons and Smeler, 1956):

- (1)attaining goals that legitimize the group's existence (G);
- (2)adapting to external circumstances (A);
- (3)integrating activities for survival (I); and
- (4)maintaining the possibility to function in the longer term (L).

In the context of maintenance management, these functions relate to four roles, namely user, designer, manager, and maintainer, respectively. Running through these roles are three macro processes that collectively contribute to achieving the goals of the organization:

- (1)producing (products);
- (2)maintaining (equipment); and
- (3)modifying and building (new facilities).

The equipment can be in the start-up, stabilising, or stable phase. The interface between the roles and processes must be managed and controlled in ways which are appropriate to the equipment's phase of existence. For example, when the equipment is in the start-up phase, Engineering (the designer) and Production (the user) should play a leading role in maintenance. However, when the equipment is in the stable phase, maintenance and operations management should become the driving force.

Organizational culture, the softer aspect of the organization, is an important element that can also be assessed by a culture audit. Scores relating to various dimensions of the organization's culture can be plotted on a multifactor chart developed from the competing values model (Quinn and Rohrbaugh, 1983). The four quadrants in the chart defines four orientations of cultural dimensions: innovative, supportive, rule-oriented, and goal-oriented, which correspond to the adaptive, pattern maintenance, integrating, and goal-attainment functions, respectively in the Parsonian paradigm. A culture audit can bring out the cultural differences, if any, between various parties in the organization. It can also detect mismatches between an organization's culture and its approach to maintenance management, such as introducing self-directing teams in a Production Department which has a very low level of innovative and goal orientations (Rensen, 1995).

The alignment between strategy, actions and performance measures, a basic principle in the design of performance measurement systems, can be audited using the Performance Management Questionnaire (PMQ) developed by Dixon et al. (1990). The tool can also be applied to perform a reality check on the performance measurement in practice rather than the one on paper. Any deficiencies identified from these processes will become the driver for realigning perceptions, or changing the measurement system.

## 35.6. Performance analysis

Performance analysis is the measurement and comparison of levels of achievement of specific objectives. To evaluate the overall performance of maintenance operations across organizations in a specific

industry, the measures of achievement must not be influenced by matters unrelated to operational issues, such as accounting and taxation rules, or financing arrangements. In single-input, single-output cases, productivity defined as the ratio of output to input is an adequate measure of operational performance. However, the analysis becomes more complex when multiple inputs and multiple outputs are involved. These multiple inputs could have different units of measures and the same situation may also apply to the multiple output measures. Consider the case of comparing the maintenance performance of railway systems. The inputs can include available kilometres, passenger trips per day, rolling stock and station facilities, etc. O&M costs per car operating kilometre, and car operating kilometre per total staff plus contract hours are examples of the multiple outputs.

Data Envelopment Analysis (DEA), developed by Charnes et al. (1978), is a non-parametric approach that can be used to compute multiple-input, multiple-output productivities. It does not require preassigned weights for inputs and outputs; these are implicit in the data set. Performing DEA requires the solution of a linear programming (LP) model for each decision-making unit (DMU) in the peer group. The set of solutions of the LP models in the data set will define the data envelopment surface, a piecewise empirical extremal surface, in a hyperspace with  $m + s$  dimensions where  $m$  is the number of inputs and  $s$  is the number of outputs. DMUs which are on the data envelopment surface, also known as the efficient frontier, are considered top performers amongst their peers.

A review of the various basic DEA models and their extensions to deal with complications such as inputs and outputs that are non-discretionary, or have categorical values can be found in Charnes et al. (1994).

DEA is often supplemented with multiple regression analysis to identify the significant factors contributing to superior performance of the DMUs on the frontier.

The procedure has been used to compare the operational performance amongst airlines (Schefczyk, 1995), hospitals (Ozcan and McCue, 1996), schools (Thanassoulis, 1996), and special economic zones in China (Zhu, 1996). An example illustrating the use of DEA to study the performance of a number of aircraft maintenance operations over multiple time periods can be found in Charnes et al. (1985).

## 35.7. Concluding remarks

Performance measures will only provide useful information for guiding management decisions and shaping desirable employee behaviour if they are appropriately selected to fit the operating environment peculiar to the organization. The indiscriminate use of commonly employed performance measures without regard to their underlying assumptions and their adequacy in reflecting the organization's strategic focus may lead management astray by providing misleading information for management decisions or giving incoherent signals to employees on what factors are important to the organization's success.

Maintenance performance measurement is a complex task since multiple inputs and multiple outputs are involved in the process. Various approaches to measuring maintenance performance have been reviewed. The value-based performance measure attempts to assess the impact of maintenance activities on the future value of the associated assets. However, the procedure involved is labourious and it has a limited focus - the measure is a financial indicator expressed in terms of future cash flows. The Balanced Scorecard provides an alternative and holistic approach to measurement which is developed on the notion that no single measure is sufficient to indicate the total performance of a system. It translates the organization's strategy on maintenance into operational measures in multiple dimensions that collectively are critical indicators of current achievements and powerful predictors of future maintenance performance. While some of the indicators featured in the Balanced Scorecard are easily quantifiable (these are known as hard measures), some others are soft measures which lend themselves to evaluation by using the system audit approach. Examples of soft measures include the fit between organizational culture and the structuring of maintenance work, the vertical alignment of objectives at different levels of the hierarchy, and horizontal integration across multiple functions that interact with maintenance. System audits designed on the basis of STS analysis provide an approach to predicting future maintenance performance with particular focus on interactions between the social system in the organization and its operating environment. The extent of alignment within the organization can be surveyed by using instruments such as PMQ.

Value-based measures, the Balanced Scorecard, and system audits are approaches to measuring the maintenance performance of an organization. When the operational efficiencies of multiple maintenance organizations are to be compared quantitatively, however, the DEA approach will be appropriate.

### 35.7.1. Recommendations for future research

The Balanced Scorecard has received increasing acceptance in industry as the model for measuring overall performance of business units. Despite such interest in industry, the feasibility of applying the BSC model for managing performance of a specific function, maintenance for instance, is still an uncharted area which needs researching. In this context, the specific issues are:

- (1) What processes should be in place to:
  - implement a BSC-based performance management system for maintenance operations?
  - match the strategy, as manifested in the measures of the BSC, with the culture and the prevailing operating environment of maintenance operations?
  - ensure vertical alignment and horizontal integration?
- (2) A typical BSC for a business unit has measures representing four perspectives: financial, customer, internal processes, learning and growth. Are these perspectives still appropriate for the BSC of maintenance operations?
- (3) What is the optimum number of performance measures to be included in the maintenance BSC?
- (4) How to validate that the BSC reflects the declared strategy of the maintenance operation? The following questions are relevant:
  - how to ensure that the various performance measures used are associated with each other and linked to the strategy?
  - how to ascertain the completeness of the measures in the BSC?
- (5) When problems are identified in the periodic reviews, how to ensure that the system will regulate itself, such as modifying the strategy, fine-tuning the action plans, or replacing inadequate performance measures with better ones?
- (6) Are there generic measures for evaluating maintenance performance?
- (7) How to analyse the costs and benefits of a maintenance performance management system?
- (8) In measuring maintenance performance, what are the measures that relate to:
  - the learning and growth perspective?
  - the performance drivers that can be used as lead indicators (predictors of performance)?
- (9) What elements of organizational infrastructure are mandatory to support the BSC-based maintenance performance measurement system?
- (10) What are the success factors and common pitfalls in implementing the BSC-based performance measurement system?

The performance of maintenance operations can be enhanced only to the extent that the stakeholders concerned behave in an orchestrated manner that will ensure availability of productive assets to meet demands at minimum life cycle cost to the organization. The framework built around a Balanced Scorecard as outlined in Figure 5 provides a model for achieving this goal. Investigation into the issues listed above will surely shed light on the contributing factors to ensure success of the maintenance performance measurement system.

# Bibliografía

- [1] APQC (1996), Corporate Performance Measurement Benchmarking Study Report, American Productivity & Quality Centre, Houston, TX.
- [2] Armitage, W. and Jardine, A.K.S. (1968), "Maintenance performance - a decision problem", International Journal of Production Research, Vol. 7 No. 1, pp. 15-22.
- [3] Arts, R.H.P.M. and Mann, L. Jr (1995), "Some aspects of measuring maintenance performance in the process industry", in Martin, H.H. (Ed.), New Developments in Maintenance, Moret Ernst & Young Management Consultants, Netherlands.
- [4] Ashton, C. (1997), Strategic Performance Measurement, Business Intelligence Ltd, London.
- [5] Atkinson, A.A., Waterhouse, J.H. and Wells, R.B. (1997), "A stakeholder approach to strategic performance measurement", Sloan Management Review, Vol. 38 No. 3, pp. 25-37.
- [6] Bevan, S. and Thompson, M. (1991), "Performance management at the crossroads", Personnel Management (UK), November, pp. 36-9.
- [7] Cameron, K.S. (1986), "A study of organizational effectiveness and its predictors", Management Science, Vol. 32 No. 1, pp. 87-112.
- [8] Campbell, J.D. (1995), Uptime: Strategies for Excellence in Maintenance Management, Productivity Press, Portland, OR.
- [9] Charnes, A., Clark, C.T., Cooper, W.W. and Golany, B.A. (1985), "A developmental study of data envelopment analysis in measuring efficiency of maintenance units in the US Air Forces", Annals of Operations Research, Vol. 2 No. 1, pp. 95-112.
- [10] Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E. (1978), "Measuring the efficiency of decision making units", European Journal of Operations Research, Vol. 2, pp. 429-44.
- [11] Charnes, A., Cooper, W.W., Lewin, A.Y. and Seiford, L.M. (Eds) (1994), Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, pp. 23-61.
- [12] Coetzee, J.L. (1997), "Towards a general maintenance model", Martin, H.H. (Ed.), Proceedings of IFRIM '97, Hong Kong, paper 12, pp. 1-9.
- [13] Cross, M. (1988), "Raising the value of maintenance in the corporate environment", Management Research News, Vol. 11 No. 3, pp. 8-11.
- [14] Crowther, J.G. and Whiddington, R. (1963), Science at War, HMSO, London.
- [15] De Jong, E. (1997), Maintenance Practices in Small to Medium Sized Manufacturing Enterprises (SMEs), National Key Centre for Advanced Materials Technology, Monash University, Australia.
- [16] Dekker, R. (1996), "Applications of maintenance optimization models: a review and analysis", Reliability Engineering & System Safety, Vol. 51, pp. 229-40.

- [17] Dixon, J.R., Nanni, A.J. Jr and Vollmann, T.E. (1990), *The New Performance Challenge: Measuring Operations for World-Class Competition*, Business One Irwin, Homewood, IL.
- [18] Dwight, R.A. (1994), "Performance indices: do they help with decision-making?", *Proceedings of ICOMS-94*, Sydney, Paper 12, pp. 1-9.
- [19] Dwight, R.A. (1995), "Concepts for measuring maintenance performance", *New Developments in Maintenance*, Moret Ernst & Young Management Consultants, Netherlands, pp. 109-25.
- [20] Eccles, R.G. (1995), "The performance measurement manifesto", in Holloway, J., Lewis, J. and Mallory, G. (Eds), *Performance Measurement and Evaluation*, Sage Publications, London, pp. 5-14.
- [21] Gelders, L., Mannaerts, P. and Maes, J. (1994), "Manufacturing strategy, performance indicators and improvement programmes", *International Journal of production Research*, Vol. 32 No. 4, pp. 797-805.
- [22] Geraerds, W.M.J. (1985), "The cost of downtime for maintenance: preliminary considerations", *Maintenance Management International*, Vol. 5, pp. 13-21.
- [23] Geraerds, W.M.J. (1990), "The EUT-maintenance: model", in Martin, H.H. (Ed.), *New Developments in Maintenance*, Moret Ernst & Young Management Consultants, Netherlands, pp. 1-15.
- [24] Gerwin, D. and Kolodny, H. (1992), *Management of Advanced Manufacturing Technology: Strategy, Organization & Innovation*, John Wiley, New York, NY.
- [25] Hammer, M. and Champy, J. (1993), *Reengineering the Corporation*, HarperBusiness, New York, NY.
- [26] Hammer, M. and Stanton, S.A. (1995), *The Reengineering Revolution*, HarperBusiness, New York, NY.
- [27] Kaplan, R.S. (1988), "One cost system isn't enough", *Harvard Business Review*, Vol. 66 No. 1, pp. 61-6.
- [28] Kaplan, R.S. (1989), "Management accounting for advanced technological environments", *Science*, Vol. 245, pp. 819-23.
- [29] Kaplan, R.S. (1990), "Limitations of cost accounting in advanced manufacturing environments", in Kaplan, R.S. (Ed.), *Measures For Manufacturing Excellence*, Harvard Business School Press, Boston, MA, pp. 15-38.
- [30] Kaplan, R.S. and Norton, D.P. (1992), "The Balanced Scorecard - measures that drive performance", *Harvard Business Review*, Vol. 70 No. 1, pp. 71-9.
- [31] Kaplan, R.S. and Norton, D.P. (1993), "Putting the Balanced Scorecard to work", *Harvard Business Review*, Vol. 71 No. 5, pp. 134-42.
- [32] Kaplan, R.S. and Norton, D.P. (1996a), "Using the Balanced Scorecard as a strategic management system", *Harvard Business Review*, Vol. 74 No. 1, pp. 75-85.
- [33] Kaplan, R.S. and Norton, D.P. (1996b), *The Balanced Scorecard*, Harvard Business School Press, Boston, MA.
- [34] Keegan, D.P., Eiler, R.G. and Jones, C.R. (1989), "Are your performance measures obsolete?", *Management Accounting (USA)*, June, pp. 45-50.
- [35] KPMG (1990), *Information for Strategic Management - A Survey of Leading Companies*, KPMG Management Consulting, London.
- [36] Lockamy, A. and Cox, J.F. (1995), "An empirical study of division and plant performance measurement systems in selected world class manufacturing firms: linkages for competitive advantage", *International Journal of Production Research*, Vol. 33 No. 1, pp. 221-36.

- [37] Maskell, B.H. (1991), *Performance Measurement for World Class Manufacturing*, Productivity Press, Portland, OR.
- [38] Miller, C.C. and Cardinal, L.B. (1994), "Strategic planning and firm performance: a synthesis of more than two decades of research", *Academy of Management Journal*, Vol. 37 No. 6, pp. 1649-65.
- [39] Murray, M., Fletcher, K., Kennedy, J., Kohler, P., Chambers, J. and Ledwidge, T. (1996), "Capability assurance: a generic model of maintenance", *Proceedings of 2nd International Conference of Maintenance Societies*, Melbourne, Paper 72, pp. 1-5.
- [40] Neely, A., Gregory, M. and Platts, K. (1995), "Performance measurement system design: a literature review and research agenda", *International Journal of Operations and Production Management*, Vol. 15 No. 4, pp. 80-116.
- [41] Neely, A., Richards, H., Mills, J., Platts, K. and Bourne, M. (1997), "Designing performance measures: a structured approach", *International Journal of Operations and Production Management*, Vol. 17 No. 11, pp. 1131-52.
- [42] O'Leary-Kelly, A.M., Martocchio, J.J. and Frink, D.D. (1994), "A review of the influence of group goals on group performance", *Academy of Management Journal*, Vol. 37 No. 5, pp. 1285-301.
- [43] Ozcan, Y.A. and McCue, M. (1996), "Development of financial performance index for hospitals: DEA approach", *European Journal of Operations Research*, Vol. 47 No. 1, pp. 18-26.
- [44] Parsons, T. and Smeler, N. (1956), *Economy & Society: A Study in the Integration of Economic and Social Theory*, Routledge & Kegan Paul, London.
- [45] Peters, T.J. and Waterman, R.H. Jr (1982), *In Search of Excellence: Lessons From American Best-Run Companies*, Harper & Row, Cambridge.
- [46] Poirier, C.C. and Tokarz, S.J. (1996), *Avoiding the Pitfalls of Total Quality*, ASQC Quality Press, Milwaukee, WI.
- [47] Quinn, R.E. and Rohrbaugh, J. (1983), "A spatial model of effectiveness criteria: towards a competing values approach to organizational analysis", *Management Science*, Vol. 29 No. 3, pp. 363-77.
- [48] Rensen, E.J.K. (1995), "Maintenance audits, a conceptual framework", in Martin, H.H. (Ed.), *New Developments in Maintenance*, Moret Ernst & Young Management Consultants, Netherlands, pp. 83-94.
- [49] Schefczyk, M. (1995), "Operational performance of airlines: an extension of traditional measurement paradigms", in Holloway, J., Lewis, J., and Mallory, G. *Performance Measurement and Evaluation*, Sage Publications, London, pp. 307-30.
- [50] Taylor, J.C. and Felten, D.F. (1993), *Performance By Design: Sociotechnical Systems in North America*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [51] Thanassoulis, E. (1996), "Assessing the effectiveness of schools with pupils on different ability using data envelopment analysis", *European Journal of Operations Research*, Vol. 47 No. 1, pp. 84-97.
- [52] Tsang, A.H.C. (1998), "A strategic approach to managing maintenance performance", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 4 No. 2, pp. 87-94.
- [53] Tsang, A.H.C. and Brown, W.L. (1998), "Managing the maintenance performance of an electric utility through the use of balanced scorecards", *Proceedings of 3rd International Conference of Maintenance Societies*, Adelaide, Paper 22, pp. 1-10.
- [54] Westerkamp, T.A. (1993), *Maintenance Manager's Standard Manual*, Prentice-Hall, Englewood Cliff, NJ, pp. 765-84.
- [55] Wireman, T. (1990), *World Class Maintenance Management*, Industrial Press, New York, NY.

- [56] Zhu, J. (1996), "Data envelopment analysis with preference structure", *European Journal of Operations Research*, Vol. 47 No. 1, pp. 136-50.
- [57] , A.H.C. Tsang, A.K.S. Jardine, H. Kolodny, *Measuring maintenance performance: a holistic approach*, *International Journal of Operations & Production Management*, 19(7), 691-715, 1999.
- [58] Sumanth,D.J. and Reckford, S.J., *A Powe Plant Maintenance Worker Productivity Process*, *Industrial Engineering*, Oct. 1992.
- [59] A.H.C. Tsang, W.L. Brown, *Managing the Maintenance Performance of an Electric Utility*, *New Engineering Journal*, 22-29,Nov. 1999.
- [60] Cooke, R., Paulsen, J.,*Concepts for measuring maintenance performance and methods for analysing competing failure modes*, *Reliability Engineering & System Safety*, 55(2), 135-141, 1997.
- [61] Lofsten, H., *Measuring maintenance performance - in search for a maintenance productivity index*, *International Journal of Production Economics*, 63(1), 47-58, 2000.
- [62] , Komonen, K., *A cost model of industrial maintenance for profitability analysis and benchmarking*, *International Journal of Production Economics*, 79(1), 15-31, 2002.
- [63] Leonard, M.,*Air force materiel command: a survey of performance measures*, Master Thesis, Department of Operational Sciences Graduate School of Engineering and Management Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 2004.
- [64] *Maintenance performance analysis: a practical approach*, Groote, P.D., *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 1(2), 4-24, 1995. [bajar]
- [65] Crowther, J.G., Whiddington, R., *Science at war*, H.M.S.O., Gran Bretaña, 1963.

## Capítulo 36

# Mantenimiento centrado en la confiabilidad

When you can measure what you are speaking about, and express it in numbers, you know something about it; but when you cannot measure it, when you cannot express it in numbers, your knowledge is of meager and unsatisfactory kind: it may be the beginning of knowledge, but you have scarcely, in your thoughts, advanced to the stage of science.

*Lord William Thomson Kelvin\**.

### 36.1. Introducción

El mantenimiento centrado en la confiabilidad o *RBM* por su denominación anglo (Reliability Centered Maintenance) se originó en las industrias aeronáuticas y nucleares a fines de los años 60.

El *RBM* es una estrategia holística para establecer un programa de mantenimiento.

Una definición general puede ser: "estrategia de mantención global de un sistema utilizando métodos de análisis estructurados que permiten asegurar la fiabilidad inherente a un sistema".

El *RBM* es una herramienta que permite optimizar las acciones de mantención programadas. Los criterios a tomar en cuenta son:

- la seguridad;
- la disponibilidad;
- el costo de mantención;
- calidad de la producción.

En consecuencia, el termino confiabilidad es restrictivo. Sería mejor una denominación del tipo: **mantenimiento basado en la disponibilidad**.

Los objetivos generales son:

- definir y justificar las acciones de mantención programada a implementar;
- redefinir las acciones de mantención programada;
- asegurar y aumentar la eficiencia del equipo en materia de seguridad de funcionamiento,
- emitir recomendaciones técnicas respecto de los equipos.

La aplicación del *RBM* implica:

- mejor conocimiento sobre el sistema;
- responsabilización del personal;
- mayor cohesión entre los servicios de la empresa;
- toma de acciones por la seguridad de los equipos y las personas;
- validación de las modificaciones en el tiempo.

EL *RBM* es un proyecto a nivel empresa. Por ello, la implicación de la dirección es primordial. Los actores concernidos son:

- personal de mantención;
- producción;
- los servicios económicos;
- la dirección.

El *RBM* es

**progresivo**. Tiene varias etapas y se aplica subconjunto a subconjunto.

**estructurado**, es un camino estructurado que usa metodologías existentes.

**dinámico**, dado que aprovecha la experiencia acumulada en el tiempo.

**Observación 154** *El mantenimiento productivo total y el mantenimiento basado en la confiabilidad no son concurrentes, son complementarias.*

La implementación del *RBM* busca:

- *elaborar un programa de mantención preventiva* optimizado que garantice la seguridad de funcionamiento, teniendo en cuenta las restricciones económicas.
- *medio de mejoramiento* de la organización.
- *conservación de datos históricos* de mantención y producción.

### Elaboración del programa de mantenimiento preventivo

La optimización del programa preventivo se debe basar en un **plan técnico**, seguido de una evaluación económica que resulta en un **plan de mantenimiento optimizado**.

### Mejoramiento del mantenimiento

Se puede descomponer en 3 aspectos:

- Aspecto organizacional: el *RBM* provoca en general que la mantención predictiva aumente, la necesidad de repuestos disminuya, y los reemplazos sean justificados con criterios técnico-económicos.
- Aspecto humano: el trabajo en equipo entre actores de diferentes servicios produce sinergia. Se han observado aumentos de 10 % de la producción tras solo 3 meses de *RBM*. La seguridad y la protección ambiental son mejoradas.
- Aspecto técnico:
  - determinación de equipos críticos,
  - determinación de fallas principales, causas y efectos principales;
  - definición de modificaciones al proceso,
  - especificación de tareas de mantención preventiva;
  - definición de la política de mantención;
  - definición del planning de las acciones preventivas,
  - creación de documentación más homogénea,
  - aumento en la vida de los equipos.

## Conservación de datos de mantención y producción

La creación de un historial de mantención para cada equipo crítico permite la validación de un programa de mantención y permite su actualización. Se puede realizar un seguimiento de las decisiones tomadas.

### 36.1.1. Herramientas utilizadas

- **Matriz de criticidad**, que permite apreciar el impacto de las fallas de los equipos sobre criterios tales como la seguridad, la disponibilidad y la calidad;
- **Análisis de modos de falla, efectos y criticidad**; que define la importancia relativa de las fallas, sus causas y efectos;
- **Arboles de falla**, que sirve, en función de la falla, a identificar el tipo de consecuencia sobre el equipo y *definir los niveles de acciones* de mantención a realizar.

La aplicación del *RBM* necesita un buen conocimiento de los equipos así como de sus fallas y los impactos de las mismas.

## 36.2. Elaboración del plan técnico

### 36.2.1. Constitución de grupos

Durante las etapas de implementación del *RBM*, se crean tres grupos inter-disciplinarios:

- grupo de *gestión*;
- grupo de *análisis*;
- grupo de *información*.

#### Grupo de gestión

Este grupo incluye a los responsables de los servicios de mantención, producción y calidad. El grupo es liderado por el jefe del proyecto *RBM*, quien supervisa la aplicación del método. Este grupo:

- define las tareas a realizar,
- los miembros de los otros grupos,
- evalúa los resultados de los otros grupos.

#### Grupo de análisis

Este grupo prepara en detalle los análisis a realizar.

#### Grupo de información

Se encarga de recolectar los datos en terreno. Son los que más conocen a los equipos. Evalúa el análisis preparado por el grupo piloto.

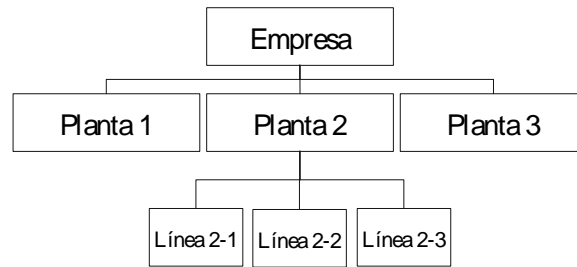


Figura 36.1: Descomposición geográfica

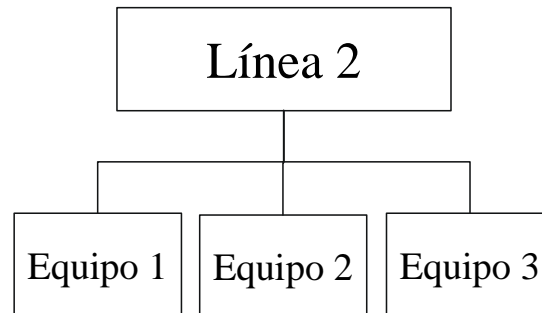


Figura 36.2: Descomposición funcional

### 36.2.2. Etapas

La implementación de un programa de mantención planificada se realiza en 4 etapas:

- La primera etapa corresponde al **estudio del conjunto de equipos**. Se busca determinar los equipos críticos a ser considerados por el estudio.
- La segunda etapa permite un **análisis de fallas** de los diferentes equipos estudiados.
- La tercera etapa **define las acciones a ejecutar** para mejorar la seguridad de funcionamiento de los equipos. Ello conduce a la planificación de las tareas.

Estas 3 etapas se realizan secuencialmente en un plazo corto (una semana por equipo es recomendada). Se logra un programa preventivo inicial.

- En la cuarta etapa se **afina el programa** de mantención propuesto.

### 36.2.3. Descomposición de la empresa

EL *RBM* va de lo general a lo particular. Es necesario descomponer el conjunto de equipos en niveles cada vez mas finos, hasta llegar al componente básico.

Existen 2 enfoques:

- funcional;
- geográfico.

La figura 36.1 muestra una descomposición geográfica y luego funcional.

Esta primera descomposición es seguida por una segunda, que llega a nivel equipos (figura 36.2).

Cada equipo es descompuesto en diferentes funciones (figura 36.3).

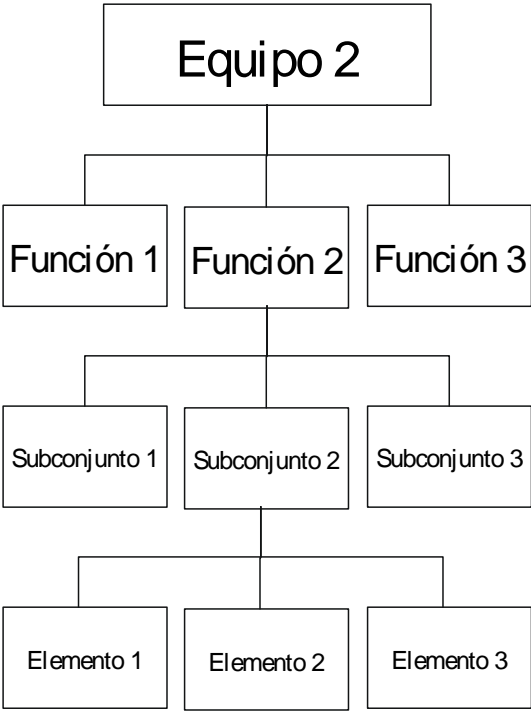


Figura 36.3: Descomposición de cada equipo

		Calidad		
		Inaceptable	A controlar	Despreciable
Disponibilidad	Inaceptable			
	A controlar			
	Negligible			

Cuadro 36.1: Matriz de criticidad

36.2.4. Etapa I: Estudio de las plantas

Si la empresa posee varias plantas, la selección de la planta piloto debe ser juiciosa. La selección es un elemento motivador para el personal concernido.

Clasificación con la matriz de criticidad

Para clasificar los equipos se utilizan 3 criterios: seguridad, disponibilidad, calidad. Consideraciones para cada criterio:

- seguridad
  - influencia de la pana en el entorno
  - directivas reglamentarias
  - situaciones ya ocurridas
- disponibilidad
  - influencia de las detenciones
  - existencia de equipos redundantes
  - influencia (fallas) de otros equipos en caso de pana

Ponderación de Equipos							
Proyecto:			Planta:				
Línea:			Fecha:				
Código	Planta	Código	Peso				
Planta		Equipos	Seguridad	Disponibilidad	Calidad	Observaciones	
Aprobado por:			Fecha:				

Figura 36.4: Ficha de ponderación de equipos

- frecuencia de panas
- tiempos medios para reparar
- calidad
  - porcentaje de perdidas debido a los equipos
  - influencia en la calidad final del producto

Para los criterios de calidad y disponibilidad se pueden usar, por ejemplo, 3 niveles de ponderación:

- **inaceptable:** se deben realizar todos los esfuerzos para evitar falla en este equipo;
- **a controlar:** las fallas serán evitadas realizando inspecciones;
- **insignificante:** la falla del equipo tiene consecuencias insignificantes y no se producen frecuentemente. Estos datos se ponderan en la ficha mostrada en página 610.

**Observación 155** El objetivo de esta etapa es **reducir el universo** de equipos a estudiar (eliminar aquellos de efecto insignificante), no clasificar de manera detallada a los equipos críticos.

### 36.2.5. Etapa II: Análisis de fallas

Esta es la fase más delicada del estudio. Usualmente toma alrededor del 30 % del tiempo dedicado al proyecto *RBM*. Se pueden distinguir 3 fases en esta etapa:

- análisis funcional del equipo;
- determinación de equipos con fallas funcionales críticas;
- análisis de modos de fallas.

Se obtiene una lista jerarquizada de las causas de falla de los equipos.

#### Análisis funcional del sistema

Antes de realizar un análisis de modos de falla, es necesario descomponer al equipo en sub-sistemas, y establecer las relaciones funcionales que existen entre ellos. El lector es referido a la sección §.

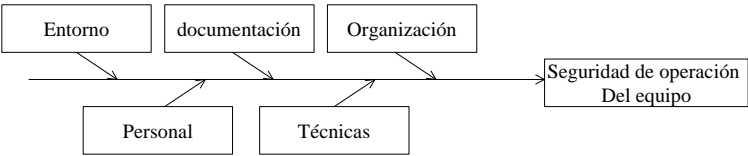


Figura 36.5: Ejemplo de diagrama causas/efectos para estudiar la seguridad de funcionamiento de un sistema

**Análisis de modos de falla**

El análisis consiste en estudiar y listar los diferentes modos de falla usando métodos tales como los diagramas de Pareto o los diagramas causa-efecto.

La ficha de figura ?? permite realizar un análisis de modos de falla. Es preparada por el *grupo de análisis* y completada por el *grupo de información*). Para cada modo de falla es posible encontrar varias causas y varios efectos.

El modo de falla ha sido definido a nivel de las funciones del equipo.

La causa de falla es la anomalía inicial susceptible de conducir a un modo de falla. Se expresa como una diferencia respecto de un nivel de referencia fijado anteriormente.

**Observación 156** *Es a nivel del efecto que se mide la gravedad de una falla. Se puede hablar entonces de la criticidad de cada tripleta causa-modo-efecto, usando una matriz de criticidad.*

Ejemplo 134

<i>Indice de gravedad</i>	<i>Criterio</i>	<i>Indice de frecuencia</i>	<i>Criterio</i>
1	detención<12h	1	<1 vez/año
2	detención<24h	2	<1 vez/mes
3	detención<1semana	3	<1 vez/semana
4	detención>1semana	4	>1 vez/semana

El valor de criticidad será dado por el producto gravedad por frecuencia.

Hasta el momento, se dispone de una lista jerarquizada, limitada voluntariamente a los casos más críticos, de modos y causas de falla y se desea evitar o disminuir las consecuencias poniendo en operación acciones de mantención adecuadas.

**36.2.6. Etapa III: Elaboración del plan técnico**

Las fases de esta etapa son:

- definir árboles de decisión
- creación del plan técnico
- planificación de tareas

**Árbol de decisión**

Las etapas anteriores permitieron fijar para cada causa de falla el valor de los criterios de seguridad, disponibilidad, calidad. Ahora se jerarquiza las acciones a tomar. Un ejemplo se muestra en figura 36.6.

**Priorización en base al costo global**

La tabla 43.5 muestra los parámetros de los diversos modos de falla de un equipo dado. Se dispone de 2 equipos gemelos, en paralelo. 80 % del tiempo, un solo equipo es capaz de solventar la demanda de producción; 20 % del tiempo se requiere de los 2. El *MTBF* de un equipo en standby es 5 veces el de un equipo operando. La distribución de fallas es de tipo exponencial para todos los modos de falla. La detención de la producción provoca perjuicios por 200 USD/hora. La planta opera 24/24, 7/7.

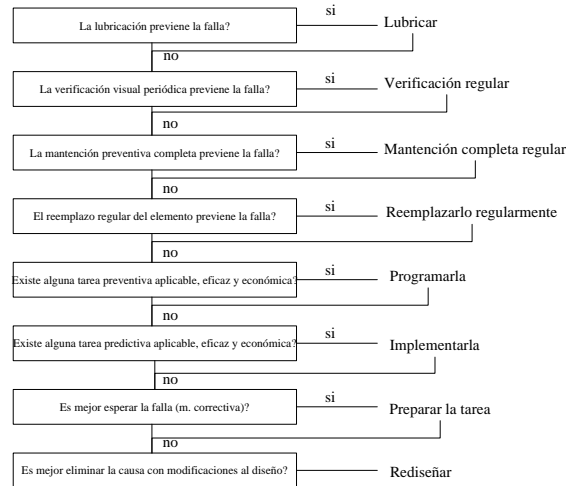


Figura 36.6: Árbol de decisión

1. Calcule el costo global esperado de cada modo de falla.
2. Establezca orden óptimo de elaboración del plan técnico de mantención.

$i$	$C_i$ (um)	Valor repuestos en bodega (um)	MTTR (horas)	MTBF
1	5000	10000	8	5000
2	2000	500	2	2500
3	200	500	1	2000
4	500	800	24	1000
5	50	1000	2	150
6	100	10	5	300
7	1000	500	12	1000
8	1500	2000	1	10000

Cuadro 36.2: Datos del equipo

### Creación del plan de mantención técnico

El grupo equipos debe entregar el plan de mantención, que debe incluir.

- tipo de operación (procedimiento completo)
- tipo de mantención
- periodo de intervención
- observaciones particulares
  - seguridad
  - confidencialidad
- calificación y numero de personal de intervención
- tiempo de intervención
- tipo y numero de repuestos

<b>Decisiones/Tareas</b>						
Proyecto:				Planta:		
Línea:				Fecha:		
Código	Código	Código		Trabajos	Intervalo	Personal
Modo de falla	Causa de falla	Modo de falla	Componente	propuestos	preventivo	requerido
Aprobado por:				Fecha:		

Figura 36.7: Ficha del plan técnico

- tipo y número de herramientas y equipos
- referencia a la documentación técnica necesaria

Para ello el grupo se sirve de los elementos siguientes:

- históricos de otros equipos similares;
- datos provistos por el fabricante.

Se obtiene la lista de tareas mostrada en figura 36.7.

### Planificación de tareas

Los resultados anteriores se programan en la ficha de figura 36.8. Este programa constituye la base y debe ser enriquecido con la experiencia.

#### 36.2.7. Etapa IV: Optimización del plan

La experiencia puede ser usada para mejorar el programa de mantención al examinar la eficacia de cada acción y determinando su costo en relación al costo de falla que evita.

El feedback se logra a través del historial de los siguientes datos:

- datos ligados a la confiabilidad,
- eventos,
- históricos de equipos,
- documentación específica

También se puede comparar respecto de datos externos de otras empresas (benchmarking).

Es conveniente la implementación de indicadores que permitan seguir la evolución a largo plazo de la política seguida.

Planificación de tareas				
Proyecto:			Planta:	
Línea:			Fecha:	
		Personal		Fecha
Componente	Tareas	Ejecución	Comentarios	Intervención
Aprobado por:			Fecha:	

Figura 36.8: Planificación inicial

### 36.3. Ejemplo ilustrativo

#### 36.3.1. Introducción

A continuación se describe un estudio RBM para un sistema sencillo: una piscina. Se seguirá la metodología, con los siguientes pasos:

1. Análisis del sistema y recolección de información
2. Definición de los sistemas adyacentes
3. Descripción del sistema y diagrama funcional de bloques
4. Funciones del sistema y fallas funcionales
5. Modos de fallas y análisis de efectos
6. Árbol de decisión
7. Selección del plan optimo.

#### 36.3.2. Análisis del sistema y recolección de información

#### 36.3.3. Análisis del sistema

La típica piscina doméstica puede ser convenientemente vista como un conjunto de cuatro grandes sub-sistemas:

1. piscina
2. spa

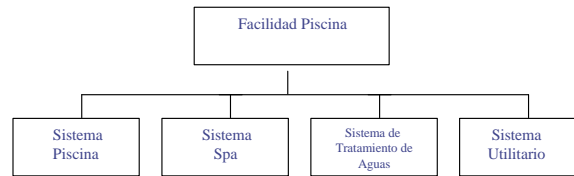


Figura 36.9: Diagrama de bloques del sistema

3. sistema tratamiento de aguas
4. sistema utilitario

La selección de los sub-sistemas en este caso es bastante sencilla ya que el único sistema que posee una diversidad de equipos significativamente grande es el de tratamiento de aguas. Se puede añadir que desde un punto de vista cualitativo, los costos de mantención preventiva y mantención correctiva están usualmente concentrados en el sistema de tratamiento de aguas.

### Recolección de información

En este paso se reúne toda la información posible con respecto de:

- funcionamiento y mantenimiento de la piscina,
- diagramas de instalación
- manuales de los fabricantes de los componentes.
- En el caso de equipos usados
  - historial de equipos
  - notas y observaciones de los dueños anteriores.

### Definición de los sistemas adyacentes

En este paso se obtiene el diagrama de componentes y conexiones entre cada uno de los equipos que forman el sistema (ver diagrama 36.10).

#### 36.3.4. Descripción del sistema y diagrama funcional de bloques

Se puede expandir el diagrama de bloques obtenido en el paso 36.3.2 para definir el diagrama funcional de bloques para el sistema de tratamiento de aguas. Esto muestra que podemos dividir ese sistema en particular en tres subsistemas funcionales:

- bombeo,
- calefactor y
- acondicionamiento de agua.

### Sistema piscina

Como introducción al sistema de tratamiento de aguas, vamos a discutir algunas características del sistema *piscina* en forma global. La *piscina* tiene tres subsistemas funcionales:

1. Llenado de agua: Esto es simplemente el reemplazo del agua evaporada mediante el uso de una manguera de jardín (o en otros casos, un sistema de alimentación fijo) para mantener el agua en un nivel deseado.

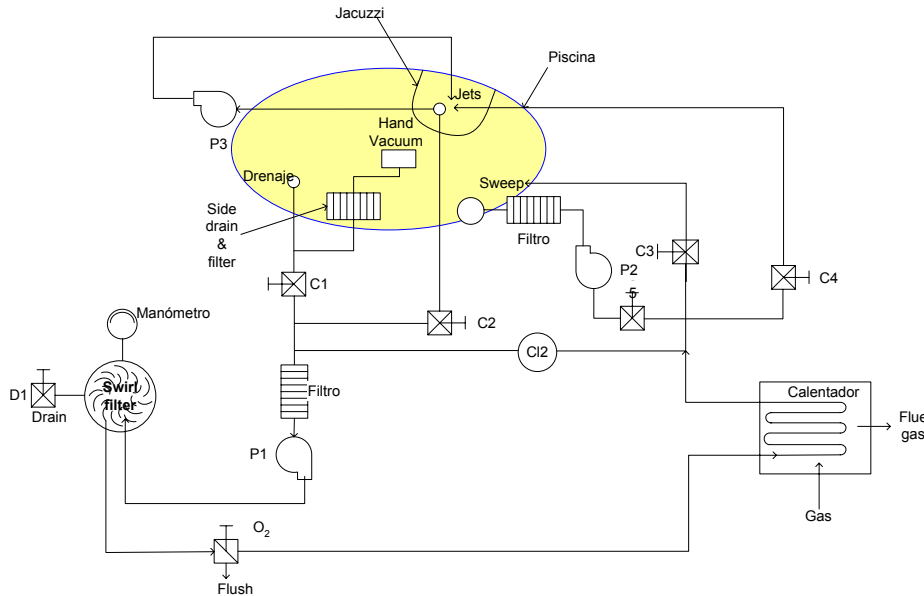


Figura 36.10: Definición de los sistemas adyacentes

2. Tratamiento de aguas manual: Esto consiste en el uso de mallas para recoger la basura depositada en la superficie del agua como hojas o tierra. Vaciado de la piscina cuando sea necesario. Control manual del Ph del agua.
3. Aspiradora de la piscina: Este es un sistema que permite la limpieza del fondo de la piscina, el cual permite recoger la suciedad decantada. En los últimos años, algunas piscinas poseen un sistema de aspiración automático que periódicamente se activa para aspirar el fondo.

### Sistema Spa

Muchas piscinas tienen el sistema spa, que está conetado funcionalmente al sistema piscina. El sistema *spa* en este caso tiene dos subsistemas funcionales:

1. Limpieza manual: Es la mismo que se vio anteriormente para el sistema piscina.
2. Inyectores de agua: En la mayoría de estos sistemas el agua es bombeada a través de inyectores de agua ubicados en las paredes del spa para mantener una circulación de agua determinada. En el ejemplo hay tres inyectores de agua. La presión de estos inyectores no forman parte del sistema de tratamiento de aguas.

### Sistema de tratamiento de aguas

El sistema de tratamiento de aguas es el responsable de mantener el agua purificada. También provee de una calefacción artificial de la piscina y del agua del spa. Estas funciones son otorgadas por tres subsistemas funcionales llamadas: bombeo, calefactor y acondicionamiento de aguas.

1. Bombeo: Este subsistema provee dos funciones principales. Primero, mantiene un caudal de agua circulando de alrededor 70 [GPM] circulando desde el sistema piscina a través del calefactor y del subsistema de acondicionamiento del agua. Segundo, provee un flujo de agua y presión necesarias para la operación de la aspiradora. El subsistema de bombeo funciona aproximadamente 5 horas al día en las estaciones calurosas y 3 horas en las estaciones frías.
2. Calefactor: El subsistema de calefacción provee la capacidad de elevar la temperatura del agua de la piscina y del spa. La circulación del agua desde el subsistema de bombeo pasa a un intercambiador de

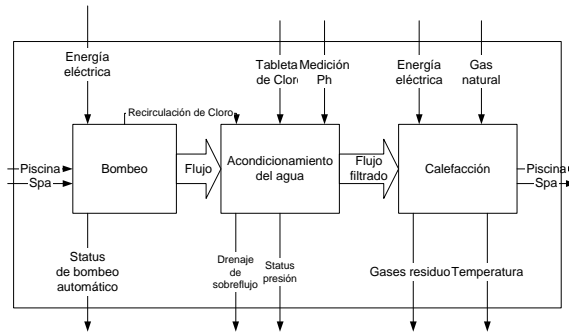


Figura 36.11: Interfaces de entrada y salida

calor el cual opera con gas natural, el cual están encendido tiene una salida de 383000 [BTU/hora]. El intercambiador de calor es controlado automáticamente para proveer la temperatura deseada al agua de la piscina (alrededor de 80° F) y al agua del spa (90 a 120° F). Este subsistema no puede calefaccionar ambos sistemas al mismo tiempo. La unidad de control posee además un máximo de temperatura permisible (140° F), el cual detiene el funcionamiento del intercambiador de calor si se sobrepasa esa temperatura.

3. Acondicionamiento del agua: El subsistema de acondicionamiento del agua provee un continuo filtrado y cloración del agua. Su función es, por lo tanto, mantener el agua en un estado cristalino. Este subsistema se apoya además en el tratamiento manual del agua como vimos anteriormente. Se pueden distinguir dos tipos de filtrado: un filtrado fino el cual ocurre en el filtro de granos de cuarzo, y un filtrado grueso, el cual ocurre antes de pasar por el filtrado fino, mediante el uso de canastillos. Se utiliza además medidores de presión para determinar el momento de efectuar un retrolavado del cuarzo del filtro.

Factores redundantes: En este caso no hay factores redundantes.

Factores de protección: Primero que nada hay un interruptor de circuito, el cual en caso de sobrecargas, detiene el paso de corriente hacia los equipos. Segundo, el control de temperatura máxima en el calefactor, el cual previene un excesivo calentamiento de las aguas.

Instrumentación clave: La instrumentación provee las operaciones automáticas para los subsistemas de bombeo y de acondicionamiento del agua, además del interruptor de temperatura máxima que fue descrita anteriormente.

### Diagrama funcional de bloques

Ahora se le agregan las interfaces de ENTRADA/SALIDA así como las interconexiones entre cada uno de los subsistemas funcionales.

### Interfaces de entrada y salida

Aquí se definen las entradas y salidas para cada uno de los subsistemas funcionales. Consisten en la entrada de energía y materia y luego en la salida de productos.

#### 36.3.5. Historial de los equipos

El objetivo es registrar las actividades relacionadas con mantención correctiva que se hayan aplicado al sistema de tratamiento de aguas. Se utilizará esta información en el paso 5 para construir la información sobre modos de fallas. El historial de los equipos se puede construir a partir de las facturas de reparación y de la misma experiencia al reparar piezas defectuosas.

Component	Date	Failure Mode	Failure Cause
1 Alignment valves	1980 1988	Stuck (in closed/ Open position)	Corrosion on stem during winter months
2 Pinhole Leaks in suction piping	1981 1987 1991	Connecting joint deterioration	Aging
3 Main pump	1988	Bearing (sealed) breakdown	Aging
4 Main (swirl) Filter-top canister	1986	Lip fracture (at joint with bottom canister)	Material flaw (mfr. replaced with no charge)
5 Main (swirl) filter-C clamp (top to bottom canister)	1982	Overstressed	Human error-excessive tightening (Oops!)
6 Flush valve on main filter	1984	Stuck closed	Lack of Lubrication
7 Main filter pressure gage	1984	Erratic reading	Seal leak to atmosphere
8 Gas heater	1989	Erratic burner ignition	Contamination, corrosion

Figura 36.12: Historial del sistema de tratamiento de agua

### 36.3.6. Funciones del sistema y modos de fallas

Ahora usaremos la información desarrollada en las descripciones de los sistemas, interfases de entrada/salida y el diagrama funcional de bloques para formular las funciones específicas y los modos de falla. Todo lo que hemos hecho hasta el momento servirá para establecer con precisión la lista de funciones y fallas funcionales para seleccionar las tareas de mantención preventiva.

### 36.3.7. Matriz equipos-modos de falla funcional

Lo primero en hacer en este paso es elaborar la matriz equipo-falla funcional. Eso se hace teniendo los componentes del sistema y la información sobre las fallas funcionales.

Esta matriz nos guía en los análisis de efectos relacionando las fallas con los componentes del sistema.

### 36.3.8. Análisis de criticidad

Con toda la información de los pasos anteriores se elaboran el conjunto de soluciones posibles para las fallas, tomando en cuenta en análisis de criticidad y los efectos de cada falla.

### 36.3.9. Selección de tareas

Una vez que se tienen las soluciones posibles se eligen aquellas que minimicen el costo global o maximizen la disponibilidad, por ejemplo.

## 36.4. Comentarios finales

Los resultados del análisis son de 4 tipos:

- conocer las funciones utilizadas,

Subsystem	Function no	Functional failure no	Description
Pumping	1.1		Maintain 70-GPM water flow at specified times to other subsystems.
		1.1.1	Failed to initiate flow at specified time.
		1.1.2	flow in less than 70 GPM.
		1.1.3	fails to terminate flow at specified time.
	1.2		Maintain 50-GPM water flow at specified times to pool sweep line.
		1.2.1	Fails to initiate flow at specified time.
		1.2.2	flow in less than 50 GPM.
		1.2.3	Fails to terminate before main flow shut-down.
	1.3		Maintain water bleed to chlorinator.
		1.3.1	No bleed water flow.
	1.4		Automatically activate/deactivate water flow
		1.4.1	"On" and/or "ON" signals malfunction.
Water conditioning	2.1		Provide filtered water to the heating subsystems.
		2.1.1	Fails to catch larger debris.
		2.1.2	Poor filtering efficiency (can be related to FF no 1.1.2 above).
	2.2		Send chlorinated water to exit piping.
		2.2.1	Fails to add chlorine to bleed water.
Heating	3.1	2.2.2	No bleed water flow.
			Provide desired heat input to water, on demand, at 383,000 Btu/ hour.
		3.1.1	Fails to ignite.
		3.1.2	Fails to shut down at desired temperature.
	3.2		Maintain a safe operation.
		3.2.1	Uneven burn and gas accumulation.
		3.2.2	Fails to shut down at Hi-Limit control temperature.
		3.2.3	Full/partial stoppage of flae gas release.

Figura 36.13: Análisis de modos de falla

Nº	Name/Failure	1.1.1 Fails to initial flow at specified time (pool/spa)	1.1.2 Flow <70 GPM	1.1.3 Fails to terminate flow at specified time	1.2.1 Fails to initiate (pool sweep)	1.2.2 Flow <50 GPM	1.2.3 Fails to terminate before main flow stops	1.3.1 No bleed water flow	1.4.1 On/Off signals malfunction
A	Main pump with 1-HP Motor								
B	Pool sweep pump with ¾HP motor								
C	Valves-pool/spa alignment (2)								
D	Valve-drain								
E	Electromechanical timers (2)	*		*	*		*		
F	Water piping								
G	Main (swirl) filter		**						
H	Trap Filters (2)								
I	Chlorinator		**						
J	Flush valve on main filter								
K	Pressure gage								
L	Gas heater								
M	Gas piping								
N	Temperature control/limit unit								
O	Pool/spa switch								

(\*) Covered in FF Nº 1.4.1

(\*) Covered in FF Nos. 2.1.1 and 2.1.2

Figura 36.14: Matriz equipos vs modos de falla

Functional failure	Component/failure mode	Evident?	Safety?	Outage?	Category	Comment
1.1.1 Fails to initiate flow at specified time	Main pump and 1-HP motor					
	01-Failed bearing	Y	N	Y	B	Must be corrected in days or serious water deterioration occurs.
	02-Motor Short	Y	N	Y	B	Ditto above.
	03-Leak					
	Alignment valves					
1.1.2 -Flow <70 GPM	01- Stuck open or closed	N	N	Y	D/B	
	Drain valve					
	01-Stuck closed	N	N	Y	D/B	Spa cannot be used if pool water level is too high.
1.2.1 -Fails to initiate flow at specified time (pool sweep)	Piping					
	02-Pinhole leak	Y	N	N	C	Must be corrected in <4 days or serious water deterioration occurs, plus can cause serious motor/pump damage if not shut off in <4 hours.
1.2.1 -Fails to initiate flow at specified time (pool sweep)	Main pump and 1-HP motor					
	01-Bearing deterioration	Y	N	N	C	Gives audible indication.
1.2.1 -Fails to initiate flow at specified time (pool sweep)	01-Failed Bearing	Y	N	N	C	
	02-Motor short	Y	N	N	C	
	03-Leak	Y	N	N	C	Can cause serious motor/ pump damage if not shut off <4 hours.

Figura 36.15: Análisis de criticidad

- conocer las fallas y causas de falla,
- definir un programa de mantención preventiva para cada equipo,
- responsabilizar al personal.

Los beneficios a obtener de un programa de mantención planificado son:

- mayor atención a la seguridad del personal,
- mejoramiento del funcionamiento de los equipos,
- mejor estimación de costos de mantención,
- extensión de la vida de los equipos,
- hacer participar a producción en el estado de los equipos,
- lograr la cooperación producción/mantención y responsabilizar al personal.

El método RBM puede ser visto como un primer paso hacia la mantención productiva total y las certificaciones dado que permite:

- definir las misiones de cada uno,
- desarrollar la mantención preventiva vs la correctiva,
- crear un plan de mantención,
- implementar el análisis de modos de falla,
- desarrollar bases de datos para lograr un mejoramiento continuo.

En un contexto general, mas alla del RBM, la implementación exitosa de un sistema de gestión de mantenimiento pasa necesariamente por la disposición de los recursos requeridos así como de la implicación del personal asociado. Se requiere además:

- definición de un objetivo claro de la política de mantenimiento. El depende de la misión de la empresa.

**Ejemplo 135** *Un hotel busca el comfort del cliente, una minera busca minimizar los costos por unidad de masa de producto.*

- lograr la motivación del personal por los cambios propuestos
- disponer de procedimientos rigurosos para la recolección, registro y análisis de la información
- asegurar una *buena* comunicación entre los miembros de la organización
- poner en marcha indicadores de performance que permitan evaluar el status y los resultados de las medidas tomadas en el tiempo.

### 36.5. Lecturas recomendadas

(Deshpande y Modak, 2002)[5] presentan un estudio de caso aplicado a una siderúrgica en India.



# Bibliografía

- [1] *Pratique de la Maintenance Industrielle*. Dunod, 1998.
- [2] Idhammar, C., *Results oriented maintenance: the productivity factor of the future*, Pulp & paper, 65-59, July 1992.
- [3] Tsang, A.H.S, Jardine, A.K.S., Campbell, J.D., Pickett, J.D., *Reliability Centred Maintenance: A Key to Maintenance Excellence*, City University of Hong Kong, Department of Manufacturing Engineering and Engineering Management, 1998.
- [4] Jia, X. and Christer A.H., *A prototype cost model of functional check decisions in reliability-centred maintenance*, Journal of the Operational Research Society 53, 13801384, 2002.
- [5] Deshpande, V.S., Modak, J.P., *Application of RCM to a medium scale industry*, Reliability Engineering & System Safety, 77(1), 31-43, 2002. [\[bajar\]](#)
- [6] Mokashi, A.J., Wang, J., Vermar, A.K., *study of reliability-centred maintenance in maritime operations*, Marine Policy 26(5), 325-335, 2002. [\[bajar\]](#)
- [7] Srikrishna, S., Yadava, G.S., Rao P.N., *Reliability-centred maintenance applied to power plant auxiliaries*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 2(1), 3-14, 1996. [\[bajar\]](#)
- [8] Kaffel, H., *La maintenance distribuee: concept, evaluation et mise en oeuvre*, Ph.D. Thesis, Universite Laval, Quebec, Canada, 2001. [\[bajar\]](#)



## Capítulo 37

# Mantenimiento productivo total

...an early prerequisite for TPM implementation in a company, is the development of a CMMS for collecting and recording the data for TPM implementation.  
S.V. Olafsson[?]

No one knows the conditions of equipment better than the operators, who spend the whole of their working hours running it and listening to the noises it makes under varying circumstances...  
K. Al-Hassan[143]

### 37.1. Introducción

La realidad muestra que las compañías participan en un mercado internacional, lo que permite acceso a una amplia base de consumidores, pero que también incrementa sustancialmente la competencia. Para sobrevivir, las empresas deben reaccionar con estrategias de negocios eficientes. Una condición esencial para el éxito es la satisfacción del cliente gracias a un producto confiable y de alta calidad. La competitividad también fuerza a reducir los márgenes, lo que a su vez empuja a reducir los costos. Así, se debe poner gran atención a la disponibilidad y a la confiabilidad de las líneas de producción.

El Mantenimiento Productivo Total -*TPM*- se puede definir como un programa para mejorar la efectividad global de los equipos, con la participación activa de los operadores[174].

El concepto *total* considera la efectividad económica total con la participación de *todo* el personal.

El *TPM* se ha implementó originalmente en Japón (1971). Envuelve el concepto de mirar la empresa como un todo, lo que lleva a desagregar las actividades, por ejemplo, el personal de producción es incluido en las tareas de mantenimiento.

El objetivo inmediato del *TPM* es la "eliminación total de las pérdidas de producción": obtención de 0 pérdidas de producción implica 0 fallas y 0 defectos de calidad[21]. Ello mejora la efectividad del equipo, se reducen los costos y se incrementa la productividad.

El *TPM* promueve la idea de que los sistemas productivos son combinaciones de hombres y máquinas (sistemas hombre-máquina) que deben ser optimizados como conjunto, al mínimo costo.

**Observación 157** *Nótese que el objetivo aquí es maximizar la disponibilidad de los equipos; el costo global está dominado por el costo de falla.*

### 37.2. Objetivos

Los objetivos del *TPM* son:

- reducir el delay para poner al equipo en operación;
- mejorar la disponibilidad, incrementando la fracción de tiempo productivo;

- incrementar la vida de los equipos;
- incluir a los usuarios de los equipos en su mantención, con el apoyo de los especialistas adecuados;
- hacer uso balanceado e intensivo de la mantención predictiva y preventiva;
- mejorar la mantenibilidad de los equipos.

A nivel operativo el *TPM* logra que:

- cada operador sea responsable por su(s) máquina(s), y realice tareas de mantención básicas tales como limpiar, lubricar, inspeccionar visualmente, reportar si observa anomalías;
- Formar pequeños grupos de trabajo para discutir problemas de mantención, sugerir mejoras y lograr una visión común del conjunto mantención-empresa.

Sus características básicas son:

- postula la maximización de la efectividad del equipo
- establece un sistema de mantención programada que cubre el total de la vida útil del equipo.
- cubre todos los departamentos involucrados.

Estas características se pueden resumir en un plan de mantención ideado y realizado por todos los trabajadores organizados en pequeños grupos.

El *TPM* también puede ser caracterizado por el tipo de actividad que promueve:

- Mantenimiento autónomo
- Mantenimiento preventivo y predictivo
- Mejoramiento de equipos

### 37.3. Las grandes pérdidas

La mejora de la efectividad se obtiene eliminando las "Seis Grandes Pérdidas" que interfieren con la operación, a saber:

1. Fallas del equipo, que producen pérdidas de tiempo inesperadas.
2. Puesta a punto y ajustes de las máquinas que producen pérdidas de tiempo al iniciar una nueva operación u otra etapa de ella. Por ejemplo, al inicio en la mañana, al cambiar de lugar de trabajo, al cambiar una matriz o hacer un ajuste.
3. Marchas en vacío, esperas y detenciones menores durante la operación normal que producen pérdidas de tiempo, ya sea por la operación de detectores, buzones llenos, obstrucciones en las vías, etc.
4. Velocidad de operación reducida, que produce pérdidas de tiempo al no obtenerse la velocidad de diseño del proceso.
5. Defectos en el proceso, que producen pérdidas de tiempo al tener que rehacer partes de él o reparar piezas defectuosas o completar actividades no terminadas.
6. Pérdidas de tiempo propias de la puesta en marcha de un proceso nuevo, marcha blanca, período de prueba, etc.

El análisis cuidadoso de cada una de estas causas de baja productividad lleva a encontrar las soluciones para eliminarlas y los medios para implementar estas últimas.

Es fundamental que el análisis sea hecho en conjunto por el personal de operaciones y mantención porque los problemas que causan la baja productividad son de ambos tipos y las soluciones deben ser adoptadas en forma integral para que tengan éxito.

### 37.4. Conceptos básicos

El mantenimiento productivo total busca el mejoramiento de las operaciones de la fábrica mejorando la actitud y la destreza de todo el personal, desde el gerente general hasta el trabajador de terreno y mejorando el funcionamiento del equipo por medio de la capacitación del personal que está directamente relacionado con él.

La actitud corriente de los operadores y mantenedores es que cada uno tiene su campo de acción y cada uno se interesa exclusivamente de la labor para la cual fue contratado: "Yo soy operador y tú eres mantenedor".

La primera etapa de la introducción de *TPM* es el cambio de la actitud del operador de tal manera que éste realice algunas tareas de mantención en el equipo que maneja. Para esto es necesario entrenarlo en conocimientos y destrezas de mantención, cosa que es posible sólo si está dispuesto y motivado a ello. "El mejoramiento del ser humano depende de su participación e involucramiento".

Se trata de lograr que el operador se preocupe del equipo que él mismo utiliza para su trabajo diario.

Como consecuencia del cambio de actitud en operadores y mantenedores también mejoran otras condiciones del ambiente de trabajo, por añadidura.

Seiri (orden), Seiton (armonía en la distribución), Seiso (integridad), Seiketsu (aseo), Shitsuke (disciplina).

### 37.5. Actividades esenciales

Hay cinco actividades de un total de doce que se pueden identificar, que son fundamentales para que el programa tenga éxito.

El programa debe ser implementado teniendo muy en cuenta las características de la industria, el método de producción, el estado del equipo y los problemas que son más habituales.

Estas actividades son:

1. Mejorar la efectividad de cada equipo. Seleccionar un equipo o familia de equipos y formar un Grupo de Tarea para hacer el análisis de su funcionamiento y llevar a cabo la eliminación de las Seis Grandes Pérdidas logrando con ello el mejoramiento de su efectividad.
2. Implantar el mantenimiento autónomo por los operadores. Promover que se realicen trabajos de mantención por parte de pequeños grupos de terreno según el método que se describe más adelante.
3. Implantar un buen sistema de administración del mantenimiento que tenga bajo control todas las funciones como planificación, programación, abastecimiento de repuestos, herramientas, manuales de taller, etc. y que establezca trabajos periódicos de mantención preventiva o sintomático.
4. Definir e implementar programas de capacitación para mejorar los conocimientos y destrezas de operadores y personal de mantención.
5. Establecer un sistema para diseñar y producir equipos o componentes que permita llevar a la práctica las mejoras que se propongan en confiabilidad, mantenibilidad y ciclo económico de vida.

En este aspecto hay que hacer mucho énfasis, recordando que son las condiciones de diseño las que tienen la mayor importancia en la disponibilidad.

### 37.6. Mantenimiento autónomo

Dado que la mantención realizada por los operadores es una de las características distintivas de *TPM* es necesario prestarle la mayor atención a la forma de implantarla.

La experiencia ha demostrado que este tipo de actividades que involucre a muchas personas y en las cuales se requiere su participación activa y positiva; necesita una preparación muy cuidadosa, desde el comienzo, por parte de todos los interesados.

El Instituto Japonés de Mantenimiento Plantas (JIPM) ha desarrollado un método de siete pasos cuyo objetivo es lograr el cambio de actitud indispensable para el éxito del programa. Los pasos son:

1. Aseo inicial.

Limpiar la máquina de polvo y suciedad, a fin de dejar todas sus partes perfectamente visibles. Implementar un programa de lubricación, ajuste sus componentes y descubra y repare todos sus defectos de funcionamiento.

2. Medidas para descubrir las causas de la suciedad, el polvo y las fallas.

Evite las causas de la suciedad, el polvo y el funcionamiento irregular, mejore los lugares que son difíciles de limpiar y de lubricar y reduzca el tiempo que se necesita para limpiar y lubricar.

3. Preparación de procedimientos standard de aseo y lubricación.

Prepare procedimientos de comportamiento standard con el objeto que las actividades de aseo, lubricación y ajustes menores de los componentes se puedan realizar en tiempos cortos. (Este procedimiento debe servir como estructura de referencia del tiempo necesario a diario o periódicamente).

4. Inspecciones generales.

Entrene al personal en técnicas de inspección por medio de manuales de inspección y en el descubrimiento y reacondicionamiento de los defectos menores del equipo descubiertos en las Inspecciones.

5. Inspecciones autónomas.

Prepare hojas de inspección autónoma Y póngalas en práctica.

6. Orden y Armonía en la distribución.

Estandarice procedimientos administrativos para el trabajo y para todas aquellas actividades como:

- Estándares para el aseo, inspección y lubricación.
- Estandarización de registros.
- Estandarización de la administración de herramientas.

7. Administración autónoma de todas las actividades.

Desarrollar políticas y metas a nivel de toda la empresa y haga una rutina de las actividades de mejoramiento: registre sistemáticamente el tiempo entre fallas y haga análisis que conduzcan al mejoramiento del equipo.

Según este método el mismo equipo que el operador maneja se usa para hacer entrenamiento en el trabajo. El operador va adquiriendo gradualmente los conocimientos y destrezas de mantenimiento a través de los siete pasos de entrenamiento e implantación. A medida que va desarrollando las etapas va aumentando también su interés por llevar adelante el *TPM*.

Estas etapas también incorporan actividades relacionadas con las "5 S". En cada una el trabajador es ayudado por su jefe o por algún técnico del departamento. Cuando aprueba una etapa se le entrega un certificado que le permita seguir a la siguiente.

Este procedimiento para desarrollar mantenimiento autónomo debe realizarse por medio de pequeños grupos de trabajo en cada área ejecutara o lugar de trabajo. En cada etapa deben recibir asesoramiento y asistencia para que tanto el trabajo de grupo como la mantención que realicen sean bien hechos.

La asesoría no se refiere al mero éxito o fracaso del operador en su aprendizaje sino a toda la situación de mantenimiento del área de trabajo o de las máquinas.

Siguiendo este método paso a paso mejoran tanto el trabajador como las máquinas. Se obtienen excelentes resultados en la eliminación de las 6 Grandes Pérdidas, en el mejoramiento general de la efectividad del equipo y en la obtención de un lugar de trabajo más agradable.

## 37.7. Implementación

El Japanese Institute of Plant Management sugiere los siguientes pasos:

1. Decisión al más alto nivel;
2. Campaña de información y educación con encuentros y seminarios;
3. Implementando medios de promover las ideas del TPM;
4. Elaborar un informe sobre el estado de los equipos;
5. Establecer un programa de implementación de medio plazo;

6. Ponerlo en marcha;
7. Incrementar la disponibilidad de cada máquina;
8. Desarrollo de la auto-mantenición;
9. Optimizar, desde el punto de vista económico, el nuevo servicio de mantención.
10. Entrenamiento de los operadores, vistas sus nuevas labores;
11. Ajuste de la gestión a las nuevas practicas,
12. Después de un plazo debido, medir resultados y establecer nuevos objetivos: el proceso es iterativo.

La experiencia de muchas industrias ha indicado que cada uno de los pasos cumple un papel importante y por lo tanto su seguimiento asegura el éxito desde la etapa preparatoria hasta la implantación total.

El tiempo necesario para completar el programa varía de 2 a 3 años. La etapa preparatoria requiere entre 3 y 6 meses y está constituida por los 5 primeros pasos.

1. La Gerencia da a conocer a toda la empresa su decisión de poner en práctica *TPM*. El éxito del programa depende del énfasis que ponga la Gerencia General en su anuncio a todo el personal.
2. Se realiza una campaña masiva de información y entrenamiento a todos los niveles de la empresa de tal manera que todo el mundo entienda claramente los conceptos de *TPM*. Se utilizan todos los medios posibles como charlas, posters, diario mural, etc., de tal manera que se cree una atmósfera favorable al inicio del programa.
3. Se crean organizaciones para promover *TPM*, como ser un Comité de Gerencia, Comités departamentales y Grupos de Tarea para analizar cada tema.
4. Se definen y emiten las políticas básicas y las metas que se fijarán al programa *TPM*. Con este objeto se realiza una encuesta a todas las operaciones de la empresa a fin de medir la efectividad real del equipo operativo y conocer la situación existente con relación a las "6 Grandes Pérdidas". Como conclusión se fijan metas y se propone un programa para cumplirlas.
5. Se define un plan maestro de desarrollo de *TPM* que se traduce en un programa de todas las actividades y etapas.
6. Una vez terminada la etapa preparatoria anterior se da la "partida oficial" al programa *TPM* con una ceremonia inicial con participación de las más altas autoridades de la empresa y con invitados de todas las áreas. Las etapas de implementación del programa contienen las 5 actividades esenciales, descritas anteriormente (etapas 7 a la 11).
7. Se inicia el análisis y mejoramiento de la efectividad de cada uno de los equipos de la planta. Se define y establece un sistema de información para registrar y analizar sus datos de confiabilidad y mantenibilidad.
8. Se define el sistema y se forman grupos autónomos de mantención que inician sus actividades inmediatamente después de la "partida oficial". En este momento el departamento de mantención verá aumentar su trabajo en forma considerable debido a los requerimientos generados por los grupos desde las áreas de producción.
9. Se implementa un sistema de mantención programada en el departamento de mantención.
10. Se inicia el entrenamiento a operadores y mantenedores a fin de mejorar sus destrezas. Este programa debe empezar a, más tardar 6 meses después de la "partida oficial".
11. Se crea el sistema de mejoramiento de los equipos de la planta que permite llevar a la práctica las ideas de cambio y modificaciones en el diseño para mejorar la confiabilidad y mantenibilidad.

12. Esta etapa busca consolidar la implantación total de TPM y obtener un alto nivel de efectividad del equipo. Con este objeto se deben crear estímulos a los logros internos del programa TPM en los diversos departamentos de la empresa.

En Japón, la JIPM ha establecido un concurso anual para premiar a las empresas que muestran mayores logros en la implantación de TPM.

La empresa debe definir año a año metas superiores para la efectividad total de sus instalaciones a fin de lograr mejor productividad y mayores utilidades.

## 37.8. Indicadores

El *TPM* (tal como cualquier estrategia de gestión) requiere de indicadores para medir la performance de las medidas tomadas. Se han definido una serie de indicadores standard. Como se verá se miden las pérdidas de *tiempo* en forma normalizada.

### 37.8.1. Definiciones

tiempo de trabajo (RT, RunningTime)

tiempo operativo bruto=tiempo total trabajado-tiempo de parada planificada

tiempo operativo neto=tiempo operativo bruto-tiempo de configuración-tiempo parada falla

tiempo operativo usable=tiempo operativo neto-tiempo perdido

tiempo productivo neto=tiempo operativo usable-tiempo para reprocesar producto mala calidad

Disponibilidad teórica (*PA*, *Planned Availability*)

$$PA = \frac{RT - \text{tiempo de configuración}}{RT}$$

La productividad de los equipos se mide por el *TEEP* (*Total Effective Equipment Productivity*). El *TEEP* incluye el tiempo de mantenimiento preventivo y es una medida combinada de la utilización del equipo y de su efectividad global. Este indicador incluye<sup>1</sup>:

- Utilización del equipo (*EU*), que considera los tiempos muertos por no trabajar a 3 turnos y las paradas programadas,
- Efectividad global de equipo (*OEE*)

$$TEEP = EU \cdot OEE$$

El *EU* es

$$EU = \frac{\text{tiempo de los turnos-tiempo paradas programadas}}{\text{tiempo total}}$$

La efectividad global del equipo (*OEE*) refleja como opera el equipo *cuando está operando*. considera la disponibilidad (*A*), la eficiencia de operación (Performance Efficiency, *PE*) y la razón de calidad (Rate of Quality, *RQ*):

$$PE = \frac{\text{tiempo operativo usable}}{\text{tiempo operativo neto}}$$

---

<sup>1</sup>Ver ref. ??, pp 53.

La disponibilidad considera

$$A = UT \cdot PA$$

Dado que la disponibilidad

$$RQ = \frac{\text{unidades producidas con calidad nominal}}{\text{unidades producidas}}$$

$$OEE = A \cdot PE \cdot RQ$$

Un indicador de la efectividad neta del equipo es el *NEE* (*Net Equipment Effectiveness*). Considera el tiempo de operación efectivo (*UT*, Uptime). Este indicador excluye el tiempo de mantención preventiva, además del requerido para ajustes y para configurar:

$$NEE = UT \cdot PE \cdot RQ$$

### 37.8.2. Ejemplo

Un planta opera dos turnos de 8 horas por día. Las paradas programadas duran 90 min:

$$EU = \frac{2 \cdot 8 \cdot 60 - 90}{24 \cdot 60} = 60,4 \%$$

$$RT = 2 \cdot 8 \cdot 60 - 90 = 870 \text{ min/día}$$

El tiempo para configurar el equipo es de 70 minutos, luego la disponibilidad teórica es:

$$PA = \frac{870 - 70}{870} = 92,0 \%$$

el tiempo operativo bruto es

$$870 - 70 = 800 \text{ min/día}$$

El equipo falla 50 min/día en promedio, y el *UT* es

$$UT = \frac{800 - 50}{800} = 93,8 \%$$

La disponibilidad es

$$\begin{aligned} A &= PA \cdot UT \\ &= 92 \cdot 93,8 = 86,2 \% \end{aligned}$$

lo que da la impresión de que las cosas están funcionando bien. El tiempo operativo neto

$$870 - 70 - 50 = 750 \text{ min/día}$$

el equipo no produce:

por falta de materia prima 240 min/día y

funciona bajo su capacidad nominal durante 75 min/día,

el tiempo operativo usable (nótese que estos dos valores usualmente no son medidos) es

$$750 - 240 - 75 = 435 \text{ min/día}$$

y

$$PE = \frac{435}{750} = 58 \%$$

Una forma alternativa de calcular el *PE* es usar el tiempo de procesamiento de un producto y multiplicarlo por el número de unidades producidas al final del día. En este ejemplo estos valores son 1.5 min/producto, 290 unidades/día

$$PE = \frac{1,5 \cdot 290}{750} = 58 \%$$

Por falta de calidad se reprocesaron 6 unidades por lo que el tiempo productivo neto es

$$435 - 1,5 \cdot 6 = 426 \text{ min/día}$$

y la tasa de calidad  $RQ$  es

$$\begin{aligned} RQ &= \frac{290 - 6}{290} = 97,9 \% \\ &= \frac{426}{435} = 97,9 \% \end{aligned}$$

Finalmente

$$OEE = 86,2 \cdot 58,0 \cdot 97,9 = 49,0 \%$$

$$\begin{aligned} TEEP &= 60,4 \cdot OEE = 29,6 \% \\ &= \frac{426}{1440} \end{aligned}$$

La efectividad con que produce el equipo cuando está operando es:

$$NEE = 93,7 \cdot 58,0 \cdot 97,9 = 53,2 \%$$

Mejorando la mantención debe ser relativamente fácil subir la disponibilidad a 90 %, la performance a 95 %, la tasa de calidad a 99 % en ese caso:

$$OEE' = 90 \cdot 95 \cdot 99 = 84,7 \%$$

## 37.9. Comentarios finales

El mantenimiento productivo total aparece como un concepto japonés que busca maximizar la productividad del equipo. Para ello toma una serie de medidas, entre las cuales se encuentra el involucrar al personal de producción para atacar cualquier variable que afecte la eficiencia operacional del equipo.

El tema costos no está considerado explícitamente pues se hace un énfasis en la disponibilidad del equipo.

El *TPM* es complementario al *RBM*, el cual se concentra en la generación de un programa de mantenimiento tomando en cuenta necesidades técnicas y costos.

Dos conceptos principales del *TPM* son el mantenimiento autónomo y los indicadores *TPM*, de los cuales el más utilizado es el *OEE*. Los indicadores son una gran ayuda para concentrar esfuerzos en donde sus efectos sean mayores sobre la efectividad de los equipos.

Algunas de las áreas mejoradas con la implementación de *TQM* (ver §38) también son contempladas en *TPM*: compromiso, buena comunicación inter-personal, potenciación de iniciativas personales, y *benchmarking*. *TQM* no contempla la efectividad total del equipo como objetivo e indicador. La implementación previa de *TQM* reduce sustancialmente el esfuerzo y el tiempo requerido para implementar *TPM*[143].

## 37.10. Lecturas interesantes

(Guerrero y Sire, 2001)[18] hacen un interesante estudio del efecto de la motivación sobre el éxito de un proceso de capacitación. El *TPM* requiere convertir al operador en mantenedor. Su actitud hacia el cambio es crucial en un programa productivo total.

El portal [www.tpmonline.com](http://www.tpmonline.com) ofrece varios artículos prácticos sobre *TPM*.

(Ljungberg, 1998)[24] estimó la efectividad global de los equipos (*OEE*) en 55 % en una industria automovilística sueca. La empresa puede incrementar sus capacidad de producción sin invertir en nuevos equipos e invirtiendo en la aplicación de estrategias de mantenimiento más eficientes.

# Bibliografía

- [1] P. Lyonnet. *maintenance planning, methods and mathematics*. chapman & Hall, 1991.
- [2] hartmann P.E. Edward, H. *successfully installing TPM in a non-japanese plant*, 1992.
- [3] kaber DB, endsley, MR, *Out-of-the-loop performance problems and the use of intermediate levels of automation for improved control system functioning and safety process*, safety progress 16 (3), 126-131, 1997.
- [4] Iyer KR, *Operator maintenance - key to reducing breakdowns*, Hydrocarbon processing, 81(10), 51-55, 2002.
- [5] Brah, S.A., Chong WK, *Relationship between total productive maintenance and Performance*, International Journal of Production Research 42 (12), 2383-2401, 2004. [bajar].
- [6] Dombrowski U, Tiedemann H, Merkel M, *Preventive maintenance by production personnel using Total Productive Maintenance (TPM)*, ZKG International, 57(4), 60-66, 2004.
- [7] Sun HY, Yam R, Wai-Keung N, *The implementation and evaluation of Total Productive Maintenance (TPM) - an action case study in a Hong Kong manufacturing company*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 22(3-4), 224-228, 2003.
- [8] Lycke, L., *Team development when implementing TPM*, Total Quality Management & Business Excellence, 14(2), 205-213, 2003. [bajar]
- [9] Yamashina, H., Kubo, T., *Manufacturing cost deployment*, International Journal of Production Research, 40(16), 4077-4091, 2002. [bajar].
- [10] Jeong KY, Phillips DT, *Operational efficiency and effectiveness measurement*, International Journal of Operations & Production Management, 21(11), 1404-1416, 2001.
- [11] Dal B, Tugwell P, Greatbanks R, *Overall equipment effectiveness as a measure of operational improvement - A practical analysis*, International Journal of Operations & Production Management, 20(11-12), 1488-1502, 2000.
- [12] Hipkin IB, De Cock C, *TQM and BPR: lessons for maintenance management*, Omega-International Journal of Management Science, 28(3), 277-292, 2000.
- [13] Perez-Lafont, J.L., *Installation of a TPM program in a Caribbean plant*, Computers & Industrial Engineering, 33(1-2), 315-318, 1997. [bajar].
- [14] Hills PW, *Production benefits from a vibration-based condition monitoring programme*, INSIGHT, 38(8), 563-565, 1996.
- [15] Geraghty T, *Techniques in maintenance* Gas Engineering & Management 36(6), 8-9, 1996.
- [16] Sun, H., Yam, R., Wai-Keung, N., *The implementation and evaluation of Total Productive Maintenance (TPM) an action case study in a Hong Kong manufacturing company*, Int J Adv Manuf Technol, 22, 224-228, 2003. [bajar].

- [17] Blanchard, B.S., *An enhanced approach for implementing total productive maintenance in the manufacturing environment*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 3(2), 69-80, 1997. [\[bajar\]](#).
- [18] , S. Guerrero, B. Sire, *Motivation to train from the workers' perspective: example of French companies* International Journal of Human Resource Management, 12(6), 988 - 1004, 2001. [\[bajar\]](#).
- [19] K. Al-Hassan, J. Fat-Lam Chan, A.V. Metcalfe, *The role of total productive maintenance in business excellence*, Total quality management, 11(4,5,6), 596–601, 2000. [\[bajar\]](#).
- [20] Nakajima, S. *Introduction to TPM: Total Productive Management*, Productivity Press, Portland, 1988.
- [21] Nakajima, S. *TPM Development Program: Implementing Total Productive Maintenance*, Productivity Press, Portland, 1991.
- [22] Gramsh, E., *Mantenición Productiva Total*, Revista de Mantenimiento, 2, 1991.
- [23] Olafsson, S.V., *An analysis for total productive maintenance implementation*, MSc thesis, Virginia Polytechnic and State University, 1990.
- [24] Ljungberg, O., *Measurement of overall equipment effectiveness as a basis for TPM activities*, International Journal of Operations and Production Management, 18 (5), 495-507, 1998.

## Capítulo 38

# Mantenimiento centrado en la calidad total

This is not the end,  
it is not even the beginning of the end.  
But it is, perhaps the end of the beginning.  
*Winston Churchill.*

### 38.1. Introducción

*Calidad* tiene una serie de acepciones, no existe una definición clara. En un principio fue sinónimo de inspección; luego tomó una connotación estadística; actualmente se trabaja con el concepto de calidad total, lo que implica la intervención de todas las funciones de la empresa. También se incluyen conceptos de *0 defectos*, *mejoramiento continuo*, *enfoque en la demanda* o *adecuación al uso*.

Entre los conceptos asociados a calidad se incluyen los de disponibilidad, confiabilidad y mantenibilidad.

$$D = \frac{T_i}{T_i + T_o}$$

donde  $D$  es disponibilidad,  $T_i$  es el tiempo en operación y  $T_o$  es el tiempo fuera de operación.

La confiabilidad es medida con el *MTBF*. La mantenibilidad es medida con el *MTTR*.

De lo anterior:

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

La planificación y el control de la calidad requieren de los siguientes pasos:

1. Definir los atributos de la calidad
2. Decidir de qué manera medir cada atributo
3. Establecer standards de calidad
4. Diseñar un programa de inspección
5. Analizar y corregir las causas de la baja calidad
6. Mejorar el programa en forma continua

## 38.2. Política de calidad

La gestión de calidad comienza cuando los niveles superiores establecen una política de calidad. Los enunciados de la política deben detallarse con objetivos establecidos periódicamente. Si la compañía utiliza la administración por objetivos (MBO, su sigla en inglés), los objetivos de calidad deben incorporarse.

**Ejemplo 136** *Algunos ejemplos de objetivos:*

- *Aumentar la disponibilidad de la planta al 98 %*
- *Capacitar al personal en aseguramiento de la calidad*

## 38.3. Deming

W.E. Deming es considerado el principal promotor de la calidad total en Japon. Define la calidad como mejoramiento continuo. Su filosofía de calidad se resumen en los 14 puntos siguientes:

1. Crear constancia de propósito hacia el mejoramiento de productos y servicios con objeto de ser competitivo y permanecer en el negocio a largo plazo, más que utilidades a corto plazo.
2. Adoptar la nueva filosofía rehusándose a permitir niveles comúnmente aceptados de equivocaciones, defectos, retrasos y errores. Aceptar la necesidad de cambio.
3. Abandonar la dependencia de Inspección en masa. En su lugar confiar en la elaboración de la calidad dentro del producto la primera vez y en medios estadísticos para controlar y mejorar la calidad.
4. Dejar la práctica de conceder negocios teniendo como base la marca del precio únicamente. En su lugar minimizar el costo total. Reducir el número de proveedores, eliminando aquellos que no pueden proporcionar evidencia de control estadístico de proceso.
5. Mejorar constantemente , y para siempre, los sistemas de producción para mejorar la calidad y la productividad y entonces reducir costos.
6. Instituir la capacitación en el trabajo para todos los empleados.
7. Dirigir la gerencia y los supervisores al liderazgo de sus empleados para ayudarlos a realizar un mejor trabajo.
8. Eliminar el temor. No culpar a los empleados por " problemas de los sistemas". Impulsar la comunicación efectiva en dos sentidos. Eliminar la administración por control.
9. Romper las barreras entre departamentos. Alentar el trabajo en grupo entre las diferentes áreas tales como investigación, diseño, manufactura y ventas.
10. Eliminar programas, exhortaciones y mensajes que solicitan nuevos niveles de productividad sin proporcionar mejores métodos.
11. Eliminar cuotas arbitrarias, estándares de trabajo y objetivos que interfieran con la calidad. En su lugar utilizar el liderazgo y la mejora continua del proceso de trabajo.
12. Eliminar las barreras ( sistemas pobres y gerencia pobre) que le eviten a la gente el orgullo en su trabajo.
13. Impulsar la educación de larga vida y la automejora de todos los empleados.
14. Poner a cada uno a trabajar para poner en marcha estos catorce puntos.

## 38.4. Costos de calidad

Los costos asociados a la calidad se pueden dividir en dos tipos: costos de control de la calidad y costos de falla. El medir estos costos ofrece un medio poderoso de comunicación con la gerencia y también de control.

- Costos de control
  - Planificación
  - Capacitación
  - Recolección de información de calidad
  - Análisis de información de calidad
  - Proyectos de mejoramiento
- Costos de falla
  - Internos
    - Mano de obra perdida, materia prima perdida
    - Costos de reprocesamiento
    - Degradación del producto por no calidad
    - Tiempo ocioso por fallas de calidad
  - Externo
    - Premios por calidad y rapidez en la entrega
    - Productos devueltos
    - Descuentos por no calidad

## 38.5. Política 0 fallas

Considerando la definición de disponibilidad en términos del *MTBF* y el *MTTR* es iluso pensar en que se logrará una condición de 0 fallas; sin embargo los partidarios de esta política argumentan se debe apuntar hacia ello para evitar que la gente justifique sus errores en la imposibilidad de conseguir la perfección.



# Bibliografía

- [1] Schroeder, R.G., *Administración de Operaciones*, McGraw-Hill, 3era ed., 1989.
- [2] Hipkin, I.B., De Cock,C., *TQM and BPR: lessons for maintenance management*,Omega, 28, 277-292, 2000. [\[bajar\]](#)
- [3] Al-Najjar, B., *Total quality maintenance approach for continuous reduction in costs of quality products*, Journal of Quality in Maintenance Engineering , 3, 4–20, 1996.



## Capítulo 39

# Auditoria interna

### 39.1. Introducción

Los procesos de evaluación de la gestión entregan una vista sobre las practicas que deben ser mejoradas. (Al-muhaisen & Santirisi, 2002)[131] definen *auditoria* como la practica de medir la *performance* con respecto a un standard. Al realizar una auditoria en forma periódica (anualmente, por ejemplo) es posible estimar las medidas correctivas y mejoras a efectuar en la gestión.

Existen 3 tipos de auditorías:

- *Auditoria interna*, donde las organizaciones que disponen de varias plantas fijan standards para toda la compañía, y que cada planta debe seguir;
- *Benchmarking* de la industria, donde se mide la performance de la compañía contra otras organizaciones en la misma industria;
- *Benchmarking* de mejores practicas, en donde la performance es medida respecto de otras compañías consideradas lideres, sin importar el negocio en el cual estén insertas.

Antes de compararse respecto de pares y lideres es conveniente realizar una auditoria interna, la cual puede ser realizada por un equipo propio o a través de consultores. La auditoria permite una vision inicial, que enriquece el proceso de evaluación. Como resultados, se determinaran la eficiencia y la efectividad de la gestión existente y se resaltaran fortalezas y debilidades. Además ayudará a la planificación y control de las actividades.

A continuación presentamos un método cuantitativo que facilita el seguimiento del cumplimiento de metas trazadas en el tiempo. El análisis considera 14 areas o *dimensiones* de acuerdo a (Westerkamp, 1985)[2]:

1. Auditoria de productividad. Aquí se evalúa la productividad actual y potencial y se resumen los resultados de otros indicadores.
2. Estructura organizacional. Este factor cubre la pirámide organizacional, descripción de conocimientos y habilidades.
3. Capacitación en gestión de mantenimiento.
4. Capacitación de los planificadores.
5. Capacitación de los mantenedores.
6. Motivación
7. Controles de gestión, presupuesto y costos. (Reportes, su frecuencia y distribución, indicadores de control, tendencias)

8. Aprobación, planificación y programación de ordenes de trabajo
9. Instalaciones.
10. Bodegas, control de herramientas y repuestos.
11. Registro de historial preventivo y correctivo.
12. Ingeniería de la confiabilidad. Análisis de fallas y de disponibilidad.
13. Medición del trabajo e incentivos.
14. Procesamiento de datos. (sistemas de información).

Los resultados de una auditoria se pueden mostrar en un polígrafo, como el que se muestra en figura (39.1), el cual tiene 14 ejes. Cada eje representa alguna de las dimensiones antes mencionadas. La efectividad en la gestión es medida a través de los resultados de las encuestas los cuales reciben una puntuación entre 0 y 100 % de acuerdo al nivel de avance en cada dimension de la gestión de mantenimiento. Como la idea es realizar la auditoria en forma periódica, se puede ver gráficamente los avances logrados entre mediciones.

La primera auditoria se realizó en 1997. El objetivo del estudio fue investigar la gestión de mantenimiento de la planta. Posteriormente (1999) se realizo una segunda auditoria. Ambas auditorías consideraron el análisis de las encuestas completadas por un conjunto de 12 ingenieros. La tabla (39.1) muestra el valor promedio en cada dimensión, lo que se gráfico en el diagrama polar de figura (39.1).

### 39.1.1. Calculo de la productividad

La productividad es por definición la razón de la salida y la entrada. En el caso del mantenimiento, una salida posible es el numero de intervenciones realizadas, mientras que una entrada es el tiempo tomado para completarlas usando la misma escala.

La *utilización* ( $U$ ) es la medida sobre que fracción del tiempo es utilizada en trabajar (versus *en espera* o *desocupado*). La utilización es influenciada por partidas retrasadas, fines adelantados y descansos extendidos:

$$U = \frac{T_w}{T_w + T_q} \alpha$$

donde  $T_w$  son el total de horas trabajadas,  $T_q$  es el total de horas muertas y  $\alpha$  es un factor de corrección por pausas necesarias, calculado a continuación.

durante una semana laboral (48.75 horas de trabajo nominales) se pierden: 20 minutos para tomar cafe cada día, 10 minutos para lavado cada día, y media hora para almorzar, excepto el jueves:

$$20 \times 6 + 10 \times 6 + 30 \times 5 = 330 \text{ min/semana}$$

entonces

$$\alpha = \frac{48,75 \times 60 - 330}{48,75 \times 60} = 0,89$$

La performance ( $P$ ) es definido como una medida de la velocidad a la cual la gente trabaja. Se determina por las condiciones en que trabajan, el nivel de capacidad que tengan (innatas y adquiridas) y por el esfuerzo puesto en la tarea:

$$P = \frac{T_s}{T}$$

donde  $T_s$  es el total de horas standard, y  $T$  es el total de horas registradas. Se aprecia que la estimación de  $P$  puede ser bastante subjetiva si no hay un patron para la duración normal de las tareas.

Nivel de metodologías es la razón entre el tiempo utilizada usando un método reconocido como de calidad y el tiempo gastado con las técnicas y destrezas disponibles. La efectividad es medida con:

$$E = P \times U \times M$$

el método más común para estimar  $U$  y  $P$  es a través de muestreo estadístico de los trabajos. La tabla (39.2) muestra un ejemplo de calculo de estos indicadores para 3 tipos de intervenciones.

Dimensión	Encuestado												Desv. Std.	1997 1999	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Prom.	Nota prom.	Nota prom.
<b>1 Productividad</b>														0,31	0,31
<b>2 Organización</b>														0,42	0,46
A Esquema organizacional	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,60	0,00	
B Descripción de funciones	0,6	0,0	0,7	0,0	0,6	0,0	0,0	0,0	0,6	0,0	0,0	0,0	0,21	0,30	
C Razón supervisor/mantenedor	0,7	0,8	0,8	0,8	0,5	0,8	0,8	0,8	0,7	0,8	0,8	0,8	0,76	0,09	
D Función de apoyo	0,6	0,6	0,0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,55	0,17	
E Política de control del trabajo	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,57	0,67
<b>3 Capacitación en gestión</b>															
A Plan maestro de capacitación	0,7	0,5	0,7	0,5	0,7	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,7	0,5	0,58	0,10	
B Capacitación en productividad	0,7	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,5	0,5	0,55	0,09	
C Tipo de capacitación	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,50	0,00	
D Capacitador	0,5	0,7	0,5	0,7	0,5	0,7	0,7	0,7	0,5	0,7	0,7	0,7	0,63	0,09	
<b>4 Capacitación en planificación</b>														0,00	0,00
A Existe planificador	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00	
B Capacitación del planificador	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00	
C Tareas que son planificadas	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00	
<b>5 Capacitación del personal</b>														0,54	0,72
A Plan formal de capacitación	0,1	0,5	0,1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,1	0,5	0,5	0,5	0,40	0,17	
B Ente capacitador	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,70	0,00	
C Porcentaje del personal en capacitación	0,7	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,7	0,5	0,55	0,09	
D Requerimientos técnicos del personal	0,5	0,2	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,5	0,2	0,5	0,2	0,30	0,14	
<b>6 Motivación</b>														0,46	0,46
A Clima laboral	0,0	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,0	0,7	0,0	0,7	0,53	0,30	
B % de problemas relacionados con capacidades	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,80	0,00	
C Evaluación periódica del clima laboral	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00	
D Rotación anual por despidos y renunciaciones	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,10	0,00	
E % de horas de retrasos y sobrehoras	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00	
<b>7 Indicadores de gestión</b>														0,34	0,43
A Indicadores de presupuesto	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,30	0,00	
B Indicadores de control	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,20	0,00	
C Demoras en entrega de reportes de control	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00	
D Frecuencias de reportes	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,50	0,00	
E Comunicación de tiempos e intervenciones	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,5	0,0	0,17	0,24	
F Como se sumaria la información?	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,50	0,00	
G Como se distribuyen los reportes?	0,5	0,1	0,0	0,1	0,5	0,1	0,1	0,1	0,5	0,1	0,5	0,1	0,23	0,20	
<b>8 Planificación y programación de OT</b>														0,36	0,48
A % de HH registradas en OT	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,50	0,00	
B % de OT asociadas a una intervención	0,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,0	0,5	0,0	0,5	0,38	0,22	
C % de trabajos con intervalo suficiente	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,5	0,0	0,17	0,24	
D % de OT planificadas	0,4	0,0	0,2	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0	0,4	0,0	0,0	0,0	0,10	0,15	
E OT correctivas	0,5	0,5	0,2	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,48	0,08	
F Control de calidad en trabajos realizados	0,7	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,7	0,5	0,57	0,09	
<b>9 Instalaciones</b>														0,41	0,48
A Layout	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,60	0,00	
B Taller	0,7	0,0	0,7	0,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,7	0,0	0,7	0,0	0,29	0,35	
C Bodega	0,7	0,0	0,7	0,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,23	0,33	
D Equipamiento de seguridad	0,7	0,2	0,7	0,2	0,7	0,2	0,2	0,2	0,7	0,2	0,2	0,2	0,37	0,24	
E Herramientas y equipos	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,70	0,00	
F Espacio de oficina	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,50	0,00	
G Iluminación	0,7	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,2	0,5	0,51	0,12	
H Mantenimiento de equipos utilitarios	0,5	0,2	0,5	0,2	0,5	0,2	0,2	0,2	0,5	0,2	0,5	0,2	0,33	0,15	
I % de empleados de custodia	0,2	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,4	0,4	0,4	0,39	0,06	
J Plan PM para gruas y equipos de alzamiento	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,20	0,00	
<b>10 Control de inventario y equipos</b>														0,46	0,58
A Historial de pedidos	0,7	0,7	0,5	0,7	0,2	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,64	0,14	
B Sistema de inventario	0,1	0,7	0,0	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,1	0,7	0,7	0,7	0,54	0,28	
C Two-bin system	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,19	
D Procedimiento de retiro	0,1	0,5	0,2	0,5	0,0	0,5	0,5	0,5	0,1	0,5	0,1	0,5	0,33	0,20	
E Procedimiento de control de herramientas	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,50	0,00	
F Lista standard de herramientas	0,5	0,5	0,2	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,48	0,08	
G % de herramientas fuera de servicio	0,8	0,7	0,0	0,7	0,5	0,7	0,7	0,7	0,8	0,7	0,8	0,8	0,66	0,21	
H Tamaños óptimos de pedido	0,0	0,0	0,2	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,06	0,14	
I Alarmas de nivel	0,1	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,1	0,7	0,1	0,7	0,55	0,26	
J Sistema de evaluación de proveedores	0,7	0,5	0,4	0,5	0,0	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,7	0,5	0,50	0,18	
K % de repuestos sin demora	0,6	0,0	0,0	0,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,6	0,0	0,6	0,0	0,21	0,30	
<b>11 Mantenimiento preventivo e historial de equipos</b>														0,41	0,52
A % de historial registrado	0,1	0,2	0,0	0,2	0,5	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,18	0,11	
B % de historiales revisados/analizados	0,5	0,2	0,0	0,2	0,0	0,2	0,2	0,2	0,5	0,2	0,2	0,2	0,22	0,15	
C % de equipos con m. preventivo	0,7	0,5	0,0	0,5	0,0	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,2	0,5	0,43	0,22	
D % de equipos con informes	0,5	0,2	0,0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,5	0,2	0,2	0,2	0,23	0,13	
E Frecuencia de reportes	0,7	0,7	0,0	0,7	0,5	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,63	0,20	
<b>12 Ingeniería de confiabilidad</b>														0,28	0,42
A % de ing. de confiabilidad controlando equipos	0,1	0,0	0,0	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,03	0,06	
B Indicador MTBF?	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,0	0,2	0,0	0,05	0,09	
C % de proyectos con análisis de confiabilidad	0,2	0,2	0,0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,18	0,06	
D Procedimientos de diagnóstico	0,1	0,7	0,0	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,1	0,7	0,1	0,7	0,49	0,30	
<b>13 Control del trabajo e incentivos</b>														0,13	0,21
A Duración standard de trabajos	0,4	0,4	0,0	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,37	0,11	
B en sistema de información	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,13	0,22	
C % de horas respecto de standards	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	0,0	0,0	0,0	0,07	0,15	
D Registro de HH en OT	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,13	0,22	
E % de incentivos pagados	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,08	0,19	
F Tipos de incentivos	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,04	0,14	
<b>14 Procesamiento de información</b>														0,13	0,41
A Sistema de información computacional	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,02	0,04	
B Categorías de información disponibles	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,08	0,19	
C Tipo de equipos computacionales	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,08	0,19	
D Capacidades del sistema de información	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,08	0,19	
E Actualización de reportes	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,08	0,19	
F Calidad y confiabilidad de la información registrada	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,08	0,19	
G Sistema de seguridad	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	0,0	0,0	0,0	0,07	0,15	

Cuadro 39.1: Resultados de la encuesta

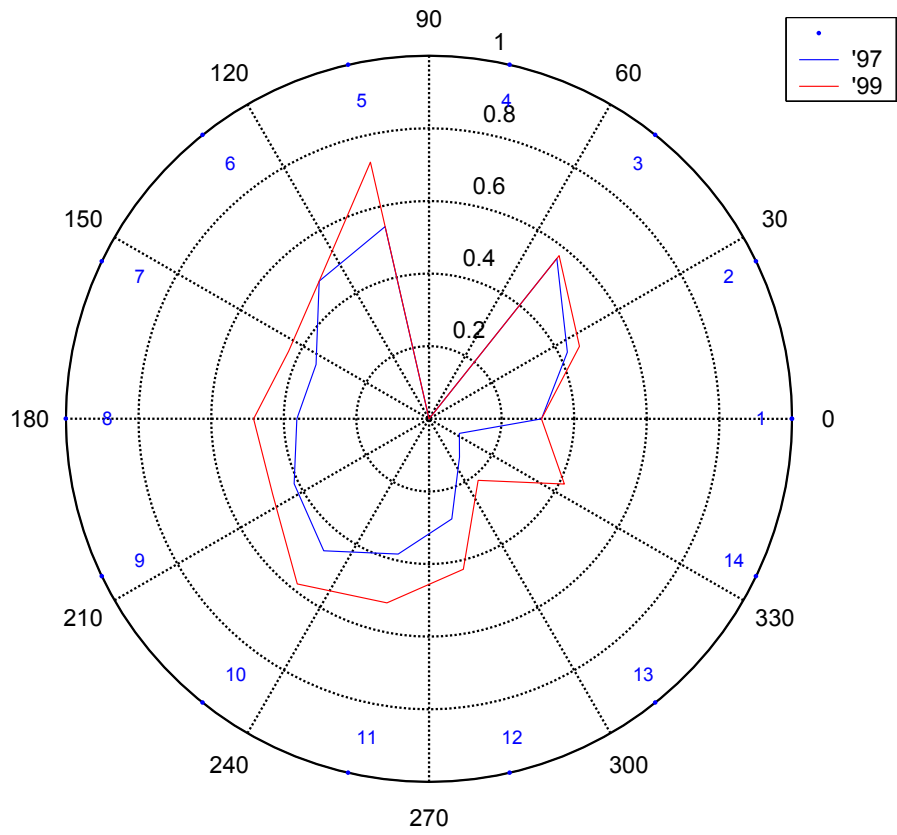


Figura 39.1: Diagrama polar de la auditoria para 2 años

Código	Area	Descripción	Tamaño	Duración	Duración	Diferencia	Performance	Utilización	Productividad	
		Intervención	cuadrilla	standard (hr)	real (hr)	(hr)	factor			
1	Cooler 6	Cambio placa de desgaste de 642 GQ1	soldador	1	10	18	8	0,89	0,577	0,649
			mecánico II		20	34	14			
			Total		30	52	22			
2	Cooler 5	Reemplazo motor para componente no. K04-03	supervisor	1	2	5	3	0,89	0,579	0,628
			mecánico I	1	3	5	2			
			Eléctrico	2	6	9	3			
			Total	4	11	19	8			
3	EP6	Cambio descanso transportador KG1 item no. 644SC1	mecánico I	1	5	7,5	2,5	0,89	0,353	0,542
			soldador	1	2	11	9			
			mecánico II	2	8	24	16			
			Total	4	15	42,5	27,5			
			Promedio							

Cuadro 39.2: Estimación de efectividad en las intervenciones

## 39.2. Comentarios finales

Una auditoria interna revela rápidamente las dimensiones de la gestión que se muestran deficitarias. Una limitante es que las encuestas son llenadas por los posibles responsables del estado en que se encuentra el mantenimiento dentro de la empresa. El análisis del polígrafo en el tiempo permite visualizar rápidamente los logros realizados. como apoyo a la auditoria interna es conveniente realizar un *benchmarking* en empresas similares y también de mejores practicas realizado por un ente consultor externo (ver §??).



# Bibliografía

- [1] Al-Muhaisen,M.,Santarisi, N., *Auditing of the maintenance system of Fuhais plant/Jordan Cement Factories Co.*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 8(1), 62-76, 2002. [\[bajar\]](#).
- [2] Westerkamp, T., *Using the computer to audit your maintenance productivity*,Proceeding of Annual International Maintenance Conference, Atlanta, 1985.



## Capítulo 40

# Auditorías de mantenimiento

...plants looking for breakthrough improvement in maintenance, on top of benchmarking, other means, i.e. intelligent decision support system (IDSS) for maintenance, are required as well...

...92 per cent of 115 electric utilities surveyed in the USA considered making a benchmarking visit to other utilities...

Yam et al.[134]

### 40.1. Introducción

El *benchmarking* se define como un proceso sistemático y continuo de medición y comparación de los procesos propios contra procesos similares en organizaciones líderes para obtener información que ayude a la organización a identificar sus fortalezas y debilidades[134]. Fue originalmente definida e implementado en *Xerox* a fines de los años '70. Esta estrategia es utilizada para buscar métodos óptimos en las prácticas de gestión del mantenimiento. Su objetivo es mejorar la *efectividad global* (ver *TPM* §37) de las operaciones y del mantenimiento. Entre sus logros se cuenta el incremento de la confiabilidad y la disminución de costos, tanto directos como indirectos. La preexistencia de sistema de información y de sistemas de apoyo a la toma de decisiones aparece como pre-requisito para el éxito de este tipo de iniciativas.

En años recientes, muchas industrias de Europa, Norteamérica y Asia han implementado el *benchmarking* como herramienta de apoyo a la toma de decisiones de mantenimiento. El *benchmarking* permite:

- identificar fortalezas y debilidades en la gestión de las operaciones y del mantenimiento;
- aprender las prácticas de las organizaciones líderes;
- buscar las mejores prácticas a nivel mundial;
- lograr una eficiencia superior de los procesos.

### 40.2. Estudio de caso

Para fines ilustrativos, tomamos el ejemplo de (Yam et al., 2000)[134]. El estudio considera una planta de generación de energía a partir de carbón y petróleo, en Hong Kong con una capacidad total de 4100 MW. El proceso de *benchmarking* consideró otras 72 plantas alrededor del mundo. Se tomaron los siguientes pasos:

1. Identificar los indicadores de *performance* a ser analizados;
2. Seleccionar las fuentes de información para el *benchmarking*;
3. Recolectar y medir datos de mantenimiento;

4. Normalizar y ajustar la información disponible;
5. Comparar los indicadores contra las empresas líderes del mundo;
6. Cambiar las prácticas y mejorar los indicadores seleccionados.

Para fines comparativos es necesario que los indicadores seleccionados estén disponibles en las empresas consideradas en el estudio comparativo. Ello facilita el proceso de elección. El estudio incluye:

1. Estrategias de mantenimiento (correctivo, preventivo, centrado en la condición);
2. Efectividad global
  - nivel de *productividad* del mantenimiento (costos de intervención/unidad de producción);
  - *nivel del servicio* de mantenimiento (disponibilidad);
3. Organización y manejo del mantenimiento;
  - Estructura organizacional del mantenimiento (número de pisos en la pirámide organizacional, número de personas por supervisor);
  - manejo de los recursos humanos (cantidad de personal/unidad de producción);
4. Planificación y control del mantenimiento;
  - planificación y control de las ordenes de trabajo (número de pasos para aprobación de *OT*, número de traspasos de responsabilidad por *OT*);
  - planificación y control de las interrupciones programadas y no programadas;
  - control de inventarios de repuestos.

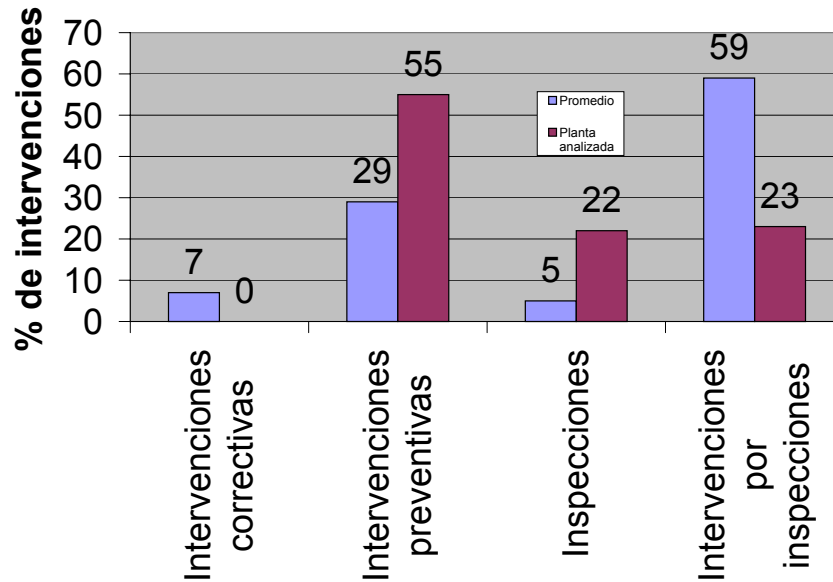
Es reconocido que el *benchmarking* con competidores directos es muy difícil pues implica compartir información estratégica. Para superar tal situación, es necesario utilizar un tercer participante, un consultor, que ofrezca confidencialidad. Para el estudio de caso considerado, 100 % de las plantas *grandes* (> 2 millones de usuarios), 77 % de las plantas *medianas* (1-2 millones de usuarios) y 69 % de las plantas *pequeñas* (<1 millón de usuarios) usaron/usan consultores en sus procesos de *benchmarking*.

Para la recolección de información se usan las siguientes metodologías:

- Entrevistas con los gerentes de mantenimiento y otros tomadores de decisiones;
- Encuesta en los departamentos de producción y de mantenimiento.

Se consideraron las siguientes áreas:

1. Información general:
  - mano de obra;
  - datos técnicos de diseño de la unidad generadora;
  - datos de operación de la unidad generadora;
2. *Performance* en la gestión del mantenimiento;
  - gestión de las ordenes de trabajo;
  - gestión de detenciones (programadas y no programadas);
  - gestión de inventarios de repuestos;
3. Procesos de mantenimiento;
  - Servicios externos de mantenimiento;

Figura 40.1: *Performance* de la planta analizada con respecto a las demás plantas de clase mundial

Estrategia	Promedio 72 plantas (%)	Planta analizada (%)
Correctiva	7	0
Preventiva	29	55
Inspecciones	5	22
Centrado en la condición	59	23
$\Sigma$	100	100

Cuadro 40.1: Comparación de estrategias

#### ■ Servicios misceláneos.

El objetivo de la normalización de la información es asegurar una comparación *justa*. Los datos fueron ajustados con respecto a la inflación, diferencias en los salarios, potencia de la planta.

En la etapa de comparación y análisis se identifican las diferencias positivas y negativas. Se identifican las causas para los diferencias negativas. Su análisis permite identificar las razones por las cuales las empresas líderes logran resultados superiores.

#### 40.2.1. Estrategias de mantenimiento

El análisis de las estrategias utilizadas en las 72 plantas consideradas en el estudio se muestra en figura (40.1). La planta analizada utiliza mantenimiento centrado en la confiabilidad para balancear tanto las estrategias preventivas como predictivas. El uso extensivo de estas estrategias explicarían la baja tasa de fallas de la planta. Sin embargo, el 55 % de intervenciones preventivas parece muy alto y podría tratarse de *sobre-mantenimiento*. La planta tratará de reducirlo utilizando mas mantenimiento centrado en la condición.

#### 40.2.2. Efectividad global

La productividad del mantenimiento es medida en términos de los costos de intervención, normalizados por la potencia de la planta. Para disminuir el efecto de otras variables, se consideró un promedio sobre los últimos 5 años. Se excluyeron explícitamente los costos asociados a control de la polución, apoyo técnico, y rehabilitaciones tras desastres:

$$AEMC = \frac{\sum_{i=1}^5 TPMC_i - TPCC_i - TTSC_i - TCDR_i}{5} \quad (40.1)$$

Año	Costo total				
	en mantenimiento (um)	polución (um)	Apoyo técnico (um)	Desastres (um)	Corregido (um)
1	3921	143	164	0	3614
2	3131	154	169	0	2808
3	3775	156	198	0	3421
4	3146	158	290	0	2698
5	7331	129	714	0	6488

Cuadro 40.2: Costos anuales de intervención

			PACE <sup>1</sup> 350 MW			PACE 660 MW		
			A1-A4	mediana	mejor	B1-B4	mediana	mejor
Costo total	corregido	(um/año/up)	13,0 – 18,0	21,0	7,8	5,8 – 9,0	14,8	5,8
Costo de mantenimiento de la caldera		(um/año/up)	0,6 – 6,4	12,7	2,6	1,4 – 2,6	8,8	1,3
Costo de mantenimiento de la turbina-generador		(um/año/up)	0,5 – 2,8	3,9	0,8	1,5	2,8	0,6

Cuadro 40.3: Valores de referencia anuales

donde

$AEMC$  es el costo promedio anual de intervención en mantenimiento;

$TPMC_i$  es el costo total en mantenimiento del  $i$ -ésimo año (um/año);

$TPCC_i$  es el costo total en control de polución del  $i$ -ésimo año (um/año);

$TTSC_i$  es el costo total en apoyo técnico del  $i$ -ésimo año (um/año);

$TCDR_i$  es el costo total en intervenciones por desastres del  $i$ -ésimo año (um/año).

Los costos por año para esta planta se muestran en tabla (??). El costo promedio para la planta analizada es:

$$AEMC = \frac{3614 + 2808 + 3421 + 2698 + 6488}{5} = 3806 \text{ um/año}$$

Una  $um$  corresponde a  $10^3$  USD.

La *productividad* del mantenimiento es:

$$\begin{aligned} X &= \frac{AEMC}{P} \\ &= \frac{3806}{660} \\ &= 5,8 \text{ um/año/MW} \end{aligned}$$

La unidad de potencia ( $up$ ) es el MW.

Las plantas fueron agrupadas según tipo de combustible, características de diseño y potencia instalada. Se obtuvo la tabla de valores promedios (40.3).

La comparación muestra que la planta tiene valores bajos tanto si se compara con plantas de 350 MW como con las de 660 MW.

El *nivel de servicio* de mantenimiento fue medido según las tasas:

$$AEFOR = \frac{\sum_{i=1}^5 EFOR_i \times SH_i}{\sum_{i=1}^5 SH_i} \quad (40.2)$$

$$AEA = \frac{\sum_{i=1}^5 EA_i}{5} \quad (40.3)$$

Año	EFOR (%)	SH (horas)	EA (%)	FOMR (%)
1	3,9	6540	85,5	0,0
2	5,5	6828	92,0	0,0
3	3,6	7505	88,6	0,1
4	5,1	6887	94,8	0,1
5	2,6	6930	72,6	0,0

Cuadro 40.4: Indicadores del nivel de servicio de mantenimiento para la planta analizada

$$AFOMR = \frac{\sum_{i=1}^5 FOMR_i}{5} \quad (40.4)$$

donde

$AEFOR$  es la tasa equivalente promedio de interrupciones forzadas (ut/ut);

$AEA$  es la disponibilidad equivalente promedio;

$AFOMR$  es la tasa promedio de detenciones forzadas (ut/ut);

$NFOM_i$  es el número de detenciones forzadas en el año  $i$ ;

$EFOR_i$  es la tasa equivalente de detenciones forzadas en el año  $i$ ;

$SH_i$  es la suma de las horas en servicio en el año  $i$ ;

$EA_i$  es la disponibilidad equivalente en el año  $i$ ;

$FOMR_i$  es la tasa de mantenimiento ante detenciones forzadas en el año  $i$ .

La tabla (40.4) muestra las tasas  $EFOR$ ,  $SH$ ,  $EA$  y  $FOMR$  para los 5 años considerados.

Se tiene:

$$AEFOR = \frac{3,9 \times 6540 + 5,5 \times 6828 + 3,6 \times 7505 + 5,1 \times 6887 + 2,6 \times 6930}{6540 + 6828 + 7505 + 6887 + 6930} = 4,1 \%$$

$$AEA = \frac{85,5 + 92,0 + 88,6 + 94,8 + 72,6}{5} = 86,7 \%$$

$$AFOMR = \frac{0,0 + 0,0 + 0,1 + 0,1 + 0,0}{5} = 0,04 \%$$

Los indicadores anteriores fueron comparados con los de las demás plantas y se dió una puntuación entre 0 (peor) y 1 (mejor). A fin de obtener un solo indicador para el nivel de mantenimiento, (Yam et al., 2000) proponen:

$$Y = \sum_j w_j r_j$$

donde:

$r_j$  es la puntuación obtenida según el criterio  $j = AEFOR, AEA, AFOMR$ ;

$w_j$  es el peso asignado al criterio dentro del indicador general  $Y$  (mostrados en tabla 40.5).

La planta en estudio obtuvo:

$$Y = 0,94$$

La tabla (40.6) muestra el estudio sobre los valores obtenidos para el indicador ponderado  $Y$  para las 72 plantas restantes.

El gráfico (40.2) resume la posición de la planta en estudio vs sus competidoras de clase mundial. Su efectividad global es considerada *satisfactoria* pero *perfectible* al compararla con la mejor planta..

Criterio	%	$r_j$ (0.0-1.0)	$w_j$
<i>AEFOR</i> (%)	4,1	0,960	0,35
<i>AEA</i> (%)	86,7	0,865	0,35
<i>AFOMR</i> (%)	0,04	0,995	0,20
<i>NFOR</i>	0	1	0,10

Cuadro 40.5: Valores promedio, rankings y pesos asociados a cada criterio para la planta en estudio

	PACE 350 MW			PACE 660 MW		
	A1-A4	mediana	mejor	B1-B4	mediana	mejor
AEFOR (%)	0,5 – 2,5	7,0	0,5	0,5 – 4,1	5,0	0,5
AEA (%)	90 – 93	85,0	90	87,0 – 92,0	85,0	87,0
AFOMR (%)	0,02	1,0	0	0,04	1,8	0
NFOR	0	1	0	0,5	1	0

Cuadro 40.6: Valores de referencia

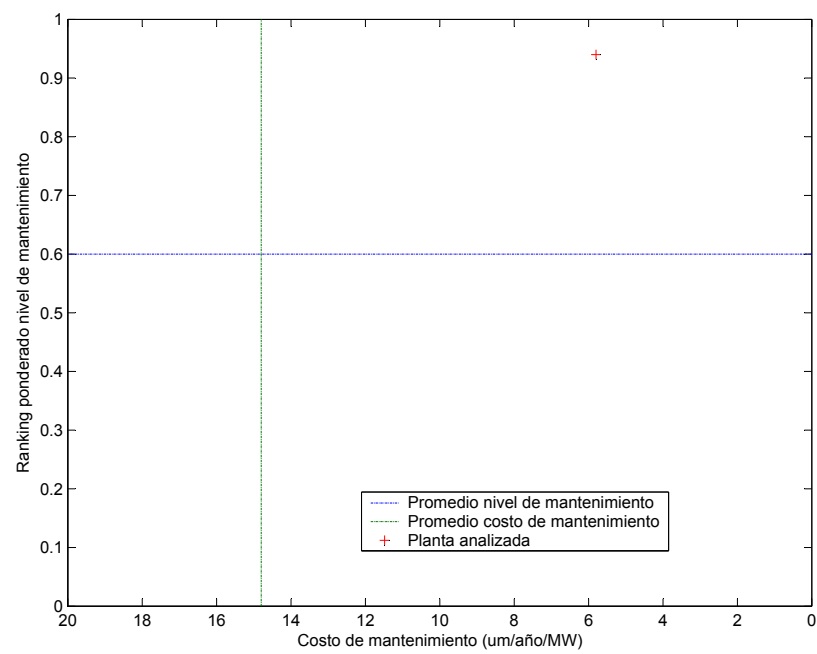


Figura 40.2: Performance de la planta analizada con respecto a las demás plantas de clase mundial

	Planta analizada	PACE mediana	PACE mejor
Nro. pasos para aprobación	3	2	1
número de traspasos de responsabilidad	4	4	1-2
Duración ciclo para intervención correctiva menor (horas)	8	6	1.5
Duración ciclo para intervención correctiva mayor (horas)	80	75	30
número de ordenes de trabajo preventivas (ordenes/año)	26315	1500	<1000

Cuadro 40.7: Sistema de ordenes de trabajo

### 40.2.3. Organización estructural

Al hacer un estudio sobre las 72 plantas se observó que en promedio cada supervisor de mantenimiento tiene 8 personas a su cargo. El valor máximo alcanza 28 personas/supervisor.

El número promedio de niveles en la estructura organizacional del mantenimiento es 4 (Gerente, jefe, líderes de cuadrilla, miembros de la cuadrilla).

La planta en estudio tiene 4 niveles y un supervisor por cada 7 miembros de cuadrilla.

### 40.2.4. Manejo de recursos humanos

Se definió un *FTE* como un trabajador a tiempo completo por un año (10 trabajadores a tiempo completo por 6 meses equivalen a 5 *FTE*). El análisis mostró gran variabilidad en el indicador

$$Z = \frac{FTE}{MW}$$

. Para plantas a carbón con 3 o más unidades generadoras el indicador oscila en  $[0,14, 0,36]$  *FTE/MW*. La planta analizada tiene

$$Z = 0,16$$

lo que es bajo al comparar con el resto de plantas *de clase mundial*. Ello se explica por la estrategia de tener grupos pequeños *in-situ* para las intervenciones preventivas, con una estructura organizacional aplanada, con un nivel alto de flexibilidad y responsabilidad. Además, la mayoría de las tareas preventivas son realizadas por los operadores (*TPM*) y un nivel alto de capacitación para lograr mantenedores multipropósito.

### 40.2.5. Planificación y control de las ordenes de trabajo (OT)

El sistema de ordenes de trabajo es el método de uso más común para controlar y monitorear las actividades de mantenimiento. El sistema incluye la generación de las ordenes de trabajo, evaluación de las *OT*, estimación de costos, aprobación, programación, ejecución, y reporte. El sistema de ordenes de trabajo es frecuentemente usado como medio de registro del historial del equipo y para controlar los costos de intervención. Es una herramienta útil para optimizar el uso de los recursos del mantenimiento: recursos humanos, dinero, equipos, materiales, herramientas, instalaciones, e información. Además provee comunicación rápida y precisa entre los participantes de una intervención.

El estudio mostró que 90 % de las 72 plantas de clase mundial consideradas en el estudio utilizaban un sistema de información computarizado para manejar las ordenes de trabajo. La tabla (40.7) muestra indicadores relativos al manejo de ordenes de trabajo

Aunque la planta analizada se comporta mucho mejor que el promedio, ella requiere un estudio con respecto a la mejor. Los puntos a revisar son: número de pasos requeridos para la aprobación de la orden, el número de veces en que la responsabilidad pasa de una persona a otra, la duración de los ciclos para intervenciones correctivas y la frecuencia de las tareas preventivas.

	Planta analizada	PACE mediana	PACE mejor
Intervalo promedio entre overhauls planificados (meses)	12	24	8
Duración del overhaul planificado (días)	45	20	0

Cuadro 40.8: Planificación y control de detenciones

#### 40.2.6. Planificación y control de detenciones

La tabla (40.8) muestra el número promedio de días de detención por año y el intervalo promedio entre *overhauls* programados para la planta analizada.

Las diferencias con respecto a la mejor planta fueron explicadas por su uso masivo del mantenimiento centrado en la condición.

#### 40.2.7. Conclusiones

La planta analizada puede ser considerada entre las mejores. Ha puesto demasiado énfasis en el mantenimiento preventivo. La implementación de mantenimiento centrado en la condición puede reducir los costos de intervención y de falla asociados a intervenciones correctivas y preventivas. Además, puede reducir el costo de almacenamiento justificado por niveles de tasas de falla con mantenimiento correctivo. El uso de contratistas también puede manejar los *peaks* de trabajos durante los *overhauls* y en la ocurrencia de fallas. Los costos fijos también son reducidos con mayor *outsourcing*. La aplicación de estrategias *TPM* (operador-mantenedor y mantenedor multi-proposito) promueve la responsabilidad del operador como responsable del equipo y libera al personal de mantenimiento para realizar tareas con mayor grado de complejidad técnica.

El *benchmarking* también puede identificar áreas de desarrollo necesarias para mejorar la performance del mantenimiento. Por ejemplo, la implementación de sistema inteligentes de apoyo a la toma de decisiones así como de políticas de mantenimiento centrado en la condición.

### 40.3. Comentarios finales

Hemos mostrado un estudio de caso de *benchmarking*, aplicado en las diferentes dimensiones del mantenimiento. El enfoque cuantitativo da clara idea de la posición que ocupa la planta en estudio versus sus pares de clase mundial y sobre las medidas que deben tomarse para mejorar la *performance* en la gestión del mantenimiento.

(Yam et al, 2000) aconseja evitar la transferencia directa de las practicas de los mejores plantas sin tomar en cuenta los requerimientos locales. Tal practica puede suprimir la creatividad propia o confinar demasiado las soluciones posibles a los problemas.

### 40.4. A explorar

(Knights y Oyanader, 2004)[9] presentan un estudio de *benchmarking* de las plantas de concentración de cobre de seis empresas mineras chilenas. Las disponibilidades físicas para molinos SAG están el rango de 92.9 y 96.4 % con promedio 94,5 %. Las disponibilidades físicas para molinos convencionales fueron evaluadas entre 94.5 y 97.9 % con promedio 96,7 %. En molinos SAG, los porcentajes de mantenimiento planificado fueron evaluados con valores entre 79 y 86 % y en molinos convencionales entre 77 y 83 %.

# Bibliografía

- [1] R. Yam, P. Tse, L. Ling, F. Fung, *Enhancement of maintenance management through benchmarking*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 6(4), 224-240, 2000. [\[bajar\]](#)
- [2] Le-Sueur M.L., Dale B.G., *Benchmarking: a study in the supply and distribution of spare parts in a utility*, Benchmarking: An International Journal, 4(3), 189-201, 1997. [\[bajar\]](#)
- [3] Muthu S., Devadasan S.R., Ahmed S., Suresh P., Baladhandayutham R., *Benchmarking for strategic maintenance quality improvement*, Benchmarking: An International Journal, 292-303, 2000. [\[bajar\]](#)
- [4] B. Al-Najjar, *Total quality maintenance: An approach for continuous reduction in costs of quality products*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 2(3), 4-20, 1996. [\[bajar\]](#)
- [5] A Raouf, M Ben-Daya, *Total maintenance management: a systematic approach*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 1(1), 6-14, 1995. [\[bajar\]](#)
- [6] D.F.X. Mathaisel, T.P. Cathcart, C.L. Comm, *A framework for benchmarking, classifying, and implementing best sustainment practices*, Benchmarking: An International Journal, 11(4), 403-417, 2004. [\[bajar\]](#)
- [7] Al-Muhaisen, M., Santarisi, N., *Auditing of the maintenance system of Fuhais plant/Jordan Cement Factories Co.*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 8(1), 62-76, 2002. [\[bajar\]](#)
- [8] B. Al-Najjar, M.O. Hansson, P. Sunnegardh, *Benchmarking of maintenance performance: a case study in two manufacturers of furniture*, IMA Journal of Management Mathematics, 15(3), 253-270, 2004.
- [9] Knights, P., Oyanader, P., *Benchmarking de Indices de Mantenimiento para Plantas Concentradoras en Chile*, Encuentro de mantenedores de plantas mineras, Chile, 2004.



Parte V

**Análisis de fallas**



# Capítulo 41

## Análisis de modos de falla

Nothing is so instructive to the younger Members of the profession as records of accidents and large works, and the means employed in repairing the damage.

*Robert Stephenson*

### 41.1. Introducción

Antes de seleccionar una estrategia de mantenimiento para un equipo es conveniente conocer los fenómenos que producen su degradación y falla. Las fallas pueden ser clasificadas como:

- *Fallas **catastróficas***: contemplan las fallas repentinas y completas, tales como la ruptura de un componente mecánico o un corto circuito en un sistema eléctrico. Es difícil observar la degradación y por tanto no es posible establecer procedimientos preventivos.
- *Fallas por **cambios en parámetros***: Fenómenos tales como
  - desgaste mecánico,
  - fricción,
  - aumentos en la resistencia de componentes electrónicos; la degradación es gradual y puede ser observada directa o indirectamente.

De acuerdo a la tasa de fallas (frecuencia esperada de falla), la vida de un equipo se puede dividir en tres etapas:

- etapa **temprana**, caracterizada por una tasa de falla que decrece en el tiempo;
- etapa **madura**, caracterizada por una tasa constante de fallas;
- **ancianidad**, caracterizada por una tasa creciente de fallas. (ver figura 41.1).

En el contexto de la recolección de datos de falla podemos distinguir:

### 41.2. Clases de fallas

#### 41.2.1. Fallas primarias

Son el resultado de una *deficiencia* de un componente, cuando esta ocurre en condiciones de operación dentro del rango nominal.

**Ejemplo 137** *Ruptura de un álabe de turbina cuando la velocidad es operacional.*

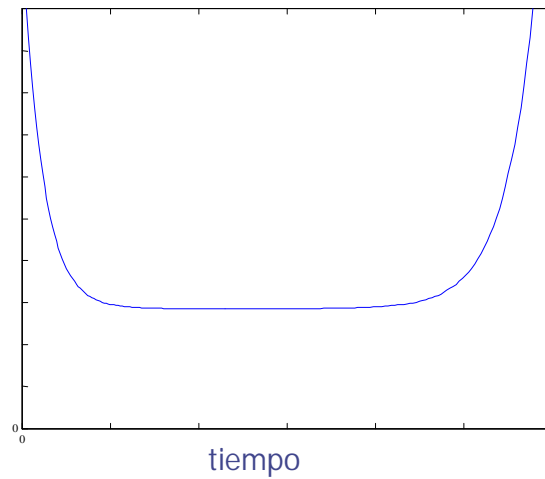


Figura 41.1: Etapas de la vida de un equipo: curva de "la bañera"

#### 41.2.2. Fallas secundarias

Son el resultado de condiciones *no nominales* de operación. La falla podría no haber ocurrido si las condiciones hubiesen estado en el rango de diseño del componente.

Condiciones que causan fallas secundarias:

- temperaturas anormales,
- sobrepresión,
- sobrecarga,
- velocidad anormal,
- vibraciones ambientales excesivas,
- corriente excesiva,
- contaminación,
- corrosión,
- etc.

La ocurrencia de condiciones ambientales degradadas no siempre conlleva la ocurrencia de una falla secundaria.

**Ejemplo 138** *El incremento de la temperatura sobre el rango de diseño puede causar la falla de un componente solo 60 % del tiempo, o sea, la probabilidad condicional de la falla del componente cuando hay un incremento anormal de la temperatura es de 0.6.*

Las fallas secundarias pueden ser clasificada en varias categorías:

##### Fallas con causa común

En este caso la falla secundaria induce fallas en más de un componente.

**Ejemplo 139** *Un terremoto puede producir cargas severas en un número de componentes e inducir su falla.*

Las catástrofes naturales son causas usuales de este tipo: terremotos, inundaciones, huracanes, explosiones, fuego. Mal funcionamiento de otros sistemas o componentes también pueden inducir fallas en varios componentes.

**Ejemplo 140** *Una falla del sistema de aire acondicionado produce incremento en la temperatura y fallan varios componentes electrónicos.*

### Fallas propagadas

En este caso la falla de un componente induce la falla de otro. Si la falla del primer componente induce fallas en más de un componente puede ser considerada como falla con causa común.

### Fallas por error humano

Si las fallas son causadas por errores humanos en la operación, mantenimiento, inspección. Los errores humanos en la etapa de diseño, construcción e instalación del equipo son consideradas como fallas por error humano y no deben ser consideradas como fallas primarias. Si el error conlleva la falla de varios componentes, también se puede hablar de fallas con causa común.

## 41.3. Sistemas reparables y no reparables

Se dice que un componente es *reparable* si puede ser reparado cuando se detecta su falla. En el contexto de la ingeniería de confiabilidad, el reemplazo es equivalente a la reparación. Usualmente se considera que un artículo reparado es tan confiable como uno nuevo.

Si no es posible reparar el componente luego de detectar su falla, se habla de componente no reparable.

**Ejemplo 141** *Si un componente inaccesible de un avión falla en vuelo, no sería posible repararlo durante el mismo. El componente puede, por supuesto, ser reparado luego del aterrizaje, pero esto es irrelevante desde el punto de vista de la operación del avión durante ese vuelo.*

Aun si es posible reparar un componente tras la detección de su falla pero si la política de operación/mantenimiento demora la intervención hasta el próximo overhaul, tal componente es considerado como no reparable.

## 41.4. Análisis funcional de un sistema

Antes de realizar un análisis de modos de falla, efectos y criticidad es necesario descomponer al equipo para establecer las relaciones funcionales que existen en él. Hay varios métodos de análisis funcional. Un ejemplo es el **método de interacción** (descrito en la norma francesa X50-153-AFN92 por ejemplo) por su facilidad de implementación.

### 41.4.1. Objetivos

- entregar una descripción de cada medio de producción, establecer una lista de todas las funciones e interfaces con otros equipos;
- permitir la identificación de todas las fallas potenciales.

El método permite identificar la totalidad de las funciones de un sistema a partir de las interacciones de este con su entorno. Las fases del método son:

- análisis de necesidades;
- estudio del entorno;
- determinación de funciones del equipo.

Análisis de falla							
Proyecto:		Planta:					
Línea:		Fecha:					
Código		Código		Medio de	Criticidad		
función	Función	Modo de falla	Modo de falla	detección	Frecuencia	Gravedad	Criticidad
Aprobado por:				Fecha:			

Figura 41.2: Análisis funcional externo de un equipo

	Electrónica	Hidráulica	Mecánica
No funcional	-circuito abierto -corto circuito -no hay respuesta a la excitación -conexión suelta	-fuga -circuito bloqueado	-Interferencia
Pérdida de la función	-corte eléctrico -componente defectuoso	-obstrucción	Ruptura Bloqueo Agripamiento
Función degradada	-Perturbaciones -Parasitos	-mala aislación -desgaste	-Juego -grieta
Función no controlada	-activación sin control		

Figura 41.3: Ejemplos de modos de falla funcionales y sus causas

#### 41.4.2. Principio del análisis funcional

Se efectúa sucesivamente:

- un análisis funcional **externo** que considera al equipo como una caja negra;
- un análisis funcional **interno** que tiene en cuenta los subconjuntos que conforman el equipo.

El análisis externo se realiza en la ficha de figura 41.2. Para cada función se estudian las diferentes fallas (grupo *de análisis* ayudado por el grupo *equipos*). La capacidad de detección de una falla recibe una ponderación:

- 1, si no hay medio de detectarla;
- 0, en caso contrario.

El *modo de falla* se describe como la manera en que un equipo llega a no cumplir su función. Los modos de falla se especifican según:

- impacto de la falla en la seguridad, producción y calidad;
- frecuencia de las fallas,
- fallas no detectables o con poca detectabilidad durante el funcionamiento del equipo;
- efectos inducidos de la falla:
  - influencia en la seguridad;



- ¿Como puede fallar el componente?
- ¿Cuales son las consecuencias de tal falla?
- ¿Cual es la criticidad de las consecuencias?
- ¿Como puede detectarse la falla?
- ¿Cuales son las salvaguardias contra la falla?

El estudio logra:

- Asegurar que todos los modos de falla concebibles y sus efectos sean comprendidos
- Identificar debilidades en el diseño
- Proveer alternativas en la etapa de diseño
- Proveer criterios para prioridades en acciones correctivas
- Proveer criterios para prioridades en acciones preventivas
- Asistir en la identificación de fallas en sistemas con anomalías

El *FMECA* es una tarea de grupo que requieren participantes e información con las siguientes cualidades:

- Experiencia en el campo de aplicación,
- Conocimiento de la estructura del sistema en estudio,
- Información de fallas,
- Criterios para fundamentar las recomendaciones.

Un análisis *FMECA* puede estar basado en los componentes de un sistema (ejemplo: picadura en rodamiento) o en funcionalidades (ejemplo: no hay feedback). El enfoque funcional se utiliza cuando no se ha logrado identificar componentes específicos o cuando el diseño no ha sido plenamente definido.

La norma militar americana provee dos métodos para realizar el FMECA. El método 101 (ver figura 41.6) es cualitativo, y permite resaltar los modos de falla cuyos efectos son importantes en relación a severidad, detectabilidad, mantenibilidad, seguridad.

El método 102 (análisis de criticidad) incluye consideraciones de tasa de falla o probabilidad, nivel de criticidad). Define el *número de criticidad del modo de falla m*:

$$C_m = \beta \alpha \lambda_p t$$

donde

$\beta$  es la probabilidad de pérdida de la función

$$\beta = 1 - R(t)$$

donde  $R(t)$  es la confiabilidad del equipo, que depende del tiempo de operación  $t$ .

$\alpha$  es la razón de modo de falla (para un item  $\sum \alpha = 1$ )

$\lambda_p$  es la tasa de fallas

**Definición 17** El número de criticidad de un componente *corresponde a la suma de los números de criticidad de modo de falla del mismo.*

**Observación 158** El costo de falla asociado a un equipo va implícito por la tasa de fallas y en la confiabilidad; aunque no se pondera directamente por la duración de una falla que es distinta para cada modo de falla. Lo mismo vale para el costo de intervención.



Nº de sistema: LHD-SHLV						Hoja Nº 1 de 1			
Sistema Analizad Sistema Hidráulico						Fecha: Septiembre, 1998			
Identificación Niv. Tercel Nivel						Preparado por: C.O.W			
Equipo:	LHD					Revisado por:			
Identificación	Funciones	Modos de Fallar	Daño			Método de	Acciones	Clasificación	Obs.
Item		y causas	Efectos locale	Prox. Nivel	Ef. Finales	Detección	Correctivas	de gravedad	
Bomba doble	Mover Aceite	Deficit de flujo:	Bajo	Funcionamiento	Detención	Aceite	Cambiar lo	Marginal y	Se mide con
	hidráulico	desgaste de la	rendimiento	lento de	equipo	quemado u	que falla:	ocasional	flujometro,
	del estanque	bomba; aceite y	hidráulico,	dirección	(funcionamiento	oscuro,	sellos y bomba		hay
	a los	filtros en mal	lento	y pesado	lento y defectuo	aumento de			mecanismos
	compartimiento	estado, fugas	calentamiento		so	temperatura			para saber si
		internas y fugas	o del aceite,			de los			bamba está
		en los sellos.	problemas de			compartimen			mala
			packing y			tos y lentitud			
			sellos.						
Cilindros	Movimiento	Rallado o doblado	Lentitud, mal	Mal	Detención	Aceite	Cambiar	Marginal,	
	de Vastago	(muchas carga que	funcionamien	Funcionamiento	equipo	quemado u	packing	razonablemen-	
		produce fatiga	to y	válvula	(funcionamiento	oscuro,		te probable	
		desgaste, packing	calentamiento	de dirección	lento y defectuo	aumento de			
		y fugas internas			so)	temperatura,			
						lento, no			
						mantiene			
						presión, se			
						cae el balde			
Válvulas L y V	Distribuir el	Desgaste	Mal	Mal	Detención	Problema	Cambiar,	Marginal y	
	aceite hacia	ralladuras	funcionamien	funcionamiento	equipo	la	reparar	ocasional	
	sistema	picaduras	to levante,	válvulas	(funcionamiento	temperatura	rectificar		
	levante y		volteo y	L y V	lento y defectuo	superficial	túnel		
	volteo y bajar		dirección,		so.				
	o subir		aumento						
			posibilidad						
			de falla de la						
			bomba por						
			aumento de						
			temperatura						
			por los						
			problemas						

Figura 41.8: Hoja del equipo minero LHD

### 41.6.1. Establecer el alcance del análisis

Para establecer los alcances es necesario identificar claramente:

- las fronteras del sistema a estudiar,
- la profundidad del análisis

Las hojas del *FMECA* pueden incluir la siguiente información sobre cada falla potencial de un componente:

- Causa raíz
- Posibles efectos
- Medios de detección
- Salvaguardias
- Frecuencia
- Criticidad de los efectos

Dependiendo de la profundidad del análisis puede que varios campos no sean completados. La profundidad también depende de cuando es realizado: por ejemplo, en un diseño preliminar o luego del diseño final. La decisión debe ser tomada caso a caso.

### 41.6.2. Recopilación de información

El primer paso es obtener toda la información disponible del diseño:

- Especificaciones
- Planos
- Información CAD
- Memorias de análisis de esfuerzos
- Resultados experimentales
- Etc.

Para el análisis de criticidad también se requiere disponer de las predicciones de confiabilidad o pueden generarse simultáneamente.

### 41.6.3. Preparar la lista de componentes

Antes de rellenar las fichas y detectar los modos de falla para cada componente, se deben listar todos los componentes del sistema. Se deben especificar:

- funciones
- condiciones de operación (temperatura, carga, presión, etc.)
- condiciones ambientales

Se debe construir un diagrama funcional de bloques lo que permite guiar y comprender el análisis completo.

**Observación 160** *Si el sistema opera en más de una fase y las relaciones funcionales cambian o los componentes operan en forma distinta, ello debe considerarse en el análisis. También debe evaluarse el efecto de equipos redundantes.*

**Observación 161** *Un FMECA puede enfocarse en distintos puntos de vista: seguridad, éxito de la misión, disponibilidad, costo de intervención, detectabilidad de los efectos, etc. Por ejemplo un FMECA orientado a la seguridad puede dar un bajo nivel de criticidad a un componente de baja disponibilidad pero cuyos efectos no son críticos para la seguridad.*

#### 41.6.4. Completando las fichas

##### Componente

Se debe identificar los componentes de manera unívoca. Por ejemplo: *válvula* es insuficiente. Más correcto es *válvula B2K* (como en el plano).

##### Función

Muy breve, en muchos análisis se omite por ser obvio.

##### Modos de falla

Las posibles formas en que un componente puede fallar:

- por vejez: corrosión, fatiga, etc.
- por condiciones de operación: en automático, en manual, etc.
- condiciones ambientales: terremoto, tornado, etc.
- por clase de operación: prematura, tardía, deformación excesiva, etc.

##### Frecuencia de la falla

Puede ser el tiempo medio entre fallas (*MTBF*) o algún número que pondere entre los equipos.

##### Criticidad

Usualmente se usa un sistema de ponderación de acuerdo a:

- I: Insignificante, el efecto sobre la confiabilidad y/o disponibilidad es mínimo
- II: Menor, no afecta la seguridad pero si la confiabilidad y disponibilidad
- III: Mayor, no afecta la seguridad pero si la confiabilidad y disponibilidad de manera importante
- IV: Crítica, la seguridad es afectada

### 41.7. Usos del *FMECA*

Aparte de identificar los modos de falla y efectos:

1. Preparación de árboles de decisión para detectar causas de los problemas
2. Preparación de requerimientos de mantención preventiva
3. Diseño de auto-tests, indicadores de falla, componentes redundantes

**Observación 162** *Existen softwares especiales para FMECA. Ejemplo: PREDICTOR, FMEA Facilitator ([www.fmeca.com](http://www.fmeca.com)), etc. El uso de planillas de cálculo es muy común.*

**Ejercicio 23** *Construya un FMECA para alguno de los siguientes equipos: lavadora, sistema de frenos de un vehículo, radio de transistores, otro equipo que le sea familiar.*

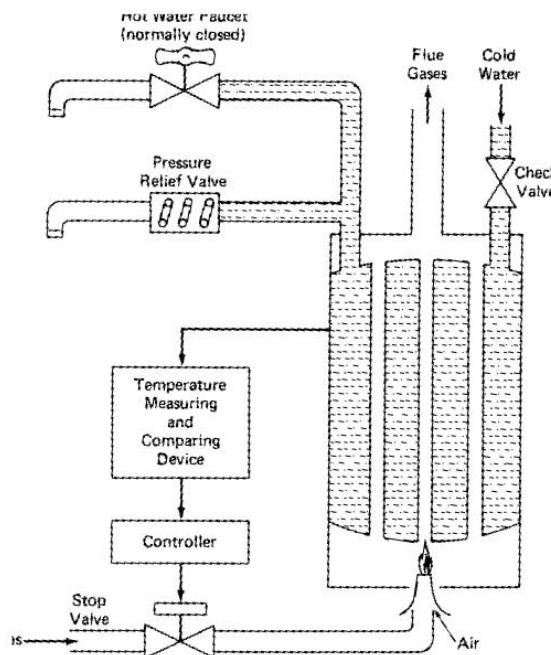


Figura 41.9: Diagrama del calentador de agua

**Ejercicio 24** Considere el calentador de agua mostrado en la figura. El sistema provee de agua caliente en un cierto rango de temperatura configuradas (por ejemplo entre 40 y 80°C). El agua es calentada con gas. Cuando la temperatura del agua está bajo un nivel seleccionado (50°C por ejemplo), el sensor/comparador de temperatura manda una señal al controlador para que abra la válvula de gas. Tan pronto el agua llega a la temperatura configurada, el sensor manda la señal de cierre al controlador. Cuando el agua se empieza a enfriar y el agua pasa por la temperatura fijada, el sensor/comparador vuelve a mandar la señal de abrir el paso de gas. La válvula de paso ("check valve") a la entrada del agua fría previene flujo inverso debido a la sobrepresión en el sistema de agua caliente. La válvula de seguridad está configurada para abrir si la presión de agua excede los 100 psi.

1. Realice un análisis FMECA para al menos 4 modos de falla.
2. Priorice para definir un plan de mantenimiento adecuado.

## 41.8. Estudio de caso

El estudio considera la aplicación de análisis de modo de falla, efectos y criticidad para una flota de buses interprovinciales de Malasia. Fue realizado entre 1991 y 1995[5]. El análisis también considera el efecto de la frecuencia entre inspecciones. Ello será estudiado en el capítulo §21.

### 41.8.1. Descripción de la compañía

Se trata de una empresa con más de 25 años de operación al momento de iniciar el estudio. En 1991 operaba más de 125 buses. En promedio, se programaban 120 viajes interprovinciales diariamente, cubriendo en promedio unos 500 Km/viaje. y transportando alrededor de 5000 personas/día. Estos valores que no cambiaron significativamente durante el estudio, lo que no ocurrió para las marcas y las edades de los vehículos, donde si hubo un cambio significativo (ver tabla 44.7).

La compañía empleaba alrededor de 600 personas, de las cuales un 20 % estaban relacionadas con mantenimiento.

Marca	Dic' 91	Dic'94
Isuzu	37	19
Mercedes	35	0
Mitsubishi	30	17
Cummin	16	0
Isuzu-CJR	8	8+33
MAN	0	42
Total	126	119
Edad	75 %5 años	

Cuadro 41.1: Unidades de la flota

### 41.8.2. Diagnóstico inicial del mantenimiento

De los registros de panas en carretera, se encontraron 833 fallas en 1990, lo que equivale a 2.3 fallas/día. Cuando ocurría una falla, la mayoría de las ocasiones se requería un bus y un conductor de reemplazo, y 2 mecánicos. La disponibilidad operacional de la flota era manejada vía redundancia. También se notó que la disponibilidad deseada de 80 % para la flota era apenas alcanzada. Como resultado, y para alcanzar los requerimientos operacionales, se debían reprogramar buses para realizar viajes extras. La situación se complicaba aun más cuando no habían buses en *stand-by*. 30 % de los viajes eran realizados con retraso. La culpa era asociada principalmente al servicio de mantenimiento pues no alcanzaba a reparar los buses a tiempo. Los costos de intervención de mantenimiento representaban 27 % de los costos de operación.

En 1991 se realizaban 4 tipos de actividades preventivas. Tres de ellas son consideradas como actividades livianas (*A, B* y *C*) y la última como pesada (*D*).

La actividad *A* se realizaba diariamente y consistía en una inspección visual y auditiva simple al final de cada viaje diario. Duraba aproximadamente 3 minutos.

La actividad *B* se realizaba hacia cada 8000 Km. Consistía en una actividad *A* combinada con cambio de aceite y filtro. Duración aproximada: 15 minutos.

La actividad *C* se realizaba cada 24000 Km. Correspondía a una intervención *B* más cambio de aceite en la caja de transmisión y en el árbol trasero, y reemplazo del filtro de combustible. Duración aproximada: 1 hora.

La actividad *D* se realizaba cada 6 meses. Consistía en una preparación del bus para la certificación técnica. No existía un registro formal de intervenciones realizadas. Los trabajos típicos eran: cambio de anillos, chequeo de sistemas de frenado, eléctricos y de combustible; inspección de la estructura. Tiempo promedio: 2 días.

Durante el período del estudio se disminuyeron las frecuencias para las actividades *B* y *C* por razones tecnológicas asociadas a lubricantes de mejor calidad. La actividad *B* se extendió de 8000 Km a 14000 Km, y la actividad *C*, desde 24000 km a 42000 km.

### 41.8.3. Datos existentes

De las actividades de inspección diarias y de intervención planificada se registraban:

- fecha, hora
- observaciones del conductor

lo que quedaba registrado en la hoja del inspector y en las hojas de las actividades.

No se registraban detalles del trabajo de reparación realizado tras una inspección, ni la edad del equipo (Km). No se hacían reportes o indicadores a partir de estos registros.

De las intervenciones de pana, se registraban:

- fecha, hora
- lugar
- identificación del bus, del conductor, de la ruta

- identificación del bus y del chofer de reemplazo
- identificación de los mecánicos
- descripción breve de la falla

En otra forma se registraba:

- el trabajo realizado
- tiempo tomado (para calcular sobretiempos)

Respecto de las actividades  $D$ , existían ordenes de trabajo para las unidades apropiadas dentro del taller. Si bien en la orden se incluían campos para identificar el bus, el tipo de trabajo, la fecha, las horas hombre empleadas; estos datos no eran completados.

No se hacían reportes semanales o mensuales de los datos registrados. Los registros individuales de cada vehículo, que en teoría incluían intervenciones preventivas, registros de inspecciones, fallas y mantenimientos mayores, existían, pero en la práctica sólo se registraban los cambios de neumáticos, y el tipo de mantenimiento realizado ( $A-D$ ).

La situación de registro y uso de los datos no es atípica de países en vías de desarrollo, donde, si los datos son registrados, aun así son incompletos, inaccesibles, poco usados, y por tanto de poco valor.

#### 41.8.4. Análisis de modos de falla, efectos y criticidad

Este tipo de análisis exige el registro de dato: modos de falla, causas y consecuencias; medios de prevención.

La recolección de datos inicio su marcha blanca en un proceso de 1 mes, primero como un método de ensayo de análisis, pero también como ejercicio de entrenamiento para familiarizar a los ingenieros y al staff en los conceptos y el método a ser usado. Luego se pasó a un segundo estudio, que duró 2 meses. Los objetivos del análisis de modos de falla fijados fueron:

- reconocer y describir la escala y la naturaleza de las fallas y ganar una visión general de las necesidades actuales de mantenimiento;
- identificar y hacer resaltar las areas de mejoras potenciales y las directivas requeridas para realizar tales mejoras.

El análisis se llevó a cabo entre enero y febrero de 1992. Durante el estudio se registraron 123 panas, excluyendo las fallas de neumáticos; se detectaron 212 defectos (excluyendo neumáticos) y 674 defectos de neumáticos. Las figuras 41.10-41.12 identifican:

- componentes críticos
- causas mayores de falla
- medios posibles de prevención

La figura 41.10 muestra el número total de fallas (tanto de pana como detectadas en inspección), por subsistema funcional tenemos:

Sub-sistema	% fallas
Motor	25
Transmisión	23
Frenos	13
Aire acondicionado	17
$\Sigma$	88

Cuadro 41.2: Porcentaje de fallas por subsistema

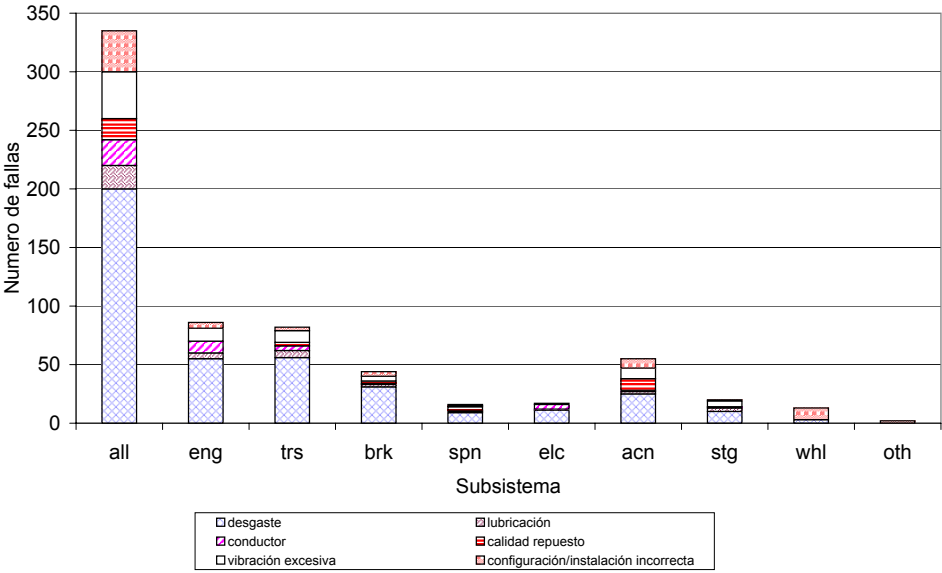


Figura 41.10: Número de fallas por subsistema y por causa. *all*: Todos, *eng*: motor, *trs*: transmisión, *brk*: frenos, *spn*: suspensión, *elc*: Sist. eléctrico, *acn*: aire acondicionado, *stg*: dirección, *whl*: ruedas, *tyr*: neumáticos, *oth*: otros

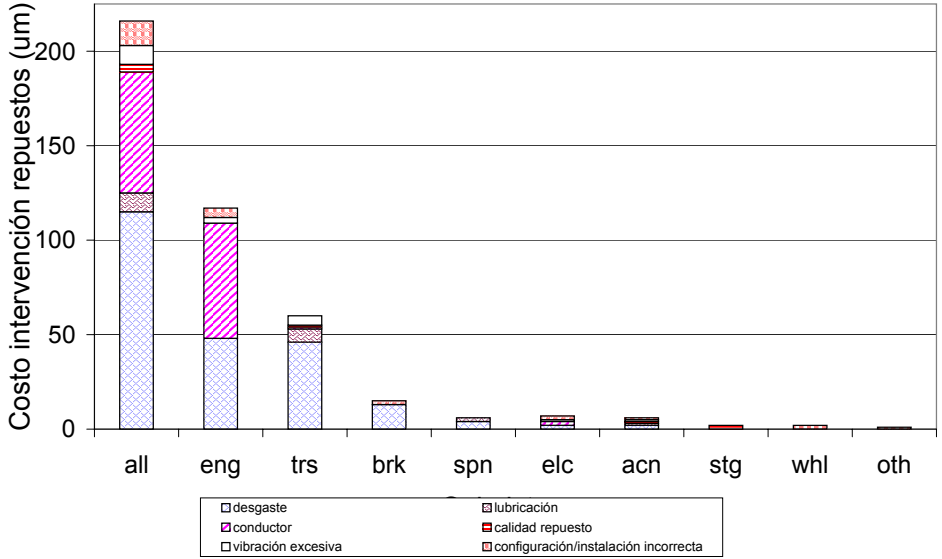


Figura 41.11: Costos de intervención (repuestos) por subsistema y por causa

Sub-sistema	% fallas
Combustible	34
Refrigeración	27
Lubricación.	14
$\Sigma$	75

Cuadro 41.3: Porcentaje de fallas Subsistema Motor

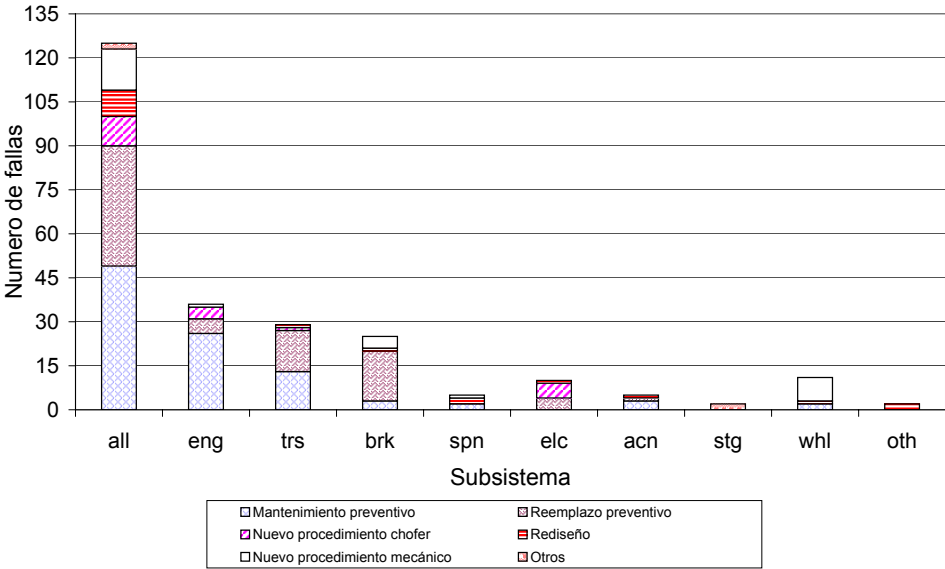


Figura 41.12: Número de fallas por subsistema y por medio de prevención

subsistema	% fallas
carcasa	29
control de embrague	13
caja reductora	14
árbol de transmisión	18
$\sum$	78

Cuadro 41.4: Porcentaje de fallas Subsistema Transmisión

sub-sistema	%fallas
conjunto alineamiento	33
sistema de aireación	40
$\sum$	73

Cuadro 41.5: Porcentaje de fallas Subsistema Frenos

subsistema	%fallas
motor	18
piping	39
evaporador	16
$\sum$	73

Cuadro 41.6: Porcentaje de fallas Subsistema Refrigeración

A su vez, 75 % de las fallas de motor eran causadas por:

Las fallas de transmisión, frenos y refrigeración son jerarquizadas en tablas 41.4, 41.5 y 41.6, respectivamente.

Adicionalmente, la tabla 41.7 muestra el porcentaje de panas por subsistema.

Sub-sistema	% panas/subsistema
Motor	45
Transmisión	37
Frenos	53

Cuadro 41.7: Porcentaje de panas por subsistema

La figura 41.10 también indica la naturaleza de las fallas. El desgaste es considerado la causa dominante de fallas. También se encontró que, excepto las fallas de ruedas, donde la causa dominante es la configuración defectuosa, en todas las otros subsistemas, la causa dominante es el desgaste. Otras causas de fallas como la calidad de la conducción, lubricación y mal diseño eran significativas, pero no dominantes.

Como resultado de la no detección de fallas y la ocurrencia de panas, la compañía reduce su nivel de disponibilidad, incrementa sus costos de falla y acrecienta el nivel de desagrado de los consumidores. En este estudio, se registraron 2 tipos de datos: costos de intervención (repuestos, horas hombre) y tiempos de reparación y de inspección.

El tiempo de reparación incluye:

- el tiempo para diagnosticar la falla,
- el tiempo para obtener los repuestos, y
- el de la reparación misma.

La figura 41.11 muestra la parte del costo de intervención asociado a repuestos para cada subsistema, durante el período del estudio. Se observa que las fallas de motor representan más de la mitad de los costos en repuestos.

**Observación 163** *El estudio presentado se concentró en los costos de repuestos. Un enfoque más completo debería incluir los costos de mano de obra y de falla (en suma, el costo global). Sin embargo, ello puede ser muy demandante para el análisis. Podemos de alguna forma asumir que los demás costos son proporcionales a los de los repuestos para poder priorizar.*NdP.

El estudio también mostró que las fallas de motor asociadas con mala conducción eran indicadas por rotura de pistones o del bloque. Tales fallas eran causadas principalmente por fallas en los sistemas de refrigeración y lubricación. Si, de acuerdo a los ingenieros, el conductor hubiese estado alerta a los indicadores de malfuncionamiento de tales subsistemas, se podrían haber evitado las fallas.

La figura 41.12 muestra el número de fallas con pana en el camino y su posible acción preventiva. Según la opinión de los ingenieros, 74 % de las fallas podrían haber sido prevenidas o evitadas con un programa de mantenimiento preventivo adecuado. Ello no significa que **económicamente** se justifique el implementar tal programa, pero implica la posibilidad de considerar tal estrategia. La figura 41.12 indica que casi 80 % de las panas de motor (en carretera) pueden ser evitadas con mantenimiento preventivo. El análisis mostró además que la mayoría de las panas de motor eran provocadas por:

- válvulas rotas o con fugas,
- bombas de combustible rotas,
- fugas en el piping de combustible y del radiador.

Para los componentes de la transmisión que causan panas, se consideró que el mantenimiento preventivo es considerado tan importante como para el motor. La mayoría de los problemas de transmisión fueron provocados por:

- problemas asociados al desgaste del embrague y
- fallas en el árbol de transmisión.

Las fallas de los pernos de rueda también pueden ser prevenidas mejorando la supervisión y las prácticas de mantenimiento. Es sabido que estos componentes fallan por excesivo o muy poco apriete de las tuercas.

Al presentar estos resultados se mostró por primera vez una vista general detallada de la operación de los buses. El estudio permitió un trabajo de ingeniería concurrente en la empresa. Ello ayudó a crear un ambiente que estimuló y motivó a los mandos superiores a verse envueltos en las mejoras necesarias. Se realizó un estudio el aporte de más de 30 ingenieros para asegurar que prácticas podrían/deberían ser realizadas en mantenimiento preventivo y en inspecciones. Ello reveló un consenso importante de que las inspecciones y las reparaciones estaban siendo realizadas defectuosamente. Entre los factores discutidos destacan:

- tiempo inadecuados para llevar a cabo las tareas
- falta de supervisión
- checklist de inspección inadecuados
- falta de capacitación de los mecánicos

El impacto inmediato del análisis de modos de fallas fue que, teniendo identificado el subsistema, la naturaleza y las causas de las fallas, se generaron inmediatamente un conjunto de soluciones:

1. Revisión de la lista de ítems a revisar en las inspecciones, y en el formato de la hoja de inspección. La nueva hoja incluía, aparte de los ítems de checklist, una descripción de las fallas reportadas y detectadas durante la inspección, acciones tomadas, nombre del inspector y de los mecánicos. Tras cada revisión, el documento es endosado por el jefe a cargo. Esto incrementa la supervisión y mejorar la calidad de la inspección.
2. La introducción de reemplazo preventivo de piezas tales como: embrague, alternador; además, el reacondicionamiento periódico de la unidad de acondicionamiento de aire.
3. Capacitación de los conductores en operación y mantenimiento básico de los vehículos.

Los efectos de tales medidas serán descritos más adelante.

## 41.9. Comentarios finales

El *FMECA* se concentra en identificar las fallas posibles de los componentes. Así, se identifican deficiencias en el diseño, que se pueden mejorar. Tamb n se pueden recomendar programas de inspección efectivos. Se puede priorizar en función de frecuencia y criticidad, de modo de concentrar los esfuerzos en aquellos modos de mayor prioridad.

Una limitación de la técnica es que se trata de un análisis de *falla simple*. Eso es, que cada modo de falla es considerado individualmente. Si un modo de falla es capaz por sí solo de afectar el funcionamiento del sistema, ello es identificado por el *FMECA*. Sin embargo, particularmente en sistemas complejos, un solo modo de falla puede no afectar negativamente al sistema, pero si se combina con otro si . El *FMECA* no est  adaptado para este segundo caso; y es mejor utilizar la técnica del * rbol de fallas*.



# Bibliografía

- [1] C.R. Sundararajan. *Guide to Reliability Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [2] P. O’connor, *Practical Reliability Engineering*, 3rd ed., John Wiley & Sons, 1991.
- [3] P. Lyonnet. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991.
- [4] R.L. Post, *HAZROP: an Approach to Combining HAZOP and RCM*, Hydrocarbon Processing, may 2001, 69-76. [\[bajar\]](#)
- [5] Desa, M.I. and Christer, A.H., *Modelling in the Absence of Data: A Case Study of Fleet Maintenance in a Developing Country*, Journal of the Operational Research Society, 52, 247-260, 2001. [\[bajar\]](#)



## Capítulo 42

# Análisis de riesgos y operabilidad

### 42.1. Introducción

El Análisis *HAZOP* (HAZards and OPerability) consiste en un análisis estructurado que permite la identificación y clasificación de *situaciones de riesgo* (hazards) ambientales, de seguridad y de salud para las personas. La técnica también es utilizada para identificar problemas de operabilidad de la planta, y problemas de calidad en la producción. Fue desarrollada en Inglaterra en los años '60, por la compañía *ICI*, en industrias de proceso.

HAZOP se basa en el uso de palabras u oraciones *guía* (por ejemplo: no hay flujo) que, al ser combinadas con las variables de operación, permiten encontrar *desviaciones* potenciales respecto de la *intención* establecida en el diseño. El análisis se focaliza en aquellas desviaciones que puedan acarrear situaciones de riesgos a la seguridad, a la salud, o al ambiente. Las consecuencias y las acciones relacionadas con las situaciones de riesgo identificadas pueden ser clasificadas y priorizadas.

**Observación 164** *Remarcamos la diferencia entre situación de riesgo (hazard) y riesgo; la segunda corresponde a la probabilidad de ocurrencia de una situación de riesgo durante un periodo especificado y en circunstancias dadas.*

Tras la identificación de las situaciones de riesgo, el análisis *HAZOP* evalúa/estima sus posibles consecuencias. Si las medidas existentes son consideradas insuficientes o inadecuadas, se recomiendan acciones correctivas o una investigación más a fondo.

Los problemas de operabilidad ocurren por problemas de confiabilidad así como por la manera en que la planta es operada. Como consecuencias aparecen tiempos muertos de producción, daño catastrófico de equipos, producción fuera de tolerancias. Los costos de falla y de intervención correctiva crecen.

Las acciones de mantenimiento tales como montajes y desmontajes también pueden ser incluidas en el análisis dado que pueden ser fuentes de situaciones de riesgo y de reducción en la operabilidad de la planta. El análisis de la ergonomía de las intervenciones también es necesario.

Un *FMECA* puede ser considerado como un HAZOP restringido, en donde las *desviaciones* corresponden a *fallas*.

En general, los estudios HAZOP se realizan sobre plantas en la etapa de diseño, y también durante modificaciones a plantas existentes. También es realizado sobre procesos existentes, plantas piloto y laboratorios.

Una de las razones para realizar HAZOP es la existencia de normativas que obligan a las compañías a tener sistemas que permitan gestionar la seguridad y la salud de las personas, así como de protección al medio ambiente<sup>1</sup> CONAMA.. En tal sentido, *HAZOP* permite identificar situaciones de riesgo potenciales. Efectos colaterales del análisis son: aumento en la calidad de la producción, reducción de problemas de operación y marchas blancas del proyecto con menores contratiempos y en plazos más cortos.

---

<sup>1</sup>En Europa: Directiva EU 96/82/EC, Directiva Seveso II. En Estados Unidos: Regulación OSHA 29CFR, parte 1910. Varias normativas chilenas pueden ser encontradas en el Servicio de Salud Metropolitano del Ambiente <http://www.sesma.cl> o en la Comisión Nacional del Medio Ambiente <http://www.conama.cl>

Palabra guía	Significado
No	La intención de diseño no se cumple
Parcialmente	Solo una fracción de la intención de diseño es lograda
Opuesto	Ocurre lo contrario a la intención de diseño
Además	Una actividad adicional ocurre
Otro	Una actividad es substituida por otra
Más/menos	Incremento/disminución cuantitativo(a) de un parámetro
temprano/tarde	La función es realizada fuera de tiempo
más rapido/más lento	La función es realizada a una velocidad anormal

Cuadro 42.1: Palabras guía standards y sus significados genéricos

## 42.2. Procedimiento

### 42.2.1. Descomposición del sistema en secciones

Un primer paso es descomponer el sistema en bloques funcionales (ver diagrama de bloques en §36). En general el análisis se hace hacia aguas abajo en el proceso. La figura (42.1) muestra el diagrama de flujo general aplicado a cada sub-sistema. A continuación, el análisis es llevado a cabo en cada sección.

### 42.2.2. Descripción del subsistema y de su intención de diseño

Es esencial una comprensión acabada del subsistema analizado. La descripción del mismo deber incluir todos los parámetros claves.

A continuación se formula la *intención de diseño* (función) y se registra. Se debe incluir además el *rango operacional de diseño*, de modo de poder reconocer situaciones que caigan fuera de este rango como *desviaciones*. La intención de diseño puede referirse a equipos en el subsistema analizado, a materiales, a condiciones, fuentes y destinos, a cambios o transferencias, así como a los medios de control y etapa en la que opera el subsistema.

### 42.2.3. Formulación de *desviaciones*

El siguiente paso es generar una desviación al relacionar una *palabra guía*<sup>2</sup>, y un *parámetro*<sup>3</sup>. La lista standard de palabras guías se muestra en tabla (42.1). La tabla (42.2) entrega ejemplos de parámetros usado en análisis de plantas de proceso. La tabla (42.3) muestra ejemplos de combinaciones lógicas entre palabras guía y parámetros.

### 42.2.4. Identificación de causas

Una vez identificada una desviación, se busca una causa para ella. En caso de existir varias posibles causas, es conveniente hacer una buena descripción de cada una. La priorización en el análisis viene dada por la criticidad, en la cual intervienen principalmente la frecuencia y la severidad de las consecuencias.

### 42.2.5. Evaluación de consecuencias

Las consecuencia asociadas a cada causa deben ser cuidadosamente analizadas para ver si ellas llevan al sistema a operar fuera del rango de operación. Es esencial la identificación de todas las consecuencias, tanto inmediatas como posteriores, así como dentro y fuera del sistema analizado.

<sup>2</sup>El término *palabra guía* es usado aquí para una acción o frases tales como "no hay..", "más de ...", etc.

<sup>3</sup>El termino *parámetro* es usado aquí como un nombre genérico para una variable, componente o actividad. Por ejemplo: "flujo", "presión", etc.

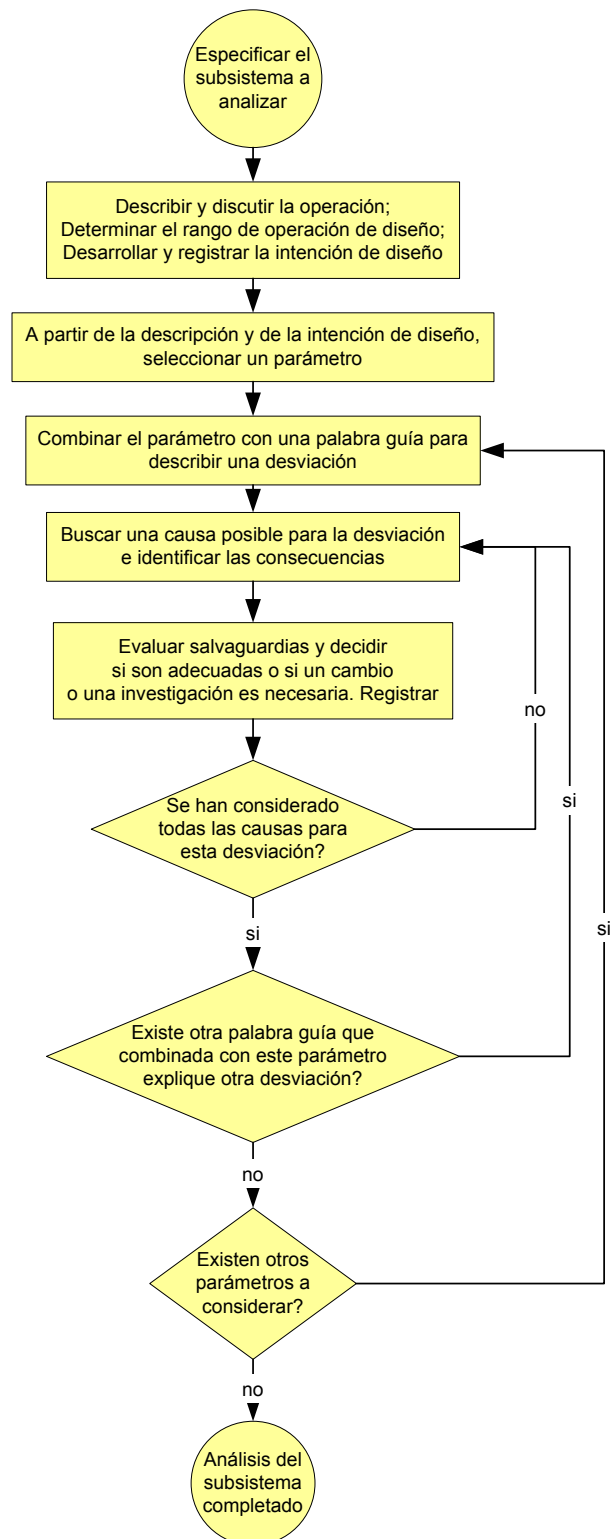


Figura 42.1: Diagrama de flujo. Enfoque con parámetro determinado.

Flujo	Fase
Presión	Velocidad
Temperatura	Tamaño de particula
Mezclar	Medida
Revolver	Control
Transferir	pH
Nivel	Secuencia
Viscosidad	Señal
Reacción	Partida/parada
Composición	Operar
Adición	Mantener
Separación	Servicios
Tiempo	Comunicación

Cuadro 42.2: Ejemplos de posible parámetros para operaciones de procesos

Parámetro	Palabras guías asociables
Flujo	No hay,
Temperatura	mayor; menor
Presión	mayor; menor; inversa
Nivel	mayor; menor; nulo
Mezcla	más; menos; no hay
Reacción	velocidad mayor; velocidad menor; no hay; inverso;parcial
Fase	Otro; inverso; ademas
Composición	parcial; ademas
Comunicación	no hay; parcial;otro

Cuadro 42.3: Ejemplos de combinaciones de parámetros y palabras guías

#### 42.2.6. Salvaguardias

Existen dos enfoques para esta parte del análisis. La primera consiste en descartar toda medida de salvaguardia existente o prevista en el diseño, para así evaluar su efectividad. El segundo enfoque las considera preestablecidas.

#### 42.2.7. Recomendaciones y acciones

Las recomendaciones pueden ser entregadas durante el análisis HAZOP en caso de que haya unanimidad en el grupo de expertos. Si se requiere mayor información, las recomendaciones deben venir de un estudio posterior.

#### 42.2.8. Registro

El reporte del análisis es uno de los documentos que especifican las intenciones de diseño de cada parte del sistema. De ser parte de la información entregada a los operadores del proyecto. Es importante que las descripciones sean suficientemente detalladas para que sean comprendidas por alguien que no participe en el HAZOP.

#### 42.2.9. Completando el análisis

Tras analizar todas las causas posibles para una dupla palabra guía-parámetro, se mantiene el parámetro y se varia la palabra guía para buscar combinaciones lógicas.

## 42.3. Implementación de un análisis HAZOP

### 42.3.1. Definición de alcances, objetivos y fronteras

Un objetivo común en un análisis HAZOP es la identificación de situaciones de riesgo para la seguridad y la salud de las personas, así como del medio ambiente. Se incluye el efecto sobre personas tanto dentro como fuera de la planta, riesgos a la propiedad (en planta y externa), y todo tipo de riesgos ambientales. Debe establecerse si se van a estudiar problemas de operabilidad de la planta. En ese caso se incluyen aspectos de confiabilidad y mantenibilidad, calidad del producto, y otros factores que afecten la operación de la planta y su productividad.

Otros objetivos posibles de un estudio HAZOP es el cumplir con regulaciones (del país o requeridas por clientes internacionales), standards de la compañía, o requerimientos contractuales (por ejemplo: para aseguradoras).

Las fronteras del sistema a analizar también deben ser claramente establecidas. Es importante considerar los subsistemas que interactúen con aquellos que son analizados. También es necesario establecer el espectro de modos operacionales que serán analizados. Para una planta que opere continuamente la condición principal es la operaciones estacionaria, pero también es relevante cubrir otros modos tales como partida, parada, operación con tasa de producción alta/baja, pausa de producción, y transiciones entre un estado y otro.

Lo anterior permitirá estimar la duración del estudio y su planificación.

### 42.3.2. Selección del grupo de expertos

#### Facilitador

El rol esencial del facilitador es asegurar que la metodología HAZOP sea aplicada de manera efectiva. Lo que implica que tenga experiencia previa en este tipo de análisis.

Cualidades ideales del facilitador:

- experiencia vasta en estudios de situaciones de riesgo;
- experiencia previa como miembro y como secretario de un equipo HAZOP;
- entrenamiento para liderar un estudio HAZOP;
- Competencia técnica y habilidad para comprender el sistema y su operación;
- pensamiento analítico,
- talentos motivacionales tales como apoyo a la creatividad y el pensar en voz alta;
- Independiente al proyecto mismo; excepto por el HAZOP mismo. El facilitador debe concentrarse en la aplicación del método y el trabajo del equipo. Ello facilita una visión no distorsionada, imparcial sobre el proyecto.

#### Secretario

El secretario debe estar familiarizado con los estudios HAZOP. Él es el encargado de registrar ya sea manual o electrónicamente las ideas planteadas en las reuniones. El uso de un elemento de proyección donde todos los miembros visualicen lo que está siendo registrado es muy conveniente.

#### Miembros

El tamaño y la composición de un equipo HAZOP depende de la complejidad del estudio. Un número mínimo es 4; y usualmente se tienen 5 o 6 miembros, incluso hasta 8 o 9. Grupos más grandes son difíciles de manejar y por tanto son desaconsejados.

Un equipo típico consta de:

- facilitador/lider

- secretario
- ingeniero de proceso
- ingeniero de diseño
- ingeniero de planta
- operador

Si se requiere, también se consideran:

- experto ambiental
- químico;
- ingeniero de control/instrumentación;
- ingeniero de mantenimiento
- otros.

### 42.3.3. Preparación

Es importante que el facilitador recolecte la información necesaria para el estudio. En esta labor puede ser asistido por el secretario. Una visita puede ser muy útil cuando se realiza un análisis sobre una planta ya existente. El conocimiento de accidentes previos ocurridos es importante.

**Observación 165** *Para plantas de proceso, la referencia [19] puede ser muy útil.*

Para poder realizar un análisis HAZOP es necesario disponer de un esquema completo y preciso del proceso. Para procesos continuos, ello se basa en el diagrama de instrumentación y proceso (P&ID), acompañado de especificaciones y esquemas usados en el diseño, tales como diagramas de flujo y balances de masas y energía. Además se consideran las condiciones de operaciones de diseño -usualmente expresadas como un rango-, la filosofía y los métodos de operación y control, y las especificaciones para los equipos y los instrumentos. Los parámetros de los elementos de alivio del proceso son esenciales para verificar las especificaciones de las tuberías y tachos. Además, debería disponerse de los parámetros para alarmas y detención. Adicionalmente, se requieren:

- las propiedades de los materiales,
- situaciones de riesgo posibles,
- problemas de operación conocidos,
- resultados de análisis de riesgo realizados con anterioridad.

Una vez disponible la información anterior, el proximo paso es la división de los P&ID en secciones e items (bloques) a los cuales se pueda aplicar las palabras guía. El termino *item* es aplicado en general a tachos, intercambiadores, etc. Usaremos el término *sección* a cada parte del proceso a la cual se aplique una palabra guía. La división en bloques debe ser juiciosa, pues la duración del estudio (y su costo) crece rápidamente con este número.

## 42.4. Ejemplo en un proceso continuo

Para ilustrar el desarrollo de un estudio HAZOP usaremos una plataforma marina para extracción de gas. La planta está unida a un planta de procesamiento central (*CPF* por sus siglas en inglés) por una tubería submarina de 15 km de longitud. No hay procesos químicos en la planta de extracción.

El gas está atrapado en una bolsa bajo arenisca a 2000 m debajo del suelo submarino. Está compuesto casi exclusivamente por metano saturado con vapor de agua a 80°C y 200 bar (20 MPa). Es traído a la superficie en un tubo de 15 cm de diámetro, el cual consta de una serie de secciones enroscadas. La presión baja debido a la pérdida de carga por fricción y la reducción de la altura estática por lo que el gas es recibido a 125 bar en la superficie. El tubo de extracción está rodeado por un número de tubos de mayor diámetro los cuales son usados durante el proceso de perforación. El número y el diámetro de los tubos de perforación depende de las condiciones geológicas locales. Existe una válvula de protección a 250 m debajo del suelo submarino, llamada *SSSV* por sus siglas en inglés (Sub-Surface Safety Valve). Ella es mantenida abierta por una señal hidráulica. Si se pierde la señal la válvula es cerrada. La válvula es difícil de abrir cuando hay una gran presión diferencial.

Los tubos de perforación terminan en una cabeza de pozo (*well head*) (ver figura 42.4) el cual está aporreado al árbol de navidad. Dentro del árbol hay una válvula maestra (Master Valve, *MV*) y, en ángulo con respecto al flujo, una válvula lateral (Wing valve, *WV*). Ambas son mantenidas abiertas por una señal hidráulica. Los roles (de emergencia) de cada una varían. La *SSSV* protege contra un evento mayor en el proceso o falla del árbol. La *WV* es la válvula principal del proceso y la *MV* es usada durante operaciones de dragado. Dependiendo del nivel de la emergencia, la *WV* cierra primero, luego la *MV* y finalmente la *SSSV*.

La planta tiene 5 tubos de extracción. El flujo de gas es controlado por una válvula operada manualmente llamada válvula de estrangulación (*choke*). Usualmente queda en una posición fija y solo es ajustada ocasionalmente. al bajar la presión en la estrangulación, la temperatura baja y se producen dos fases (condensado y gas). Si la presión cae desde 200 bar a una inferior a 50 bar, la temperatura puede bajar de los 0°C y se pueden formar hielo e hidrato de hidrocarburo sólido. Lo anterior es controlado con inyección de metanol. Existe la posibilidad de tener temperaturas por debajo de -50°C durante la partida del proceso, cuando la columna de gas en el tubo transfiere calor a las rocas que rodean el pozo y la temperatura inicial del gas puede ser del orden de 15-20°C.

Las dos fases fluyen hacia un manifold recolector a través de una válvula de seguridad shut-off (*ES-DV2*) que conecta con la tubería submarina, a unos 30 m bajo la superficie. Desde ahí se une con la planta central de procesamiento (*CPF*) a 25 m sobre el nivel del mar. Los parámetros de ambos flujos (gas y líquido) son usadas para monitorear el pozo y para repartir la producción. La tubería subacuática principal soporta la misma presión que el separador.

Cuando el pozo envejece, cae la presión y los volúmenes de flujo y se empieza a incrementar la fracción de agua en la mezcla. Al fin, el pozo tiende a contener arena (muy abrasiva) debido a los altos diferenciales de presión.

El agua mezclada al gas tiene un alto grado de salinidad y puede ser corrosiva por lo que se inyecta anticorrosivos junto con el metanol usado para suprimir la formación de hidratos. Existe un sensor de corrosión, que determina el flujo de anticorrosivo inyectado.

La tubería principal es protegida de la corrosión del agua marina con anodos de sacrificio, así como también la cabeza del pozo, y la estructura de la *CPF*.

El gas produce 1 m<sup>3</sup> de líquido por cada 20000 m<sup>3</sup> de gas en condiciones standard (durante el proceso de separación). El separador dispone de medios para remover la arena de la mezcla. En el separador se controla el nivel de la fase líquida. La fase gaseosa se controla en la tubería. El separador dispone de alarmas de nivel alto y de trip, las cuales cierran la válvula que lo alimenta. El separador está protegido de sobrepresión por una válvula de alivio (relief), que descarga a un respiradero (dimensionado para los flujos máximos de diseño en estado estacionario). Existen además protecciones adicionales de presión que primero cierran la válvula de detención (shutdown) del proceso y finalmente la válvula lateral, *WV*.

El metanol y el anticorrosivo son inyectados al flujo con una bomba de desplazamiento positivo. Hay una válvula de cierre de emergencia en la línea de alimentación (*ESDV1*). La bomba principal tiene una válvula de alivio configurada para abrir a 240 bar. Cada pozo recibe anticorrosivo por una semana.

El flujo de gas es 10<sup>5</sup> m<sup>3</sup>/h (en condiciones standard). La tubería tiene 12 pulgadas de diámetro. La

presión del sistema es de 180 bar. La *CPF* está diseñada para una presión de 120 bar aguas abajo de la válvula de detención (*ESDV3*).

La tubería de proceso está diseñada para soportar  $-30^{\circ}\text{C}$  para presión nominal y el separador está diseñado para  $-40^{\circ}\text{C}$  dado que contiene hidrocarburos líquidos. Durante la detención del proceso, las temperaturas del gas pueden caer debajo de los  $-40^{\circ}\text{C}$ .

Hay un sistema de detección de fuego y gas que aísla las válvulas y despresuriza el sistema. Ante estos eventos se cierran la válvulas maestra *MV* y lateral *WV*, pero sin despresurizar. La pérdida de presión en el manifold resulta en el cierre de la *SSSV*.

La *SSSV* es autocerrante y no se puede abrir si el diferencial de presión es mayor un cuantos cientos de psi.

El estudio HAZOP considera 6 bloques:

1. Bombas de metanol
2. plataforma del cabezal de pozo
3. línea submarina
4. plataforma de producción y sistema respiradero
5. tubería principal
6. terminal

#### 42.4.1. Metodología

Existen 4 modos de operación:

- partida-con poca presión aguas abajo;
- partida-sistema presurizado;
- detención
- transiente de proceso.

La intención de diseño es lograr el flujo de 5 líneas de gas con un flujo combinado de  $10^5 \text{ m}^3/\text{h}$  en condiciones standard- y con la menor cantidad de arena posible, hasta el separador.

Se dispone de la siguiente información:

- Una esquema general del sistema
- Una selección de P&ID (42.4-42.6)
- Las tablas de causas y efectos para la detención del sistema (cuadro 42.2)
- las intenciones de diseño para la operación.

La intención de diseo para la operación sigue los siguientes pasos:

- abrir *SSSV* usando metanol para lograr un balance de presión
- abrir las válvulas *MV*, *WV* y la estrangulación (choke) y así presurizar la tubería, monitoreando la generación de hidratos
- gradualmente presurizar el separador y luego la tubería principal
- activar cada línea secuencialmente

La detención tiene 3 niveles:

Elemento	Símbolo	Significado
Fluido	G	gas
	V	respiradero
	M	metanol
	D	drenaje
	C	condensado
Rating presión	1	ANSI clase 150
	9	ANSI clase 900
	15	ANSI clase 1500
Materiales	CS	acero al carbon
	SS	acero inoxidable

Cuadro 42.4: Simbología

Válvula	Gas detectado (nivel bajo)	Gas detectado (nivel alto)	Fuego detectado	Vibración (im- pacto)
lateral	C	C	C	C
UM		C	C	C
SSS			C	C
ESDV1			C	C
ESDV2				C

Cuadro 42.5: Matriz de causas y efectos del cabezal (C-Cerrada, O-abierta)

- Nivel I-preparación del proceso: cerrar la válvula adecuada para aislar la causa del evento.
- Nivel II-evento mayor: En general, ello implica la detección de fuego o gas, con el cierre de todas la válvulas y el blowdown de todos los tachos-las tuberías permanecen presurizadas.
- Nivel III-Posibilidad de una escalada mayor: La *SSSV* puede ser cerrada por una señal manual desde el centro de control. Lo mismo vale para las válvulas *ESD* y *ESDV* del elevador (riser).

Todas las válvulas son controladas hidráulicamente. Todas cierran al fallar excepto la válvula *ESDV7* que abre al fallar. La simbología usada en los P&ID se muestra en tabla 42.4. Los diámetros de tubería están en pulgadas. Una parte del análisis HAZOP se muestra en figuras (42.2) y (42.3).

## 42.5. Comentarios finales

El Análisis HAZOP se presenta como una herramienta muy útil para un análisis completo de situaciones de riesgo y operabilidad de la planta. Maneja el concepto de desviación respecto de la intención

Válvula	Fuego o gas lo- cal detectado en ESDV3 y 6	V1 alta presión	V1 alta presión	Detección de gas (nivel alto)	Fuego general
ESDV3	C				
ESDV6	C				
SD wells	C				
lateral		C	C	C	C
ESDV4		C	C	C	C
ESDV5		C	C	C	C
ESDV7		C	C	O	O

Cuadro 42.6: Matriz de causas y efectos en la CPF

Fecha Nodo 1	07/04/1999	Intención Tramo reservorio-válvula de estrangulación- operaciones de partida Status	1 Lado del cabezal de la SSSV presurizado y con inyección de metanol para que SSSV abra 2 Hacer fluir 2E4 m3/h (s) de gas al manifold G1-12"15Cs a 100 bar y 15-20°C SSSV cerrada, MV cerrada, WV cerrada, estrangulación cerrada, ESDV1 abierta, ESDV2 abierta, válvula de bomba de metanol abierta AB,CD,EF,GH,IJ						
P&ID	1		Participantes						
Numero	Parámetro	Palabra guía	Desviación	Causa	Efecto	Sistema protectorio	Nro. Acción	Acción	Respon- sable
1 Flujo									
No			SSSV cerrada						
2	Presión	baja	SSSV no puede ser abierta	Caída de presión en M1 2" 15CS es muy alta debido a que se requiere inyección de metanol  Capacidad de la bomba es inadecuada	SSSV no puede ser abierta	Se abre RV de la bomba de metanol para evitar sobrepresion del metanol	2.1	Verificar que la caída de presión al dosificar otras líneas sea menor que la presión configurada en la válvula menos 180 bar	CD
							2.2	Verificar que la bomba de metanol tenga capacidad adecuada para dosificar las otras líneas y presurizar el cabezal	CD
3	Presión	baja	SSSV cerrada-no hay flujo de metanol		Posible sobrepresión en el sistema	RV de la bomba abre	3.1	Verificar que la válvula de relajación está configurada para que ningún componente este sobrepresurizado	CD
							3.2	Asegurarse que el HAZOP de las bombas de metanol refleje que las bombas puedan funcionar sin flujo-considerar la necesidad de una válvula de control de presión para la bomba	CD

Figura 42.2: Tabla HAZOP en nodo 1 para la puesta en marcha.

Fecha	07/04/1999		Intención	1 Hacer fluir 10E5 m3/h (cond. standard) de gas a la plataforma de producción a 100 bar y a 15-20°C.					
Nodo	2	Desde la tubería submarina en la estrangulación hasta la válvula ESDV3- operaciones de partida							
P&ID	1	Status	Válvulas SSSV abiertas, MV abiertas, ESDV3 y 4 abiertas, estrangulaciones cerrada. Estado inicial 0 bar, nitrógeno cargado AB, CD, EF, GH, IJ						
Participantes									
Numero	Parámetro	Palabra guía	Desviación	Causa	Efecto	Sistema protectorio	Nro. Acción	Acción	Respon- sable
22 Flujo	Alto	Altas demandas			Possible exceso de arena y erosión	Detectores de 22.1	Ver 6.1 y 6.2	Ver 6.1 y 6.2	
23 Flujo	Más bajo	Flujo restringido en la tubería		Formación de hidratos	Estrangulación producto del hielo	23.1	23.1	Buscar medios para evitar los hidratos se muevan en la tubería	EF
25 Temperatura	más baja			Tubería despresurizada	Possible formación de hidratos	25.1	23.2	Monitorear la inyección de metanol día a día	EF
									Verificar temperatura durante la despresurización- verificar que esté en límites especificados. Ver 23.1 y 24.1
27 Electro- potencial	Alto diferencial	Posible pérdida a la protección catódica			Corrosión localizada fuera de la tubería	Anodos de sacrificio	27.1	Monitorear rutinariamente la efectividad de la aislación de los flanges	EF/IJ
									Flanges aislantes

Figura 42.3: Tabla HAZOP en nodo 2 para la puesta en marcha.

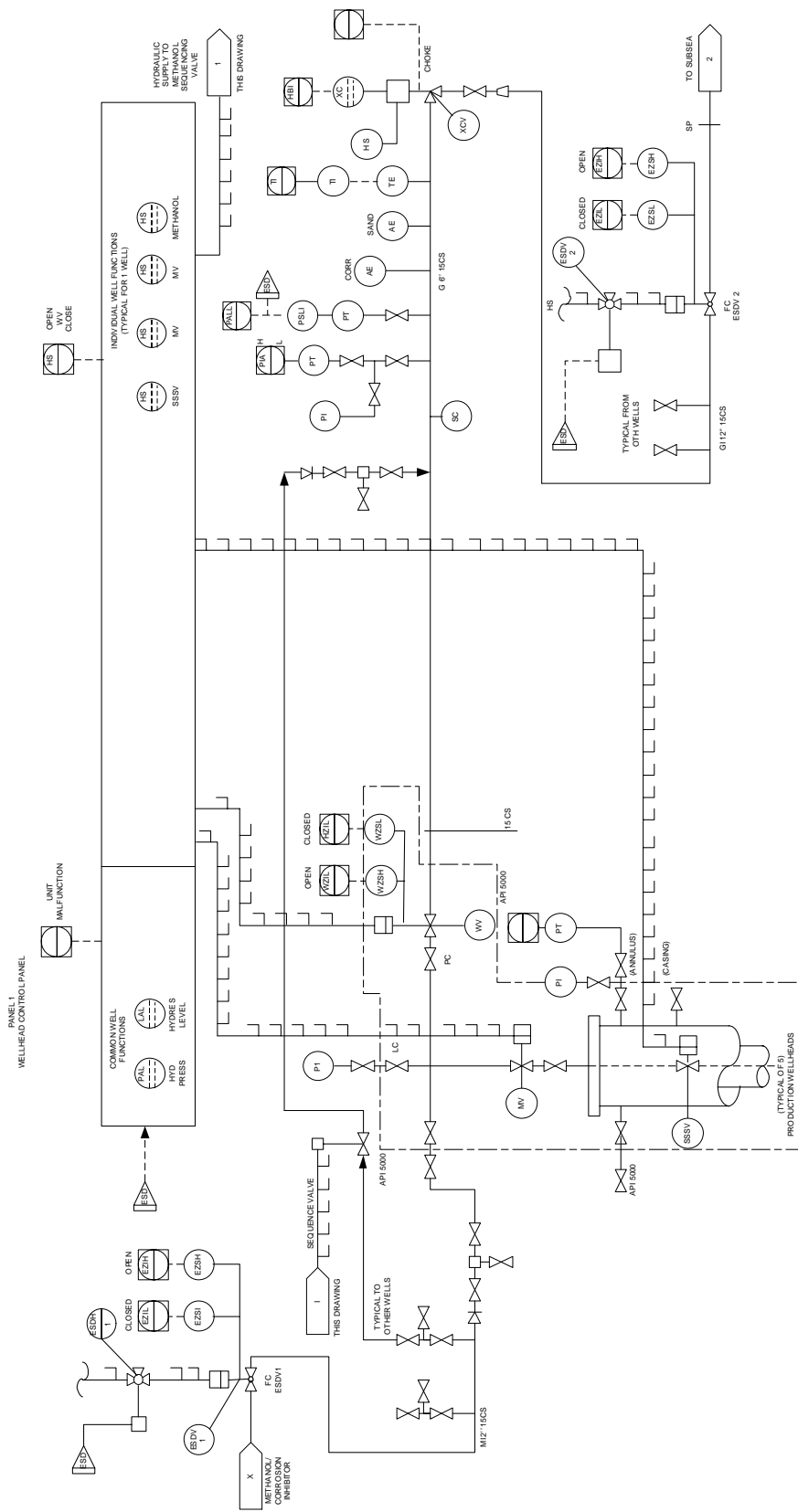


Figura 42.4: P&ID 1

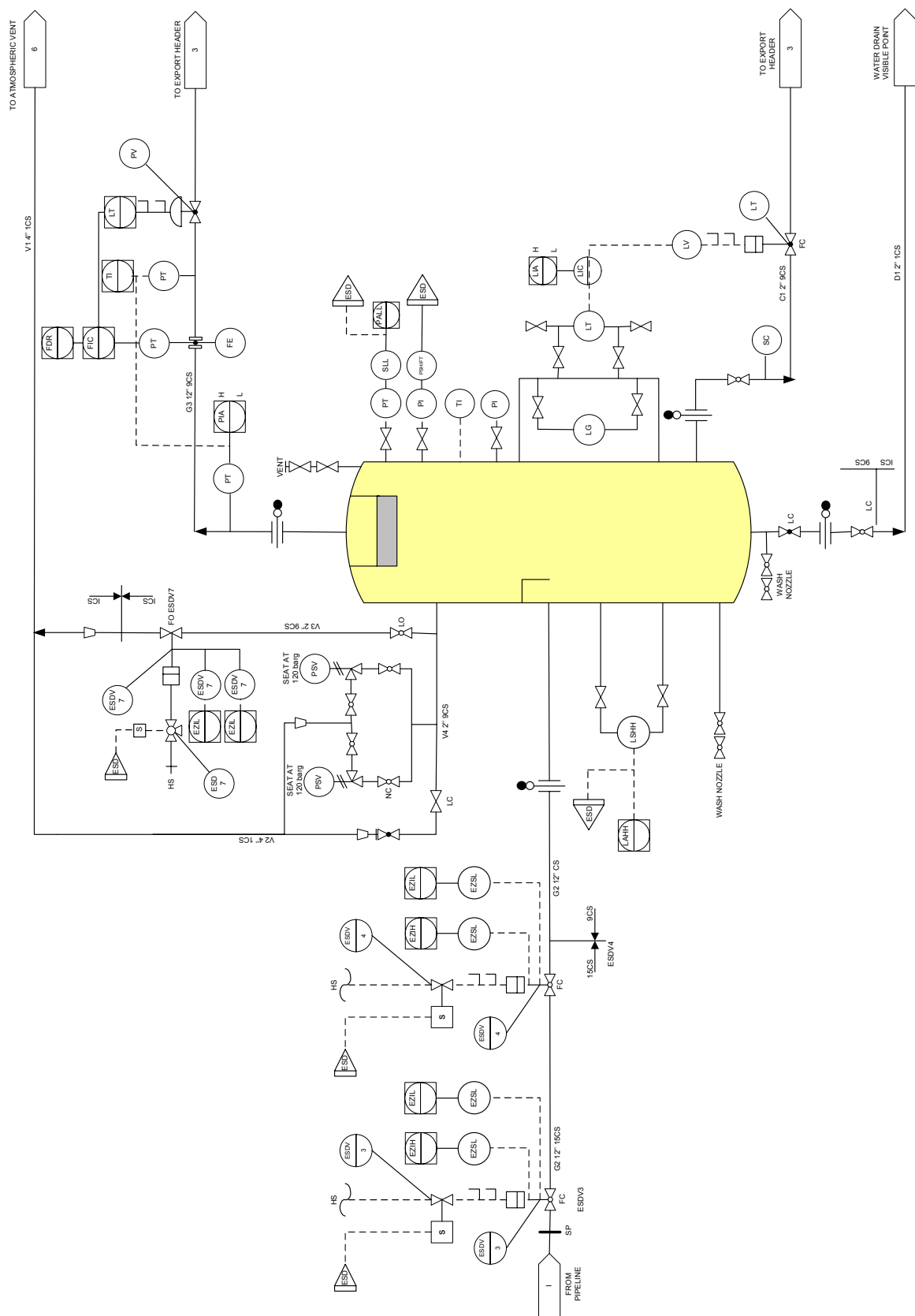


Figura 42.5: P&amp;ID 2

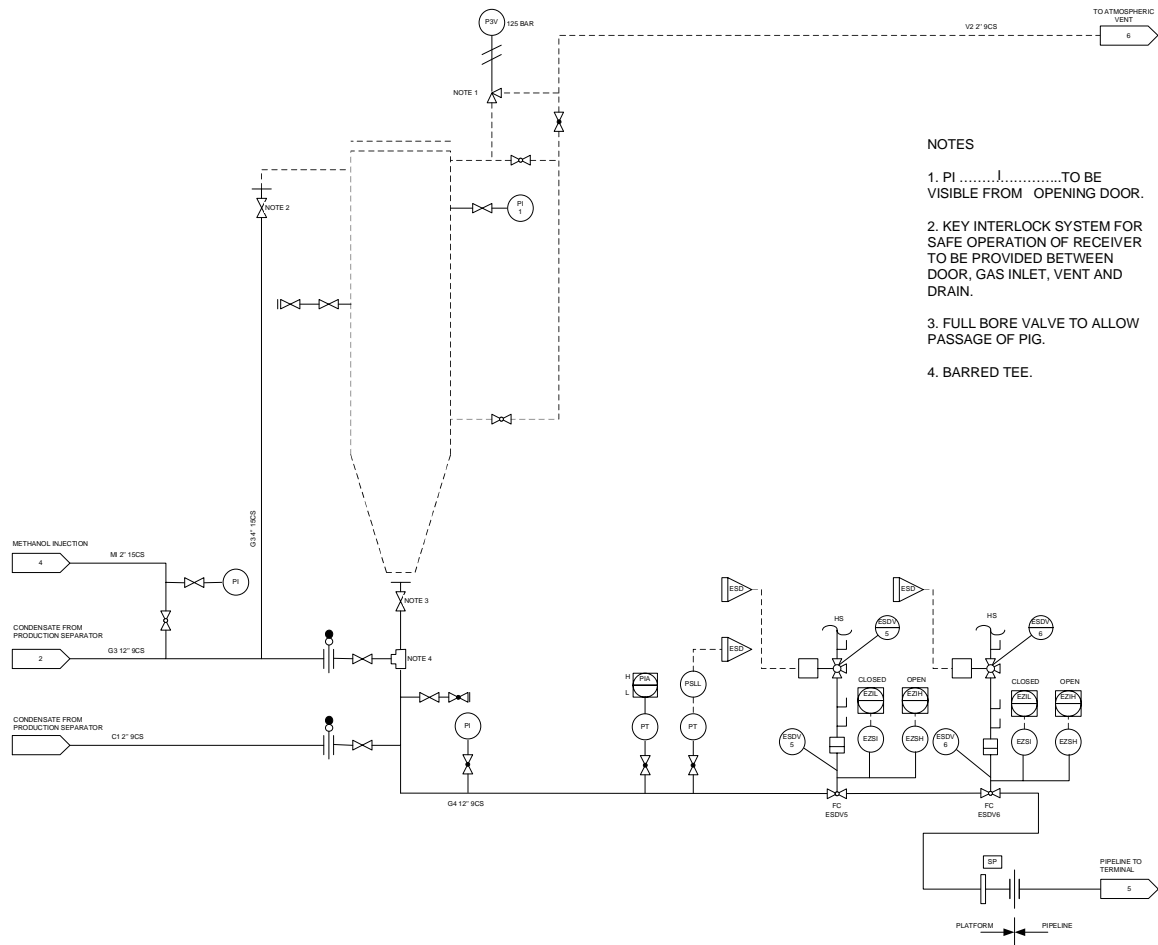


Figura 42.6: P&ID 3

de diseno, lo que incluye a las fallas como un subgrupo. Ello apunta al análisis global de la planta tanto en productividad como en seguridad de funcionamiento.



# Bibliografía

- [1] Crawley, F., Preston, M., Tyler, B., *HAZOP: Guide to best practice*, European Process Safety Centre, United Kingdom, 2000. [\[bajar\]](#).
- [2] Post, R.L., *HAZROP: an Approach to Combining HAZOP and RCM*, Hydrocarbon Processing, 69-76, may 2001. [\[bajar\]](#).
- [3] Lave, L.B.(ed.), *Quantitative risk assessment in regulation*, Washington, D.C., Brookings Institution, 1982.
- [4] Kletz, T., *Hazop and Hazan: Identifying and Assessing Process Industry Hazards*, Institution of Chemical Engineers, United Kingdom, 1992.
- [5] F. Redmill, M Chudleigh, J Catmur, *System Safety: HAZOP and Software HAZOP*, John Wiley & Sons Ltd, 1999.
- [6] R Vaidhyanathan, V Venkatasubramanian, *Digraph-based models for automated HAZOP analysis*, Reliability Engineering and System Safety, 1995.
- [7] R. Srinivasan, V. Venkatasubramanian, *Automating HAZOP analysis of batch chemical plants: Part I. The knowledge representation framework*, Computers & Chemical Engineering, 1998.
- [8] R Srinivasan, V. Venkatasubramanian, *Automating HAZOP analysis of batch chemical plants: Part II Algorithms and Application*, Computers and Chemical Engineering, 1998.
- [9] R Vaidhyanathan, V Venkatasubramanian, *Experience with an expert system for automated HAZOP analysis*, Computers Chemical Engineering, 20, S1589-S1594 Suppl. B, 1996.
- [10] Vaidhyanathan R, Venkatasubramanian V., *Digraph-Based Models For Automated Hazop Analysis*, Reliability Engineering and System Safety, 50(1), 33-49 1995.
- [11] Venkatasubramanian V, Vaidhyanathan R, *A Knowledge-Based Framework For Automating Hazop Analysis*, AIChE Journal, 40(3), 496-505, 1994.
- [12] RW Prugh, *Computer-aided HAZOP and fault tree analysis* Journal Loss Prevention Process Industries, 5(1), 3-9, 1992.
- [13] FI Khan, SA Abbasi, *Mathematical model for HAZOP study time estimation*, Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 10(4), 249-257, 1997.
- [14] FI Khan, SA Abbasi, *OptHazop—an effective and optimum approach for Hazop study*, Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 1997.
- [15] V Bartolozzi, L Castiglione, A Picciotto, *Qualitative models of equipment units and their use in automatic HAZOP analysis*, Reliability Engineering and System Safety, 70(1), 49-57, 2000.
- [16] Cocchiara M, Bartolozzi V, Picciotto A, et al., *Integration of interlock system analysis with automated HAZOP analysis*, Reliability Engineering and System Safety, 74(1), 99-105, 2001.

- [17] P Heino, I Karvonen, T Pettersen, R Wennersten, *Monitoring and analysis of hazards using HAZOP-based plant safety model*, Reliability Engineering and System Safety, 44(3), 335-343, 1994.
- [18] Heino P, Kupila K, Suzuki K, et al., *Evaluation of intelligent systems for the utilisation of HAZOP analysis results*, Lecture Notes In Artificial Intelligence, 2718, 229-243, 2003.
- [19] IChemE, The accident database, *www.icheme.org*, United Kingdom.

## Capítulo 43

# Árboles de falla y otras técnicas

### 43.1. Introducción

El análisis de árbol de fallas es uno de los métodos de más amplio uso en el análisis de confiabilidad. Se trata de un procedimiento deductivo que determina las diversas combinaciones de fallas a nivel componente que pueden desencadenar eventos no deseados, especificados al inicio del análisis. Los árboles de falla también son usados para calcular la probabilidad de ocurrencia del evento en estudio a partir de la probabilidad de ocurrencia de las fallas de los componentes. Para un sistema dado, se pueden hacer tantos análisis como eventos no deseados se deseen estudiar.

### 43.2. Árbol de fallas

Los árboles de falla pueden ser realizados desde etapas tempranas del diseño; y luego ser actualizados en función del mayor conocimiento que se tenga del sistema. Luego de la puesta en marcha del sistema, los árboles también son utilizados para identificar las causas raíces de las fallas.

En la construcción de un árbol, la falla a estudiar se denomina el *evento principal*. Otros eventos de falla que puedan contribuir a la ocurrencia del evento principal son identificados y relacionados al mismo a través de funciones lógicas. Los árboles terminan en *eventos básicos* (no abre, no inicia,...).

Una vez que la estructura del árbol ha sido construida, el análisis subsiguiente toma dos formas. El *análisis cualitativo* reduce el árbol hasta obtener un conjunto mínimo de modos de falla para el árbol; para realizarlo se utiliza álgebra booleana. El *análisis cuantitativo* del árbol de falla consiste en calcular la probabilidad de ocurrencia del evento principal a partir de la probabilidad de ocurrencia de los eventos básicos en un cierto intervalo  $T$ .

**Observación 166** *Si la cantidad de eventos básicos es mayor a 100 aproximadamente, el análisis cuantitativo debe ser potenciado con software ad-hoc.*

#### 43.2.1. Construcción del árbol

Lo primero es seleccionar el evento principal, todo evento siguiente será considerado en términos de su efecto sobre el evento principal. Luego, se identifican los eventos que pueden causar el evento principal.

Si *cualquiera* de los eventos identificados puede causar el evento principal, se usa el conector *OR*. Si se requiere de dos o mas eventos combinados, se utiliza el conector *AND*.

**Ejemplo 142** *Para un breaker de un circuito, se tiene el árbol de falla de figura 43.1.*

Una vez que se ha determinado una lista de eventos de primer nivel, debe decidirse si es necesario seguir expandiendo el árbol. Tal decisión puede ser influenciada por:

- ignorancia respecto de los modos de falla de los eventos básicos o

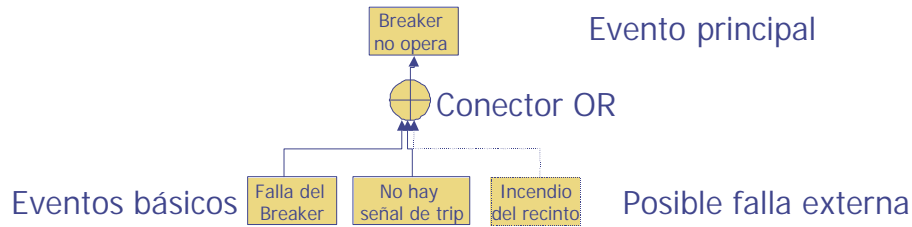


Figura 43.1: Árbol de falla de un breaker

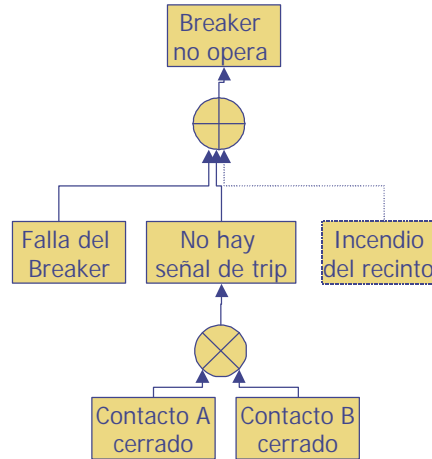


Figura 43.2: Desarrollo de una rama del árbol

- deseo de limitar el nivel de detalle del análisis.

Si se decide que una rama del árbol debe ser detenida, el evento básico es mostrado gráficamente por un círculo. Ello implica que el evento es independiente de otros eventos subsecuentes.

**Ejemplo 143** Para el breaker del ejemplo anterior, la señal de trip (detención) es transmitida a través de dos contactos A y B (en serie). si uno o ambos operan la señal es transportada. Para que no haya señal de trip, ambos deben fallar. El evento "No hay señal de trip" es descrita por el conector AND (figura 43.2).

**Ejemplo 144** La figura 43.3 muestra el diagrama de una pinza. El árbol de fallas asociado se muestra en figura 43.4.

### 43.2.2. Procedimiento de construcción

1. Identificar el evento de falla
  - a) descripción de la falla
  - b) descripción de las condiciones en las cuales ocurre
2. Hay 2 tipos de definición de falla: falla del sistema y falla de un componente
3. Una falla de sistema puede usar *AND*, *OR* e *INHIBIT* (o ningún conector).
4. Una falla de componente siempre usa el conector *OR*.

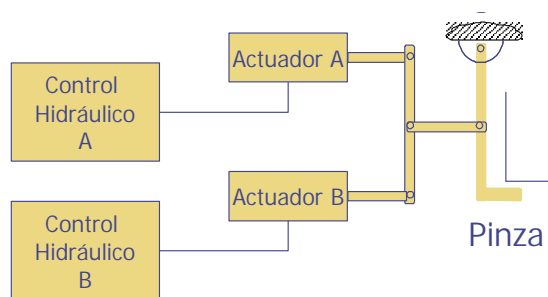


Figura 43.3: Diagrama de una pinza

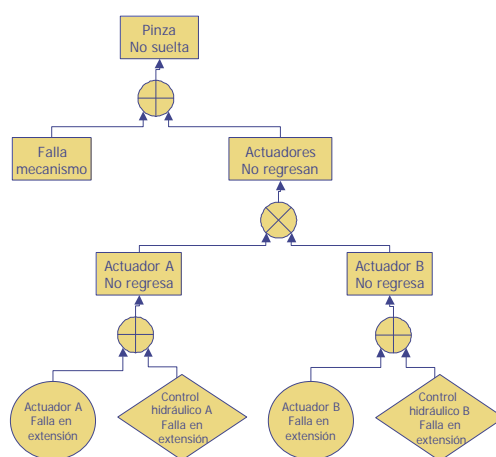


Figura 43.4: Árbol de falla

Símbolo	Nombre	Descripción
	Rectángulo	Evento de falla, usualmente es resultado de otros eventos.
	Círculo	Evento de falla primario, independiente.
	Diamante	Evento de falla cuyas causas no han sido desarrolladas.
	Casa	Evento básico, no es un evento de falla.
	OR	El evento de salida ocurre si uno o mas de los eventos entrada ocurre.
	AND	El evento de salida ocurre si y solo si todos los eventos de entrada ocurren.
	INHIBIT	El evento de salida ocurre cuando X ocurre y la condición A se presenta.
	Triángulo-IN	Representa una rama del árbol desarrollado en otro lado.
	Triángulo-OUT	El árbol A es una rama de un árbol desarrollado en otro lado.

Cuadro 43.1: Símbolos usados

### 43.2.3. Evaluación del árbol

Usando el álgebra booleana se puede reducir el árbol para mostrar el evento principal como una función de los eventos básicos.

#### Procedimiento

1. Dar códigos a los conectores y eventos básicos
2. Listar tipos de conectores y entradas
3. Escribir la ecuación Booleana de cada conector
4. Usar álgebra Booleana para resolver el evento principal en términos de conjuntos
5. Eliminar redundancias en los conjuntos, para que sean mínimos.

### 43.2.4. Análisis cualitativo

**Ejemplo 145** Si se utilizan letras minúsculas para los conectores y letras mayúsculas para los eventos, el diagrama del árbol de falla de la pinza se muestra en figura 43.5. Para los conectores se tiene (*A*:mecanismo falla extendido, *B*: actuador A falla extendido, *C*: control A falla en modo extendido, *D*:actuador B falla extendido, *E*: control B falla en modo extendido):

$$\begin{aligned}a &= A + b \\b &= cd \\c &= B + C \\d &= D + E\end{aligned}$$

por lo que

$$\begin{aligned}a &= A + (B + C)(D + E) \\&= A + BD + BE + CD + CE\end{aligned}$$

Cada uno de los términos en el lado derecho es un conjunto mínimo. En este ejemplo los modos de falla son: (*A*) el mecanismo falla, (*BE*) el actuador A y el control B fallan, (*CD*) el control A y el actuado B fallan, (*CE*) el control A y el control B fallan.

### 43.2.5. Análisis cuantitativo

Aquí se trata de calcular la probabilidad de que ocurra el evento principal, conociendo la probabilidad de ocurrencia de los eventos básicos.

En el caso del conector *OR* (figura 43.6)<sup>1</sup>,

$$P(S) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (43.1)$$

Si *A* y *B* son estadísticamente independientes (43.1) queda

$$P(S) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

en caso de que  $P(A), P(B) \leq 0,1$  es válido utilizar la aproximación de pequeñas probabilidades, que desprecia el tercer término:

$$P(S) = P(A) + P(B)$$

Si hay alguna dependencia,

$$P(S) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B/A)$$

y para el conector *AND* (figura 43.7),

$$P(S) = P(A) \cdot P(B)$$

---

<sup>1</sup> $\cap$ :intersección

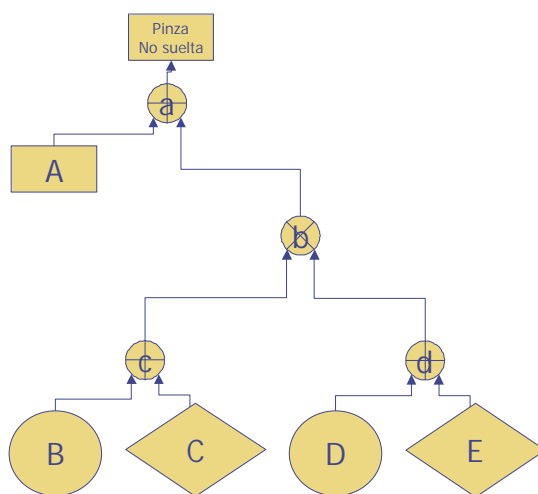


Figura 43.5: Árbol de falla de la pinza

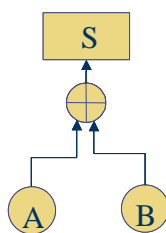


Figura 43.6: Conector OR

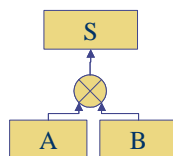


Figura 43.7: Conector AND

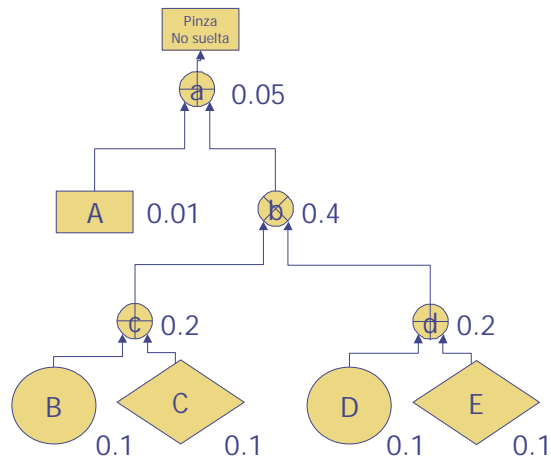


Figura 43.8: Análisis cuantitativo

**Ejemplo 146** Calcular la probabilidad de ocurrencia para el ejemplo anterior, asumiendo:

$$P(A) = ,01$$

$$P(B) = P(C) = P(D) = P(E) = 0,1$$

#### 43.2.6. Comentarios

La técnica de análisis permite ahondar tanto como se desee en las causas raíces de los problemas y las interacciones que deben ocurrir para generar el evento principal. La información obtenida puede ser explotada para definir programas de mantención preventiva, inspecciones, procedimientos para diagnóstico rápido, etc.

Existen una variedad de paquetes orientados al manejo de árboles de falla. Entre ellos encontramos:

FaultTree+ , <http://www.isographdirect.com/>

Relax Fault Tree, <http://www.relexsoftware.com/>

CAFTA, <http://fsg.saic.com/r&r/Products/cafta/cafta.htm>

CARA, <http://www.sydvest.com/Support/cara-sr1.htm>

Una descripción más detallada puede ser consultada en Sundararajan'91 [1].

### 43.3. Análisis de Pareto

En el siglo XIX, Vilefredo Pareto realizó un estudio sobre la distribución de la riqueza en Milán. Encontró que el 20 % de las personas controla el 80 % de la riqueza. Esta lógica de que los pocos poseen mucho y los muchos tienen poco ha sido aplicada en muchas situaciones y es conocida como el *principio de Pareto*.

Como una forma de priorizar y solventar la común escasez de recursos para la gestión del mantenimiento, se utiliza el análisis de Pareto; también conocido como análisis *ABC*. Para realizarlo, se integra sobre un horizonte de tiempo dado los costos asociados a mantenimiento (intervención, falla, ...) , por equipo. Luego se ordenan los costos en orden decreciente y se representan gráficamente los costos *acumulados* (normalizados por la suma total de costos) vs la cantidad *acumulada* de fallas (normalizadas respecto de su total también). El resultado usual es de la forma mostrada en figura 43.9.

La curva se divide en tres zonas: A, B y C. La Zona A muestra usualmente que aproximadamente 20 % de las fallas producen el 80 % de los costos; las fallas en esta zona deben claramente ser priorizadas. En la zona B se concentran aproximadamente 15 % de los costos, los que son producidos por el 30 % de las fallas. La zona C solo concentra 5 % de los costos producidas por el 50 % de las fallas. Estas fallas tienen la prioridad de solución más baja.

No.	Horas parada	Nro. de fallas
1	100	4
2	32	15
3	50	4
4	19	14
5	4	3
6	30	8
7	40	12
8	80	2
9	55	3
10	150	5
11	160	4
12	5	3
13	10	8
14	20	8

Cuadro 43.2: Registro de Fallas

$i$	$C_i$	$F_i$	$\sum C_i$	$\sum F_i$	$\frac{1}{C_T} \sum C_i$	$\frac{1}{F_T} \sum F_i$
11	160	4	160	4	21 %	4 %
10	150	5	310	9	41 %	10 %
1	100	4	410	13	54 %	14 %
8	80	2	490	15	65 %	16 %
9	55	3	545	18	72 %	19 %
3	50	4	595	22	79 %	24 %
7	40	12	635	34	84 %	37 %
2	32	15	667	49	88 %	53 %
6	30	8	697	57	92 %	61 %
14	20	8	717	65	95 %	70 %
4	19	14	736	79	97 %	85 %
13	10	8	746	87	99 %	94 %
12	5	3	751	90	99 %	97 %
5	4	3	755	93	100 %	100 %
$\sum$	<b>755</b>	<b>93</b>				

Cuadro 43.3: Análisis de Pareto

**Ejemplo 147** Considere un grupo de máquinas en un taller que llevan el registro de fallas listado en tabla 43.2:

En la tabla 43.3 se realiza el análisis de Pareto. Los resultados indican que las máquinas 11, 10, 1, 8, 9 y 3 concentran el 79 % de las horas de detención, lo que implica su priorización en las tareas de mantenimiento.

Las siguientes decisiones deben ser tomadas:

1. Los componentes que componen la zona A deben recibir los mayores esfuerzos de gestión: programa de mantenimiento preventivo, monitoreo de condición, nivel adecuado de stock de repuestos.
2. Un esfuerzo menor (o posterior) será concentrado en las máquinas pertenecientes al grupo B.
3. Los elementos del grupo C no requieren la evaluación de su mantenimiento preventivo hasta una nueva evaluación.

**Observación 167** El análisis ABC también es muy usado como criterio para los niveles de repuestos en bodega.

**Observación 168** Nótese la necesidad de registrar información de costos y fallas por equipo.

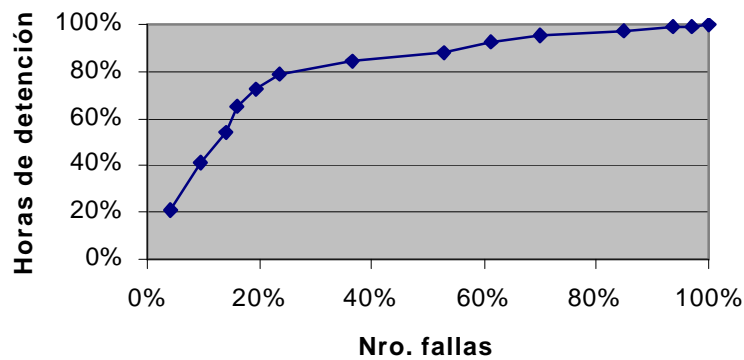


Figura 43.9: Curva de Pareto

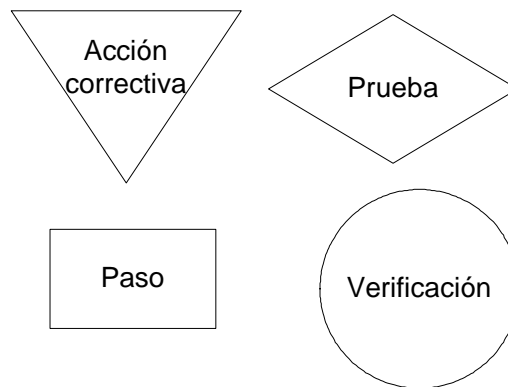


Figura 43.10: Elemento del árbol

## 43.4. Árboles de mantenimiento

Como resultado de un árbol de fallas se puede construir un árbol de mantenimiento para cada equipo y modo de falla. Los árboles de mantenimiento son herramientas de ayuda para la diagnosis de fallas. De ellos se obtienen la lista ordenada de chequeos a realizar para identificar la falla. Un ejemplo se aprecia en figura 43.11.

**Observación 169** *A fin de cumplir bien su rol, es necesario que los rombos del árbol sean específicos, asociados a variables que puedan ser cuantificadas. Para ello es conveniente el uso de check-lists, donde se tomen valores (temperaturas, presiones, niveles de vibración, etc) o escalas de valores (bajo, medio, alto, ..).*

**Observación 170** *El orden de las tareas en el árbol de mantenimiento sigue una secuencia lógica que se basa en el orden de montaje/desmontaje del equipo (o el costo de intervención asociado). No coincide en general con el análisis de importancia (ya visto).*

## 43.5. Estudios de correlación

Cuando la causa de una falla no es evidente es útil realizar estudios de correlación que relacionen eventos sospechosos de ser causa de fallas.

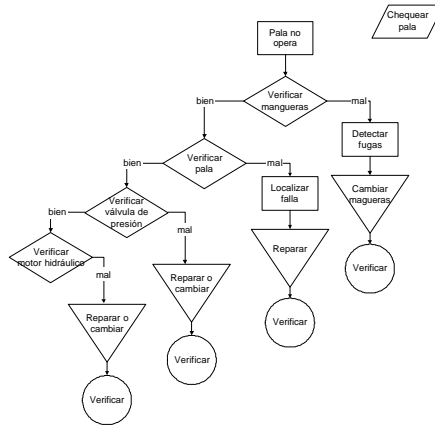


Figura 43.11: Árbol de mantenimiento

**Ejercicio 25** *Existe alguna relación entre el número de fallas y el tiempo de operación?... el nivel de carga? ...la puesta en marcha de otro proceso?*

Matemáticamente la correlación se mide con el coeficiente de correlación  $\rho$ , que se define:

$$\rho = \frac{E([x - E(x)][y - E(y)])}{\sigma_x \sigma_y}$$

donde  $x$  e  $y$  tienen distribuciones *normales*. En la práctica se usa la aproximación:

$$\hat{\rho} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

que toma valores en  $[-1, 1]$ .

Si las variables no tienen distribución normal se puede aplicar el coeficiente de correlación de Spearman. El cual consiste en:

1. Ordenar los pares los valores  $x_i$  y los valores  $y_i$  de menor a mayor,
2. Asignar un peso  $w_i$  a cada valor de  $x_i$ , empezando con 1 por el menor valor e incrementando en 1. Si dos o mas valores son iguales se asigna un valor de peso promedio;
3. Hacer lo mismo para cada valor de  $y_i$ ;
4. Para cada par  $(x_i, y_i)$  se calcula la diferencia  $d_i$  entre el peso  $w_i$  de  $x_i$  y el de  $y_i$ ;
5. Se calcula:

$$\rho_s = 1 - \frac{6}{n^3 - n} \sum d_i^2$$

donde  $n$  corresponde al número de pares.  $\rho_s$  toma valores en el intervalo  $[-1, 1]$ .

6. Es posible que  $\rho_s$  tome valores altos aun si las variables no tienen correlación. Para verificar esto se realiza un test de Student. Si  $\alpha$  es un nivel de probabilidad seleccionado, la hipótesis de que  $\rho_s = 0$  se rechaza para<sup>2</sup>:

$$t > t(n - 2, 1 - \alpha)$$

Si  $n > 10$ :

$$t = (n - 2) \frac{\rho_s^2}{\sqrt{1 - \rho_s^2}}$$

$v \backslash \alpha$	0,4	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0005
1	0,3249	1	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,619
2	0,2887	0,8165	1,8856	2,92	4,3026	6,9646	9,9248	31,5991
3	0,2767	0,7649	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,924
4	0,2707	0,7407	1,5332	2,1318	2,7765	3,747	4,6041	8,6103
5	0,2672	0,7267	1,4759	2,015	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	0,2648	0,7176	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	0,2632	0,7111	1,4149	1,8946	2,3646	2,9979	3,4995	5,4079
8	0,2619	0,7064	1,3968	1,8595	2,306	2,8965	3,3554	5,0413
9	0,261	0,7027	1,383	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	0,2602	0,6998	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	0,2596	0,6974	1,3634	1,7959	2,201	2,7181	3,1058	4,437
12	0,259	0,6955	1,3562	1,7823	2,1788	2,681	3,0545	4,3178
13	0,2586	0,6938	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	0,2582	0,6924	1,345	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	0,2579	0,6912	1,3406	1,7531	2,1315	2,6025	2,9467	4,0728
16	0,2576	0,6901	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,015
17	0,2573	0,6892	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	0,2571	0,6884	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	0,2569	0,6876	1,3277	1,7291	2,093	2,5395	2,8609	3,8834
20	0,2567	0,687	1,3253	1,7247	2,086	2,528	2,8453	3,8495
21	0,2566	0,6864	1,3232	1,7207	2,0796	2,5177	2,8314	3,8193
22	0,2564	0,6858	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	0,2563	0,6853	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	0,2562	0,6848	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	0,2561	0,6844	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	0,256	0,684	1,315	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	0,2559	0,6837	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	0,2558	0,6834	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	0,2557	0,683	1,3114	1,6991	2,0452	2,462	2,7564	3,6594
30	0,2556	0,6828	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,75	3,646
Inf	0,2533	0,6745	1,2816	1,6449	1,96	2,3264	2,5758	3,2905

Cuadro 43.4: Tabla de Student

Nro. equipo	Nro. fallas	Carga total anual
1	12	12,5
2	10	14
3	17	20
4	15	17
5	2	6
6	2	4
7	18	25
8	9	12
9	7	8
10	1	2
11	1	1

Cuadro 43.5: Fallas y niveles de carga por máquina

Nro. equipo	Nro. fallas ( $x_i$ )	$w_i$
10	1	1,5
11	1	1,5
5	2	3,5
6	2	3,5
9	7	5
8	9	6
2	10	7
1	12	8
4	15	9
3	17	10
7	18	11

Cuadro 43.6: Pesos asignados a cada máquina

$i$	$x$	$y$	$w_x$	$w_y$	$d$
1	12	12,5	8	7	1
2	10	14	7	8	-1
3	17	20	10	10	0
4	15	17	9	9	0
5	2	6	3,5	4	-0,5
6	2	4	3,5	3	0,5
7	18	25	11	11	0
8	9	12	6	6	0
9	7	8	5	5	0
10	1	2	1,5	2	-0,5
11	1	1	1,5	1	0,5

Cuadro 43.7: Pesos asignados

**Ejemplo 148** Reordenando para los  $x_i$ :

*Y se hace similarmente para la carga total anual ( $y_i$ ).*

*La tabla queda:*

*Se obtiene  $\rho_s = 0,986$ . El test de Student confirma que la correlación entre número de fallas y la carga es efectivamente alta. Por ejemplo para:*

$$t = (11 - 2) \frac{0,986^2}{\sqrt{1 - 0,986^2}} = 52,5 > t(9, 1 - \alpha) \text{ para todo } \alpha$$

## 43.6. Diagramas Causa-efecto

El diagrama de causa-efecto o de *espinas de pescado* (figura 43.12) fue introducido por Kaoru Ishikawa en Japon[9]. Permite representar cadenas de causas y efectos y organizarlas a través de grupos relacionados. La línea horizontal muestra en su extremo derecho el efecto (problema) que se desea analizar. Cada rama principal representa una posible fuente de causas. A su vez, las ramas secundarias (que apuntan a la rama principal) representan las causas mismas.

El diagrama permite identificar las causas potenciales de un problema por lo cual se utiliza para investigar modos de falla, medios de diagnosis, etc.

La figura 43.12 representa un diagrama de causa-efecto genérico para explicar una disponibilidad operacional pobre.

<sup>2</sup>ver tabla de Student en ref. [178].

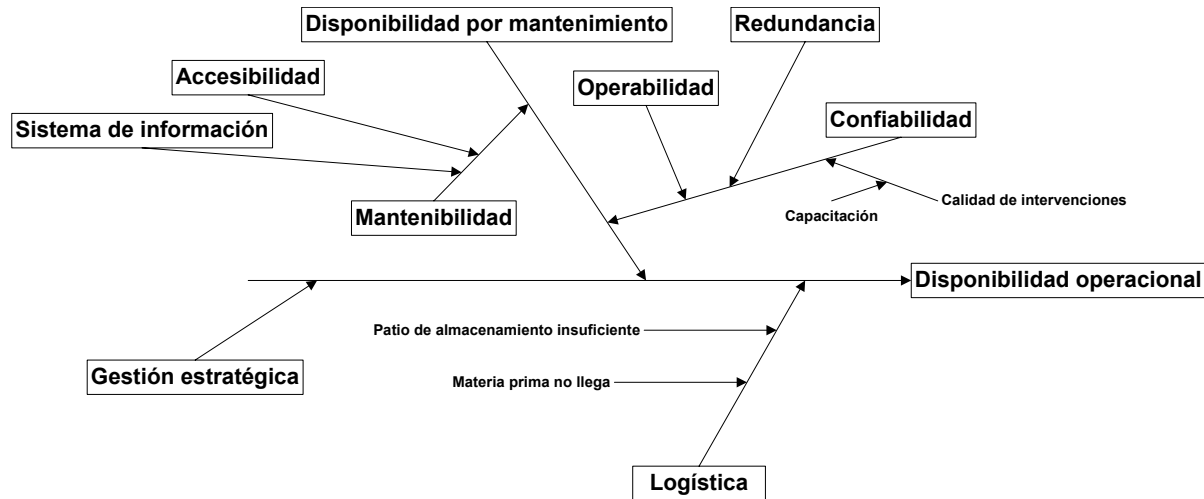


Figura 43.12: Diagrama de Ishikawa

### 43.7. Diagramas $\lambda$ - $MTTR$

Los diagramas de Pareto sufren las siguientes deficiencias[6]:

1. Los costos de mantenimiento son proporcionales al producto de la tasa de fallas por el tiempo medio para reparar. Los diagramas de Pareto basados en la no disponibilidad (o en los costos de intervención) no son capaces de discernir que factor (frecuencia:  $\lambda$ , duración:  $MTTR$ ) es dominante.
2. Los diagramas de Pareto pueden ser realizados en términos de: costo de intervención, downtime, tasa de fallas, y  $MTTR$ . Ello genera cuatro criterios distintos para priorizar fallas. Estas 4 listas deben ser combinadas de algún modo para producir un criterio combinado.
3. Los análisis de Pareto pueden ser incapaces de discernir entre eventos individuales con alto costo de falla, y fallas frecuentes que tienen costos reducidos unitariamente, pero que en conjunto afectan de manera importante la productividad y los costos. Por ejemplo, la transmisión y la luz de un camión minero. Si el camión debe volver al taller cada vez que ocurre la falla de faro, el tiempo perdido para viajar hacia y desde el taller pueden incrementar dramáticamente los costos de falla.
4. Normalmente, debido a la gran cantidad de información guardada en los historiales, los análisis de Pareto son realizados sólo para los equipos que se consideran más críticos. En consecuencia: no se perciben los problemas en equipos menos críticos y tampoco se logra detectar problemas comunes a ambos tipos de equipos.
5. Es difícil hacer análisis de tendencia con los diagramas de Pareto, dado que las posiciones relativas de los modos de falla pueden cambiar entre dos mediciones.

La fracción de tiempo en que el equipo está detenido por mantenimiento correctivo ( $D_i$ ) para el  $i$ -ésimo modo de falla puede ser calculada a partir de:

$$D_i = \lambda_i \cdot MTTR_i \quad (43.2)$$

Tomemos como ejemplo el historial mostrado en tabla 43.8 [bajar]. La tabla 43.9 y la figura 43.13 muestran el resultado del análisis de Pareto para la no disponibilidad  $D$ .

La figura 43.14 muestra un medio alternativo para presentar el historial de fallas listado en la tabla 43.9. Las curvas con  $D_i$  constante son representadas por hipérbolas, como se muestra. Si priorizamos con la regla de Pareto (80 %-20 %) entonces los modos de falla: 1,2,11,3,10,7,12,8 y 5 deben ser analizados en primer lugar. Pueden haber modos de falla donde mantenimiento no tenga ingerencia (o muy poca).

Código	Descripción	Cantidad (fallas/mes)	Duración (min)
1	Inspecciones eléctricas	30	1015
2	Cable feeder dañado	15	785
3	Cambio de subestación	27	690
4	Inspección/reparración acoplamiento	15	225
5	Cortes de corriente a subestación	21	395
6	Rope limit protection	10	277
7	Motores auxiliares	13	600
8	Motores principales	12	555
9	Sistema de iluminación	26	240
10	Relay de sobrecarga	23	685
11	Sobrettemperatura motor	36	745
12	Tierra	7	575
13	Otros	9	115
14	Sistema de control	7	165
15	Compresor de aire	8	355
16	Controles operador	5	155
17	Sobrecorriente	6	220

Cuadro 43.8: Historial del ejemplo. [\[bajar\]](#)

Código	Cantidad (fallas/mes)	Duración (min)	Tiempo (%)	Tiempo acum. (%)
1	30	1015	13,0%	13,0%
2	15	785	10,1%	23,1%
11	36	745	9,6%	32,6%
3	27	690	8,8%	41,5%
10	23	685	8,8%	50,3%
7	13	600	7,7%	58,0%
12	7	575	7,4%	65,3%
8	12	555	7,1%	72,5%
5	21	395	5,1%	77,5%
15	8	355	4,6%	82,1%
6	10	277	3,6%	88,7%
9	26	240	3,1%	88,7%
4	15	225	2,9%	91,6%
17	6	220	2,8%	94,4%
14	7	165	2,1%	96,5%
16	5	155	2,0%	98,5%
13	9	115	1,5%	100,0%
Σ	270	7797	100%	

Cuadro 43.9: Análisis de Pareto para la no disponibilidad

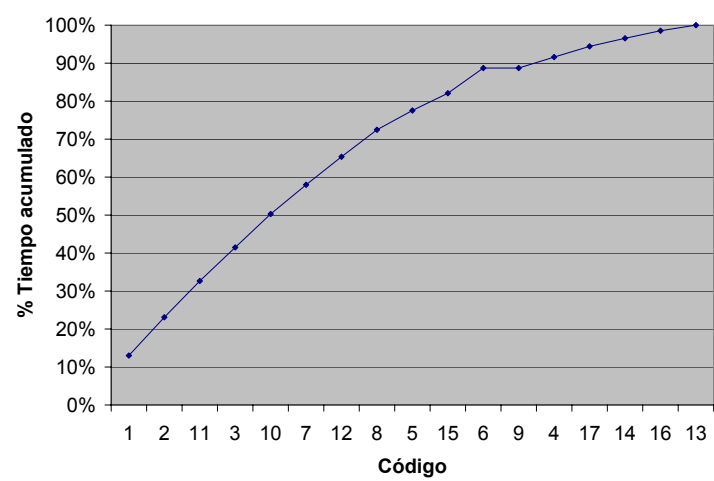


Figura 43.13: Priorización del análisis de Pareto

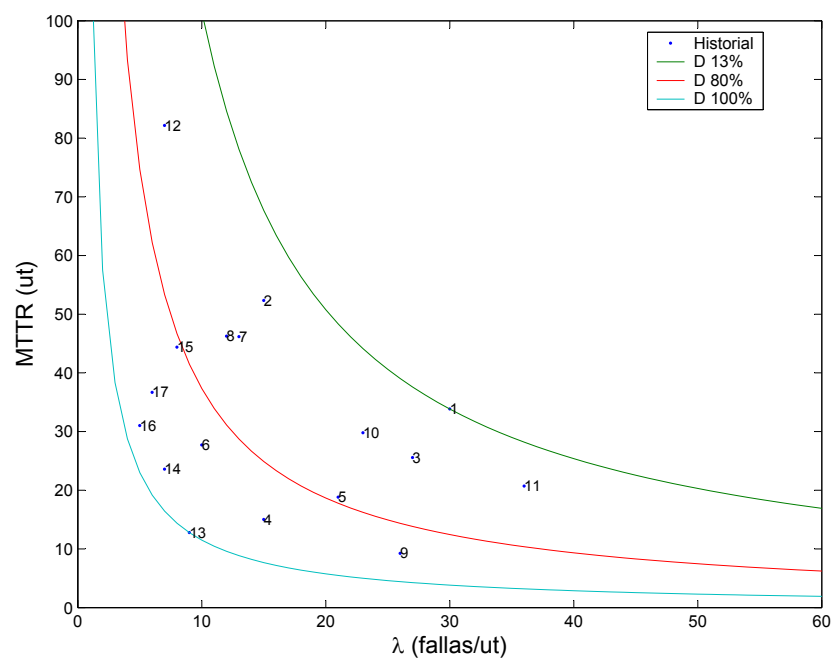


Figura 43.14: Diagrama  $\lambda$ -MTTR bilogarítmico

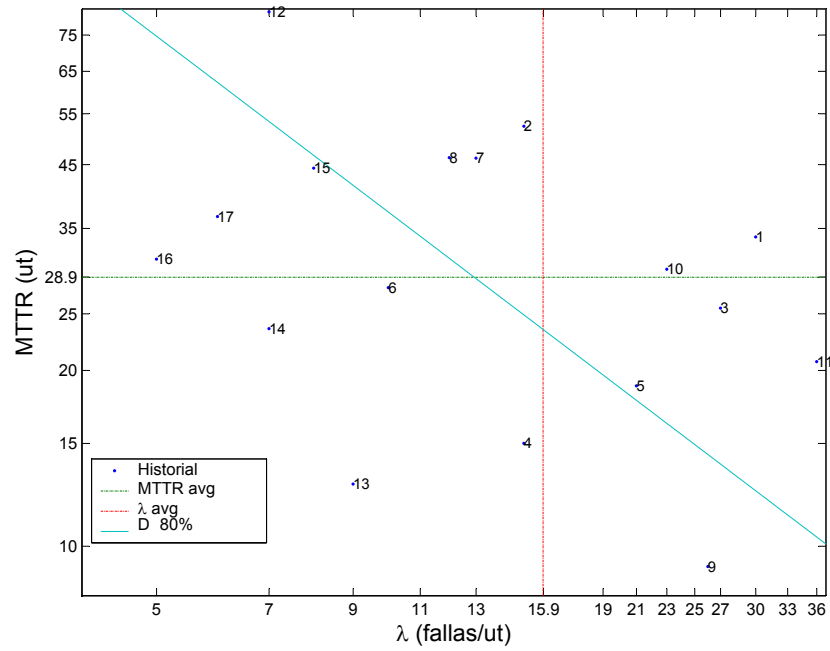


Figura 43.15: Diagrama  $\lambda$ -MTTR con curva  $D > 80\%$

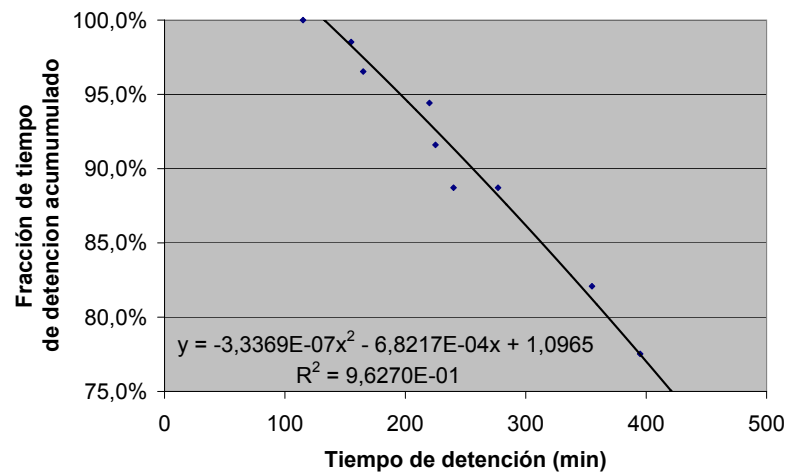


Figura 43.16: Ajuste para hallar  $D = 80\%$

Por ejemplo, los responsables de mantenimiento pueden hacer poco por el modo de falla 3 (cambio de subestación) y 5 (corte de electricidad).

De la figura 43.14, vemos que el orden de precedencia del análisis de Pareto se mantiene; pero ahora es posible discernir entre la preponderancia de la frecuencia y el tiempo para reparar.

Una forma alternativa de mostrar la figura 43.14 explota la escala logarítmica. Tenemos que la ecuación 43.2 puede ser reexpresada como:

$$\log D_i = \log \lambda_i + \log MTTR_i \quad (43.3)$$

o sea, en un gráfico bilogarítmico, las hipérbolas ( $D_i$  constante) aparecerán como rectas.

Las intervenciones que requieran un tiempo de reparación mayor que el promedio pueden ser consideradas *agudas*. Aquellas cuya frecuencia (tasa de fallas) sea mayor que el promedio pueden ser consideradas como *crónicas*. Así, es posible definir 4 cuadrantes en el gráfico  $\lambda_i$  vs  $MTTR_i$ . Ello se muestra en la figura 43.15.

El  $MTTR$  promedio puede ser estimado con:

$$MTTR_{avg} = \frac{\sum_i D_i}{\sum_i \lambda_i}$$

y la tasa de fallas media con:

$$\lambda_{avg} = \frac{\sum_i \lambda_i}{\sum_i i}$$

Una vez identificados los cuadrantes, el diagrama permite identificar fácilmente problemas de confiabilidad, disponibilidad, y mantenibilidad. En estricto rigor, la confiabilidad es una probabilidad de supervivencia en función del tiempo. Una practica común en la industria es asociar el  $MTBF$  (agregado) como medida de confiabilidad. El  $MTBF$  corresponde al inverso de la tasa de fallas:

$$MTBF = \frac{1}{\sum_i \lambda_i}$$

Luego, los modos de falla con mayor tasa de falla (cuadrantes del lado izquierdo) afectan más la confiabilidad del equipo.

La disponibilidad será afectada por aquellos modos de falla que tengan valores  $D_i$  altos. En el criterio de Pareto ello sería dado por la regla 80 %-20 %, la cual se aprecia en figura 43.15. Para hallar el valor de  $D$  para 80 % se realizó un ajuste con una parábola como se muestra en figura 43.16. Al realizar un análisis de causa-raíz y resolver los problemas que estén por sobre la diagonal la disponibilidad será incrementada sustancialmente.

El modo de falla 9 es un caso muy interesante. Por estar en un cuadrante derecho, afecta de manera importante el  $MTBF$  (confiabilidad) del equipo. Como su reparación toma muy poco tiempo (cuadrante inferior), la disponibilidad del equipo no sería muy afectada al resolver el problema.

Los modos de falla 15-17 muestran que al buscar soluciones para ellos, aunque su  $MTTR$  se reduzca, la disponibilidad no será mayormente afectada. La razón para ello es que estos modos de falla tienen una frecuencia (tasa de fallas) muy baja. Por ello no afectan mucho el  $MTBF$  (confiabilidad).

Aparte del deseo de incrementar la disponibilidad, existe otro motivo para atacar los problemas *agudos* (cuadrantes superiores). Los costos de intervención para este tipo de fallas son mayores (mayor cantidad de horas-hombre y equipos). Además el costos de falla son muy altos ( $MTTR$  alto).

Los diagramas  $\lambda - MTTR$  también pueden ser utilizados para hacer análisis de tendencia. La figura 43.17 muestra un seguimiento para 4 modos de falla. Su análisis permite calificar fácilmente los resultados de las medidas tomadas por los responsables del mantenimiento.

**Ejemplo 149** (Edwards & Yisa, 2001)[7] hicieron un estudio del tiempo para reparar en 33 excavadoras de minas de rajo abierto en el Reino Unido. Los historiales de falla se muestran en tabla 43.10 y pueden ser bajados [aquí]. Con el histograma de cada subsistema se construyó la tabla de probabilidad acumulada (ver tabla 43.11). A continuación se ajustó un modelo (con solver) con una distribución de Poisson con media  $MTTR$  de modo que se minimizase para cada subsistema el error cuadrático  $\|\mathcal{F}_i - F_i\|^2$ . Se obtuvieron los valores mostrado en tabla 43.12. El Excel puede ser bajado [aquí]. El análisis de Pareto para la

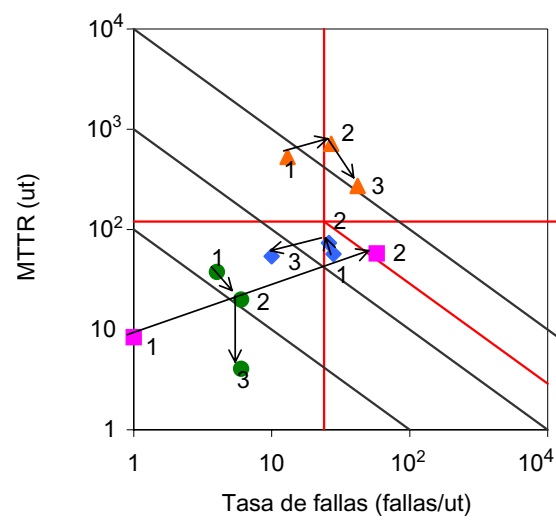


Figura 43.17: Análisis de tendencia para 4 modos de falla durante 3 unidades de tiempo.

i	Subsistema	TTR (ut)				
		(0,2]	(2,4]	(4,6]	(6,8]	(8,∞)
1	Brakes	1	1	3	1	2
2	Bucket	54	22	13	7	30
3	Cab	17	2	1	0	3
4	Electrical	66	28	22	8	18
5	Engine	78	34	23	22	53
6	Final drives	5	1	0	1	4
7	Hydraulics	121	81	48	23	63
8	Loading frame	10	6	3	2	16
9	Moving	16	7	5	1	17
10	Service	15	10	7	3	5
11	Structural	12	6	3	0	6
12	Transmission	0	0	0	0	1
13	Undercarriage	23	11	6	5	18

Cuadro 43.10: Historial de fallas agrupado

i	Subsistema	2	4	6	8	inf
1	Brakes	0,13	0,25	0,63	0,75	1,00
2	Bucket	0,43	0,60	0,71	0,76	1,00
3	Cab	0,74	0,83	0,87	0,87	1,00
4	Electrical	0,46	0,66	0,82	0,87	1,00
5	Engine	0,37	0,53	0,64	0,75	1,00
6	Final drives	0,45	0,55	0,55	0,64	1,00
7	Hydraulics	0,36	0,60	0,74	0,81	1,00
8	Loading frame	0,27	0,43	0,51	0,57	1,00
9	Moving	0,35	0,50	0,61	0,63	1,00
10	Service	0,38	0,63	0,80	0,88	1,00
11	Structural	0,44	0,67	0,78	0,78	1,00
12	Transmission	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
13	Undercarriage	0,37	0,54	0,63	0,71	1,00

Cuadro 43.11: Funciones de probabilidad acumulada obtenidas a partir del historial

i	Subsistema	MTTR
1	Brakes	6,18
2	Bucket	4,06
3	Cab	1,94
4	Electrical	3,43
5	Engine	4,80
6	Final drives	5,19
7	Hydraulics	4,15
8	Loading frame	6,44
9	Moving	5,39
10	Service	3,87
11	Structural	3,57
12	Transmission	19,15
13	Undercarriage	4,87

Cuadro 43.12: *MTTR* obtenidos tras el ajuste

i	Subsistema	$\lambda$	MTTR	DT	%
7	Hydraulics	336	4,2	1394,9	30,2%
5	Engine	210	4,8	1008,0	52,0%
2	Bucket	126	4,1	511,8	63,1%
4	Electrical	142	3,4	487,8	73,7%
13	Undercarriage	63	4,9	306,7	80,3%
9	Moving	46	5,4	247,7	85,7%
8	Loading frame	37	6,4	238,3	90,9%
10	Service	40	3,9	154,9	94,2%
11	Structural	27	3,6	96,5	96,3%
6	Final drives	11	5,2	57,1	97,6%
1	Brakes	8	6,2	49,4	98,6%
3	Cab	23	1,9	44,5	99,6%
12	Transmission	1	19,2	19,2	100,0%
		$\Sigma$		4616,7	

Cuadro 43.13: Análisis de Pareto de la disponibilidad

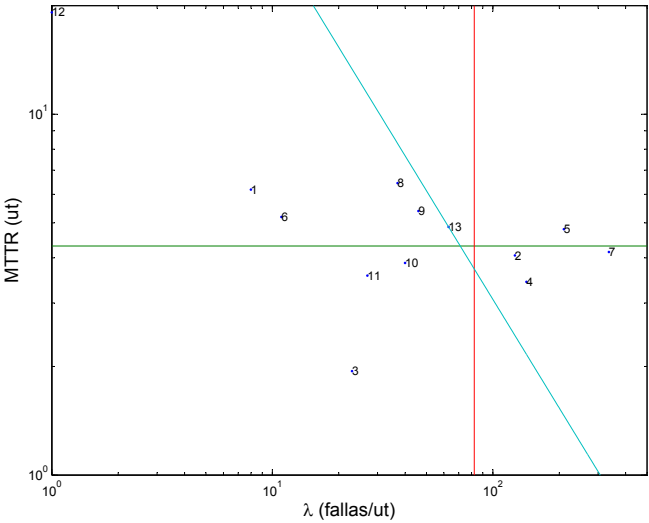


Figura 43.18: Diagrama  $\lambda - MTTR$

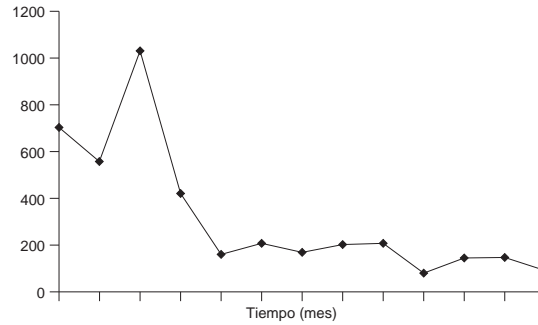


Figura 43.19: Caída en  $\sum D_i$  usando análisis de prioridades[19]

disponibilidad se muestra en tabla 43.13. Los subsistemas 7, 5, 2, 4 y 13 concentran el 80 % de los tiempos muertos por mantenimiento correctivo. El subsistema más crítico con respecto a los 3 criterios (disponibilidad, mantenibilidad, confiabilidad) (cuadrante 1) es el motor (5). Los de menor confiabilidad y críticos para la disponibilidad son los subsistemas 2, 4 y 7. El más problemático para la mantenibilidad es la transmisión (12).

## 43.8. Diagramas $\lambda - D$

(Labib, 1998)[19] promueve los diagramas  $\lambda$ - $D$  para priorizar entre los diversos modos de falla:

$$D_i = \lambda_i MTTR$$

**Observación 171** No considera las líneas de iso-MTTR. Al no hacerlo no mira el costo de intervención asociado a cada modo de falla, cosa que  $\lambda$ -MTTR sí hace. Es fácil añadir las líneas iso-MTTR y priorizar las intervenciones más caras.

Labib divide los diagramas en 9 cuadrantes, sin esquemas tipo Pareto. En el cuadrante de  $\lambda$  alto y  $D$  bajo propone que las tareas sean hechas por operadores (estrategia TPM). En el cuadrante de  $\lambda$  bajo y alto  $D$  propone usar monitoreo en línea. Aquellos modos de falla o equipos con  $\lambda$  bajo y  $D$  bajo son buenos candidatos para mantenimiento correctivo. El peor de los casos es  $\lambda$  alto y  $D$  alto; se trata de enfermos crónicos y terminales. Son buenos candidatos para realizar mantenimiento proactivo con posible rediseño/reemplazo.

La figura (??) muestra la tendencia en el número de horas con detención de equipos al aplicar el análisis  $\lambda - D$  en una fábrica automotriz.

### 43.8.1. Ejemplo

Tomemos como ejemplo el estudio realizado en (Labib, 1998)[19]. Se dispone del historial mostrado en tabla (43.14). Los resultados se muestran en figura (43.20).

## 43.9. Diagrama $\lambda - MTTR_{ef}$

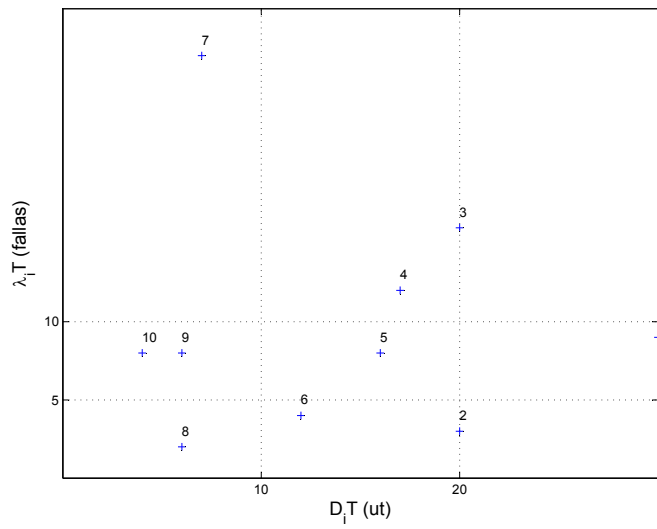
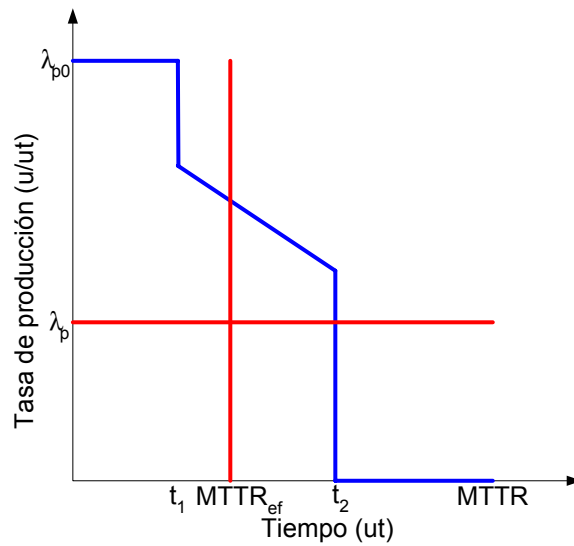
Una alternativa interesante es construir este diagrama en función del  $MTTR$  efectivo. Digamos que la falla es reparada en  $MTTR$  ut pero que existen equipos redundantes, pilas y medidas de contingencia que absorben al menos parcialmente la función del equipo que falló y la producción baja desde el nivel nominal

$$\lambda_{p0} MTTR$$

a

$$\lambda_{pi} MTTR$$

$i$	$D_i T$ (ut)	$\lambda_i T$ (fallas)
1	30	9
2	20	3
3	20	16
4	17	12
5	16	8
6	12	4
7	7	27
8	6	2
9	6	8
10	4	8

Cuadro 43.14: Historial registrado en el intervalo  $T$ Figura 43.20: Diagrama  $\lambda - D$  para ejemplo de ref. [19]Figura 43.21: Tasa de producción efectiva y  $MTTR$  efectivo

donde  $\lambda_{p0}$  es la tasa de producción nominal y  $\bar{\lambda}_p$  es un valor promedio que refleja el efecto de las contramedidas (figura 43.21). Logicamente:

$$\lambda_{p_i} \leq \lambda_{p0}$$

Lo anterior equivale a haber detenido la producción completamente sobre:

$$\begin{aligned} MTTR_{ef_i} &= \frac{\lambda_{p0} - \lambda_{p_i}}{\lambda_{p0}} MTTR_i \\ &= \sigma_i MTTR_i \end{aligned}$$

O sea, la variación relativa en la tasa de producción media corresponde al factor de escala  $\sigma_i$ .

Podemos definir también la no disponibilidad efectiva:

$$D_{ef} = \lambda MTTR_{ef}$$

y construir alguno de los dos diagramas ya mostrados.

Para estimar  $\sigma_i$  a cada falla basta dividir la producción realizada en  $[0, TTR]$  y dividir por  $\lambda_{p0} TTR$ . A continuación se puede caracterizar con alguna distribución.

### 43.10. Diagrama $\lambda - MTTR - \sigma$

Tal como está planteado, el diagrama  $\lambda - MTTR$  no discrimina entre no disponibilidad que afecta a producción vs la que si. Trata a todos los componentes como si estuviesen en serie y no hubiese redundancia. La idea aquí es añadir una tercera dimensión al diagrama  $\lambda - MTTR$  y ponderar los efectos de las fallas de cada componente sobre producción.

La tasa de producción efectiva del sistema en estado estacionario es:

$$\lambda_p = \lambda_{p0} A_s$$

donde  $\lambda_{p0}$  es la tasa de producción nominal y  $A_s$  es la disponibilidad estacionaria del sistema. Ella es una función de los componentes que la constituyen y de la no disponibilidad de c/u de ellos,  $D_i$ ,  $i = 1 \dots n$ :

$$D_i = \lambda_i MTTR_i$$

La maximización de  $\lambda_p$  pasa por la maximización de  $A_s$ . La idea es aproximar  $A_s$  como un polinomio dependiente de  $D_i$ :

$$A_s = \sum \sigma_i D_i + cte$$

y construir un diagrama  $\lambda - MTTR - \sigma$ . Ello permite estimar el peso (distinto) de cada componente en la tasa de producción efectiva del sistema y priorizar en consecuencia.

### 43.11. Comentarios finales

Hemos presentado varias técnicas complementarias al análisis de modos de falla. El análisis de Pareto se presenta como una estrategia útil y fácil de aplicar para priorizar y programar el desarrollo de programas de mantenimiento preventivo y predictivo. Los árboles de mantenimiento estandarizan el proceso de análisis para diagnosticar las causas posibles de una falla y así reducir el tiempo de una intervención correctiva junto con los costos de falla que ella acarrea. Los análisis de correlación permiten una justificación matemática para establecer causalidad entre eventos; ello facilita la toma de decisiones. Los diagramas  $\lambda - MTTR$  resuelven varias de las limitantes de un análisis de Pareto clásico para la priorización de análisis de modos de falla. Los resultados respetan los resultados obtenidos con Pareto, pero además entregan información muy interesante respecto de la frecuencia de las fallas y la duración de su reparación. Los gráficos permiten la identificación de problemas de confiabilidad, disponibilidad y mantenibilidad. La técnica ya es usada en la minería chilena[6].



# Bibliografía

- [1] P. Lyonnet. *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [\[bajar\]](#)
- [2] Sundararajan, C.R., *Guide to Reliability Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [3] McCormick, N.J., *Reliability and Risk Analysis*. Academic Press, 1981.
- [4] Hu, Hui, Golosinski, T.S., *Modelling Failure Pattern of a Mining Truck with a Decision Tree Algorithm*. Mineral Resources Engineering, 11(3), 271, 2002. [\[bajar\]](#)
- [5] Knights, P.F., *Downtime Priorities, Jack-knife Diagrams, and the Business Cycle*, Maintenance Journal, 17(2), 14-21, Melbourne, Australia, 2004. [\[bajar\]](#)
- [6] Knights, P.F., *Técnicas de priorización*, Apuntes del curso *Optimización de Estrategias de Mantenimiento de Equipos*, Universidad Católica de Chile, 2004. [\[bajar\]](#)
- [7] D.J. Edwards, S. Yisa, *Modelling the magnitude of plant downtime: a tool for improving plant operations management*, Engineering, Construction and Architectural Management, 8(3), 225–232, 2001. [\[bajar\]](#).
- [8] Labib, A.W., *World-class maintenance using a computerised maintenance management system*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 4(1), 66-75, 1998. [\[bajar\]](#)
- [9] Ishikawa, K., *What is total quality control?: the japanese way*, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1985.



## Capítulo 44

# Árboles de falla y eventos dependientes

### 44.1. Dependencia entre eventos terminales

Si hay dependencia estadística entre 2 o más eventos terminales de un árbol, ello debe ser considerado en el análisis; de otra manera, las probabilidades que se calculen pueden tener errores importantes. Aun en análisis cualitativos es importante conocer la relación estadística entre los eventos que pueden inducir el evento principal. La dependencia estadística más común son las *causas comunes*.

#### 44.1.1. $A$ depende de $B$

Considere 2 componentes  $A$  y  $B$ . Sea la probabilidad de falla de  $A$  dependiente del estado de  $B$ . Si no existe tal dependencia, la falla del componente  $A$  puede ser modelada como un evento terminal clásico. En caso de existir, la falla de  $A$  deja de ser terminal y se modela como un evento intermedio, como se muestra en figura 44.1.

Nótese que el evento terminal " $B$  opera" tiene usualmente una alta probabilidad de ocurrencia; además, los eventos " $B$  opera" y " $B$  falla" son complementarios y mutuamente exclusivos.

Si el producto de la probabilidad de " $B$  falla" y " $A$  falla cuando  $B$  ha fallado" es mucho mayor que el producto de " $B$  opera" y " $A$  falla cuando  $B$  opera", entonces la rama derecha del árbol debajo del conector OR puede ser obviada, y queda el árbol de figura 44.2.

#### 44.1.2. $A$ y $B$ mutuamente exclusivas

Consideremos otro caso donde las fallas de  $A$  y  $B$  son mutuamente exclusivas. En ese caso, la probabilidad de que  $A$  falla cuando  $B$  ha fallado es 0. Y por tanto la rama derecha bajo el conector OR de figura 44.1 puede ser obviada, como se muestra en figura 44.3.

#### 44.1.3. Dependencias en sistemas más complejos

Consideremos ahora el sistema mostrado en la figura 44.4. Los componentes  $A$  y  $B$  están en paralelo y  $C$  en serie con ellos. Tomemos en primer lugar el caso en que la fallas de cualquiera son independientes del resto. El árbol se muestra en figura 44.5. Se ha usado la siguiente nomenclatura:

$A, B, C$ : falla de  $A, B, C$  respectivamente

$S$ : falla del sistema

$D1$ : evento intermedio,  $A$  y  $B$  fallan

Consideremos ahora el caso en el cual la falla de  $A$  depende de  $B$ . Se utiliza la notación adicional:

$\bar{B}$ : componente  $B$  opera

$A'$ : falla de componente  $A$  cuando  $B$  ha fallado

$A''$ : falla de componente  $A$  cuando  $B$  opera

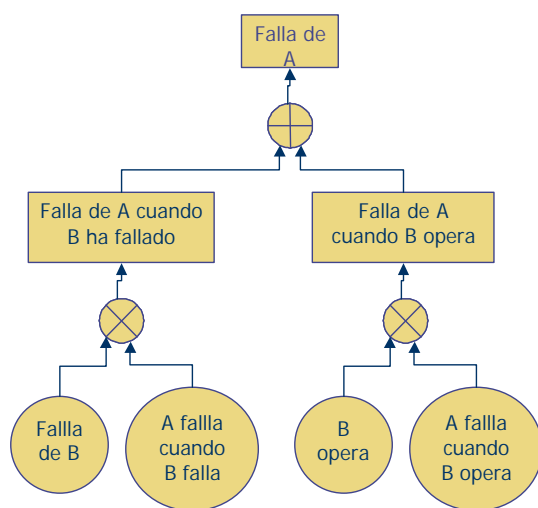


Figura 44.1: Eventos dependientes

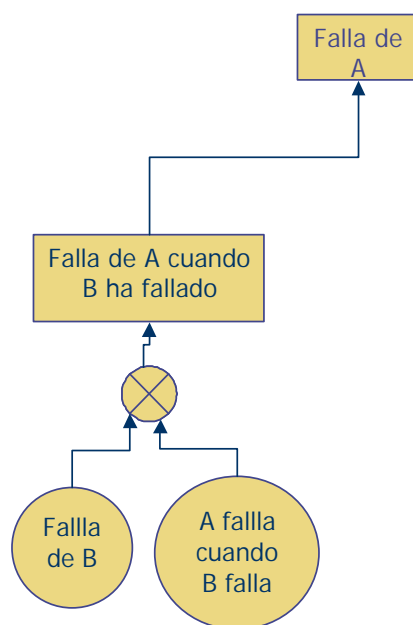


Figura 44.2: Árbol condensado

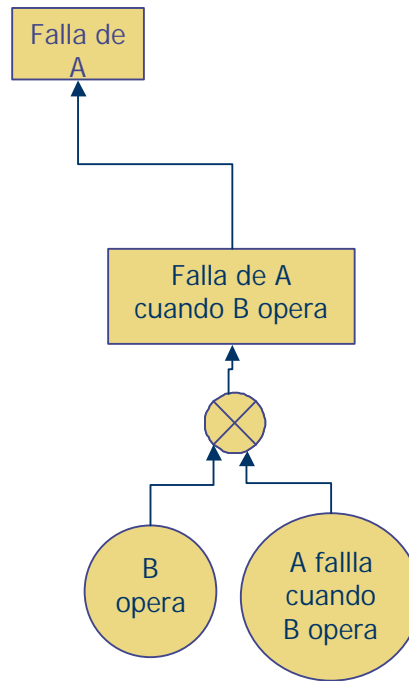


Figura 44.3: Fallas mutuamente exclusivas

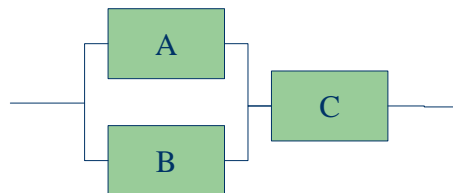


Figura 44.4: Sistema con redundancia

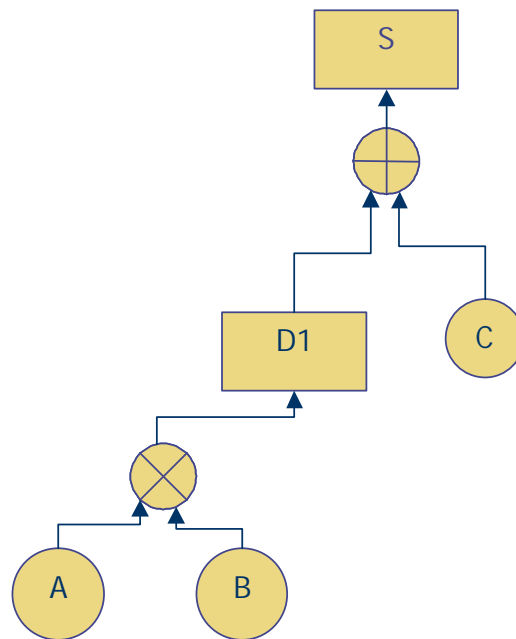


Figura 44.5: Eventos independientes

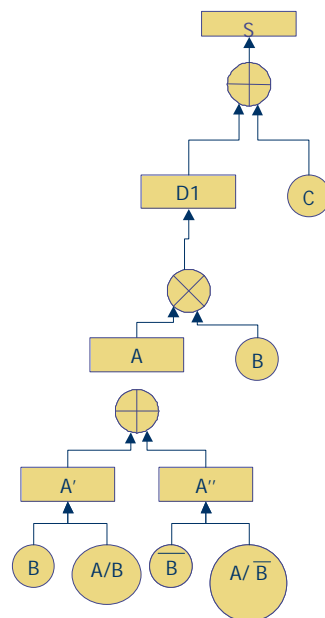


Figura 44.6: A dependiente de B

Nótese que la parte del árbol bajo  $A$  es idéntica a la figura 44.1.

#### 44.1.4. $A$ y $B$ con correlación perfecta

Se dice que dos eventos  $A$  y  $B$  están completamente correlacionados, o sea, su correlación estadística es 1, cuando  $A$  ocurre si y solo si  $B$  ocurre y además  $B$  ocurre si y solo si  $A$  ocurre. Si hay dos eventos de ese tipo en el árbol, podemos simplemente reemplazar  $B$  por  $A$  cada vez que  $B$  aparezca.

Considérese un árbol muy sencillo donde el evento principal está conectado a dos eventos básicos por un conector *OR*. Ello representa a un sistema en serie sencillo. Si suponemos que ambos eventos son independientes la probabilidad calculada del evento principal será un límite superior. Si asumimos que ambos eventos están 100 % correlacionados, la probabilidad calculada será un límite inferior. En casos más complejos no se pueden emitir conclusiones generales sobre el error cometido sobre la probabilidad estimada para el evento principal.

## 44.2. Ejemplos

### 44.2.1. Simplificación del árbol

Considere el árbol de fallas mostrado en figura. El evento principal representa la falla del sistema. Los eventos  $E1, \dots, E4$  son estadísticamente independientes y representan las fallas de componentes cuyas tasas de falla son  $\lambda_i$   $i=1, \dots, 4$  respectivamente. Determine la confiabilidad del sistema en  $t$ . La confiabilidad de un componente es  $e^{-\lambda_i t}$ .

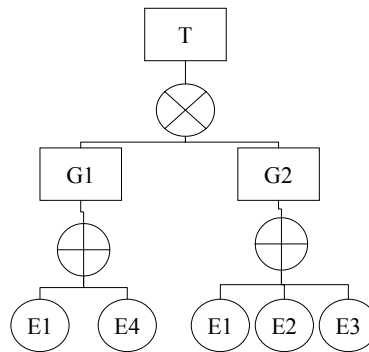


Figura 44.7: árbol de falla

Por conveniencia definamos la probabilidad de que un elemento falle como

$$q_i = 1 - e^{-\lambda_i t}$$

y desarrollemos el árbol con algebra Booleana:

$$\begin{aligned} T &= G1 \cdot G2 \\ &= (E1 + E4) \cdot (E1 + E2 + E3) \\ &= E1^2 + E1E2 + E1E3 + E4E1 + E4E2 + E4E3 \\ &= E1 + E1E2 + E1E3 + E4E1 + E4E2 + E4E3 \end{aligned}$$

Por ser un evento simple,  $E1$  es necesariamente un conjunto mínimo, luego,

$$M1 = E1$$

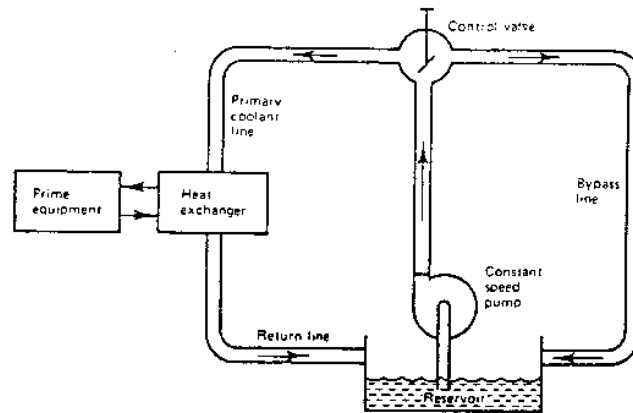


Figura 44.8: Sistema de refrigeración

donde  $M_i$  indica el  $i$ -ésimo conjunto mínimo.  $E1E2$ ,  $E1E3$  y  $E4E1$  no son conjuntos mínimos pues contienen a un conjunto mínimo ( $E1$ ). Los conjuntos mínimos restantes son:

$$M2 = E4E2$$

$$M3 = E4E3$$

Si usamos la aproximación de pequeñas probabilidades ( $q_i < 0,1$ ):

$$\begin{aligned} P(T, t) &= P(M1) + P(M2) + P(M3) \\ &= q_1 + q_2q_4 + q_3q_4 \end{aligned}$$

luego, la confiabilidad del sistema es

$$R(T, t) = 1 - P(T, t)$$

#### 44.2.2. Sistema de refrigeración

Considere el sistema de figura 44.8. Consiste de:

- bomba de velocidad constante,
- intercambiador de calor,
- válvula de control,
- tanque,
- tubería.

La función del sistema es suplir con suficiente refrigeración al equipo principal. El evento principal en este caso es la pérdida de flujo mínimo al intercambiador de calor. Ella puede ocurrir por falla en la línea principal o por problemas en la válvula. La ruptura de la tubería es un evento primario.

**Ejercicio 26** Construya el árbol de falla del sistema mostrado en figura 44.10. El evento principal es la no operación del motor. Razones:

- falla interna del motor,
- no llega corriente al motor.
  - interruptor abierto,

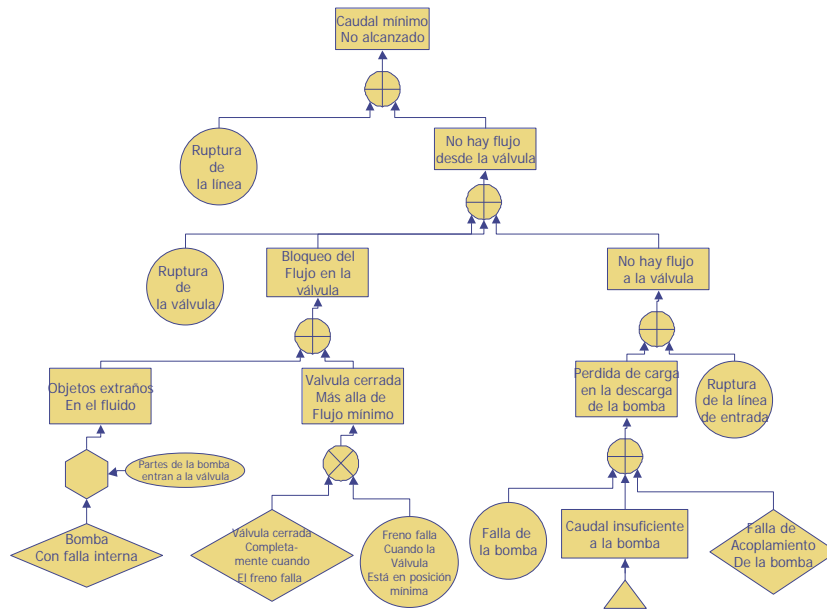


Figura 44.9: Árbol de falla

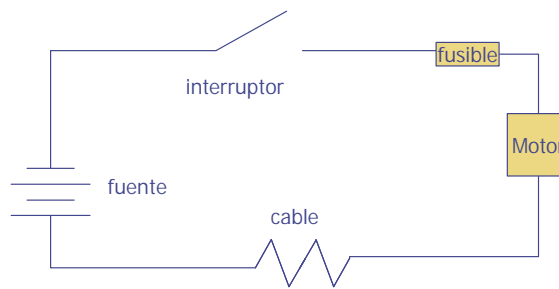


Figura 44.10: Diagrama del circuito del motor

- *abierto*
- *falla interna*
- *falla interna del cableado,*
- *falla del fusible,*
  - *sobrecarga: por corto-circuito en el cableado o por falla de la fuente*
  - *falla interna*

### 44.3. Análisis de importancia

Un árbol de falla cualitativo provee al analista con información acerca de

- como la falla del sistema puede ocurrir o
- como puede asegurarse la operación del sistema
  - que combinación de fallas de componentes -eventos terminales- puede provocar la falla del sistema -evento terminal-, o

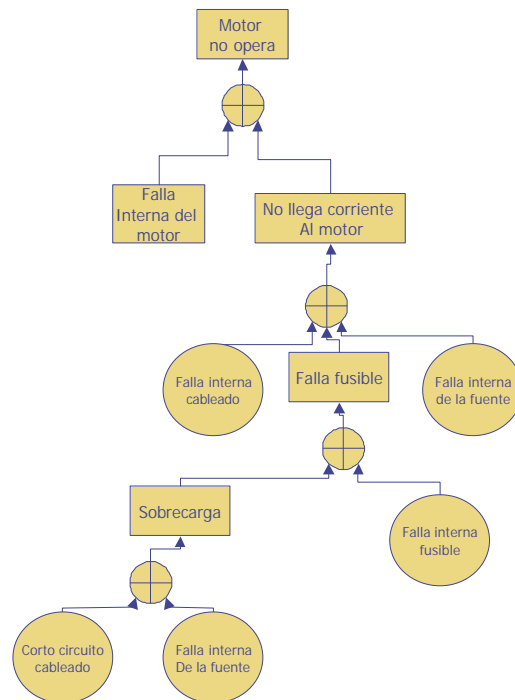


Figura 44.11: Árbol de fallas del motor eléctrico

- que combinación de eventos exitosos asegura la operación exitosa del sistema

Un árbol de fallas provee la probabilidad de falla del sistema -evento principal-, lo que puede ser usado para decidir si la performance del sistema (confiabilidad, disponibilidad, seguridad) es aceptable o si son necesarios algunos cambios.

Un análisis de importancia es útil para

- el diseño de sistemas que deban alcanzar niveles pre-establecidos de confiabilidad,
- desarrollar estrategias de mejoramiento de la confiabilidad
- desarrollar programas de mantención basada en la confiabilidad
- etc.

#### 44.3.1. Medidas cuantitativas de importancia

La importancia de un *evento terminal* con respecto al evento principal puede ser definida sobre intervalos de tiempo dados. Entre las medidas de importancia más conocidas se tiene:

- medida de Birnbaum
- medida de criticidad
- medida de la función de mejora (upgrading)
- medida de Vesely-Fusell
- medida de Barlow-Proschan
- medida secuencial contributiva

Evento $i$	$F_i$
1	$10^{-2}$
2	$7 \cdot 10^{-3}$
3	$2 \cdot 10^{-2}$
4	$3,7 \cdot 10^{-2}$

Cuadro 44.1: Probabilidad acumulada de falla

**Observación 172** Para su calculo, estas medidas consideran que los eventos terminales son estadísticamente independientes y sus resultados no clasifican necesariamente los eventos o conjuntos en el mismo orden.

**Observación 173** Dependiendo del intervalo de tiempo considerado y la dependencia de probabilidades de los eventos básicos en función del tiempo, el orden de importancia puede variar incluso para una misma medida si se consideran 2 o mas intervalos de análisis.

Las observaciones 172 y 173 también son validas para conjuntos mínimos.

#### 44.3.2. Vesely-Fussell para conjuntos mínimos

La importancia del  $j$ -esimo conjunto mínimo en el instante  $t$  se define como

$$\frac{P(\text{conjunto mínimo } j \text{ en } t)}{P(\text{evento principal en } t)}$$

Definamos la siguiente notación:

$I_{R,j}(t)$ , medida de importancia de Vesely-Fussell del  $j$ -esimo conjunto mínimo con respecto a la confiabilidad del evento principal en el instante  $t$ .

Según su definición, se calculan según:

$$I_{R,j}(t) = \frac{F_j(t)}{F_S(t)}$$

donde

$F$  es la probabilidad acumulada de falla en  $t$ .

La ecuación 44.3.2 se basa en que lo conjuntos mínimos sean estadísticamente independientes. Se asume además que la probabilidad de que más de un conjunto mínimo esté en estado de falla en el instante  $t$  es muy pequeña comparada a la probabilidad de solo un conjunto mínimo esté en estado de falla en el instante  $t$ ; lo que es razonable para la mayoría de los sistemas.

Una vez calculadas los indicadores de importancia, los eventos terminales pueden ser clasificados de acuerdo a su importancia, en orden descendente.

**Ejemplo 150** Considérese un árbol de falla cuyo evento principal es 'falla del sistema'. Los conjuntos mínimos son

$$\begin{aligned} M_1 &= (E_1, E_2) \\ M_2 &= (E_1, E_3) \\ M_3 &= (E_3, E_4) \end{aligned}$$

Los eventos terminales son estadísticamente independientes. La probabilidad acumulada de falla  $F_i$  de cada evento terminal para  $t = 4000$  horas se muestran en tabla 44.1. La probabilidad acumulada de falla del sistema es entonces  $F_s = 3,7 \cdot 10^{-2}$ . Calcule el indicador de importancia de Vesely-Fusell con respecto a la confiabilidad del sistema para  $t = 4000$  horas.

**Solución 18** La importancia de cada conjunto mínimo es:

$$I_{R,1} = \frac{F_1}{F_s} = 0,27$$

$$I_{R,2} = \frac{F_2}{F_s} = 0,19$$

$$I_{R,1} = \frac{F_1}{F_s} = 0,54$$

Luego, los conjuntos mínimos se clasifican así:  $M_3$ ,  $M_1$ ,  $M_2$

La importancia de cada evento terminal con respecto a la confiabilidad del sistema para  $t = 4000$  horas es:

$$i_{R,1} = \frac{F_1 + F_2}{F_s} = 0,46$$

$$i_{R,2} = \frac{F_1}{F_s} = 0,27$$

$$i_{R,3} = \frac{F_2 + F_3}{F_s} = 0,73$$

$$i_{R,4} = \frac{F_3}{F_s} = 0,54$$

y la importancia de los eventos terminales se ordena así:  $E_3$ ,  $E_4$ ,  $E_1$ ,  $E_2$

**Ejemplo 151** El evento principal de un árbol de falla es 'falla del sistema'. Los conjuntos mínimos del árbol son

$$M_1 = (E_1)$$

$$M_2 = (E_2)$$

$$M_3 = (E_2, E_3)$$

$$M_4 = (E_3, E_4)$$

La probabilidad acumulada de falla de los eventos terminales para  $t = 2400$  horas son:

$$F_1 = 0,04$$

$$F_2 = 0,02$$

$$F_3 = 0,05$$

$$F_4 = 0,08$$

Los eventos terminales son estadísticamente independientes. Calcule los indicadores de importancia de Vesely-Fussell para  $t = 2400$  horas.

**Solución 19** Primero calculamos  $F$  de los conjuntos mínimos y del sistema:

$$F_{cm1} = F_1 = 0,04$$

$$F_{cm2} = F_2 = 0,02$$

$$F_{cm3} = F_2 \cdot F_3 = 0,001$$

$$F_{cm4} = F_3 \cdot F_4 = 0,004$$

$F$  del sistema es:

$$F_s = \sum_{i=1,4} F_{cm_i} = 0,065$$

y ahora podemos calcular los indicadores de importancia de los eventos terminales:

$$I_{R,1} = \frac{F_1}{F_s} = 0,62$$

$$I_{R,2} = \frac{F_2 + F_3}{F_s} = 0,32$$

$$I_{R,1} = \frac{F_3 + F_4}{F_s} = 0,077$$

$$I_{R,4} = \frac{F_4}{F_s} = 0,06$$

que se ordenan

$$E_1, E_2, E_3, E_4$$

**Ejemplo 152** Para el sistema descrito en el ejemplo anterior, incremente la confiabilidad (en  $t = 2400$  horas) de cada evento terminal en 50 % y determine la reducción en la probabilidad acumulada de falla del sistema para ese instante.

**Solución 20** Expresemos  $F$  de los conjuntos mínimos y del sistema en términos de  $F$  de los eventos terminales:

$$F_{cm1} = F_1$$

$$F_{cm2} = F_2$$

$$F_{cm3} = F_2 \cdot F_3$$

$$F_{cm4} = F_3 \cdot F_4$$

$$F_s = \sum_{i=1,4} F_{cm_i}$$

1. En caso de que  $F_1$  se reduzca en 50 %,

$$F'_1 = 0,02$$

se tiene que

$$F'_s = 0,045$$

luego, la confiabilidad del sistema aumentó en

$$\frac{\Delta F_s}{F_s} = \frac{0,065 - 0,045}{0,065} = 30,8 \%$$

2. En caso de que  $F_2$  se reduzca en 50 %,

$$F'_2 = 0,01$$

se tiene que

$$F'_s = 0,0545$$

luego, la confiabilidad del sistema aumentó en

$$\frac{\Delta F_s}{F_s} = \frac{0,065 - 0,0545}{0,065} = 16,28 \%$$

3. En caso de que  $F_3$  se reduzca en 50 %,

$$F'_3 = 0,025$$

se tiene que

$$F'_s = 0,0625$$

luego, la confiabilidad del sistema aumentó en

$$\frac{\Delta F_s}{F_s} = \frac{0,065 - 0,0625}{0,065} = 3,8 \%$$

Componente	Eventos terminales/Modos de falla
$H_1$	$E_1$
$H_2$	$E_2, E_3, E_5$
$H_3$	$E_4$

Cuadro 44.2: Relacin componente-evento terminal

$E_i$	$A_i$
1	0.46
2	0.07
3	0.53
4	0.74
5	0.11

Cuadro 44.3: Disponibilidad en t=1500 horas

4. En caso de que  $F_4$  se reduzca en 50 %,

$$F'_4 = 0,04$$

se tiene que

$$F'_s = 0,063$$

luego, la confiabilidad del sistema aumentó en

$$\frac{\Delta F_s}{F_s} = \frac{0,065 - 0,063}{0,065} = 3,1 \%$$

Luego, los eventos terminales son ordenados según su importancia:

$$E_1, E_2, E_3, E_4$$

lo que corresponde a la medida de importancia de Vesely-Fussell.

### 44.3.3. Vesely-Fussell para componentes

El concepto de importancia puede ser extendido a componentes.

Si cada componente solo posee un evento terminal (modo de falla) asociado, entonces la importancia del componente será idéntica a la del evento terminal. Sin embargo, hay componentes que tienen más de un modo de falla asociado. La medida de Vesely-Fussell para los componentes se define como:

$$i_{R,j}^*(t) = \sum_k i_{R,k}(t)$$

donde el índice  $k$  corre sobre los eventos terminales del árbol. Estas ecuaciones son aplicables solo si los eventos terminales son estadísticamente independientes.

**Ejemplo 153** Un sistema consiste de 3 componentes  $H_i$ ,  $i = 1, 3$ . Los eventos terminales (modo de falla)  $E_i$  están asociados a los componentes  $H_i$  según se indica en tabla 44.2.

**Solución 21** Las medidas de importancia de Vesely-Fussell para los componentes son:

$$i_{R,1}^*(t) = i_{R,1}(t) = 0,46$$

$$i_{R,2}^*(t) = i_{R,2}(t) + i_{R,3}(t) + i_{R,5}(t) = 0,71$$

$$i_{R,3}^*(t) = i_{R,4}(t) = 0,74$$

luego, en orden decreciente de importancia:

$$H_3, H_2, H_1$$

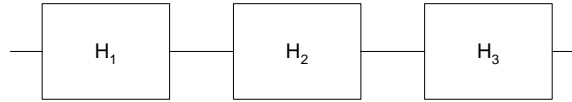


Figura 44.12: Sistema original

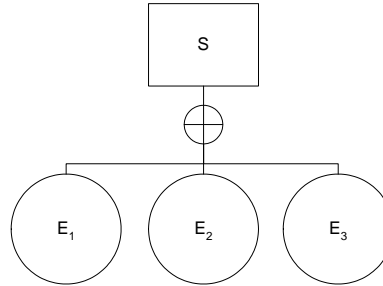


Figura 44.13: Árbol de fallas de la configuración original

**Ejemplo 154** Un sistema está compuesto por 3 componentes dispuestos en serie (figura 44.12). Cada componente tiene un solo modo de falla asociado. La confiabilidad de los componentes  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  (para  $t = 8000$  horas) son  $R_1 = 0,999$ ,  $R_2 = 0,96$ ,  $R_3 = 0,97$  respectivamente. Las fallas de cada componente son estadísticamente independientes. El costo de añadir cualquier componente redundante es similar. Se requiere una confiabilidad del sistema de 0,995 (en  $t = 8000$  horas). Desarrolle una nueva configuración, añadiendo componentes redundantes a cualquiera de las etapas.

**Solución 22** Se requiere una confiabilidad de 0.995. Cualquier configuración con redundancia es aceptable.

Primero, calculamos la confiabilidad del sistema original (figura 44.12). El árbol de fallas para tal configuración se muestra en figura ???. Los conjuntos mínimos son:

$$M_1 = E_1$$

$$M_2 = E_2$$

$$M_3 = E_3$$

La disponibilidad del sistema es

$$\begin{aligned} R_s &= 1 - (1 - 0,999) - (1 - 0,96) - (1 - 0,97) \\ &= 0,929 \end{aligned}$$

lo que es inferior al nivel aceptable.

Las medidas de importancia de Vesely-Fussell para cada componente con respecto a la disponibilidad, para  $t = 8000$  horas es:

$$i_{R,1}^* = \frac{F_{cm1}}{F_s} = \frac{F_1}{F_s} = 0,014$$

$$i_{R,2}^* = \frac{F_{cm2}}{F_s} = \frac{F_2}{F_s} = 0,56$$

$$i_{R,3}^* = \frac{F_{cm3}}{F_s} = \frac{F_3}{F_s} = 0,42$$

Luego la clasificación de los componentes es

$$H_2, H_3, H_1$$

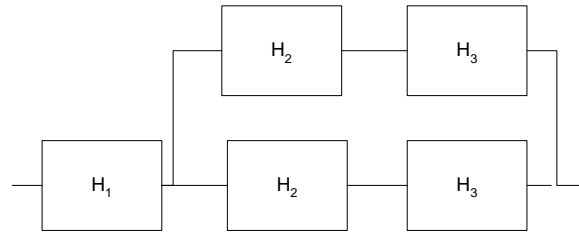


Figura 44.14: Sistema modificado

Dado que el costo de añadir un componente redundante es similar para cualquier etapa

$$F_2^* = F_2 \cdot F_2 = 0,04^2 = 0,0016$$

donde  $F_2^*$  es la probabilidad acumulada de falla de la etapa 2 cuando hay un equipo redundante en esa etapa. La confiabilidad del sistema modificado es:

$$\begin{aligned} R'_s &= (1 - F_1) + (1 - F_2^*) + (1 - F_3) \\ &= 3 - (0,001 + 0,0016 + 0,03) \\ &= 0,9674 \end{aligned}$$

lo cual es aun inaceptable.

Si añadimos otro componente redundante a la etapa 3,

$$\begin{aligned} R''_s &= (1 - F_1) + (1 - F_2^*) + (1 - F_3^*) \\ &= 3 - (0,001 + 0,0016 + 0,03^2) \\ &= 0,9965 \end{aligned}$$

lo que es aceptable. Se recomienda un sistema como el mostrado en la figura 44.14.

**Observación 174** En el análisis de importancia no se toman en cuenta directamente los costos sino que la confiabilidad de componentes. Luego, los resultados de un análisis de importancia sirven de complemento para un análisis de costos.

# Bibliografía

- [1] C.R. Sundararajan. *Guide to Reliability Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [2] N.J McCormick. *Reliability and Risk Analysis*. Academic Press, 1981.



Parte VI

Apéndice



## Apéndice A

# Clases de actividades de mantenimiento

### A.1. Introducción

La función mantenimiento necesita de las siguientes actividades:

- Gestión de a mediano y largo plazo;
- Análisis técnicos a mediano y largo plazo;
- Ejecución de actividades;
- Gestión de repuestos.

El largo plazo es un horizonte superior a un año. El mediano plazo considera entre 1 y 12 meses.

**Observación 175** *Para controlar una función, el agrupamiento de actividades no debe ser arbitrario, debe ser consecuente con la naturaleza del ser humano:*

- *Una persona (o grupo de personas) no puede llevar al mismo tiempo actividades de corto, mediano y largo plazo, debido a que el corto plazo (lo cotidiano) será siempre prioritario. Las actividades de mediano y largo plazo serán poco o no realizadas.*
- *El perfil del personal de gestión y el de análisis es distinto.*

**Observación 176** *En este contexto, **análisis** corresponde a análisis técnicos: análisis de modos de falla, confección de procedimientos y rutas, informes de falla, análisis de tiempos de reparación, etc.*

### A.2. Gestión de largo plazo

Las actividades estratégicas esenciales del largo plazo son:

- Definir criterios para recambio de equipos;
- Definir indicadores de mantenimiento;
- Decidir o no el uso de terceros;
- Repartir las actividades de mantenimiento entre los servicios;
- Establecer un plan de *mejoramiento permanente de la función mantenimiento (PMPM)*: nuevos equipos o procesos, mejorar programas preventivos, capacitación, etc.

- Mejorar procedimientos organizacionales: describir las reglas que aseguren calidad en el servicio; para ello se implementa:
  1. gestión *a priori*: políticas de mantenimiento de equipos, preparación de intervenciones, gestión de bodegas, etc.
  2. gestión *a posteriori*: informe de intervención, bitácora, análisis técnico-económicos, etc.
- Programa de capacitación del recurso humano.

### A.3. Gestión de mediano plazo

Las actividades más importantes son:

- Programación de intervenciones en el mediano plazo
- Control del presupuesto

#### A.3.1. Programación de intervenciones

Las tareas de programación incluyen:

- Gestionar las solicitudes de intervención programables;
- Previsión de cargas por equipos;
- Determinación de fechas y plazos de intervención (lo que incluye negociar con producción);

#### A.3.2. Control presupuestario

- Análisis de indicadores mensuales de performance;
- Análisis de diferencias con respecto al presupuesto previsto:
  - aumentar el presupuesto si la producción ha crecido con respecto a lo planificado;
  - disminución del presupuesto si el uso es menor
- Definición de acciones para actualizar el plan de mejoramiento permanente de la mantenimiento (*PMPM*).

### A.4. Ejecución de intervenciones

Implica 3 tareas:

- Distribución del trabajo:
  - coordinar con producción el momento de intervenir;
  - el seguimiento del avance de las intervenciones.
- Realización de las intervenciones
  - movilización de recursos,
  - consignación de las instalaciones,
  - medidas de seguridad,
  - intervención misma,
  - transferencia del equipo a producción.

- Rendición de cuentas: el informe debe incluir: causa que originó la intervención, descripción de dificultades encontradas para cumplir los plazos previstos de intervención. *La idea es resaltar los puntos que causan la pérdida de eficiencia de la función mantenimiento.*
- Gestión de personal
  - datos para el salario (horas-hombre, bonificaciones, etc.).
  - Motivación del personal

**Observación 177** *Para lograr que los informes sean **eficaces** es necesario: **sensibilizar** a los técnicos sobre el interés de la función mantenimiento (el argumento de falta de tiempo no es válido pues implica que no se ha notado la importancia real del informe); y que los **informes sean revisados** por profesionales preocupados por mejorar el servicio mantenimiento.*

#### A.4.1. Gestión del personal de intervención

Las actividades esenciales son:

- Recopilación de información para el salario (bonos);
- La observación de aptitudes y actitudes de cada profesional;
- Proposición de acciones de capacitación para alcanzar los niveles necesarios de preparación;
- Comunicar a los profesionales de los resultados obtenidos en términos de indicadores; con análisis incluido.
- Motivar al personal. Causas de pobre motivación: salarios bajos, falta de reconocimiento, falta de objetivos, procedimientos obsoletos o incongruentes.

**Ejemplo 155** *Pedir rapidez de reacción cuando las bodegas están lejanas, o no hay medios de transporte disponibles, o no hay acceso nocturno a bodega.*

### A.5. Gestión de repuestos

Las actividades incluyen:

- Compra de repuestos;
- Gestión de bodegas;
- Almacenamiento de repuestos.

#### A.5.1. Compra de repuestos

Actividades que incluye:

- Definición técnica de la necesidad;
- Estimación del plazo de entrega;
- Búsqueda del mejor precio a calidad y demora similares;
- Coordinación con la planificación a mediano plazo;
- Redacción de programa de compras según el programa de gestión de largo plazo;
- Evaluación de calidad de los proveedores: costo, calidad, demora.

### A.5.2. Gestión de bodega

Las actividades principales son:

- Inscripción del artículo en el catálogo de repuestos;
- Determinar localización de los repuestos;
- Definición, por artículo, del modo de reaprovisionamiento, y parámetros concernientes;
- Análisis de necesidades y emisión de solicitudes asociadas;
- Análisis de indicadores de gestión de stock;
- Elaboración de un plan de acción para reducir el costo global de mantenimiento.

## A.6. Ponderación de las actividades de mantenimiento

Evidentemente, la importancia de cada actividad en el costo global de mantenimiento es relativa. Ello depende de:

- Tipo de industria;
- Complejidad de equipos a mantener;
- Riesgo de costos de falla;
- Condiciones de utilización de materiales.

Cualquier análisis que busque disminuir el costo global debe ponderar la importancia de las actividades.

**Ejemplo 156** *Un trabajo mayor mal programado seguramente tiene consecuencias distintas a no disponer de un repuesto en bodega.*

**Observación 178** *Cada planta posee una ponderación diferente entre las actividades.*

**Observación 179** *La ponderación es cualitativa y debe ser discutida y revisada periódicamente.*

Ponderación de actividades de mantención	
	%CGM
<b>Gestión largo plazo</b>	<b>10</b>
Elaboración de presupuesto	2
Seguimiento de gastos	1
Redacción reportes de balance	1
Control y análisis de imputaciones	1
Puesta a punto de acciones de mejoramiento	1
Gestión de aprovechamiento de la experiencia	1
Definición de indicadores	1
Análisis de CIM	1
Análisis de equipos mas caros	1
<b>Gestión mediano plazo</b>	<b>16</b>
Optimización de plan preventivo/ tareas repetitivas	1
Gestión de medidas ante mantenimiento predictivo	1
Gestión de prioridades de actividades	1
Análisis de modos de falla y acciones pertinentes	1
Tratamiento y análisis de los MTTR y MTBF	1
Análisis de costos por:	
Especialidad técnica de intervención	1
por planta	1
por tipo de intervención	1
por tipo de mantención	1
por nivel de urgencia	1
Gestion de empleo de recursos	1
Gestión de flexibilidad de medios	1
Elaboración del plan de carga del personal	1
Optimización del plan de carga	1
Definición de puestos	1
Evaluación del personal	1
<b>Análisis mediano plazo</b>	<b>6</b>
Uso de historial y aprovechamiento de experiencia	1
Evaluación de tiempos de intervención	1
Determinación de recursos humano y materiales para	1
Calculo de disponibilidad de cada equipo	1
Análisis de modos de falla	1
Mejora de procedimientos y rutas	1
<b>Ejecución corto plazo</b>	<b>60</b>
Preparación de intervenciones	5
Distribución de trabajos	5
Recolección de solicitudes de trabajo	3
Verificación disponibilidad de recursos	3
Definición de repuestos necesarios	9
Verificación disponibilidad de repuestos	5
Supervisión de trabajos	10
Recepción de trabajos	8
Puesta al día de la documentación técnica	7
Verificación de procedimientos de seguridad	5
<b>Gestión de repuestos</b>	<b>8</b>
Disponer de stocks en cantidad	1
Disponer del valor de stocks	1
Definición de metodos para conservar los repuestos	0.5
Gestión de reaprovisionamiento	1
Predicción de consumos anuales	1
Programación de compras a largo plazo	0.5
Análisis ABC de consumos	1
Estimar tamaño de lote, frecuencia optima	1
Disponer de indicadores	1
<b>Balance general</b>	
Gestión largo plazo	10
Gestión mediano plazo	16
Análisis mediano plazo	6
Ejecución corto plazo	60
Gestión de repuestos	8
	<b>100</b>

Figura A.1: Ponderación de las actividades



## Apéndice B

# Distribuciones estadísticas

### B.0.1. Ley Chi-cuadrado

Esta ley es usada en particular para investigar que tan bien una hipótesis es corroborada por las observaciones. Si un numero de variables independientes  $X_i$  tienen distribuciones normales con medias y varianzas  $(m_i, \sigma_i^2)$  la cantidad:

$$\chi_\nu^2 = \sum_i^\nu \left( \frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \right)^2$$

tiene una distribución  $\chi^2$  con  $\nu$  grados de libertad cuya función densidad de probabilidad es:

$$f(\chi_\nu^2) = \frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} (\chi_\nu^2)^{(\nu/2-1)} e^{-\frac{\chi_\nu^2}{2}}$$

con  $E = \nu$ ,  $\sigma^2 = 2\nu$  y la función Gamma:

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty u^{k-1} e^{-u} du$$

**Observación 180** Si  $\nu = 2$  se convierte en distribución exponencial;

**Observación 181** Si  $\nu$  es grande ( $\geq 30$ ) se aproxima a una distribución normal.

### B.0.2. Ley de Student

Esta distribución es usada para tests de confianza, vale decir, dadas dos muestras independientes, decidir si ellas pertenecen a la misma población. Si  $X$  es una variable aleatoria con distribución normal (con media 0 y varianza 1) y  $\chi^2$  es independiente de  $X$  y tiene una distribución  $\chi^2$  con  $\nu$  grados de libertad, entonces la cantidad:

$$t = \frac{x}{\sqrt{\chi_\nu^2 / E(\chi_\nu^2)}}$$

tiene distribución Student con  $\nu$  grados de libertad, definida por:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{\nu\pi}} \frac{\Gamma\{(\nu+1)/2\}}{\Gamma\{\nu/2\}} (1+t^2/\nu)^{-(\nu+1)/2}$$

con  $E(t) = 0$  si  $\nu > 1$ ,  $\sigma^2 = \frac{\nu}{\nu-2}$  con  $\nu > 2$ .

### B.0.3. Ley de Fisher

Se usa para tests de confianza y también en el análisis de varianza. Si  $\chi_1^2$  y  $\chi_2^2$  son dos variables independientes con distribuciones  $\chi^2$  con  $\nu_1$  y  $\nu_2$  grados de libertad respectivamente, la cantidad:

$$f(F) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right) \nu_1^{\frac{\nu_1}{2}} \nu_2^{\frac{\nu_2}{2}} F^{\frac{\nu_1}{2}-1}}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right) (\nu_2 + \nu_1 F)^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2}}}$$

tiene una distribución Fisher con  $(\nu_1, \nu_2)$  grados de libertad con

$$\begin{aligned} E &= \frac{\nu_2}{\nu_2 - 2}, \nu > 2 \\ \sigma^2 &= \frac{\nu_2^2 (2\nu_2 + 2\nu_1 - 4)}{\nu_1 (\nu_2 + 2)^2 (\nu_2 - 4)}, \nu > 4 \end{aligned}$$

## Apéndice C

# Sistemas de Información de Mantenimiento

...experience gained by the author in developing computerised maintenance management systems in several automotive industries has shown that managers rely on such systems for data collection and data analysis, but seldom for decision analysis.

A.W. Labib.[19]

### C.1. Introducción

Es una prejuicio normal el pensar que la informatización de la gestión de la mantención puede resolver los problemas de la misma. Lejos de ello, puede ocurrir que el personal de mantención se queje de trabajo administrativo extra, sin ver los beneficios.

Históricamente, la gestión de bodega fue el primer punto en ser facilitado por la computación. Luego se codificaron los equipos, las tareas, añadir los costos de las mismas, etc.

Una ventaja importante es la disponibilidad de la información y la transparencia en su transmisión. Ello facilita la transmisión de conocimientos entre las personas.

**Observación 182** *También se han visto sistemas de información de mantenimiento obsoletos pues la información entregada es falsa.*

### C.2. Necesidades a satisfacer

#### C.2.1. Necesidades propias a la mantenimiento

##### Información técnica

- Posición geográfica de equipos
- Codificación de equipos
- Componentes de cada planta, cada línea, cada equipo
- Información técnica de equipos
- Historial de mantención (correctivas, modificaciones)
- Piezas de repuesto por equipo, existencia en bodega
- Procedimientos de mantención correctivas: check-lists, árboles de decisión para el diagnostico
- Procedimientos de mantención preventiva: lubricación, cambio de piezas,..

### Información de tareas

- solicitudes de intervención
  - por su naturaleza (panas, preventivas, mejoras, ..)
  - por sus origen
    - solicitante
    - lugar geográfica o funcional
    - fechas deseadas y limites
  - explicaciones (porqué, como,...)
- estados de avance de tareas en desarrollo
- status bodega
  - repuestos en bodega
  - repuestos reservados
  - repuestos pedidos, plazos

### Información de análisis

El historial de cada equipo representa la radiografía de su estado de salud. Gracias a él se pueden establecer indicadores ha ser mejorados.

### Información de gestión

- costos de mantención
  - costos de falla
  - costos de mano de obra
  - costos de repuestos
- gestión de actividades
- gestión de personal
  - ausencias
  - feriados
  - capacitación
  - calificaciones

### Informaciones generales

- posibles proveedores
- nuevos productos
- nuevas tecnologías

Misión	Información	Información
Intervención	-Intervenciones -seguimiento de ejecución	-codificación -solicitud de tareas -piezas de repuesto -cartera de tareas -estado de intervenciones -planificación
Análisis	-Equipos -Planificación -análisis -consumos	-documentos técnicos -repuestos -planificación de trabajos -recursos -procedimientos
Gestión	-gastos/presupuesto -personal	-costos directos -costos indirectos -costos por equipo -valor stock bodega -planificación de recursos

Cuadro C.1: Necesidad de informacin segn actores

### C.2.2. Necesidades de funciones anexas a la mantención

- Producción
  - estado de los equipos
  - disponibilidad
  - confiabilidad (sobre todo con el Just In Time)
  - avance de tareas en curso
- Ingeniería
  - datos técnicos
- Calidad
  - datos técnicos que afecten la calidad
- Contabilidad
  - costos y gestión
- Personal
  - calificaciones
  - capacitación
- Dirección
  - costos
  - inversiones

### C.3. Funciones del sistema de información

Un SIM debe poder relacionar datos entre si, a fin de que el usuario pueda navegar fácilmente por la información.

**Ejemplo 157** *Para ver los datos de un equipo, se puede por el código del equipo, por su nombre, por su ubicación, por su naturaleza técnica. Puede ver la lista de repuestos y saber si están disponibles en bodega. En tal caso, saber donde están ubicados.*

#### C.3.1. Funciones propias al personal de intervención

- codificación de equipos
- documentación técnica
- historiales
- repuestos

##### Codificación de equipos

El código de un equipo permite relacionarlo con los otros tipos de información disponibles: repuestos, planes, planos, documentos, historial.

##### Documentación técnica

Este tipo de información debe ser disponible para todos, fácil y rápidamente. Datos indispensables:

- datos de identificación: constructor, tipo, datos de placa, fecha de instalación, etc.
- lista de planos y esquemas,
- lista de piezas de repuestos, con sus códigos (propios y del constructor),
- planes de mantención previstos

##### Historial

Incluye:

- solicitudes de intervención
- modificaciones
- informes técnicos

##### Repuestos

- código
- costo unitario
- cantidad disponible
- ubicación
- repuestos alternativos
- etc.

### **C.3.2. Funciones propias a planificación**

- Seguimiento de actividades
- Preparación de intervenciones
- Planificación de intervenciones

#### **Seguimiento de actividades**

- registro de solicitudes de intervención
- su seguimiento en el tiempo
- planificación
- compras directas necesarias
- coordinación con paradas de producción de equipos
- procedimientos de seguridad
- calificaciones y herramientas necesarias para realizar el trabajo

#### **Preparación de intervenciones**

La preparación de intervenciones debe permitir reducir sus costos al lograr una mejor organización de actividades. Los siguientes datos deben ser accesibles:

- arborescencia de equipos
- repuestos
- procedimientos
- consignas de seguridad
- contratistas

Estimar el tiempo de intervención para planificarla y distribuir las cargas entre el personal.

#### **Planificación de intervenciones**

Se debe poder gestionar:

- disponibilidad de las instalaciones por producción
- nivel de criticidad
- cargas de trabajo posibles
- contratistas

### C.3.3. Funciones propias a la gestión

- gestión de costos
  - Desglosar por equipo los gastos en mano de obra, repuestos, contratistas
  - Desglosar por equipo los gastos por la naturaleza de las intervenciones: panas, modificaciones, m. preventiva, etc.
- gestión de bodegas
  - misión: minimizarlo manteniendo la calidad del servicio
  - conocer:
    - tasas de rotación
    - consumos
    - precios unitarios
    - proveedores
    - etc.
- análisis de gastos y presupuesto
  - comparación entre gastos efectivos y los previstos.
- seguimiento de contratistas
  - por proveedor
  - por naturaleza de trabajos
  - por volumen de negocios con la empresa
  - revisión de contratos

## C.4. Criterios de selección

Exciten 2 soluciones extremas:

- Traje a la medida para que el software se adapte a la realidad organizacional de la empresa;
- Paquete comercial

La ventaja principal de un paquete comercial es que son vectores de los mejores métodos y modelos de organización de la función mantención. Además son actualizados y mejorados constantemente para añadir funciones mas y mas complejas. También se adaptan al constante cambio en el hardware.

**Observación 183** *Los proveedores de paquetes ofrecen adaptar el software a la realidad de la empresa. El costo de los ajustes anda en el orden de 20 % de la inversión total en sistemas de información.*

La clave del éxito está en:

- que el SIM sea lo más standard posible,
- desarrollar aquello que representa un valor agregado real para la empresa.

**Observación 184** *Se han elaborado cuestionarios para evaluar los sistemas de información de mantención. En apéndice C.7 se lista uno propuesto por la revista de mantenimiento.*

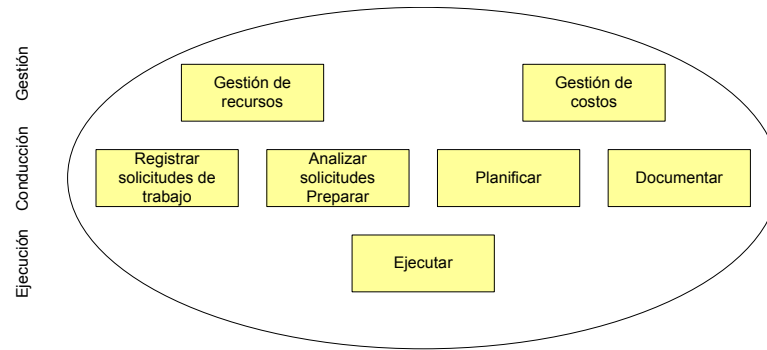


Figura C.1: Actividades de mantenimiento

## C.5. Implementación

En primer lugar es necesario precisar los 4 puntos siguientes:

- **punto de partida:** establecer el status actual del servicio de mantención
- **objetivos:** descripción de metas a alcanzar
- **medios disponibles:** limitaciones al presupuesto, plazos
- **modo de actuar:** recursos humanos y financieros involucrados

### C.5.1. Establecer punto de partida

El análisis de la situación actual permite representar:

- lo que pasa,
- lo que se hace,
- como funciona,
- cuales son los resultados y como se evalúan

Para realizar el análisis se utilizan técnicas de modelamiento de **flujos físicos** (circulación de equipos, repuestos, herramientas) y de **flujos de información** (por papel, oral, email, reportes, ordenes de trabajo, informes de intervención, fichas de equipos,...)

### C.5.2. Modelos de flujos internos y externos

En nuestro caso, una esquema de análisis permite desglosar las actividades de mantención en 3 grupos:

- actividades de gestión (de recursos, presupuesto, performances)
- actividades de conducción (registrar, preparar, planificar, documentar, supervisar)
- actividades de ejecución (inspeccionar, reparar, planificar, lubricar)

Hecho esto es muy fácil modelar los flujos externos, ósea las informaciones intercambiadas con otras funciones de la empresa (planificación de intervenciones, reportes de gestión, ...). Ver esquema en figura [C.2.](#)

Se deben modelar también los flujos internos entre las actividades. Un ejemplo se muestra en figura [C.3.](#)

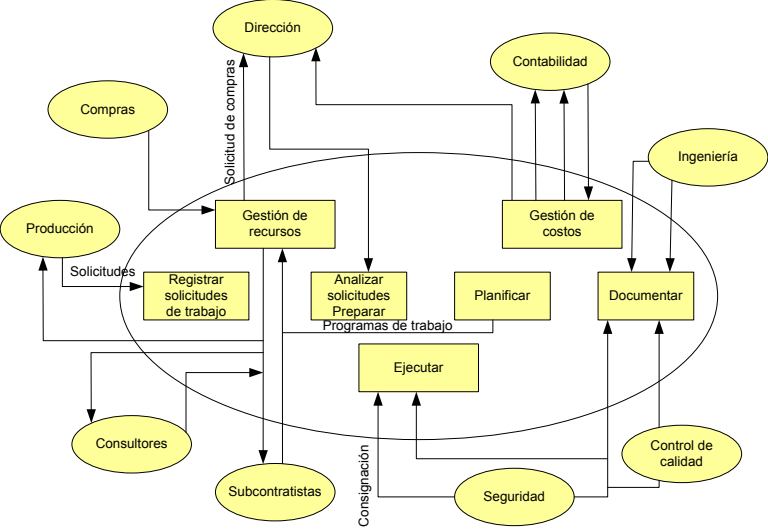


Figura C.2: Flujos externos

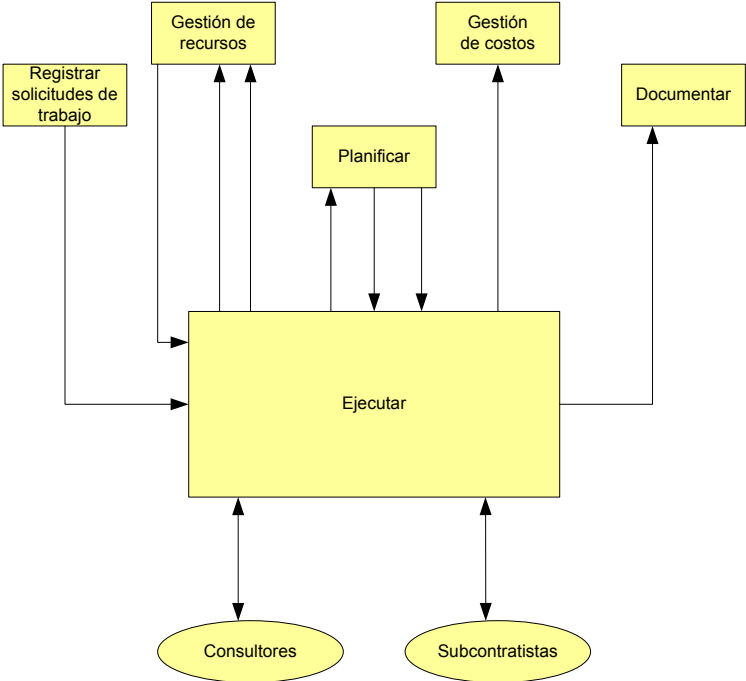
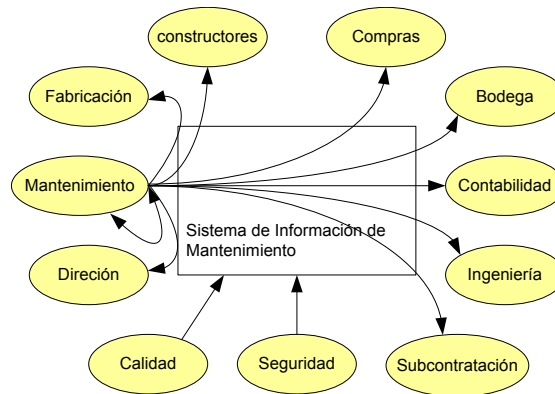


Figura C.3: Flujos internos

Figura C.4: Modelo relacional de *pulpo*

### C.5.3. Organigrama de tareas

El análisis consiste en describir las principales procedimientos (flujo de solicitudes de intervención, gestión de intervenciones, planificación de overhauls) en un organigrama de tareas.

Es necesario describir la organización con sus unidades de decisión y de gestión así como las tareas confiadas a cada unidad (por ejemplo, el departamento de planificación xx es responsable de la planificación de tal sector).

Al realizar este análisis es frecuente poner en evidencia un cierto número de disfunciones o puntos débiles:

- información que no circula,
- actividad no es cubierta por nadie,
- documentación caduca,
- reparaciones provisionales que se vuelven crónicas.

De lo que se han producido las siguientes mejoras:

- resolución de disfunciones al modificar la organización,
- Establecer necesidades a ser satisfechas por el SIM.

### C.5.4. Determinación de necesidades

Entre los métodos que se utilizan para establecer necesidades se cuenta la técnica de diagrama funcional de bloques.

#### Diagrama funcional de bloques

Ella consiste en considerar el sistema de información de mantenimiento como una caja negra y en analizar cuáles son las diferentes funciones de la empresa que requieren interacción con esta caja negra. Entre estas funciones (que se dibujan alrededor de la caja) hay una que corresponde a la mantención misma, por supuesto.

El "pulpo" que se genera (figura C.4) es usado al listar las interacciones que son susceptibles de aparecer entre 2 burbujas y que deben ser ofrecidas por la caja negra.

Por ejemplo las relaciones entre mantención y producción son las siguientes:

- responder a una solicitud de intervención,
- establecer una planificación para las intervenciones

- determinar las nuevas condiciones de utilización.

A continuación se puede definir mas en detalle cada una de la interacciones:

- para responder a una solicitud de intervención:
  - registrar el pedido
  - generar una orden de trabajo
  - integrar eventualmente otra tarea de mantención preventiva pendiente
  - etc.

Se obtiene así para cada interacción una lista descriptiva de necesidades que deben ser cubiertas por la caja negra. Luego se debe evaluar la solución que ofrece la caja negra para cada interacción.

Al usar esta metodología se logran las siguientes ventajas:

- explicar el deseo de la manera más exhaustiva posible,
- hacer participar a los agentes de mantención
- abrir la puerta a ideas innovadoras.

## Modelos generales

Para acelerar la formulación del diagrama de bloques, se han generado modelos como el que aparece en figura C.5.

### C.5.5. Estudio de oportunidad

Para la inversión externa se debe considerar estos valores de referencia:

- inversión externa

$$0,4 \times \text{software} + 0,4 \times \text{equipos} + 0,2 \times \text{capacitación}$$

- agregar el costo del estudio y la búsqueda de soluciones: 10 % de la inversión externa
- costo de instalación y desarrollos específicos: 20 % de la inversión externa

Se debe considerar el doble de la inversión externa para un predimensionamiento del proyecto.

#### Ejemplo 158

<i>inversion externa</i>	<i>1E</i>
<i>-licencia</i>	<i>0.4E</i>
<i>-equipos</i>	<i>0.4E</i>
<i>-capacitación</i>	<i>0.2E</i>
<i>costos adicionales</i>	<i>1A</i>
<i>-estudio, instalación</i>	<i>0.1E</i>
<i>-específicos</i>	<i>0.2E</i>
<i>-mantención anual</i>	<i>16 % licencia</i>
<i>inversión interna</i>	<i>1I</i>
<i>-migración</i>	<i>0.25E</i>
<i>-colección y llenado de tablas</i>	<i>1-3E</i>

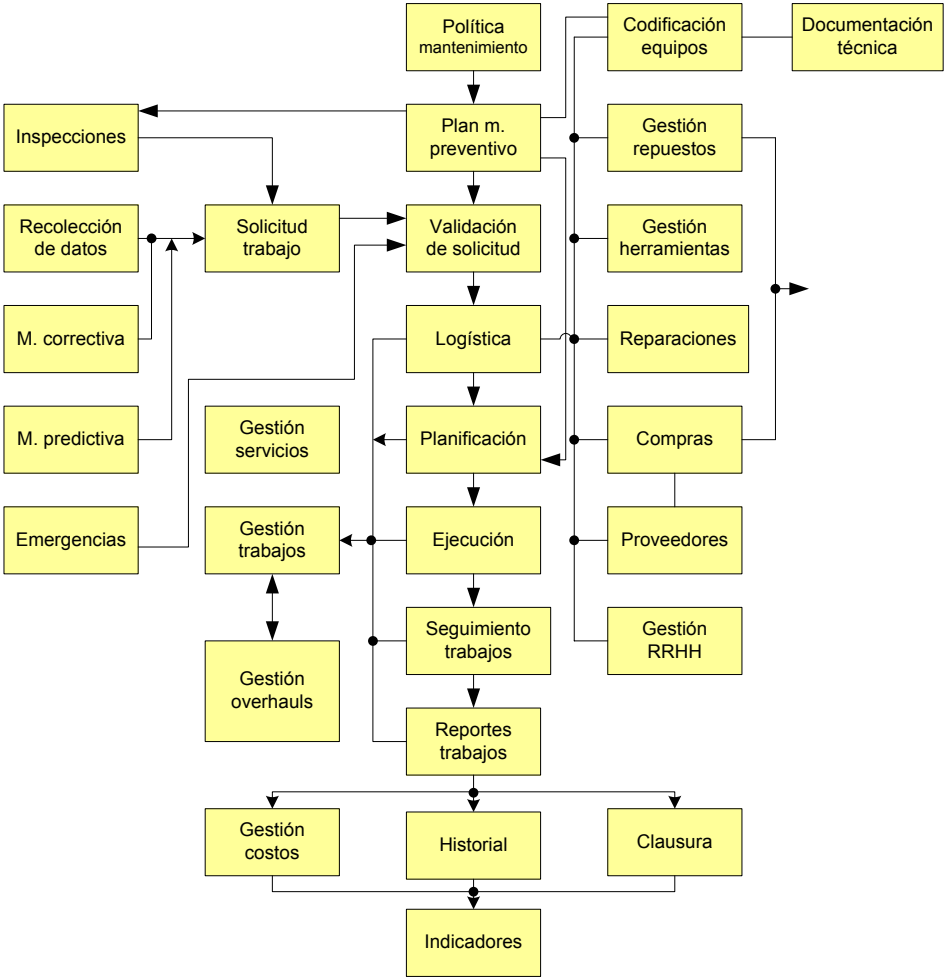


Figura C.5: Modelo general de un sistema de información de mantenimiento

### Justificación económica

Los ahorros generados se aprecian en los siguientes items:

- tasa de rotación de repuestos
- frecuencia de panas, aumento de la disponibilidad
- aumento de la mantención preventiva
- horas de gestión, reducción de personal

Se han reportado los ahorros siguientes:

- reducción de repuestos: 6-10 %
- eficacia del personal: 3-4 %
- disponibilidad: 1-2 %

En el plano cualitativo, un SIM tiene por ventaja principal permitir una mejor preparación. Induce una reducción de costos en la medida en que sensibilice al personal respecto de los costos, solo por el hecho de que tal información sea publica y disponible para todos.

### C.5.6. Selección

- Un primer criterio es conocer el origen de los SIM: algunos nacieron para industrias de proceso, otros para la mantención de inmuebles, etc.
- También es valido consultar a clientes que ya adoptaron el producto.
- El soporte que pueda proveer el vendedor.

**Observación 185** *Más vale seleccionar un producto sub-dimensionado con capacidad de ajuste que un producto sobre-dimensionado sin tal posibilidad.*

**Observación 186** *Productos muy potentes han sido incapaces de simplificarse con el fin de cubrir funciones elementales (el análisis de una orden de trabajo es un buen ejemplo).*

## C.6. Análisis de las funciones

### C.6.1. Trabajos

#### Solicitud de trabajo

La solicitud de intervención debe imperativamente identificar:

- código del equipo
- fecha y hora del incidente
- descripción sumaria o código de incidente

El status de una solicitud puede ser:

- en espera
- rechazada
- transformada en orden de trabajo

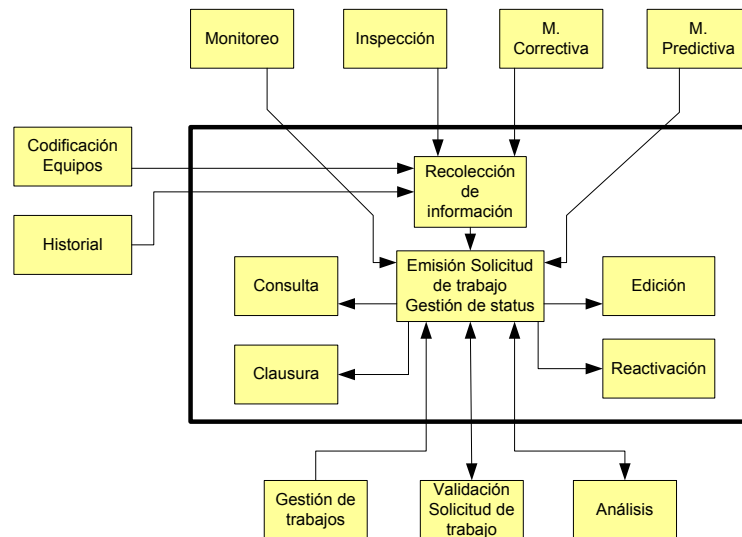


Figura C.6: Solicitud de trabajo

A su vez, la orden de trabajo puede estar en los siguientes status:

- en espera
- planificada
- en evolución
- terminada técnicamente
- terminada administrativamente

La lista de solicitudes es consultable según varios criterios:

- por prioridad
- por equipo
- por sector
- por tipo de pana

Al seleccionar un equipo se aprecia la lista de solicitudes ya registradas en el pasado.

### Validación de una solicitud de trabajo

La solicitud es analizada con respecto a los trabajos en ejecución y el plan preventivo. En algunos casos se requiere de una *solicitud de presupuesto* o de una *licitación*.

Debe ser siempre posible el mantener la filiación solicitud y orden. Si la solicitud es rechazada, ello queda registrado y el solicitante es informado.

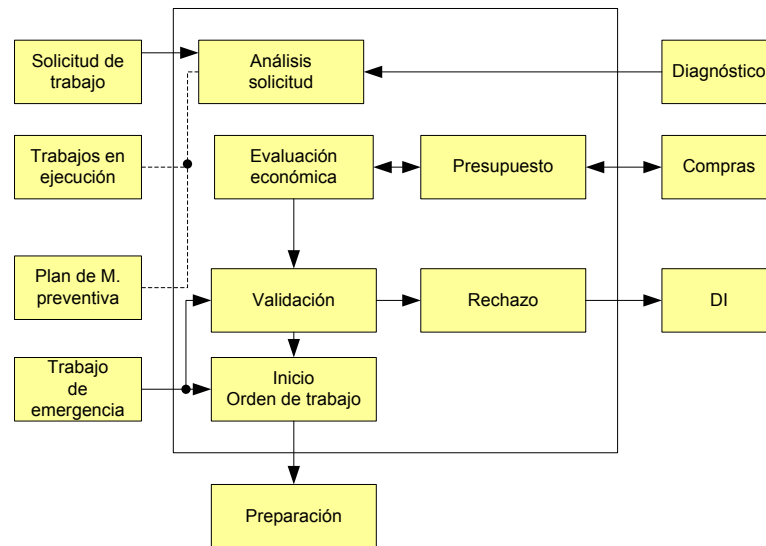


Figura C.7: Validación de una solicitud de trabajo

### Preparación del trabajo

El producto principal de la preparación es la orden de trabajo (OT).

El preparador completa la orden iniciada con la validación de la solicitud.

Una orden de trabajo debe especificar:

- mano de obra por categoría
- repuestos y herramientas necesarias
- documentos a consultar
- procedimientos de ejecución
- tiempo de intervención estimado
- prioridad otorgada
- restricciones de ejecución

El procedimiento contiene por equipo y subconjunto:

- fases de la intervención
- calificaciones profesionales
- tiempo standard
- consumo de repuestos por operación
- herramientas
- documentación
- consignas de seguridad



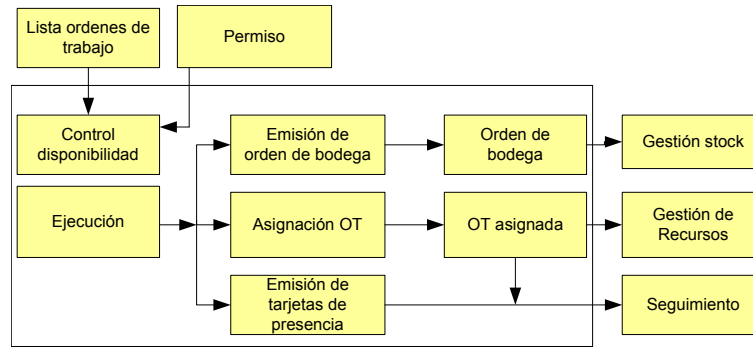


Figura C.10: Ejecución de trabajos

### Planificación de trabajos

Planificar es optimizar los recursos. No basta solo verificar que las cargas no se superpongan. Uno de las herramientas mas útiles sigue siendo la carta Gantt. Ver diagrama C.9.

### Ejecución de trabajos

La ejecución de trabajos sigue el esquema C.10.

### Seguimiento de trabajos

El seguimiento se puede realizar mediante *tarjetas de presencia* (código de barras).

El seguimiento permite controlar desviaciones respecto al plan y la redistribución de recursos.

Al terminar la intervención se completa el reporte técnico de intervención. Se incluye el tiempo de detención del equipo. El reporte incluye los sub-reportes de utilización de recursos.

La *clausura técnica* pone fin a la intervención técnica y permite reoperar el equipo. la *clausura administrativa* se pronuncia cuando la orden ha sido cerrada y las facturas recibidas. Se considera entonces que la orden pasa a archivo.

### Gestión de trabajos

La gestión de trabajos cubre el conjuntos de trabajos:

- trabajos con orden
- trabajos con orden abierta
- trabajos sin orden
  - intervenciones de urgencia
  - trabajos de mantenimiento preventivo sin orden
  - intervenciones de contratistas sin orden
  - mantenimiento subcontratado
  - taller de mantenimiento

**Observación 187** Para trabajos menores y repetitivos se utilizan las OT abiertas.

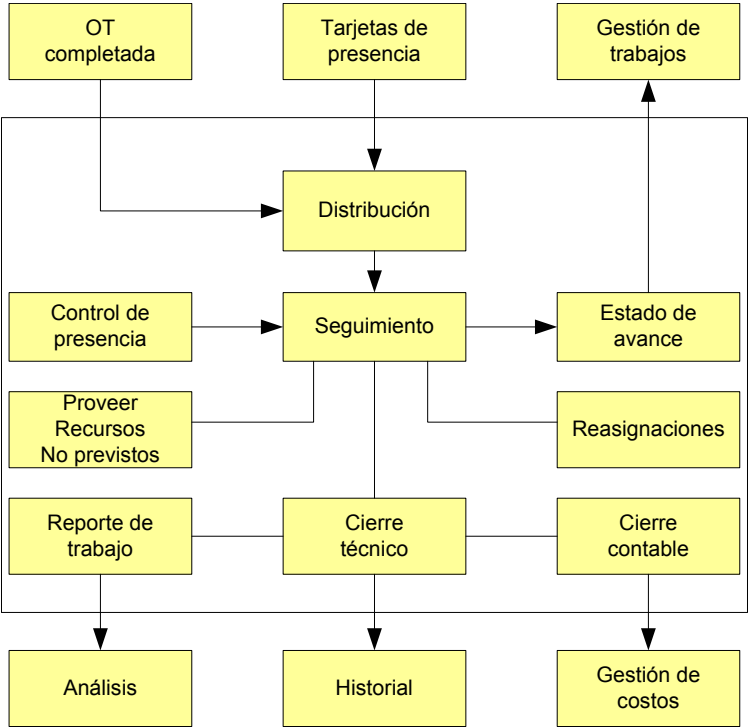


Figura C.11: Seguimiento de trabajos

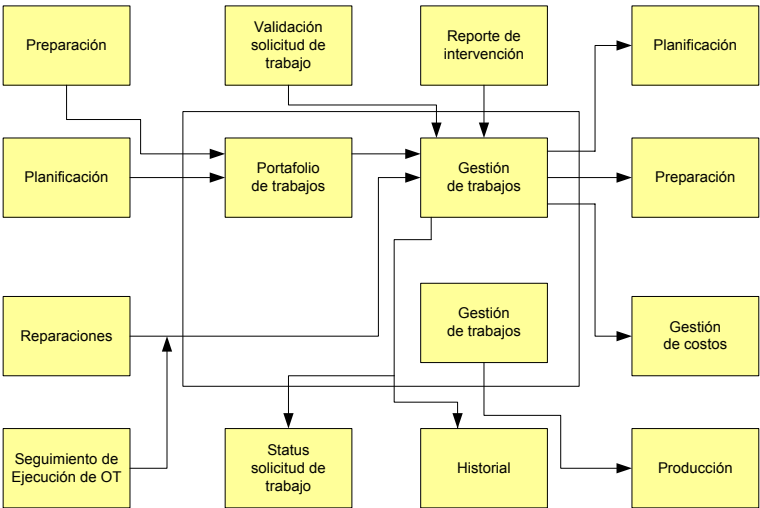


Figura C.12: Gestión de trabajos

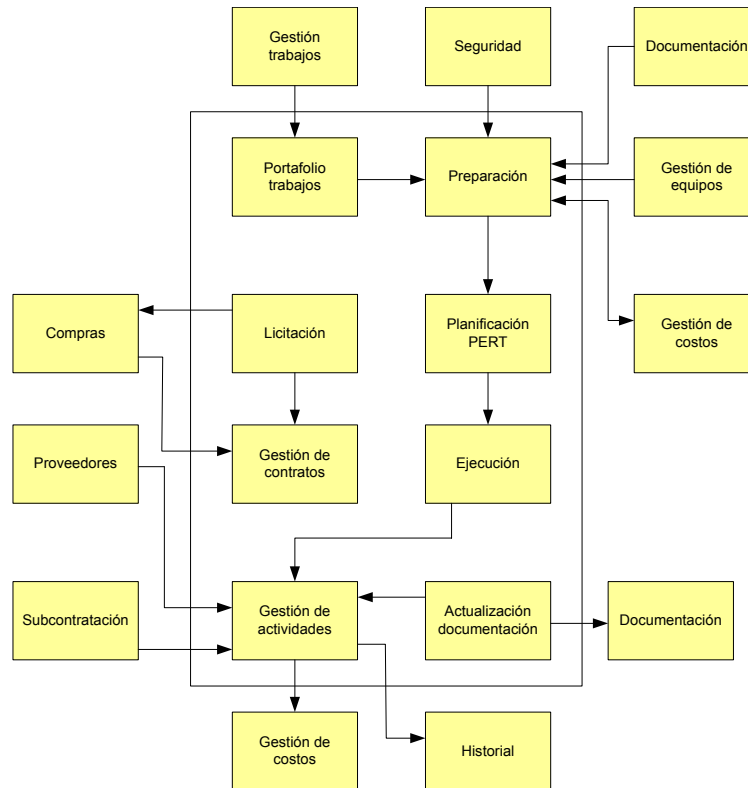


Figura C.13: Overhauls

## Overhauls

### C.6.2. Gestión de repuestos y compras

La gestión de repuestos es uno de las tareas fundamentales de la mantención: es su póliza de seguros para hacer frente a los imprevistos.

Para cada repuestos se debe disponer de la siguiente información:

- codificación
- Los valores máximos, mínimos y de seguridad
- demora promedio en reaprovisionar
- cantidad que se usa en todos los equipos
- valor standard, promedio, ultima compra
- status
  - disponible
  - reservado y aprobado
  - reservado, no aprobado
  - en control de calidad
  - comandado, fecha de llegada estimado
  - en transferencia

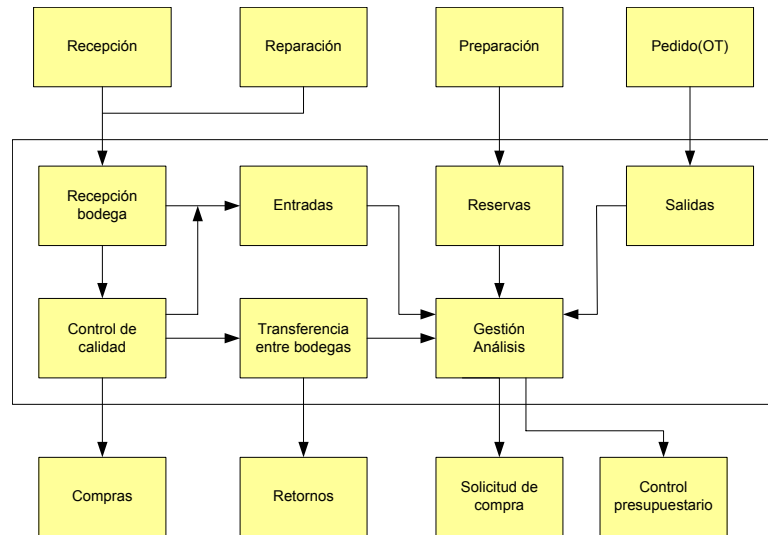


Figura C.14: Gestión de repuestos

Los equipos rotatorios (por ejemplo los motores eléctricos) son manejados en bodega. El sistema indica si están en reparación así como la fecha prevista de disponibilidad.

Las salidas de repuestos se hacen por una orden de trabajo o directamente a un centro de costos (grasas, aceites, wipe). Todo movimiento es registrado.

El análisis de gestión de repuestos se realiza a través de indicadores:

- costo de almacenamiento
- numero de artículos
- tasa de rotación (valor anual usado/valor del stock).

El análisis provee:

- lista de artículos sin movimiento
- clasificación ABC (Pareto).

### C.6.3. Gestión de costos

Los costos se distribuyen en una jerarquía de *centros de costos*. El costos proveniente de un equipo en una cierta jerarquía, se agrega a los costos de jerarquías superiores que contengan al equipo.

**Observación 188** *En algunos SIM la noción de centros de costo no existe: los costos se registran a nivel de OT y se sintetizan en los reportes.*

Un seguimiento presupuestario debe poder ser efectuado a nivel de cada equipo.

### C.6.4. Elementos de decisión

#### Control de indicadores

Todos los sistemas de información proponen una lista de indicadores y reportes standard. La practica muestra que ellos son siempre insuficientes y por tanto es necesario generar reportes personalizados, por lo que un **generador de reportes** es bienvenido.

Indicadores típicos son:

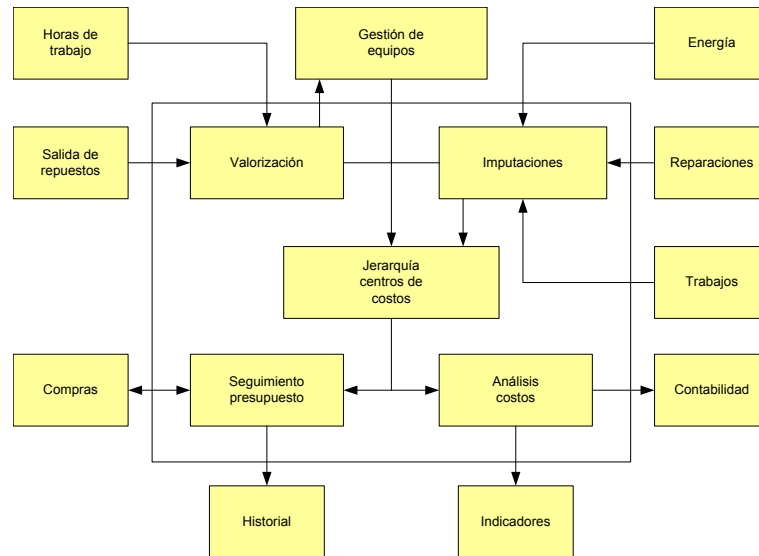


Figura C.15: Gestión de costos

- costo directo de mantención, global, desglosado en tipo de gasto
- costo directo de mantención/cantidad de producción buena
- horas de no disponibilidad debido a mantenimiento
- costos de no calidad generado por mantenimiento
- costo de falla/costo global de mantenimiento
- horas de servicio de mantenimiento
- horas de mantenimiento prestadas por producción
- costos fijos de mantenimiento/ costo intervención
- *MTBF*
- *MTTR*
- numero de solicitudes de trabajo
- numero de ordenes de trabajo activas
- plazo medio de realización de trabajos programados
- tasa de ausentismo
- numero de horas suplementarias

### Análisis de fallas

Se incluyen anomalías, incidentes, fallas, disfunciones, panas,..

La deficiencia se declara en la solicitud de trabajo. Se agrega la causa y los efectos provocados, que pueden estar catalogados y jerarquizados. Después de superar la deficiencia se enriquece el análisis con la causa encontrada y el remedio aplicado.

Para los códigos de falla es importante separar las causas exogenas y endogenas al equipo.

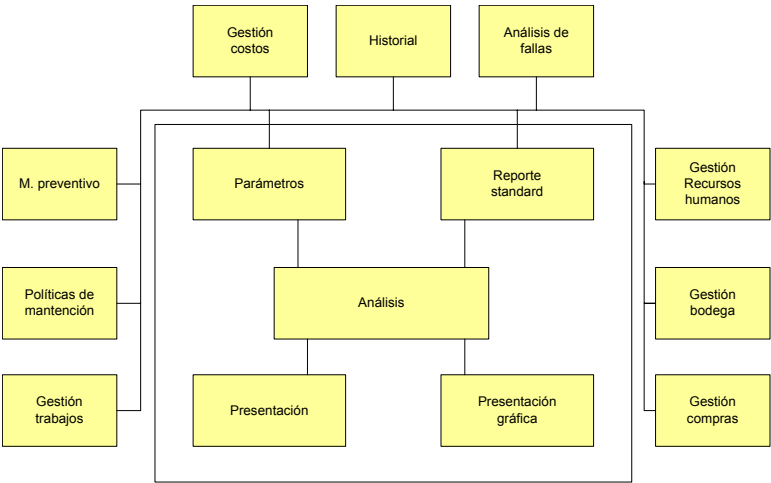


Figura C.16: Control de indicadores

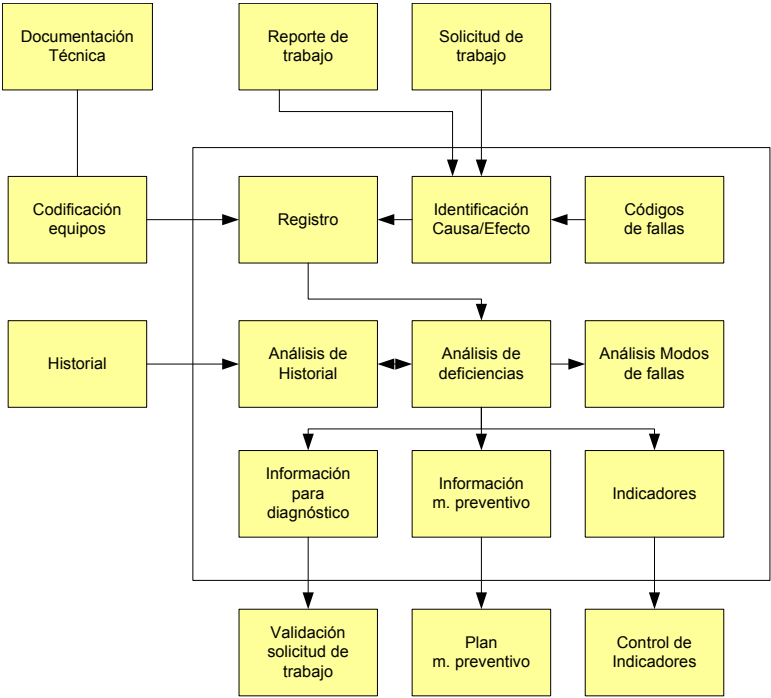


Figura C.17: Análisis de fallas

## Historial

Un historial útil debe ser:

- *suficientemente* conciso,
- *suficientemente* preciso, evitando el abuso de abreviaciones,
- que permita analizar información completa a partir de índices históricos (comprimir la información).

El historial incluye:

- los incidentes acaecidos desde la instalación,
- las intervenciones correctivas efectuadas,
- las mejoras efectuadas.

**Observación 189** *Lo importante es guardar aquella información que ayude al diagnóstico y a la gestión económica del equipo.*

## Política de mantenimiento

La política de mantenimiento se ajusta en función de los indicadores, siempre en la búsqueda de:

- disponibilidad máxima,
- costo de mantenimiento mínimo,
- búsqueda del valor óptimo de la razón disponibilidad/costo.

con lo que se define la estrategia de mantenimiento para cada equipo. Una estrategia es una combinación de:

- tipo de mantenimiento
  - preventivo
  - predictivo
  - correctivo
- periodicidades
- niveles para indicadores

### C.6.5. Recursos humanos

El registro de personal guarda los datos de los empleados y eventualmente el de contratistas. Los sistemas de información toman en cuenta la disponibilidad de los recursos humanos en función de los trabajos programados, feriados, etc. Las HH reales y horas extras son registradas.

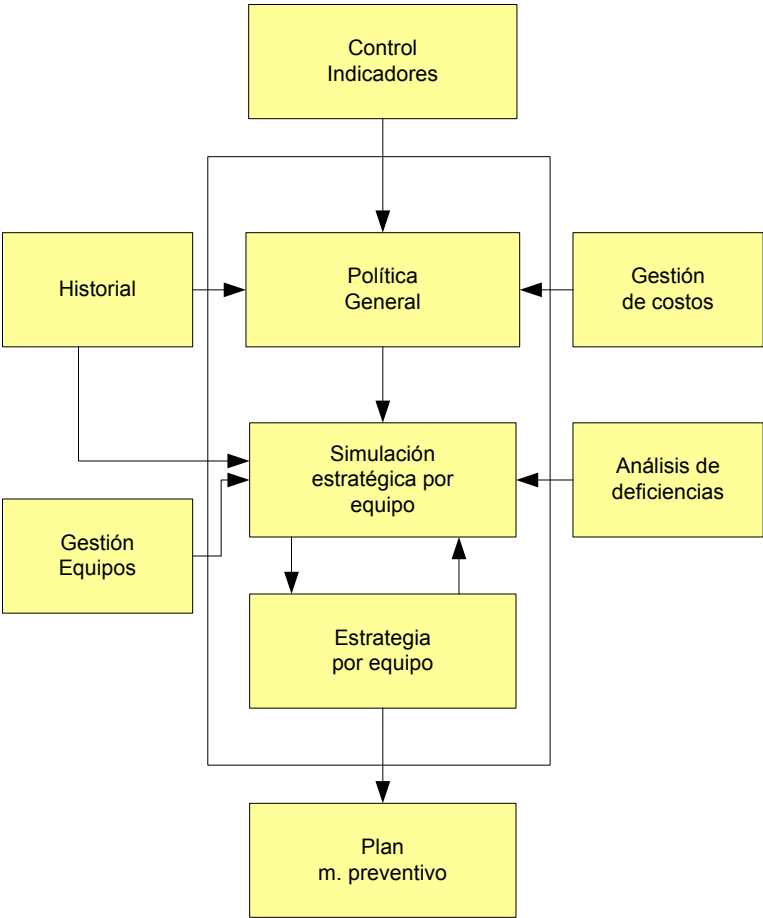


Figura C.18: Política de mantenimiento

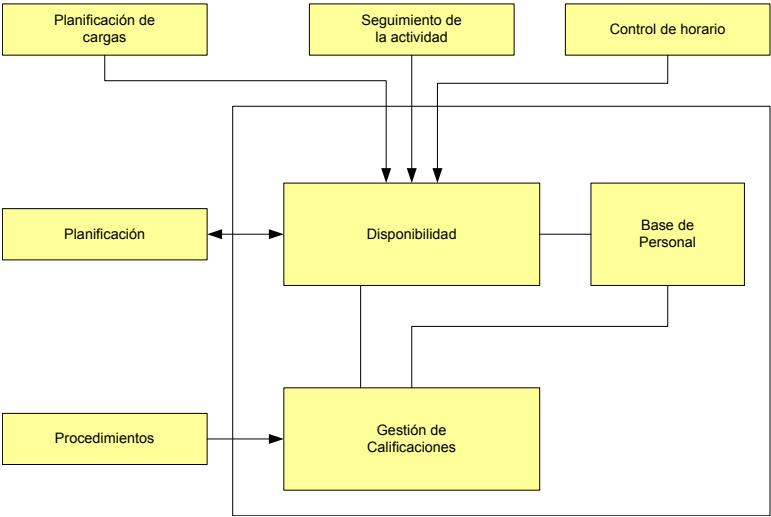


Figura C.19: Recursos humanos

## C.7. Cuestionario de evaluación de un sistema de información

### C.7.1. Registro de equipos

1. ¿ Qué información se define a nivel de cada equipo?<sup>1</sup>
2. ¿ Se puede establecer un sistema de codificación jerárquica de áreas y sistemas a los cuales tales equipos o piezas pertenecen?
3. ¿ El sistema acepta la posibilidad de identificar un proveedor del equipo y un proveedor del servicio de mantenimiento?, ¿ Qué datos se pueden registrar de cada proveedor?, ¿ Hay alguna referencia cruzada de proveedor y equipo?,
4. ¿ Se puede definir para cada equipo información técnica detallada?, ¿ Son datos pre-establecidos o pueden ser definidos libremente por los usuarios?, ¿ Los datos son campos de una base de datos o texto libre?
5. ¿ Se puede armar una base de datos de especificaciones técnicas por familia de equipos?
6. ¿ Pueden almacenarse imágenes gráficas o planos de un equipo?, ¿ Cómo funcionaría esta opción?
7. ¿ Cómo se define la referencia cruzada entre equipo y repuestos?, ¿ Se pueden identificar los repuestos usados por cada equipo y en que cantidad?
8. ¿ Permite definir datos de reaprovisionamiento de materiales?
9. ¿ Se pueden definir tiempos de inactividad de equipos? ¿ A qué nivel?, En qué forma se registran estos datos ?
10. ¿ Se puede realizar un seguimiento de la ubicación de los equipos móviles?
11. ¿ Se puede definir la “criticidad” (prioridad) de cada equipo? ¿ De qué forma?
12. ¿ Qué información contable se maneja para cada equipo? ¿ Se puede registrar los costos de mantenimiento de un equipo en particular? ¿ Hay alguna relación con el sistema de activo fijo?
13. ¿ Se pueden especificar para un equipo las necesidades especiales de capacitación?

### C.7.2. Mantenimiento preventivo y centrado en la condición

1. ¿ Se puede definir un programa de mantenimiento preventivo y predictivo para un equipo?, ¿ Qué datos se especifican para cada programa de mantenimiento preventivo y predictivo?
2. ¿ Cómo se generan las órdenes de trabajo para el mantenimiento preventivo y predictivo?
3. ¿ Cómo maneja el concepto de frecuencia de los mantenimientos preventivo y predictivo?
4. ¿ Permite el enlace con software específico para mantenimiento predictivo? ¿ Requiere modificaciones?
5. ¿ Cómo se registran los resultados de un programa de mantenimiento preventivo o predictivo?

---

<sup>1</sup>de la revista del mantenimiento

### C.7.3. Planeamiento de las ordenes de trabajo

1. ¿ Se pueden definir procedimientos de trabajo? ¿ De qué forma se maneja esta opción? ¿ Qué tipo de información se define en cada procedimiento?
2. ¿ Un procedimiento de trabajo puede guardarse para ser reutilizado (procedimientos de trabajo estándar)?
3. ¿ Para cada procedimiento de trabajo se pueden definir los recursos necesarios (materiales, mano de obra, herramientas, contratistas, tiempos de operación, etc.) ?, ¿ Se mantiene algún registro de los recursos disponibles?, ¿ Se puede establecer el costo unitario de los recursos?
4. ¿ Hay alguna manera de registrar todas las normas de seguridad, medio ambiente e higiene requeridas para la ejecución del procedimiento de trabajo?
5. ¿ Se puede calcular el costo de cada procedimiento de trabajo? ¿ Con qué nivel de detalle?
6. ¿ El programa genera reserva de recursos?, ¿ Se puede conocer la disponibilidad de recursos para un período?
7. ¿ Se genera un programa de trabajo? ¿ Cómo se visualiza? ¿ Qué tipo de información contiene ?
8. ¿ El cálculo del programa es manual o automático? ¿ En el cálculo se tiene en cuenta la disponibilidad de recursos? ¿ Se realiza la nivelación de recursos?
9. ¿ Qué criterio se utiliza para la priorización de las órdenes en el programa?
10. ¿ Permite generar requerimientos de compra?
11. ¿ Se puede modificar un programa vigente?
12. ¿ El planeamiento tiene en cuenta el concepto de unidad de mantenimiento? ¿ Cómo funciona esto?
13. ¿ Permite visualizar la disponibilidad de equipos y recursos en el tiempo?

### C.7.4. Administración de las ordenes de trabajo

1. ¿ Los usuarios pueden registrar los pedidos de trabajo en el sistema? ¿ Qué información pueden registrar?
2. ¿ Hay posibilidad de que el usuario preclasifique los pedidos de trabajo según el tipo de pedido (emergencia, correctivo, preventivo, etc.)?
3. ¿ Se puede llevar un registro de todos los pedidos hechos al área de mantenimiento?
4. ¿ El sistema soporta tareas de emergencia? ¿ Cómo realiza este proceso?
5. ¿ Se puede realizar un seguimiento de las órdenes de trabajo desde la emisión, planificación,
6. ¿ Se pueden transferir los datos de las órdenes de trabajo cumplidas a un archivo histórico?
7. ¿ Se pueden obtener los costos insumidos por la orden de trabajo?
8. ¿ Al completar una orden de trabajo, se puede registrar el consumo/devolución de ítems de inventario?, ¿ Cómo se resuelve la imputación contable de los consumos/ devoluciones ?
9. ¿ Se puede modificar la imputación contable a nivel de orden de trabajo? ¿ De donde se extrae este dato?
10. ¿ Cómo se realiza el registro de novedades (recursos, trabajos) en una orden de trabajo ?
11. ¿ Se pueden calcular índices de cumplimiento de un programa? ( Ej.: órdenes programadas a Fin de período vs cantidad de órdenes cumplidas.)

12. ¿ Se puede calcular el porcentaje de cumplimiento de las órdenes teniendo en cuenta el tipo de orden (correctivo, preventiva, etc.)?
13. ¿ Se puede registrar la evaluación del proveedor? ¿ De qué forma?

### **C.7.5. Administración de proyectos y paradas de planta**

1. ¿ Hay algún módulo para manejar el planeamiento y el análisis de los proyectos? ¿ Cómo funciona? ¿ Qué técnicas utiliza?
2. ¿ Se puede 'linkear o interfacear' el planeamiento con Microsoft Project?

### **C.7.6. Información general**

1. ¿ El paquete tiene la posibilidad de manejar dos monedas? (Peso y Dólar por ejemplo)
2. ¿ Permite el registro de personal propio y/o de terceros?
3. ¿ Qué información genera para la contabilidad?
4. ¿ De qué bases de datos genera información histórica y/o acumulada?
5. ¿ Indique sobre que eventos o entidades se puede obtener información de costos?, ¿Qué tipo de relaciones se pueden establecer?
6. ¿ Permite definir causas por detenciones?

### **C.7.7. Informes de gestión**

1. ¿ Qué informes genera el sistema?
2. ¿ Los informes incluyen facilidades gráficas?

### **C.7.8. Hardware y software de base**

1. Plataforma del paquete
2. Requerimientos de hardware (periféricos, memoria principal y secundaria. etc. )
3. Recomendación de hardware (marcas y modelos)
4. ¿ Se requiere hardware adicional para soportar un crecimiento o cambio en el volumen de datos? Podría especificar la relación volumen de datos vs. requerimientos de hardware.
5. ¿ El paquete puede correr bajo el sistema operativo utilizado por nuestra compañía o requiere modificaciones?
6. ¿ El paquete puede vincularse apropiadamente con los sistemas actualmente instalados y con la base de datos?
7. ¿ Se necesita algún paquete de software o utilidad especial para que el paquete pueda operar?

### C.7.9. Consideraciones técnicas

1. ¿ Qué tecnología utiliza su producto?
2. ¿ Se entregan los programas fuentes?
3. ¿ El lenguaje fuente es un lenguaje standard, o ha sido alterado para acomodar el paquete?
4. ¿ El lenguaje fuente utilizado es de una versión actualizada?. De no ser así, ¿Cuál es la versión que utiliza?
5. ¿ Qué mecanismos de control interno y pistas de auditoria provee?
6. ¿ Qué facilidades de protección de archivos y seguridad de datos tiene?
7. ¿ Los informes son claros y comprensivos?,¿Pueden ser “customizados“?, ¿ Hay ejemplos en los manuales de usuarios?
8. ¿ Las pantallas son fáciles de usar (“user friendly“)? ¿ Hay ejemplos en los manuales de usuarios? ¿ Son en castellano?
9. ¿ Los procedimientos de backup y recovery pueden validarse?
10. ¿ Se dispone de ayuda on-line? ¿ Es en castellano? ¿ Puede ser “customizada“? ¿ Es sensitiva al contexto?

### C.7.10. Performance

1. ¿ Cuales son las características de performance del paquete (tiempos de respuestas, backup, recovery y mantenimiento de archivos)?
2. ¿ Puede realizarse un test “ Benchmark” en una máquina donde correría el paquete?
3. ¿ Qué factores de procesamiento tienen el mayor impacto en la performance: del paquete?

### C.7.11. Flexibilidad

1. ¿ Las longitudes de los registros y las capacidades de los archivos son fácilmente expandibles?. Si es así, ¿ Cómo se hace esto?
2. ¿ El paquete viene con un generador de reportes o alguna herramienta de desarrollo para customizaciones? ¿ Cómo trabajan estas facilidades y cómo impactan en el paquete y su operatoria?
3. ¿ El producto esta dividido en módulos?, ¿ Qué dependencia tienen entre sí?
4. ¿ Qué restricciones específicas tiene asociadas el paquete?

### C.7.12. Consideraciones de implementación

1. ¿ Cuántos días requiere la implantación?
2. ¿ Cuántas personas de su staff participan en la implantación? ¿Cuál es el rol de cada una de estas personas?
3. ¿ Qué cantidad de usuarios y personal de sistemas de nuestra empresa será afectado al proceso de implantación?,¿ Qué tipo de orientación o entrenamiento necesitarán?, ¿ Cuánto tiempo lleva el entrenamiento?
4. ¿ Usted recomienda algún procedimiento para el proceso de implantación y conversión?
5. Según su experiencia, ¿Cuál es la causa principal para no alcanzar una exitosa implantación?

### C.7.13. Documentación

1. ¿ La documentación incluye los siguientes puntos? manuales de usuarios y manuales operativos, narración descriptiva del paquete completo, narración descriptivas de las funciones del paquete, flowcharts del sistema, diseño de la estructura de datos, instrucciones de recovery.
2. ¿ Con qué frecuencia se envía la documentación de los upgrades?
3. ¿ La documentación está disponible en soporte magnético?

### C.7.14. Soporte

1. ¿ Cuántos años hace que usted representa al producto?
2. ¿ Cuántas oficinas tiene su empresa y donde están ubicadas?
3. ¿Cuál es el número exacto de personas de su empresa que dan soporte y que características tienen?, ¿ Solamente están capacitados para dar entrenamiento y no para resolver aspectos técnicos, o vice versa?, ¿ Si necesita asistir el producto técnicamente, su staff esta capacitado para brindar soporte? ¿ A qué nivel?
4. ¿ En qué forma realiza el soporte del producto (personal, telefónica, otras)?
5. ¿Cuál es la ubicación física de la oficina o persona de su staff que va a estar afectada al soporte de nuestra compañía?, ¿ Hay una HOT -LINE con esta oficina o persona? ¿ Durante que horario?
6. ¿ Usted envía los upgrades tan pronto como están disponibles?, ¿Cuál fue la fecha de su último upgrade?
7. ¿ Hay grupos de usuarios para este paquete?. En caso afirmativo, ¿ Usted atiende sus recomendaciones?

### C.7.15. Antecedentes y estrategias del producto

1. ¿ Cuándo, dónde, por quién y para quién fue desarrollado originalmente el paquete?
2. ¿ Su producto apareció alguna vez en alguna publicación importante?
3. ¿ Podría dar los nombres de cinco empresas que tienen el software instalado?
4. ¿ Cuántos clientes, en Chile, tienen en total y cuantos de ellos aún no tienen el paquete totalmente instalado? ¿Cuál es el motivo principal por el cual aún no tienen el producto instalado?
5. ¿ En base a la función de la empresa que su producto atiende, cual ha sido el cambio o requerimiento más importante y cómo impactó en el software? ¿ Cual considera que será el próximo cambio?
6. ¿ Podría dar una lista de los problemas o defectos que tiene el Paquete en este momento?, ¿ Cómo se informa a los clientes sobre estos Problemas?
7. ¿ Cada cuanto se hacen upgrades o releases?

### C.7.16. Aspectos financieros

1. Costo directo del paquete.
2. Costo de las modificaciones para satisfacer los requerimientos funcionales
3. Costo de desarrollar las interfaces
4. Costo de entrenar usuarios y personal de sistemas
5. Costo de instalación y testeo del paquete

6. Costo de soporte continuo (detallar prestaciones incluidas)
7. Costo de opciones extra
8. Costo adicional de entrenamiento y consultorio
9. Costo de upgrades

### **C.7.17. Condiciones contractuales**

1. ¿Cuáles son los términos específicos del contrato ? ¿ Que opciones están incluidas y cuales no?
2. ¿Cuáles son las condiciones para el uso de licencias?
3. ¿Qué tipo de garantía tiene el producto? (compromiso para diagnosticar y resolver errores, etc.)
4. ¿Hay algún tipo de. descuento para múltiples instalaciones dentro de la misma compañía?
5. ¿Hay un período de prueba para el paquete? Especificar costo y condiciones
6. Si es un producto extranjero, defina claramente cuáles el nivel de responsabilidad de su firma y cuál la del fabricante.

## **C.8. Lecturas interesantes**

Apolloni et al. [9] presentan una implementación de un modulo de gestión de mantenimiento correctivo y repuestos en el ERP SAP.



# Bibliografía

- [1] Varios, *Pratique de la Maintenance Industrielle*. Dunod, 1998.
- [2] Hawkins, J. *Improving Reliability of Chemical Processing Facilities*, Hydrocarbon Processing, October 2002, 43–49. [\[bajar\]](#)
- [3] Reilly, M., *Design of Computerized Maintenance Management System for Radionuclide Monitoring*, Thesis, University of Virginia, April 2001. [\[bajar\]](#)
- [4] Hipkin, I., *Knowledge and IS implementation: case studies in physical asset management*, International Journal of Operations & Production Management, 21(10),1358-1380,2001. [\[bajar\]](#)
- [5] Bohn,R.E., *Measuring and Managing Technological Knowledge*, Sloan Management Review, 61-72, fall 1994. [\[bajar\]](#)
- [6] *Presenting your case to top management: guidelines for cost justifying CMMSs and other systems*, Plant Services, Oct, 1993.
- [7] Nikolopoulos K, Metaxiotis K, Lekatis N, et al. *Integrating industrial maintenance strategy into ERP*, Industrial management & data systems, 103(3-4), 184-191, 2003. [\[bajar\]](#)
- [8] Swanson, L., *An information-processing model of maintenance management*, Int. J. Production Economics, 83, 45-64, 2003. [\[bajar\]](#)
- [9] S. Apolloni, M. Lando, M.M. Savino, *Failure-Based Maintenance Organisation through ERP Software Evolution*, Hawaii International Conference on Business, Honolulu, Hawaii, June 18 -21, 2003. [\[bajar\]](#)
- [10] R.D. Banker, S.M. Datar, C.F. Kemerer, *A model to evaluate variables impacting the productivity of software maintenance projects*, Management Science, (37)1, 1–18, 1991.
- [11] E. Burton Swanson, *IS maintainability: should it reduce the maintenance effort?*, Proceedings of the 1999 ACM SIGCPR conference on Computer personnel research, 164-173, April 08-10, 1999, New Orleans, Louisiana.
- [12] R.D. Banker , S.M. Datar , C.F. Kemerer , D. Zweig, *Software complexity and maintenance costs*, Communications of the ACM, 36(11), 81-94, 1993.
- [13] J. Heales, *Factors affecting information system volatility*, Proceedings of the twenty first international conference on Information systems, 70-83, December 2000, Brisbane, Queensland, Australia.
- [14] T. Chan , S.L. Chung , T.H. Ho, *An Economic Model to Estimate Software Rewriting and Replacement Times*, IEEE Transactions on Software Engineering, 22(8), 580-598, 1996.
- [15] D.L. Nazareth , M.A. Rothenberger, *Assessing the cost-effectiveness of software reuse: a model for planned reuse*, Journal of Systems and Software, 73(2), 245-255, 2004.
- [16] K.D. Maxwell , L. Van Wassenhove , S. Dutta, *Software Development Productivity of European Space, Military, and Industrial Applications*, IEEE Transactions on Software Engineering, 22(10), 706-718, 1996.

- [17] K. Strike , K. El-Emam , N. Madhavji, *Software Cost Estimation with Incomplete Data*, IEEE Transactions on Software Engineering, 27(10), 890-908, 2001.
- [18] Pui Ng, Guy G. Gable, Taizan Chan, *An ERP-client benefit-oriented maintenance taxonomy Celeste See*, Journal of Systems and Software, 64(2), 2002.
- [19] Labib, A.W., *World-class maintenance using a computerised maintenance management system*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 4(1), 66-75, 1998. [\[bajar\]](#)

## Apéndice D

# Overhaul óptimo con programación dinámica y horizonte de tiempo infinito

### D.1. Introducción

El problema aquí es muy similar al de la §24.2, excepto que se desea determinar una estrategia de mantenimiento sobre un periodo largo de tiempo que minimice el costo total esperado por unidad de tiempo, en vez de sobre  $n$  periodos a venir.

### D.2. Descripción del modelo

1. Los parámetros  $i, j, a, p_{ij}^a, C_{ij}^a$  y  $n$  se definen de la misma manera que en la sección anterior
2. El objetivo es determinar la estrategia de overhaul/reparar/reemplazar que minimice el costo total esperado asociado con estas acciones, y sus consecuencia sobre la producción, sobre un periodo largo de tiempo. Se desea minimizar el costo total esperado por unidad de tiempo.

Sea  $f_n(i)$  el costo total esperado para los próximos  $n$  periodos de tiempo cuando  $n \rightarrow \infty$ ,

$$f_n(i) \rightarrow nq + v(i)$$

donde  $q$  puede ser interpretada como el costo promedio por periodo en el largo plazo y  $v(i)$  es el costo que depende del estado del equipo al inicio de su operación, ósea,  $f_n(i)$  ha sido descompuesto en dos partes, una parte estacionaria  $nq$  y una parte transiente  $v(i)$  que depende del estado al inicio.

Para un  $n$  suficientemente largo (siguiendo la ecuación 24.2),

$$\begin{aligned} f_n(i) &= \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N f_{n-1}(j) \cdot p_{ij}^a \right) \\ &= nq + v(i) \end{aligned}$$

Ahora,

$$f_{n-1}(j) = (n-1)q + v(j)$$

y por tanto

$$nq + v(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N (n-1)q \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N v(j) \cdot p_{ij}^a \right)$$

Condición al inicio del periodo	Decisión	Condición al final del periodo		Costo Esperado
		$p_{ij}^a(g)$	$p_{ij}^a(f)$	$\sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a$
$g$	Overhaul	0,75	0,25	450
	Reemplazo	0,95	0,05	550
$f$	Reparar	0,60	0,40	500
	Reemplazo	0,95	0,05	550

Cuadro D.1: Datos del ejemplo

considerando que

$$\sum_{j=1}^N p_{ij}^a = 1$$

y simplificando:

$$q + v(i) = \min_a \left( \sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N v(j) \cdot p_{ij}^a \right) \quad (\text{D.1})$$

La expresión (D.1) es un sistema de ecuaciones con  $N$  ecuaciones y  $N + 1$  incógnitas (Los  $N$   $v(i)$  y  $q$ ).

El algoritmo de solución propuesto es:

1. Seleccionar alguna estrategia arbitraria inicial,
2. Si hay  $N$  posibles estados para el equipo, tomar  $v(N) = 0$
3. Resolver el sistema (D.1) para obtener  $q$  y los valores  $v(i)$
4. Para cada condición  $i$ , y usando los valores  $v(i)$  de la iteración actual, encontrar la alternativa  $a$  que minimiza

$$\sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N v(j) \cdot p_{ij}^a$$

5. Usando la estrategia obtenida en (4) repetir el paso (3) hasta que converger a la estrategia óptima. Esto se logra cuando  $q$  es minimizado y cuando las estrategias entre 2 iteraciones son iguales.

### D.3. Ejemplo

Considerando los datos del ejemplo anterior, la tabla (D.1) entrega los valores relevantes. Se desea determinar la estrategia óptima de mantenimiento y el costo promedio por periodo en el largo plazo.

Siguiendo el procedimiento,

1. Seleccionar alguna estrategia, por ejemplo
  - Si el equipo está en el estado  $g$  al comienzo del periodo entonces reemplazar
  - Si el equipo está en el estado  $f$  al comienzo del periodo entonces reemplazar
2. Si hay  $N$  posibles estados para el equipo, tomar  $v(N) = 0$ 
  - En nuestro caso hay dos estados:  $g$  o  $f$ . Sea

$$v(f) = 0$$

3. Resolver el sistema (D.1) para obtener  $q$  y los valores  $v(i)$

- Para los valores dados,

$$q + v(g) = 550 + 0,95v(g) + 0,05v(f)$$

$$q + v(f) = 550 + 0,95v(g) + 0,05v(f)$$

Sustituyendo

$$q + 0,05v(g) = 550$$

$$q - 0,95v(g) = 550$$

Reescrito en la forma  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

$$\begin{bmatrix} 0,05 & 1 \\ -0,95 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v(g) \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 550 \\ 550 \end{Bmatrix}$$

En Matlab:

```
>>A=[.05 1;-0.95 1];
```

```
>>b=[550;550];
```

```
>>x=inv(A)*b
```

```
x=
```

```
0
```

```
550
```

O sea

$$\begin{Bmatrix} v(g) \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 550 \end{Bmatrix}$$

4. Para cada condición  $i$ , y usando los valores  $v(i)$  de la iteración actual, encontrar la alternativa  $a$  que minimiza

$$\sum_{j=1}^N C_{ij}^a \cdot p_{ij}^a + \sum_{j=1}^N v(j) \cdot p_{ij}^a \quad (\text{D.2})$$

- Si el estado es  $g$ , (D.2) es

$$\min \begin{pmatrix} 450 + 0,75 \cdot 0 + 0,25 \cdot 0 \\ 550 + 0,95 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} overhaul \\ reemplazo \end{matrix}$$

$$\min \begin{pmatrix} 450 \\ 550 \end{pmatrix} \begin{matrix} overhaul \\ reemplazo \end{matrix}$$

- Si el estado es  $f$ , (D.2) es

$$\min \begin{pmatrix} 500 + 0,6 \cdot 0 + 0,4 \cdot 0 \\ 550 + 0,95 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} reparar \\ reemplazo \end{matrix}$$

$$\min \begin{pmatrix} 500 \\ 550 \end{pmatrix} \begin{matrix} reparar \\ reemplazo \end{matrix}$$

- Por tanto, al final de la primera iteración la nueva política es

- Si el equipo está en el estado  $g$  al comienzo del periodo entonces overhaul
- Si el equipo está en el estado  $f$  al comienzo del periodo entonces reparar

5. Usando la estrategia obtenida en (4) repetir el paso (3) hasta que converger a la estrategia óptima. Esto se logra cuando  $g$  es minimizado y cuando las estrategias entre 2 iteraciones son iguales.

- Para los valores dados,

$$q + v(g) = 450 + 0,75v(g) + 0,35v(f)$$

$$q + v(f) = 500 + 0,6v(g) + 0,4v(f)$$

Substituyendo

$$q + 0,25v(g) = 450$$

$$q - 0,6v(g) = 500$$

Reescrito en la forma  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

$$\begin{bmatrix} 0,25 & 1 \\ -0,6 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v(g) \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 450 \\ 500 \end{Bmatrix}$$

Resolviendo

$$v(g) = -58,8$$

$$q = 464,8$$

6. Para cada condición encontrar la mejor alternativa usando los valores  $v(g)$  y  $q$  obtenidos en el paso previo, usando (D.2).

- Si el estado es  $g$ , (D.2) es

$$\min \begin{pmatrix} 450 + 0,75 \cdot (-58,8) + 0,25 \cdot 0 \\ 550 + 0,95(-58,8) + 0,05 \cdot 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} overhaul \\ reemplazo \end{matrix}$$

$$\min \begin{pmatrix} 405,9 \\ 494,1 \end{pmatrix} \begin{matrix} overhaul \\ reemplazo \end{matrix}$$

- Si el estado es  $f$ , (D.2) es

$$\min \begin{pmatrix} 500 + 0,5 \cdot (-58,8) + 0,4 \cdot 0 \\ 550 + 0,95(-58,8) + 0,05 \cdot 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} reparar \\ reemplazo \end{matrix}$$

$$\min \begin{pmatrix} 464,7 \\ 494,1 \end{pmatrix} \begin{matrix} reparar \\ reemplazo \end{matrix}$$

- Por lo tanto, al final de la segunda iteración la nueva estrategia es:
- Si el equipo está en el estado  $g$  al comienzo del periodo entonces overhaul
  - Si el equipo está en el estado  $f$  al comienzo del periodo entonces reparar
- Entonces la decisión óptima ha sido obtenida dada la convergencia. El costo promedio es de 464.7.

Iteración	Decisión	
	$g$	$f$
0	reparar	reparar
1	overhaul	reparar
2	overhaul	reparar

Cuadro D.2: Decisiones vs iteraciones

**Observación 190** Si el horizonte de análisis es finito es mejor utilizar el método presentado en §24.2 sobre el numero de periodos sobre los cuales se requiere que el equipo opere.

# Bibliografía

- [1] A.K.S. Jardine. *Maintenance, Replacement and Reliability*. Ch.6, Pitman Publishing, 1973.
- [2] H. Taha, *Investigación de Operaciones, una introducción*, 6ta ed., Prentice Hall, 1998.



## Apéndice E

# Guía para búsquedas bibliográficas

### E.1. Introducción

Desde antes de la memoria, y luego del grado (en calidad de ingeniero de investigación o de diseño/desarrollo) es usual la necesidad de realizar estudios bibliográficos para conocer el estado del arte sobre un tema, para resolver eficientemente un problema planteado. Debido al dinamismo de la sociedad actual, es más común encontrar la información más actualizada no en libros, sino en revistas y journals. Ello implica buscar en diferentes fuentes, y con diferentes técnicas. Clasificaremos las etapas de una búsqueda en:

- Búsqueda inicial;
- Búsqueda sistemática;
- Expansión hacia el pasado;
- Expansión al futuro.

### E.2. Búsqueda inicial

Antes de realizar un búsqueda sistemática, es conveniente tantear el terreno y establecer la estrategia de búsqueda más conveniente. Para ello, se utilizan diversas fuentes:

- Preguntar a académicos o especialistas acerca de literatura reciente sobre el tema en estudio, con la esperanza de encontrar un libro o un artículo que ayude a identificar la *comunidad científica* o las conferencias que tratan el problema.
- Buscar en catálogos (digitales o de biblioteca) o via internet,
  - <http://www.library.okstate.edu/liblink.htm>
  - <http://www.wkap.nl>
  - <http://www.crcpress.com>
- catálogos de proveedores de libros y librerías virtuales tales como
  - <http://scholar.google.com>
  - <http://www.amazon.com>
  - <http://bookshop.blackwell.co.uk>
- Revisar listas de journals y listas bibliográficas, con ello se identifican los *keywords*, autores, journals más idóneos o recurrentes para el problema:
  - <http://www.isinet.com/isi/journals/index.html>

- Revisar la bibliografía en textos, artículos del tipo *review*, o journals tales como *Applied Mechanics Review*.
- Revisar los *tables of contents* de journals recientes en el area de estudio general más apropiada.

Al terminar la búsqueda inicial, debe:

- haber encontrado algunos artículos interesantes;
- estar familiarizado con *keywords* y autores recurrentes que faciliten la búsqueda.

### E.3. Búsqueda sistemática

La búsqueda inicial requiere procesar bastante información, pues la clasificación del material en temas específicos es bastante larga. El proximo paso es concentrarse en términos específicos, keywords, autores y/o journals.

Desde los años '70 es posible hacer búsquedas en bases de datos bibliográficas (por ejemplo, *Compendex*, <http://ei.telebase.com/m/cpx.htm>). Compendex está disponible en internet a los subscriptores de *Engineering Information Village* (<http://www.ei.org>). Actualmente (Mayo 2003) la Universidad de Chile tiene un convenio con la base EBSCO (<http://www.uchile.cl/bibliotecas/basesdatos/ebSCO/index.html>). Ahí es posible encontrar muchos papers recientes en formato pdf. Encontrar los términos adecuados para la búsqueda es un proceso de ensayo y error. El motor de la base de datos mantiene un diccionario de todos los posibles keywords. Se debe averiguar si es posible utilizar wildcards tales como asteriscos o signos de interrogación lo que permite terminaciones alternativas para las palabra de búsqueda. En esta forma se evita la no selección de un artículo simplemente por que la palabra está en plural, por ejemplo.

Si se utiliza una sola palabra como keyword, en general se obtendrán demasiados aciertos en la búsqueda. En tal caso, se debe refinar la búsqueda usando el comando Booleano AND.

La búsqueda inicial debe haberlo alertado respecto de que un mismo tema es tratado con diferentes keywords por cada grupo de investigación. En tal caso es conveniente utilizar el operador OR.

#### Ejemplo 159 (*vibrations OR whirling*) AND (*tubes OR arrays*)

Una vez desarrollada una frase de búsqueda adecuada, obtendrá una lista manejable de papers pertinentes. Al leer los títulos, la lista disminuirá; al bajar y leer los abstracts se reducirá aun mas.

Si la búsqueda es realizada desde la Universidad, muchos journals estarán presentes en la misma biblioteca. Otros artículos pueden ser obtenidos a través de convenios inter-bibliotecarios. Si se usa la Internet, los proveedores de bibliografía pueden enviar por email o fax con el pago de un honorario.

La búsqueda sistemática dará como resultado un lista importante de referencias; pero no incluirá papers *clásicos* pues pocas bases electrónicas incluyen referencias de antes de los '70; tampoco incluirá aquellos artículos que no han sido ingresados a la base aun.

### E.4. Expansión hacia atrás

Una vez obtenida una lista de artículos adecuados, se puede examinar su lista de referencias en busca de títulos prometedores, para continuar la búsqueda en artículos mas antiguos. Esta es la oportunidad para buscar los artículos clásicos en el tema, aquellos que establecieron los caminos de investigación actuales. Ellos también pueden encontrarse en la bibliografía de libros especializados y de monografías.

### E.5. Expansión hacia adelante

Una vez identificados los artículos adecuados de los pasos anteriores, es posible buscar los mejores y más modernos artículos en el tema a través de:

- Las listas de referencias reversas del *Science Citations Index-Citations Index* (<http://www.isinet.com>). Se debe buscar en artículos que incluyan la lista de referencias adecuadas. Dado que los artículos nuevos son listados solo por autor y journal, es necesario investigar en el *Science Citations Index-Author Index*.
- También es conveniente hacer una búsqueda en el *Science Citations Index-Author Index* de aquellos autores que han publicado artículos muy citados en el tema y que están la lista obtenida en pasos anteriores.

Solo al seguir los pasos anteriores se puede estar razonablemente seguro de haber localizado los artículos más importantes en un tema.

## E.6. Documentación de la búsqueda

Es importante mantener documentada la búsqueda de modo de no repetir el proceso en la medida que aparecen nuevas inquietudes. Se debe disponer de:

- Una lista de todos los artículos encontrados;
- Un resumen corto de los artículos mas pertinentes, aclarando si muestran nuevas teorías, experimentos, o simulaciones; y
- un resumen del estado del arte, con conclusiones, gráficos, formulas.

Lo anterior es fácil de lograr si para cada artículo se registra:

- autor;
- año;
- título;
- Journal o conferencia;
- numero, volumen;
- numeros de páginas;
- resumen.

Lo anterior es manejado comúnmente por la aplicación BibTeX, lo que permite al procesador L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X incluir fácilmente las referencias en sus documentos.

## E.7. Actualización

Para mantener actualizada su lista de referencias basta con:

- repetir la búsqueda con la frase ya utilizada y analizar las nuevas referencias;
- chequear la ultima *Science Citations Index-Citations Index* por nuevos artículos que citen las fuentes conocidas;
- chequear la ultima *Science Citations Index-Author Index* por nuevos artículos que citen los autores conocidos;
- chequear los journals relevantes por nuevos artículos (<http://www.isinet.com/isi/products/cc/ccconnect/cccsitewide/index.html>).

## E.8. Confección de informes, memorias y artículos

Una guía útil para la confección de informes y tesis puede ser Meyer'82[1]. Day'98[2] se especializa en el proceso para producir artículos para revistas indexadas.

## E.9. Lecturas recomendadas

En <http://www.uchile.cl/bibliotecas/servicios/referencias-bibliograficas.pdf> es posible encontrar una guía para citar trabajos de distintas fuentes en un formato standard.

# Bibliografía

- [1] Meyer, M., *The little, brown guide to writing research papers*, Boston, Mass. : Little, Brown and Company, 1982.
- [2] Day, R.A., *How to write and publish a Scientific paper*, 5th ed., Cambridge University Press, 1998.



## Apéndice F

# Guía para presentaciones orales

### F.1. Introducción

Hay muchas ocasiones en las cuales un profesional puede ser llamado a hablar. He aquí algunos ejemplos de situaciones comunes:

- Motivar a un equipo de trabajo respecto de un Plan de Calidad.
- Rendir un informe de avance a un jefe o, en una instancia más formal, a un cliente.
- Vender una idea o una proposición al comité de manejo de presupuesto o a un auspiciador.
- Presentar a un cliente un informe de avance o final de algún proyecto, peritaje o asesoría técnica.
- Y exponer en una sociedad técnica o en un congreso de la especialidad, frente a un gran conjunto de profesionales y de autoridades gubernamentales.

### F.2. Características Específicas de la Charla Técnica

La charla técnica tiene muchos aspectos en común con una presentación escrita, pero exhibe algunas características especiales:

- Los primeros minutos son cruciales para captar la atención de la audiencia. En ese lapso, quienes asisten pueden formarse muy rápidamente una impresión, favorable o desfavorable, del expositor.
- El nivel de entusiasmo del expositor es muy importante.
- Existe la posibilidad de usar profusamente las ayudas visuales.
- Es importante la influencia del tono, gestos, y miradas del expositor.
- Existe el factor “medio escénico”.
- A veces, puede haber una rápida retroalimentación por preguntas y por diálogo.
- El tiempo de exposición puede ser, o parecerle al expositor, muy breve. Este mismo tiempo podría parecerle excesivo a un auditor.

Un charlista avezado sabe que es necesario mantener un estrecho contacto con la audiencia, y sabe cómo lograrlo.

El ha aprendido que, de esta manera, puede llegar a comunicar de manera mucho más efectiva que en el caso de la palabra escrita, más fría y distante.

Por otra parte, en el caso de las presentaciones orales, la organización y la lógica de las exposiciones debe ser mayor que en el caso de las comunicaciones escritas.

En efecto, un auditor no tiene la oportunidad de volver a leer, como un lector, una página para clarificar un punto.

En caso de ser necesario, el expositor es quien normalmente debe percibir el interés de volver atrás sobre un punto, durante su charla.

Cabe destacar que en las comunicaciones orales existen muchas oportunidades de ruido.

### **F.3. Como preparar una charla técnica**

La experiencia indica que, preparando debidamente una es posible llegar a ser un expositor digno.

A continuación veremos algunas recomendaciones para la preparación de una buena charla.

Aplicando tales recomendaciones, es posible preparar una charla efectiva.

Si conocemos nuestro tema y las técnicas de cómo ofrecer una charla, y hemos practicado y contamos con apropiadas ayudas audiovisuales, ya tenemos todo bajo control.

#### **F.3.1. Objetivo de la Charla y Tipo de Audiencia**

Cualquiera sea el tipo de charla, Usted debe conocer el propósito de la misma y tener una buena idea de quien asistirá a su presentación. Esta información es vital si Usted quiere preparar una charla efectiva.

#### **F.3.2. Preparación**

La preparación y la exposición del charlista, la sala dónde se dicta la charla y la calidad de las ayudas visuales, pueden contribuir significativamente al proceso de comunicación oral.

La forma -más apropiada de preparar una charla, es pensar planificar cada detalle de ella. Todos podemos hacerlo.

Incluso se puede llegar a tener un plan esquemático escrito un completo texto de la charla.

Sin embargo, es preferible efectuar la charla teniendo en la mente o en la mano, ese plan o bien un punteo prepara o partir del mencionado texto.

Este tipo de presentación permite establecer un contacto mas estrecho y natural con la audiencia y es mucho más verosímil que aquel en el cual un charlista simplemente lee un texto.

Desarrolle el material de su charla en términos del interés d la audiencia.

Organícela sobre la base de pensamientos, de idea en idea, más bien que de palabra en palabra. Usted podría usar tarjeta con los títulos de sus ideas, en secuencia.

En la preparación de su charla, escriba primero sus conclusiones. Esto facilitará, durante la preparación de ella, ir a través del material que tiene y seleccionar sólo los elementos de información que apoyan las conclusiones.

Tales conclusiones deben satisfacer los objetivos planteados.

#### **F.3.3. Abusos en la jerga técnica**

Evite cuidadosamente los abusos en modismos especializados y de uso local: Esto no incluye los términos propiamente científicos y técnicos de conocimiento general. Cuide de definir los nuevos términos que debe utilizar.

#### **F.3.4. Inicio y término**

Al ofrecer la charla, si Usted no es presentado formalmente por otra persona, Usted debe dar su nombre y los nombres de lo miembros del equipo.

Luego de señalar el título y mencionar a los eventuales coautores de su trabajo, inicie su charla explicando los motivo y objetivos del tema a exponer. En ciertos casos también deberá referirse a los patrocinadores del trabajo.

Usted podrá querer memorizar la introducción y las conclusiones. Es bien aceptado que el título, autores, plan general de la charla y objetivos, sean leídos desde una pantalla. Esto le ayudará a partir, entrar en calor y ganar-confianza. (También se pueden leer las conclusiones).

Antes de concluir su presentación, haga un sumario de lo principales puntos y exponga sus conclusiones y recomendaciones.

De esta manera, la audiencia no tendrá dudas acerca del mensaje que usted deseaba proporcionar.

### **F.3.5. Restricciones de tiempo**

Respete absolutamente el tiempo fijado para su charla, de modo de dar ocasión a las preguntas y evitar la animosidad de los organizadores y el público. Si hay interés y tiempo para prolongar su charla, se lo dirán.

Al comenzar la charla, anote el tiempo de inicio y de término en un lugar donde sea fácil consultar estos datos.

Exceder su tiempo fijado de exposición puede ser una efectiva falta de respeto hacia la audiencia o los organizadores. Además, es un indicio de un abuso por mala preparación de la charla.

### **F.3.6. Contacto visual y auditivo**

Usted debe hablar suficientemente alto como para ser oído. Para un gran grupo, usted requerirá un micrófono.

Evite hablar dando la espalda a la audiencia; por ejemplo, no hable mientras escribe en un pizarrón.

Preocúpese de proyectar su mensaje de manera calmada con confianza en sí mismo, pero no llegue a un estilo agresivo que provocará tendencias adversas en la audiencia.

Cada vez que sea posible, evite hablar en la oscuridad; la audiencia podría dormirse o ponerse a roncar.

Mantenga un contacto visual con la audiencia, lo cual es un importante factor de retroalimentación en el ciclo de la comunicación.

### **F.3.7. Elementos distractores**

Evite provocar distracciones molestas, tales como jugar con las monedas de sus bolsillo o caminar impacientemente en la plataforma del expositor.

Las muletillas “digamos” que son otra forma de ruido.

### **F.3.8. Chistes y anécdotas**

Respecto de los chistes y anécdotas, inclúyalos sólo si es muy bueno para ello. Si no lo es, ni los considere. Sea muy cuidadoso al emplearlos en una charla muy formal.

### **F.3.9. Práctica previa**

La principal razón por la cual una charla técnica puede ser mala, es por la falta de preparación, muchas veces de la exposición misma.

Es raro el individuo que es capaz de dar una excelente charla sin practicar, a menos que tenga mucha experiencia.

Una vez que Usted sabe y ha preparado lo que quiere decir, cómo y en qué orden, la etapa siguiente es la práctica individual en voz alta, en una habitación vacía.

Ello le permitirá fijar los pensamientos en su mente y verificar la duración.

Si ello fuera posible, grave su Práctica, en cintas de video o audio, y analice su presentación.

Luego de haber hecho las modificaciones necesarias, ofrezca su charla frente a una pequeña audiencia informal, ojalá en misma sala donde será la charla definitiva.

Use las mismas ayudas visuales que usará en la charla definitiva.

El propósito de esta preparación es ayudarlo a resolver cualquier problema de expresión, organización o de tiempo.

Después de la charla informal, debería haber una crítica por parte de la audiencia y de Usted mismo.

## Lecciones

Aplicando el procedimiento anterior Usted estará consciente de:

- muletillas y otros hábitos distractores
- palabras mal empleadas
- modulación incorrecta (comerse sílabas, letras mal pronunciadas, etc.)
- algunas ideas mal expuestas que le llevan a repeticiones también confusas. Y que le hacen perder su temple y tiempo disponible
- lo importante no ha sido suficientemente destacado porque Usted se ha enredado en una maraña de detalles
- la duración efectiva de su charla
- etc.

Entonces la charla debe ser vuelta a poner a punto y re tantas veces como sea necesario hasta que Usted lo haga bien.

### F.3.10. Preguntas

Las preguntas, especialmente aquellas que siguen a una charla son una parte fundamental del proceso de comunicación oral; ellas muestran que la audiencia está interesada en lo que ha escuchado

Para un charlista novato, las interrupciones en forma de preguntas durante la charla pueden ser una complicación. La participación del auditorio hace más cálida y activa la presentación, pero podrían desordenarla y restar tiempo al periodo disponible.

Las preguntas que se hacen durante las charlas, a veces corresponden a temas que se tratarán algo después de dar curso a ella. En tal caso se puede dar inmediatamente una respuesta muy breve e indicar que el punto será tratado en algunos minutos.

Si la respuesta a una pregunta hecha durante la charla no estaba programada para la charla misma, a veces puede ofrecer una respuesta para el período de preguntas, al final de la exposición.

Inmediatamente anote en el pizarrón o en un papel un par de palabras claves que le recuerden la pregunta.

Escuche cuidadosamente cada pregunta hasta el final de ella.

Evite ser innecesariamente controversias y que quien consulta tenga la impresión de que Usted piensa que la pregunta es estúpida.

Nunca se disculpe por lo inadecuado de sus resultados.

No prolongue las preguntas, al final de la charla, por un tiempo innecesario. Cuando el tiempo prefijado se termina o cuando el diálogo decae de nivel, levante la reunión.

## F.4. Charla para una conferencia

A continuación se expone el caso de una charla que se ofrece a un Conferencia de especialistas. Muchos aspectos de ella son aplicables a otros tipos de charlas, con adaptaciones juiciosas.

### F.4.1. Restricciones de tiempo, planificación

Puede ser un honor y/o un compromiso delicado el que a un se le solicite presentar los resultados de su trabajo en u congreso de la especialidad o en una sociedad de experto., Pero a Usted le sorprenderá saber que sólo puede disponer d 15 a 20 minutos para presentar su trabajo.

Esto significa que es necesario una excelente planificación.

### F.4.2. La Introducción

A menudo habrá un resumen de su charla en el anuncio de la reunión, o un texto impreso de los resúmenes disponibles en la sala inscripción de la reunión.

Sin embargo, es de su absoluta responsabilidad empezar su charla con una buena introducción, donde se explicará el alcance y objetivos de su exposición.

Ella también podrá referirse a la historia de los eventos que llevaron a realizar el trabajo que Usted presenta.

Cualquier coautor del trabajo debe ser mencionado y debe agradecerse a los auspiciadores de su trabajo o a quienes dieron una ayuda especial.

### F.4.3. Otras partes de la charla

Clásicamente, las partes (acápites) de una charla técnica son las siguientes, aunque ellas pueden tomar diversas denominaciones:

- Introducción
- Procedimiento
- Resultados (Desarrollo y resultados del del diseño)
- Discusión y conclusiones
- Investigaciones relacionadas en curso y futuras
- conclusiones finales. (Breves e importantes; contrastar

con los objetivos).

El contenido de las partes de una charla es similar al de sus liónimas de un Informe Técnico (ver Capítulo 2 de este apunte).

La charla debe concluir con un sumario que repita la información principal dada en el cuerpo de la charla. Un sabio esquema de una charla técnica es:

1. diga lo que va a decir
2. diga lo que hay que decir
3. diga lo que dijo.

(La anterior corresponde a la recomendación más importante de este capítulo).

## F.5. Ayudas visuales

### F.5.1. Importancia y selección

Excepto en las reuniones pequeñas, las ayudas visuales pueden hacer la diferencia entre una comunicación oral efectiva y una que no cumple su propósito.

La selección de los medios de ayuda visual dependen del tamaño y de la importancia de la audiencia, del número de veces que la charla sera ofrecida y de los recursos disponibles.

Las ayudas visuales no solo son importantes para transmitir un mensaje permitiendo que los receptores vean y oigan; ella también ayudan a reducir la tensión nerviosa (el ruido psicológico) de los charlistas inexpertos.

Hoy las ayudas más corrientes son transparencias y diapositivas. Todavía se usan pizarrones y papelógrafos. Y se van imponiendo técnicas como PowerPoint, donde las imágenes proyectas se preparan y manejan con un computador.

### F.5.2. Recomendaciones generales

El propósito principal de las ayudas visuales es apoyar mejor a la comunicación. Por ello, no tiene ningún sentido presentar un gráfico sin el apoyo de la comunicación oral.

Antes de considerar las técnicas de diapositivas, transparencias y papelógrafo, se verán en seguida reglas de sentido común para el uso de las ayudas visuales en las presentaciones técnicas.

Estas recomendaciones para el uso de ayudas audiovisuales son:

1. Limite el uso de transparencias, diapositivas o similares a no más de una por minuto.
2. Cada figura debe contener una idea solamente.
3. Tenga en cuenta que los gráficos que presentan más de tres curvas -o más de veinte- palabras o cifras, ya son demasiado complicados.
4. La primera imagen de la presentación debe indicar el título de su charla y los nombres y afiliación de los autores.
5. La segunda imagen corresponder a un breve esquema de su charla.
6. Una de las siguientes imágenes debe corresponder a los objetivos de la exposición.
7. La última imagen debe ser un resumen del mensaje que usted quiere comunicar.
8. Si usted necesita presentar una diapositiva más de una vez, a menudo es preferible utilizar una segunda copia de modo que el proyccionista no tenga que volver atrás.
9. Evite dejar en la pantalla una imagen que Usted haya terminado de discutir, cuando ya se ha involucrado en otro tema.

### F.5.3. Diapositivas

Las diapositivas preparadas a partir de un negativo de 35 mm, son una ayuda visual frecuentemente empleada para las presentaciones técnicas.

Las diapositivas requieren dibujos preparados profesionalmente. Una diapositiva aceptable para una charla técnica, normalmente no puede ser hecha por la simple reproducción de las figuras o tablas de un informe o libro.

Las escalas de las dimensiones y la densidad de la información encontrada en una página impresa, son inadecuadas para producir buenas diapositivas destinadas a una charla.

Las dimensiones útiles de una diapositiva estándar en posición horizontal, son 24 o 36 mm.

La figura a ser fotografiada para una diapositiva horizontal normalmente se la hace contenida en un rectángulo de unos 14 cm de alto por 21 cm de ancho.

Para determinar si la figura de 14 cm x 21 cm corresponderá a una diapositiva adecuadamente legible, vea a la primera desde una distancia de 2 m. Desde tal distancia el material se verá como él aparecería a alguien que observa la proyección sobre un telón de 1,5 m de ancho, desde una distancia de 10 m.

Para verificar si una diapositiva de 35 mm es legible, mírela a ojo desnudo desde una distancia de unos 30 cm.

Un error frecuente de las figuras a proyectar, es que las, le queden muy pequeñas como para ser leídas desde la imagen proyectada. Otro defecto común es el insuficiente espesor de las líneas de las figuras.

El uso de papel milimetrado con líneas finas, como también inclusión de datos complementados en el cuerpo del gráfico, es desaconsejado por su mal efecto visual y por la confusión que generan.

Muchas de las recomendaciones ya proporcionadas para la preparación de diapositivas, también se aplican a otras formas de proyección de figuras para ilustrar una charla.

#### **F.5.4. Transparencias**

Las transparencias son un sistema de ayuda visual muy flexible y apto para grupos pequeños y grandes.

Dado que ellas se pueden ver en una sala solo parcialmente oscurecida, permiten al expositor mantener contacto visual con la audiencia.

Ellas se pueden preparar rápidamente, ya sea a mano o por medio de un texto o ilustración fotocopiado. (Las diapositivas requieren de trabajo fotográfico).

En el caso de pequeños grupos, puede ser útil entregar a los asistentes, al inicio de la charla, fotocopias de lo proyectado.

Las transparencias no son tan buenas como las diapositivas para la presentación de fotografías.

### **F.6. Conclusiones**

Es parte del trabajo de un profesional comunicar su labor, convencer. Así son múltiples las ocasiones en las que debe ofrecer charlas.

Cuando se tiene ya claro qué decir, las recomendaciones de este capítulo, específicas para una charla, le ayudarán a cómo decir adecuadamente lo que hay que decir.

Estas recomendaciones se refieren al orden de la exposición, al control de los elementos que distraen y al buen uso de las técnicas de apoyo, como transparencias. Muchas recomendaciones para la preparación de un texto son también aplicables.

Para preparar su charla, debe conocer bien los objetivos de ella y el tipo de auditores que tendrá. También es importante conocer el local donde ofrecerá su charla y las instalaciones de éste.

Particularmente, tenga en cuenta que cómo inicia y como termina su charla son aspectos muy importantes. Esto corresponde a que deben quedar muy claros los objetivos y conclusiones.

Destaque lo esencial de su trabajo; evite que lo importa pueda quedar sepultado bajo una maraña de detalles o de una estructura inconexa.

Planificar su charla y luego, especialmente para el caso de novatos, practicar su exposición, son elementos claves para lograr una comunicación eficaz.



## Apéndice G

# Diseño instruccional del curso

En este anexo seguimos el esquema lógico propuesto por el modelo entregado en ref.[1]. Gracias a el daremos un enfoque sistémico y sistemático de la metodología de enseñanza-aprendizaje que utilizaremos en el curso.

### G.1. Análisis de necesidades

#### G.1.1. Análisis de destinatarios

Los alumnos están en su 5to año de carrera. Disponen de altos niveles de conocimiento en uso de software, han recibido instrucción en ramos afines al curso como son:

estadística, calculo, gestión de operaciones, optimización, resistencia de materiales, etc.

En general tienen una carga académica pesada, que manejan con diversos niveles de dificultad.

Las secciones son pequeñas, en promedio son de 15 personas. Ello facilita el desarrollo y evaluación de actividades individuales y grupales.

Se ha percibido un alto nivel de motivación hacia el uso de herramientas computacionales tales como el uso de hojas de calculo, lenguajes de programación genéricos, etc.; y su aplicación a la resolución de problemas del area de ingeniería. Se cree que ello puede ser explotado pedagógicamente para incrementar el aprendizaje autónomo.

Respecto a las habilidades de estudio, se percibe que prevalece el criterio del mínimo esfuerzo para lograr la aprobación del curso, excepto en lo que respecta al proyecto, que será descrito más adelante.

A la altura de la carrera en que es dictado, los alumnos ya han realizado 2 o 3 practicas de verano (un mes c/u), en donde se han enfrentado (al menos parcialmente) con la problemática que aparece en la gestión del mantenimiento. Ello es percibido como un elemento motivador importante.

En julio 2001 se realizó en la facultad un taller denominado *The Learning Factory*. En él se discutieron los nuevos enfoques que se deben dar a la enseñanza. En particular se invitó a un panel de ingenieros con puestos de mando en la industria nacional y se discutieron cuales eran las falencias más comunes de los ingenieros recién egresados y principalmente se mencionó (sin orden específico):

- Capacidad de trabajo en equipo
  - Aporte crítico constructivo al grupo
- Dominio del inglés o de una segunda lengua
- Actitud de aprendizaje continuo
- Capacidad de vender y defender sus ideas
- Capacidad de innovar

### G.1.2. Análisis de contexto

#### Contexto general

El curso ME57A es un curso obligatorio de la parte superior de la malla curricular de Ingeniería Mecánica. Se trata de un curso aislado, no forma parte de una línea de especialidad; sin embargo requiere de conocimiento previos de varios cursos anteriores: dado lo general del tema, el curso requiere de la integración de varios conocimientos transversales.

Se estima que aproximadamente un tercio de los ingenieros mecánicos trabajan en el área de la gestión del mantenimiento.

Cabe observar que el nivel general del mantenimiento es bajo, excepto en industrias del sector minero o aeronáutico.

El nivel de modelamiento de los procesos de toma de decisión es mínimo.

#### Infraestructura disponible

El curso dispone de las siguientes materiales:

- sala de seminarios con *data show*;
- sala de computación con 12 estaciones de trabajo;
- plataforma *U-cursos* muy similar a *WebCT* (foro, material, etc.)
- red de alta velocidad, promedio 50 Kb/s

#### Otros

Dada la cantidad de alumnos es relativamente fácil para el profesor contestar dudas por email.

Existe la posibilidad de financiar una o dos visitas a industrias por semestre. En la práctica, ello lleva a ciertos problemas logísticos (coordinar fecha, arriendo de vehículo con chofer, limitaciones de tiempo del profesor, etc.).

Existe buena disposición de parte de la industria para realizar charlas en la facultad. Nuevamente los problemas logísticos dificultan medianamente la implementación.

### G.1.3. Análisis de necesidades de formación

El curso está inserto dentro del programa obligatorio de la carrera. Afortunadamente, la facultad da amplia libertad para el académico en cuanto a lo que entrega en sus cursos. El proceso es evaluado a través de una encuesta académica realizada en forma anónima por los alumnos vía internet.

Siguiendo el *modelo de competencias*, se considera centrar el curso en el modelamiento de los procesos de decisión aplicados al mantenimiento como *contenido*. Sin embargo, también se aprovechará para incrementar *habilidades* tales como la presentación oral, el dominio del inglés. Se motivará desarrollo de *actitudes* tales como el aprendizaje autónomo, el liderazgo en el trabajo en equipo, el emprendimiento en la investigación bibliográfica, la proactividad en el proyecto, etc.

Siguiendo el modelo de la *psicología cognitiva*, se busca el desarrollo de conocimiento condicionales o estratégicos, a fin de poder adaptar los modelos presentados en el curso (y otros frutos de la investigación propia) a la realidad que pronto enfrentarán.

### G.1.4. Tecnología disponible

Como el curso ya ha sido dictado varias veces (por mí), he ido generando una serie de materiales que me parecieron adecuados:

- apuntes de clase en formato digital. Son de acceso público en la web
- Las clases presenciales son impartidas con presentaciones *powerpoint*. Las presentaciones también son de acceso público en la web.

- Varios modelos han sido implementados y están disponibles en la red. Los apuntes tienen hipervínculos hacia ellos. Ej: modelos en Excel, Matlab, Arena, Gams.

## G.2. Determinación de objetivos de aprendizaje

Los objetivos del curso, como se ha planteado, son de dos tipos: *cognoscitivos* y *afectivos*. Son cognoscitivos pues se adquieren conocimientos importantes respecto de su futuro quehacer; y son afectivos pues se busca un desarrollo actitudinal, a través del uso de una estrategia constructivista.

### G.2.1. Objetivos generales

El curso ME57a tiene por objetivos,

1. Que el alumno domine los conocimientos relevantes al proceso de toma de decisiones del mantenimiento y sea capaz de aplicarlos en situaciones reales;
2. Que el alumno desarrolle habilidades transversales que faciliten su desarrollo personal y profesional.

### G.2.2. Temas y objetivos específicos para objetivo 1

- El mantenimiento dentro de la empresa
  - Explicar la relación que existe entre la función mantenimiento y las demás funciones de la empresa
- Estructura de costos
  - Explicar las posibles clasificaciones para los diversos costos en que se incurre por la buena o mala gestión del mantenimiento
  - Explicar la importancia relativa entre las diferentes fuentes de costo
- Análisis de falla
  - Definir el concepto de falla
  - Diagnosticar las posibles causas, efectos y criticidad de una falla
  - Clasificar las fallas a fin de priorizar esfuerzos de gestión
- Modelos de confiabilidad
  - Explicar los conceptos asociados a la confiabilidad: tasa de fallas, Confiabilidad, Disponibilidad.
  - Aplicar los modelos en situaciones reales
  - Calcular los indicadores relevantes
- Estrategias de mantenimiento
  - Seleccionar la estrategia que minimice el costo global esperado
  - Aplicar los modelos en situaciones reales
  - Calcular los indicadores relevantes
- Frecuencia de inspecciones
  - Calcular la frecuencia optima entre inspecciones
  - Estimar los parámetros usados en el modelo a partir de datos reales
  - Modificar los modelos ofrecidos para que se acerquen realísticamente a la situación encontrada

- Agrupamiento de intervenciones preventivas
  - Comprender y aprovechar las economías de escala que ofrece el mantenimiento oportunista
  - Establecer plazos óptimos entre mantenimientos preventivos para varios componentes relacionados entre si
  - Estimar los parámetros usados en el modelo a partir de datos reales
- Reemplazo y reacondicionamiento de equipos
  - Estimar ciclos de vida óptimo para los equipos
  - Estimar intervalos óptimos entre reacondicionamientos
- Garantías y mantención preventiva
  - Comprender las economías producidas por el mantenimiento preventivo durante la etapa de garantía de un equipo
  - Modelar la situación encontrada a fin de acordar extensiones de plazos de garantía con los proveedores
- Planificación de tareas
  - Planificar proyectos tales como los reacondicionamientos o las intervenciones programadas
- Gestión on de repuestos
  - Calcular tamaños de lote y frecuencias óptimas de reaprovisionamiento de repuestos
- Redundancia y confiabilidad
  - Calcular nivel de redundancia óptimo de equipos en stand-by a fin de minimizar el costo global esperado
- Tamaño de Talleres y Cuadrillas
  - Establecer niveles óptimos de subcontratación de servicios de mantenimiento tales como personal y talleres
- Mantenimiento productivo total y basado en la confiabilidad
  - Explicar y Aplicar estrategias sistémicas para la optimización de la gestión del mantenimiento

### **G.2.3. Temas y objetivos específicos para objetivo 2**

- búsquedas bibliográficas
- Guía para presentaciones orales

## **G.3. Diseño de enfoques metodológicos**

### **G.4. Selección de medios**

- Un trabajo de duración semestral en equipo
- Trabajos de investigación bibliográfica (en anexo **E** se entrega una guía para una búsqueda bibliográfica eficiente)
- Varias exposiciones de parte de los alumnos (en anexo **F** se entrega una guía para presentaciones orales)
- Si es posible, un taller corto de creatividad

### G.4.1. Generación de informes

La era de la información en que vivimos está desplazando al papel como principal medio de transmisión de información. El standard actual son los documentos *PDF*. Una forma de producirlos es a través de procesadores de palabras *WYSIWIG* (What You See Is What You Get) o través de compiladores tales como  $\text{\LaTeX}$ . Las ventajas principales de usar esta ultima opción son:

- el autor se concentra únicamente en el contenido y no en el formateo,
- están especialmente preparados para el tipo de datos manejados constantemente en ingeniería: ecuaciones, tablas, figuras.

Lo anterior logra acortar el tiempo destinado a realizar el trabajo y ayuda a mejorar la calidad de los contenidos. Las entregas de tareas e informes se harán en formato *PDF* via email. El auxiliar impartirá una clase tutorial de  $\text{\LaTeX}$ . Con ello se espera que los alumnos queden preparados para publicar sus memorias ME-69 en la biblioteca virtual del departamento.

### G.4.2. El Proyecto

El proyecto (en grupos de 3 alumnos) corresponde a un 30 % de la nota del curso. Tiene por objetivo desarrollar los tópicos que se darán durante el curso para un sistema mecánico en particular. Al final el alumno tendrá un conocimiento acabado (tanto técnico como económico sobre el equipo) y el mejor informe quedará en el Web para ser usado a conveniencia por los interesados. Los equipos deben corresponder a maquinas que jueguen un rol importante en la linea de producción; con un grado de complejidad suficiente para realizar análisis interesantes, y que sea de uso en una empresa seleccionada por ustedes.

El proyecto debe incluir:

- principio de funcionamiento, montaje, técnicas de inspección disponibles, condiciones de operación en la empresa donde opera.
- Desarrollo de un programa de mantención basada en la confiabilidad
  - Plan técnico de mantenimiento
  - Plan de mantenimiento preventivo
- Evaluación de costos asociados a mantención correctiva, preventiva y predictiva
- Análisis de modos de falla, sus efectos y criticidad
- Desarrollo del árbol de fallas
- Necesidades de repuestos en bodega, estudio de plazo óptimo de reemplazo, tamaño óptimo de pedido, costo de almacenamiento asociado
- Estudio de ahorros provocados como consecuencia del estudio, conclusiones
- Otros puntos relevantes

**Observación 191** *El proyecto será evaluado por los informes escritos (70 %) y por las presentaciones realizadas en clase (30 %). En las presentaciones se evaluará: calidad del contenido (30 %), calidad del material audiovisual (30 %), claridad al explicar (30 %), calidad de las respuestas (10 %).*

**Observación 192** *El proyecto considera tres presentaciones parciales y una presentación final en semanas 3, 7, 13, 15*

## El Desafío

*El desafío* consiste básicamente, en tomar un artículo de journal a ser propuesto por el profesor, el cual debe ser resumido e implementado. Además se debe repetir el ejemplo numérico presentado en el mismo.

El desafío pretende:

- acercar al alumno a la actualidad en investigación de operaciones orientado a mantención;
- que realice una investigación bibliográfica necesaria para alcanzar la meta;
- que eventualmente continúe trabajando el tema con miras a su tesis de grado;
- que logre dominar las herramientas de optimización informáticas;
- que sea capaz de escribir un artículo de conferencia.

Otras características del desafío:

- es alternativo al proyecto;
- es posible la renuncia. Dada la posibilidad de que requiera un tiempo excesivo, se abre la posibilidad de comenzar un proyecto en forma tardía (hasta la semana 8);
- es individual;
- su grado de supervisión es mayor, se fijaran reuniones periódicas con el profesor para verificar avances;
- sigue el calendario de presentaciones orales del proyecto.

Las desventajas del desafío frente al proyecto son:

- es específico, los alcances del proyecto son mayores;
- es experimental, por ser un problema abierto.

Conocido lo anterior, los desafiantes deben ser muy motivados, inquietos y bien dispuestos al aprendizaje autónomo.

## G.5. Diseño de la evaluación

El curso será evaluado con 3 controles y un examen (50 %), el proyecto/desafío (30 %) y las notas de tareas y tests (20 %).

Las fechas fijadas para los controles son los viernes de semanas 5, 10, 14.

# Bibliografía

- [1] Labbe, C., Torrejon, C., *El Diseño Pedagógico; Una Herramienta de Apoyo a la Docencia*, Universidad Virtual, Santiago Chile, Abril 2003.
- [2] Zabalza, M.A., *Competencias docentes del profesorado universitario: calidad y desarrollo profesional*, Narcea ed., Madrid, 2003.



# Bibliografía

- [1] D.C. Mauer E.L. Cox, S.H. Ott, *Investment Under Uncertainty: The Case of Replacement Investment Decisions*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 30(4), 1995. [bajar]
- [2] Lamb, M., Lymer, A., *Taxation research in an accounting context: future prospects and interdisciplinary perspectives*, European Accounting Review, 8(4), 749–776, 1999. [bajar]
- [3] S.K. Nair, *Identifying technology horizons for strategic investment decisions*, IEEE Transactions on Engineering Management, 44(3), 1997. [bajar]
- [4] C. Sureth, *Partially Irreversible Investment Decisions and Taxation under Uncertainty: A Real Option Approach*, German Economic Review, 3(2),185, 2002 [bajar]
- [5] K.J. Klassen, J.A. Pittman, M.P. Reed, *A Cross-National Comparison of R&D Expenditure Decisions: Tax Incentives and Financial Constraints* [bajar]
- [6] J. Song, *Asset Sale when Resale Price is Uncertain*, Research Paper No. 2002-4, 2002. [bajar]
- [7] What Drives Replacement Of Durable Goods At The Micro Level?, *What Drives Replacement of Durable Goods at the Micro Level?*, Revista de Análisis Económico, 16(2), 109-135, 2001. [bajar]
- [8] Pawlina, G., Kort, P., *Investment under Uncertainty and Policy Change*, (March 2002). EFA 2002 Berlin Meetings Discussion Paper. <http://ssrn.com/abstract=271077> [bajar]
- [9] G. Bethuyne, *The Timing of Technology Adoption by a Cost-minimizing Firm*, Journal of Economics 76(2), 123–154, 2002. [bajar]
- [10] Mohammadi J, Guralnick S.A., Yan L., *Incorporating Life-Cycle Costs in Highway-Bridge Planning and Design*, Journal Of Transportation Engineering-ASCE 121(5), 417-424, 1995.
- [11] Stewart, M.G., Estes A.C., Frangopol, D.M., *Bridge Deck Replacement For Minimum Expected Cost Under Multiple Reliability Constraints*, Journal Of Structural Engineering-ASCE, 130(9), 1414-1419, 2004. [bajar].
- [12] Van Noortwijk JM, Klatte, H.E., *The Use Of Lifetime Distributions In Bridge Maintenance And Replacement Modelling*, Computers & Structures, 82 (13-14): 1091-1099, 2004. [bajar].
- [13] Ouyang, Y., Madanat, S., *Optimal Scheduling Of Rehabilitation Activities For Multiple Pavement Facilities: Exact And Approximate Solutions*, Transportation Research Part A-Policy And Practice 38(5), 347-365, 2004.
- [14] Kerali, H., *Economic Appraisal Of Road Projects In Countries With Developing And Transition Economies*, Transport Reviews 23(3), 249-262, 2003.
- [15] Frangopol D.M., Maute K., *Life-Cycle Reliability-Based Optimization Of Civil And Aerospace Structures*, Computers & Structures, 81(7), 397-410, 2003. [bajar].
- [16] Frangopol DM, Gharaibeh ES, Kong JS, Et Al., *Optimal Network-Level Bridge Maintenance Planning Based On Minimum Expected Cost*, Transportation Research Record (1696), A26-A33, 2000.

- [17] Gustafsson S.I., *Optimal Fenestration Retrofits By Use Of MILP Programming Technique*, Energy And Buildings 33(8), 843-851, 2001.
- [18] Wen Y.K., Kang Y.J., *Minimum Building Life-Cycle Cost Design Criteria. I: Methodology*, Journal Of Structural Engineering-ASCE, 127(3), 330-337, 2001.
- [19] Wen Y.K., Kang Y.J., *Minimum Building Life-Cycle Cost Design Criteria. II: Applications*, Journal Of Structural Engineering-ASCE, 127(3), 338-346, 2001.
- [20] Gustafsson S.I., *Mixed Integer Linear Programming and Building Retrofits*, Energy And Buildings, 28(2), 191-196, 1998.
- [21] Abraham D.M., Dickinson R.J., *Disposal Costs for Environmentally Regulated Facilities: LCC Approach*, Journal Of Construction Engineering And Management-ASCE 124(2), 146-154, 1998. [bajar]
- [22] Ellingwood B.R., Mori, Y., *Reliability-Based Service Life Assessment Of Concrete Structures In Nuclear Power Plants: Optimum Inspection And Repair*, Nuclear Engineering And Design, 175(3), 247-258, 1997.
- [23] Kirkpatrick D.L.I., *Life Cycle Costs For Decision Support - A Study Of The Various Life Cycle Costs Used at Different Levels Of Defence Policy and Management*, Defence And Peace Economics, 11(4), 333-368, 2000.
- [24] Goodhart, C.A., *Depot-Level Maintenance Planning for Marine Corps Ground Equipment*, Military Operations Research, 4(3), 77, 1999. [bajar]
- [25] Hackman, D.V., Dietz, D.C., *Analytical Modelling of Aircraft Sortie Generation With Concurrent Maintenance and General Service Times*, Military Operations Research, 3(3), 61, 1997. [bajar]
- [26] Bargerion, J.M., *Optimal Depot Level Maintenance Planning*, Naval Postgraduate School, Monterey, California, Master's thesis, 1995. [bajar]
- [27] Wilson, R.S., *Cost-Benefit Analysis of Single Siting Depot Level Maintenance for the Light Armored Vehicle*, Naval Postgraduate School, Monterey, California, Master's thesis, 2000. [bajar]
- [28] Cyr, Phillip G., *Cost Analysis of Maintenance Programs for Pre-Positioned War Reserve Material Stock*, Naval Postgraduate School, Monterey, California, Master's thesis, 2002. [bajar]
- [29] Kelly, Annette, *Comparative Analysis of Intermediate Level Maintenance Repair Process*, Naval Postgraduate School, Monterey, California, Master's thesis, 2002. [bajar]
- [30] Rodrigues, M.B., Karpowicz, M., *An Analysis of Operational Availability of Brazilian Navy and Argentine Air Force A-4 Fleets Using Simulation Modeling*, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 1999. [bajar]
- [31] Schulz, K.J., *Impact of the Integrated Maintenance Concept on EA-6B Readiness and Maintenance Support at NAS Whidbey Island, WA and NADEP Jacksonville, FL*, Naval Postgraduate School Monterey, Master's thesis, 2002. [bajar]
- [32] Meeks, B.P., *Optimally Scheduling EA-6B Depot Maintenance*, Naval Postgraduate School Monterey, Master's thesis, 1999. [bajar]
- [33] A.G. Loerch, R.R. Koury, D.T. Maxwell, *Value added analysis for army equipment modernization*, Naval Research Logistics, 46(3), 233-253, 1999. [bajar]
- [34] Ruffin, S.J., *Optimum Preventive Maintenance Policies for the Amraam Missile*, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, Oh, School of Engineering, Master's thesis, 1998. [bajar]
- [35] *Tactical Missile Maintenance Consolidation - Tube-Launched, Optically Tracked, Wire Command Missile Launcher for the Bradley Fighting Vehicle System*, Inspector General Dept Of Defense Arlington VA, Report A336863, 1999. [bajar]

- [36] Jurges G.F., *Performance Based Simulation Modeling Quantifies Aircraft Carrier Life Cycle Cost And Readiness*, Naval Engineers Journal, 111(1), 27-38, 1999.
- [37] Chewning I.M., Moretto S.J., *Advances In Aircraft Carrier Life Cycle Cost Analysis For Acquisition And Ownership Decision-Making*, Naval Engineers Journal, 112(3), 97-110, 2000.
- [38] Brown A, Salcedo, J., *Multiple-Objective Optimization In Naval Ship Design*, Naval Engineers Journal, 115(4), 49-61, 2003.
- [39] R. G. Bea, E. H. Cramer, R. Schulte-Strauthaus, *Ship Maintenance Project. Volume 1. Fatigue Damage Evaluation*, Report A782503, University of California at Berkeley,, Department of Naval Architecture, 1997. [\[bajar\]](#).
- [40] A.A Ghobbar, C.H. Friend, L.A. Swift, *Comparison of lot-sizing methods in aircraft repairable component inventory systems*, Journal of Aircraft, 4(2),378, 2003.
- [41] Isikveren, A.T.,*Identifying economically optimal flight techniques of transport aircraft*, Journal of Aircraft, 39(4), 528, 2002.
- [42] Lincoln, J.W., Melliore, R.A., *Economic life determination for a military aircraft*, Journal of Aircraft, 36(5), 737-743, 1999.
- [43] Yang, J.N., Manning, S D., *Aircraft fleet maintenance based on structural reliability analysis*, Journal of Aircraft, 31(2), 419, 1994.
- [44] Anderson, R.J., *Scheduled maintenance optimization system*, Journal of Aircraft, 31(2), 459, 1994.
- [45] Fries, J.C., *Black Hawk Helicopter Vibration Analysis Due to Main Rotor Damage, Directional Constituents of the Resultant Vibrations*, Army Research Lab Aberdeen Proving Ground MD, Report, 2001. [\[bajar\]](#)
- [46] Fries, J., *Helicopter Forced Response Vibration Analysis Method RTVIB20*, Army Research Lab Aberdeen Proving Ground Md, Report A908162, 1992.
- [47] D. Ozturk, *Development of a Myklestad's Rotor Blade Dynamic Analysis Code for Application to JANRAD*, Naval Postgraduate School Monterey,Report A451704, 2002. [\[bajar\]](#)
- [48] J. Fries, *The Effect of Helicopter Main Rotor Blade Damage on the Rotor Disk (Whole Rotor) Motion*, Army Research Lab Aberdeen Proving Ground Md, Report A112873, 2000. [\[bajar\]](#)
- [49] D.S. Hiatt, *A Study of Helicopter Rotor Dynamics and Modeling Methods*,; Naval Postgraduate School Monterey, Report A891403, 1995. [\[bajar\]](#)
- [50] Albright, M.H., *An Optimization-Based Decision Support Model for the Navy H-60 Helicopter Preventive Maintenance Program*, Naval Postgraduate School Monterey, 1998. [\[bajar\]](#)
- [51] Webb, W.T., *Value of Increased Use of Scheduled Maintenance on Aircraft Availability and Maintenance Cost of the C-5*, Air Force Inst of Tech, Wright-Patterson AFB, OH, Master's thesis, 1998. [\[bajar\]](#)
- [52] Akdeniz, A., *Aeroplane structural maintenance and corrosion prevention*, Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 68(3), 3-, 1996.
- [53] Akdeniz, A., *The impact of mandated aging airplane programs on jet transport airplane scheduled structural inspection programs*, Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 73(1), 4-15, 2001. [\[bajar\]](#)
- [54] Czepiel, Edward, *Practices and Perspectives in Outsourcing Aircraft Maintenance*, Northwestern Univ Evanston IL Transportation Center, Final report, 2003. [\[bajar\]](#)

- [55] Vigus, Steven E., *A Simulation-Based Analysis of the Impact of In-Sourcing a Major Process Element on the Coast Guard HH-60J Depot Maintenance Process*, Air Force Inst of Tech, Wright-Patterson AFB, OH, Master's thesis, 2003. [bajar]
- [56] Meeks,B.P., *Optimally Scheduling EA-6B Depot Maintenance*, Naval Postgraduate School, Monterey, California, Master's thesis, 1999. [bajar]
- [57] Johnson V.S., *Minimizing Life-Cycle Cost for Subsonic Commercial Aircraft*, Journal Of Aircraft, 27(2), 139-145, 1990.
- [58] Naeem, M., Singh, R., Probert, D., *Consequences Of Aero-Engine Deteriorations For Military Aircraft*, Applied Energy, 70(2), 103-133, 2001. [bajar]
- [59] Naeem, M., Singh, R., Probert, D., *Implications Of Engine Deterioration For Operational Effectiveness Of A Military Aircraft*, Applied Energy, 60(3), 115-152, 1998. [bajar]
- [60] Hitt, E.F., *Avionics Cost Of Ownership*, IEEE Aerospace And Electronic Systems Magazine, 12(11), 3-7, 1997. [bajar]
- [61] Coyle, R.G., Gardiner, P.A., *A System Dynamics Model of Submarine Operations and Maintenance Schedules*, Journal of the Operational Research Society, 1991. [bajar]
- [62] Kenne, J.P., *Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system*, International Journal of Production Research, 37(3), 621-637, 1999.
- [63] Jambekar A.B., *A systems thinking perspective of maintenance, operations, and process quality*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 2000, 6(2), 123-132. [bajar]
- [64] A.C. Marquez, Jatinder, N. D. Gupta, A.S. Heguedas, *Maintenance policies for a production system with constrained production rate and buffer capacity*, International Journal of Production Research, 41(9), 1909–1926, 2003. [bajar]
- [65] Iyer, P., *The Effect of Maintenance Policy on System Maintenance and System Life-Cycle Cost*, Master's Thesis Virginia Polytechnic Institute and State University,1999. [bajar]
- [66] Coyle, R.G., *Who rules the waves?*, J. Op. Res. Soc., 34, 885-899, 1983.
- [67] Coyle, R.G., *Management System Dynamics*, Wiley, 1977.
- [68] Wolstenholme, E.F., *System Enquiry*, Wiley, Chichester, 1990.
- [69] Coyle, R.G., *Representing discrete events in system dynamics models*, J. Op. Res. Soc., 36, 307-318, 1985.
- [70] E. F. Wols, *Defence operational analysis using system dynamics*, Eur. J. Op. Res., 34, 10-19, 1988.
- [71] Coyle, R.G., *The use of optimisation methods for policy design in a system dynamics model*, Syst. Dynam. Rev. 1, 81-91, 1985.
- [72] Coyle, R.G., *The optimization of defence expenditure*. Eur. J. Opi Res., to be published.
- [73] R. Keloharju, E.F. Wolstenholme, *A case study in system dynamics optimization*. J. Op. Res. Soc., 40, 221-230, 1989.
- [74] A. S. Andreou , K. E. Parsopoulos, M. N. Vrahatis, G. A. Zombanakis, *Optimal Versus Required Defence Expenditure: The Case Of The Greek-Turkish Arms Race*, Defence and Peace Economics, 13(4), 329 - 347, 2002.
- [75] Thun, J.H., *Modelling Modern Maintenance A System Dynamics Model Analyzing the Dynamic Implications of Implementing Total Productive Maintenance*, 22th International Conference of the System Dynamics Society ,Oxford, England,2004. [bajar]

- [76] David Malloy, *Modelling the Life Cycle Cost Impact of Product Development Decisions in an Aerospace Supply Chain: A Case Study*, 21th International Conference of the System Dynamics Society, New York, 2003. [bajar]
- [77] <http://www.systemdynamics.org>
- [78] <http://www.vensim.com>
- [79] Nepal M.P., Park M., *Downtime model development for construction equipment management*, Engineering, Construction and Architectural Management, 11(3), 199–210, 2004. [bajar]
- [80] Coyle, G., *The practice of system dynamics: milestones, lessons and ideas from 30 years experience*, System Dynamics Review, 14(4), 343–365, 1998. [bajar]
- [81] Muthu S., Devadasan S.R., Ahmed S., Suresh P., Baladhandayutham R., *Benchmarking for strategic maintenance quality improvement*, Benchmarking: An International Journal, 292–303, 2000.
- [82] M Al-Muhaisen, N Santarisi, *Auditing of the maintenance system of Fuhais plant/Jordan Cement Factories Co.*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 8(1), 62–76, 2002.
- [83] A Raouf, M Ben-Daya, *Total maintenance management: a systematic approach*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 1995.
- [84] Chen F., *Benchmarking: Preventive Maintenance Practices at Japanese Transplants*, International Journal of Quality & Reliability Management, 11(8), 19–26, 1994.
- [85] R. Yam, P. Tse, L. Ling, F. Fung, *Enhancement of maintenance management through benchmarking*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 6(4), 224–240, 2000. [bajar]
- [86] PW Tse, *Maintenance practices in Hong Kong and the use of the intelligent scheduler*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 8(4), 369–380, 2002.
- [87] Sueur M.L.; Dale B.G., *Benchmarking: a study in the supply and distribution of spare parts in a utility*, Benchmarking: An International Journal, 4(3), 189–201, 1997.
- [88] M Simpson, D Kondouli, *A practical approach to benchmarking in three service industries*, Total Quality Management, 2000.
- [89] D Then, *Benchmarking the asset maintenance management process for improvement* Strategic Asset Management and Maintenance, 1998.
- [90] Mitchell E.; Robson A.; Prabhu V.B., *The impact of maintenance practices on operational and business performance*, Managerial Auditing Journal, 17(5), 234–240, 2002.
- [91] B. Al-Najjar, M.O. Hansson, P. Sunnegardh, *Benchmarking of maintenance performance: a case study in two manufacturers of furniture*, IMA Journal of Management Mathematics, 15(3), 253–270, 2004.
- [92] D.F.X. Mathaisel, T.P. Cathcart, C.L. Comm, *A framework for benchmarking, classifying, and implementing best sustainment practices*, Benchmarking: An International Journal, 11(4), 403–417, 2004.
- [93] R.C.M. Yam, P.W. Tse, L. Li, P. Tu, *Intelligent Predictive Decision Support System for Condition-Based Maintenance*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 17(5), 383–391, 2001.
- [94] K. Al-Hassan, J. Fat-Lam Chan, A. Viggo Metcalfe, *The role of total productive maintenance in business excellence*, Total Quality Management, 11(4–6), 596–601, 2000.
- [95] D.W. Galletti, J. Lee, *Benchmarking Procedure for Fleet Management*, Proceedings of the 2002 ASEE Gulf-Southwest Annual Conference, Lafayette, Louisiana, March 20–22, 2002. [bajar]

- [96] Torkild P. Brunso, P.E., Khalid M. Siddiqi, *Using Benchmarks and Metrics to Evaluate Project Delivery of Environmental Restoration Programs*, J. Constr. Engrg. and Mgmt., 129(2), 119-130, 2003.
- [97] D. Gallay, *Impact of A-76 Competitions on Facilities-Related Maintenance and Repair Costs: An Assessment*, Public Works Management & Policy, 7(1), 3-18, 2002.
- [98] Mooney, Kevin, *Improved Aviation Readiness and Inventory Reductions Through Repair Cycle Time Reductions Using Modeling and Simulation*, MS thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, 1997.
- [99] Schuppe, Thomas F., David V McElveen, Peter H. Miyares, and R. Garrison Harvey, *C- 141 Depot Maintenance: Using Simulation to Define Resource Requirements*, Air Force Journal of Logistics: 11-15, Winter-Spring, 1993.
- [100] Shyong, Shenn-Rong, *Advanced Planning and Scheduling in the United States Air Force Depot-Level Maintenance*. MS thesis. AFIT/GLM/ENS/02-16. Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB OH, March 2002.
- [101] Vashi, Vidyut H. and Carol C Bienstock, *The use of response surface methodology to optimize logistics simulation models*, Journal of Business Logistics, 16(2), 1995.
- [102] Onn, L.K., *Maintenance management of federal roads in the state of Selangor, Malaysia*, Proceedings - Conference of the Australian Road Research Board 21 , 2925-2936, 2003.
- [103] Abad, J.L., De Rus, G., Nombela, G., *Variable term concessions for freeways: The case of Aragon, Carreteras 4 (125) , 53-69, 2003.*
- [104] Heggie, I.G., *Commercially managed road funds: Managing roads like a business, not like a bureaucracy*, Transportation 26 (1) , 87-111, 1999.
- [105] L Ngee, RLK Tiong, J Alum , *Automated Approach to Negotiation of BOT Contracts*, J. Comp. in Civ. Engrg., 11(2), 121-128, 1997.
- [106] Alcazar, L., Abdala, M.A., Shirley, M.M., *The Buenos Aires Water Concession*, World Bank Policy Research Working Paper No. 2311. <http://ssrn.com/abstract=630683>, 2000.
- [107] Bousquet, F., Fayard, A., *Road Infrastructure Concession Practice in Europe*, World Bank Policy Research Working Paper No. 2675. <http://ssrn.com/abstract=632743>, 2001.
- [108] MM Hosseini, RM Kerr, RB Randall, *Inspection model with minimal and major maintenance for a system with deterioration and Poisson*, IEEE Transactions on Reliability, 2000.
- [109] MM Hosseini, RM Kerr, RB Randall, *Hybrid maintenance model with imperfect inspection for a system with deterioration and Poisson*, Journal of the Operational Research Society, 1999.
- [110] L. Haynes, N. Roden, *Commercialising the management and maintenance of trunk roads in the United Kingdom*, Transportation, 26(1), 1999, 31-54,
- [111] Duffield C., *Commercial viability of privately financed heating systems in Europe - a case study*, Engineering Construction & Architectural Management, 1998, 5(1), 3-8.
- [112] J.C. Prado Prado, A.J. Fernandez-Gonzalez, A. Garca-Lorenzo, *Quality management and personnel participation: Improvement teams, a solution for ISO 9000 system maintenance problems in small to medium-sized enterprises*, Human Factors and Ergonomics in Manufacturing, 14(3), 221 - 237, 2004.
- [113] G.R. Ottoman, W.B.P. Nixon, Y.P. Chan , *Budgeting for Facility Maintenance and Repair. II: Multi-Criteria Process for Model Selection*, Journal of Management in Engineering, 1999.
- [114] Da Silva, E.L., Schilling, M.T., Rafael, M.C., *Generation maintenance scheduling considering transmission constraints*, IEEE Transactions on Power Systems, 15(2), 838-843, 2000.

- [115] J. Knezevic, *Chief mechanic: the new approach to aircraft maintenance by Boeing*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 1999.
- [116] V. Narayan, *The raison detre of maintenance*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, 1998.
- [117] D. Arditi, M. Nawakorawit, *Issues in Building Maintenance: Property Managers' Perspective*, Journal of Architectural Engineering, 1999.
- [118] D.J. Vanier, *Why Industry Needs Asset Management Tools*, Journal of Computing in Civil Engineering, 2001.
- [119] Sirirangsi P., Amekudzi A., Herabat P., *Capturing effects of maintenance practices in highway asset valuation - Replacement-cost approach versus book-value method*, Transportation Research Record, 1824, 57-65, 2003.
- [120] Chasey A.D., De la Garza J.M., Drew D.R., *Using simulation to understand the impact of deferred maintenance*, Computer-Aided Civil And Infrastructure Engineering, 17(4), 269-279, 2002.
- [121] Twigg D.W., Sandadi U.R., Sharma T.C., et al., *Reliability analysis of systems which operate in duty cycles* Proceedings : Annual Reliability And Maintainability Symposium, 129-134, 1999.
- [122] Seger J.K., *Break Rate - A Reliability Parameter For Surge Operations*, Proceedings Annual Reliability And Maintainability Symposium, 400-403, 1990.
- [123] Bisschop, J., Entriken, R., *AIMMS, The Modeling System*. Paragon Decision Technology, The Netherlands, 1993.
- [124] Dhillon, B.S., A hazard rate model. *IEEE Transactions on Reliability*, R-28:150-154, 1979.
- [125] Hartmann P.E. Edward, H. *Successfully Installing TPM in a Non-Japanese Plant*. 1992.
- [126] Goyal, S.K., and Gunasekaran, A., *Determining Economic Maintenance Frequency of a Transport Fleet* *International Journal of Sitems Science*, 4, 655-659, 1992.
- [127] Jardine, A.K.S., *Maintenance, Replacement and Reliability*. Pitman Publishing, 1973. [bajar]
- [128] Lamport, L. *Latex Users Guide & Reference Manual*, Addison-Wesley, 1986.
- [129] Lyonnet, P., *Maintenance Planning, Methods and Mathematics*. Chapman & Hall, 1991. [bajar]
- [130] *Pratique de la Maintenance Industrielle*. Dunod ed., 1998.
- [131] McCormick, N.J., *Reliability and Risk Analysis*. Academic Press, 1981.
- [132] Pirsig, R., *Zen and the Art of Motorcycle Maintenance*. William Morrow and Company, Inc., 1974.
- [133] Rau, J.G., *Optimization and Probability in Systems Engineering*. Van Nostrand Reinhold, 1970.
- [134] Sandler, G.H., *System Reliability Engineering*. Prentice-Hall, 1963.
- [135] Schroeder, R.G., *Administración de Operaciones*, McGraw-Hill, 3era edición, 1989.
- [136] Sundararajan, C.R., *Guide to Reliability Engineering*, Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [137] Ostermann, C.H., *Desarrollo y aplicación de un método de análisis cuantitativo y cualitativo de fallas de la maquinaria minera*, Memoria de grado, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile, 1998.
- [138] Wireman, T., *World Class Maintenance Management*, Industrial Press, New York, NY, 1990.
- [139] Ben-Daya, M., Duffuaa, S.O., Raouf, A., *Maintenance, Modeling and Optimization*, Wiley, 2000.
- [140] Duffuaa, S.O., Raouf, A., Campbell, J.D., *Planning and Control of Maintenance Systems : Modeling and Analysis*, Wiley, 1998.
- [141] Duffuaa, S.O., *Sistemas de Mantenimiento*, Spanish Language Book Services Inc., 2002.