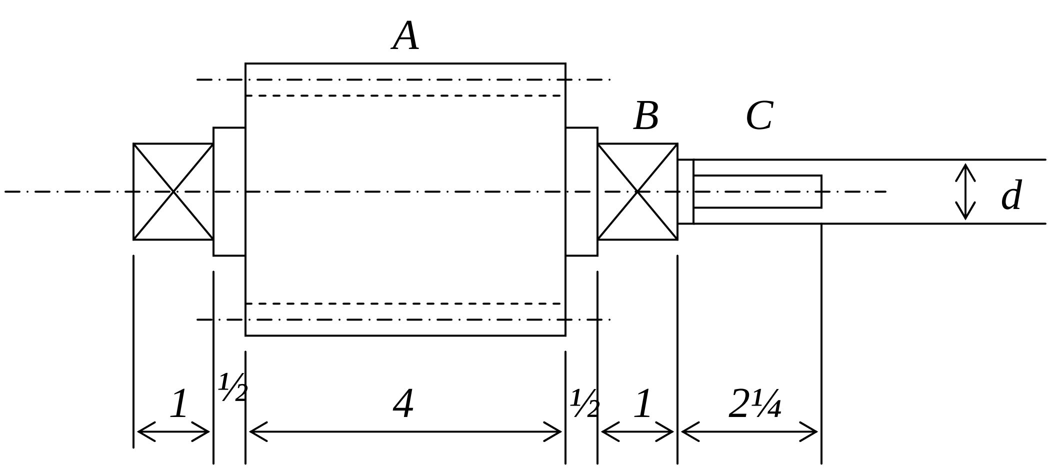
ME56A – Diseño de Elementos de Máquinas
Prof. Roberto Corvalán P.
Semestre Primavera 2005
Ayudante: Darren Ledermann M.
Fecha: 23 de Agosto, 2005

Departamento de Ingeniería Civil Mecánica
Universidad de Chile

Auxiliar N° 2 – Fatiga de Materiales

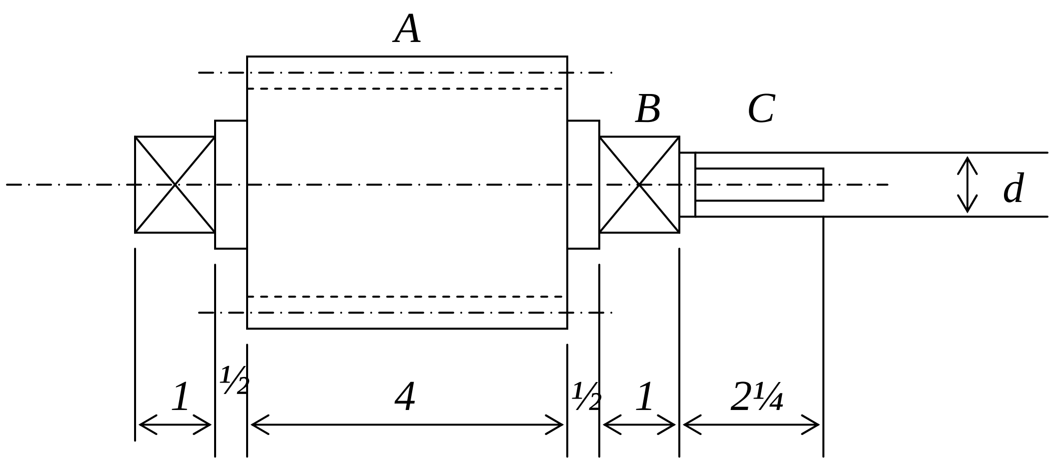
P1) El sistema de la figura consiste de un eje sujeto por rodamientos en las zonas marcadas con una X. Al centro del eje se encuentra un pinón, el cual ejerce una fuerza hacia abajo del eje de 2000 [lbf]. Además, sobre la sección C de la pieza se ejerce constantemente una fuerza de 1100 [lbf] hacia abajo por efecto del sistema de transmisión del motor que alimenta el sistema, entregando un torque al eje de 3300 [lbf * pulg].

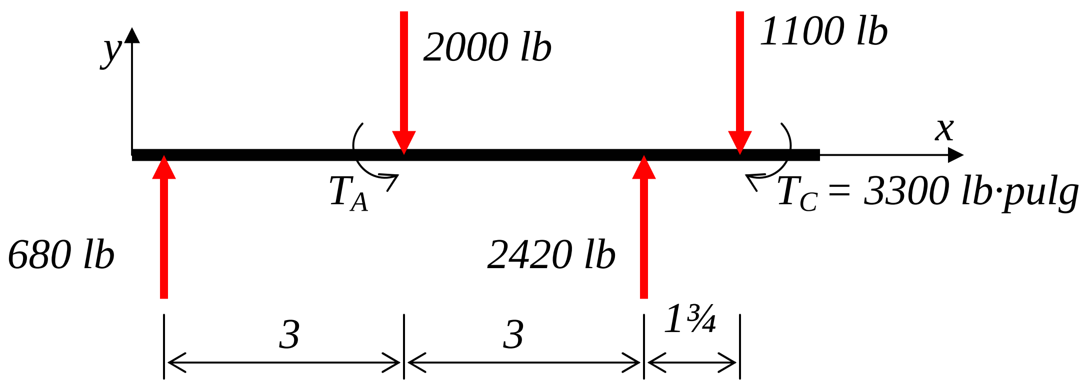
a) Calcule las reacciones en los descansos. Determine el diagrama de momentos correspondiente al sistema descrito. Determine el momento flector máximo en el sistema.
b) Diseñe la pieza. Determine el diámetro de la sección menor del eje *d*. En primera instancia, no considere fatiga. Posteriormente recalcule el diámetro mínimo considerando todos los k_i que sean pertinentes. Para estos fines, considere que en la sección C hay una perforación de diámetro ϕ = 0.4 [pulg] y que la pieza ha sido obtenida por maquinado. Suponga además que la temperatura de servicio de la pieza es de T =150°C y se pide una confiabilidad del 90%. Verifique que el nuevo valor del diámetro sea mayor que el obtenido anteriormente.

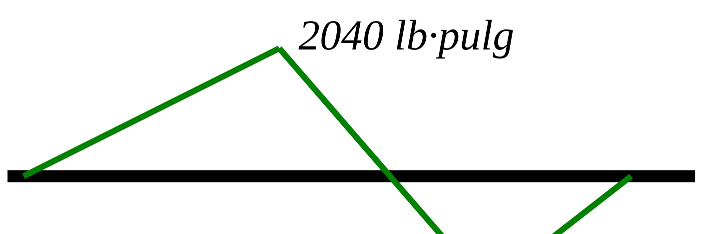


Solución:

Las reacciones y el diagrama de momentos del sistema quedan graficados de la siguiente forma:







a) Cálculo de las Reacciones:

$$\sum \vec{F} = 0$$
$$\sum \vec{\tau} = 0$$

⇨ $2000 + 1100$ [lbf] = $R_1 + R_2$
⇨ ($2000 * 3 – R_2 * 6 + 1100 * 7.75$) [lbf * pulg] = 0

Despejando, se obtiene que: **R_1 = 680 [lbf] , R_2 = 2420 [lbf]**

Con estos datos es posible cuantificar los datos del diagrama de momentos, como se muestra en la figura anterior. De aquí se deduce que el momento flector máximo es, en módulo, **M_{max} = 2040 [lbf * pulg]**

b) Diseño de la pieza

Para ejemplificar utilizaremos un acero SAE 1018, con S_{ut} = 49.5 [kpsi]. Se tiene que $S'_e = 0.5 * S_{ut}$ y por lo tanto procederemos a calcular los k_i en función del valor de S_{ut}.

Pero primero, calcularemos el diámetro mínimo de la pieza sin considerar fatiga.

De la fórmula de Carga Estática, se deduce que

$$d_{min} = [(32\, n / \pi\, S_y) * (M^2 + T^2)^{1/2}]^{1/3}$$

Considerando S_y = 32 [kpsi], entonces se tiene que, sin considerar fatiga, y suponiendo un factor de diseño n=2,

Sin considerar fatiga: **d_{min} = 1. 35173 [in]**

Ahora debemos considerar fatiga, por lo tanto procede calcular los diversos k_i.

k_a: Factor de Terminación Superficial

Según Shigley, este factor se calcula como

$k_a = a\, S_{ut}^b\, LN(1,C)$, donde a, b, C dependen del tipo de terminación. Además, estos valores dependen del sistema de unidades, POR LO TANTO ESTOS VALORES NO SON VALIDOS PARA EL SISTEMA SI. Para este caso, por ser maquinado, estos valores son a=2.67 , b=0.265, C=0.058. En general, el valor de LN(1,C) guarda relación con resistencia probabilística de materiales y no con los temas abordados en este curso, por lo que en general, LN(1,x) = 1. Así, se tiene

$$k_a = 0.94938$$

k_b: Factor de Tamaño

Este valor se calcula en función del diámetro de la pieza, variando el cálculo según el intervalo de tamaño en que se encuentra (ver Shigley). Su cálculo también depende del sistema de unidades. Por esto, se debe suponer un diámetro inicial para calcularlo. Este valor supuesto puede estar incorrecto, por lo que en estricto rigor se debe iterar sobre la solución final para llegar al cálculo exacto tanto de este factor como del valor del diámetro de la pieza. Para ejemplificar, supondremos un diámetro de 2 pulgadas. Asi,

$$K_b = 0.859 - 0.02125d = 0.8165$$

k_c: Factor de Confiabilidad

Basta con ver la tabla de confiabilidad.

$$K_{c,90\%} = 0.897$$

k_d: Factor de Temperatura

De los apuntes de clases es posible ver que

$$k_d = -6 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 + 5 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 - 3 \cdot 10^{-6} \cdot x^2 + 0.0006 \cdot x + 0.9871$$

También es posible obtener este valor directamente de la tabla que se encuentra en el Shigley. De aquí, se tiene que

$$k_d = 1.025$$

En general, si no se especifica una temperatura de operación, este factor vale simplemente 1.

k_e: Factor de Concentración de Esfuerzos

En general, se tiene que el factor de concentración de esfuerzos también depende de las dimensiones de la pieza así como las dimensiones del agujero, por lo tanto hay que suponer un diámetro inicial. Supondremos, como antes, d = 2 [pulg].

$$\frac{1 + \frac{2}{\sqrt{r}} \cdot \frac{K_{ts} - 1}{K_{ts}} \cdot \sqrt{a}}{K_{ts}} = k_e$$

donde K_{ts} debe ser obtenido desde la tabla E-15-10 del Shigley (sexta edición) en función de la relación de tamaño entre el agujero y la pieza,
$a^{1/2}$ *(kpsi)* $= 0.220353 - 0.275605 \cdot 10^{-2} \cdot S_{ut} + 0.113449 \cdot 10^{-4} \cdot S_{ut}^2$

– 0.247328 *10^{-7}*S_{ut}^3
y *r* es el radio del agujero.

Para este ejemplo en particular, K_{ts} = 2.75, por lo tanto el valor final de k_e es:

$$k_e = 0.476154$$

k_f: Factor de Carga

En este caso, la mayor carga se da por torsión y no por carga axial, por lo tanto sólo se considera uno de estos factores (el factor de carga por flexión vale 1)(el factor es sensible al sistema de unidades). Entonces:

$$k_f = 0.328 * S_{ut}^{0.125} = 0.534194$$

Cálculo Final de la Pieza:

Ya que se tienen todos los factores calculados, entonces se debe obtener el siguiente valor para utilizar en la fórmula de Sodelberg:

$$\prod k_i \cdot S_e' = S_e$$

Por lo tanto se tiene

(0.94938 * 0.8165 * 0.897 * 1.025 * 0.476154 * 0.534194) * 49.5 [kpsi] = 0.12557 * 49.5 [kpsi] = 8.9735 [kpsi]

Ahora que se tiene el valor de la resistencia a la fatiga corregido, se debe verificar la nueva condición de diámetro mínimo según los criterios de Fatiga, Soderberg, Goodman y ASME. En general, se tiene que el criterio de Soderberg es más conservador que Goodman y para este ejemplo no consideraremos el caso ASME ni Goodman. Considerando un mismo factor de seguridad n=2, se tiene el siguiente resultado para los distintos criterios:

Fatiga sin considerar torsión

$$d_{\min} = \left[\frac{32 \cdot M_{\max} \cdot n}{\pi \cdot S_e}\right]^{1/3} \Rightarrow d_{\min} = 1.666861[in]$$

Soderberg, máxima energía de distorsión

$$d_{\min} = \left[\frac{27.733 \cdot n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{T_{\max}}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M_{\max}}{S_e}\right)^2}\right]^{1/3} \Rightarrow d_{\min} = 1.639554[in]$$

Soderberg, máximo esfuerzo de corte

$$d_{\min} = \left[\frac{32 \cdot n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{T_{\max}}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M_{\max}}{S_e} \right)^2} \right]^{1/3} \Rightarrow d_{\min} = 1.719664[in]$$

La suposición inicial de un eje de d_{min} = 2 [pulg] no estaba muy alejada, pero estaba lejos de ser exacta. Por esto, se debe iterar, recalculando aquellos coeficientes que dependen del diámetro del eje usando el valor obtenido en esta primera iteración. Se deja propuesto el cálculo de la segunda iteración. Además, se verifica que el diámetro considerando fatiga es mayor que en el caso estático.

Darren Ledermann M.
dlederma@cec.uchile.cl
22/08/2005