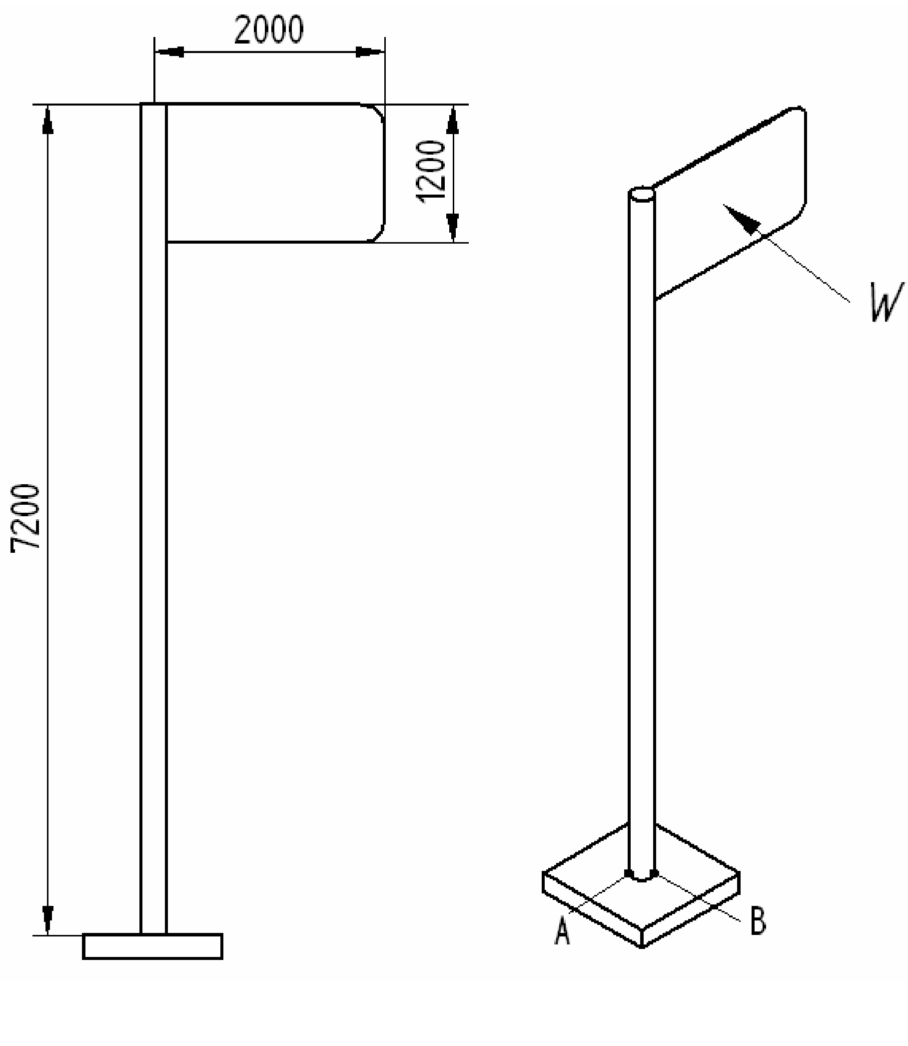
ME56A – Diseño de Elementos de Máquinas
Dpto. Ingeniería Mecánica
Prof. Roberto Corvalán
16 Agosto 2005

Ejercicio Nº1

P1.- La figura muestra un poste empotrado en el suelo que sujeta el cartel de un aviso publicitario. El viento ejerce sobre el cartel una presión de 2[kPa], la cuál puede ser estimada para efectos de diseño como una carga puntual W sobre el centro del cartel.

a. Calcule el valor de la carga W y calcule los diagramas V, M y T del poste. (25%)
b. Suponiendo que la sección de la barra es circular sólida, diseñe el poste (coeficiente de seguridad, diámetro y material) en base al estado de esfuerzos del punto A utilizando el criterio de Tresca o Von Mises. (25%)
c. Lo mismo que la parte b, pero ahora basado en el punto B (utilice el mismo criterio de falla, material y coeficiente de seguridad que en la parte anterior). (25%)
d. Concluya cuál es el punto crítico para diseñar el poste. Explique. (25%)

(todas las dimensiones están en milímetros)



Pauta Ejercicio 1 ME56A

Felipe Figueroa G. - ffiguero@ing.uchile.cl

20 de agosto de 2005

1. Parte a

La fuerza W es:

$$W = 2000[Pa] \cdot 1,2[m] \cdot 2[m] = 4800[N] \tag{1}$$

El DCL del poste y los diagramas V, M y T se muestran en las figuras 1, 2,3 y 4, respectivamente.

Figura 1: Diagrama de cuerpo libre del poste.

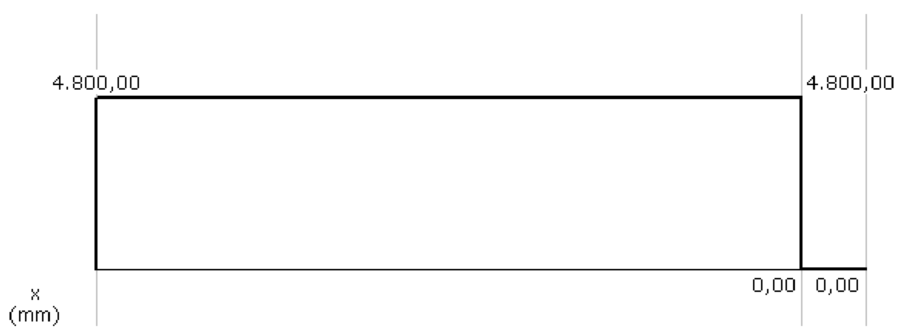


Figura 2: Diagrama de la fuerza interna de corte V (en [N]).

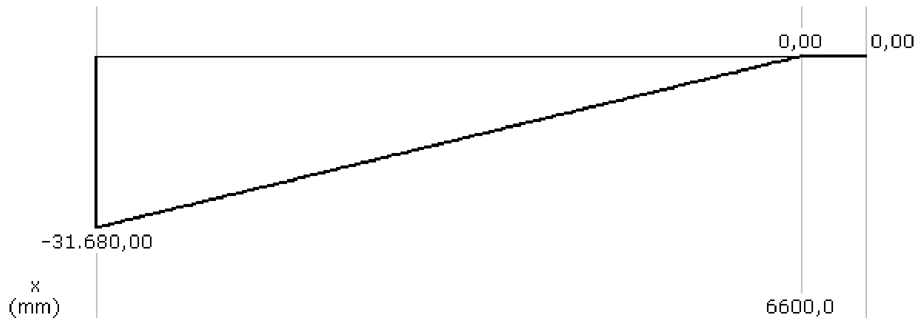


Figura 3: Diagrama del momento interno M (en [Nm]).

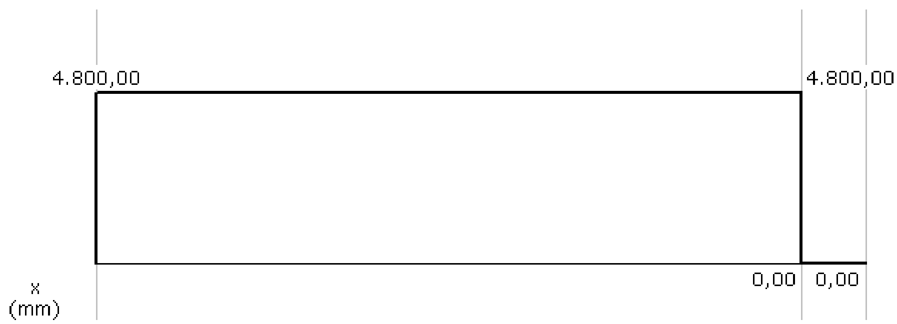


Figura 4: Diagrama del momento de torsión T(en [Nm]).

2. Parte b

Nuestro problema puede reducirse al mostrado en la figura 5. El estado de esfuerzos en el punto A del problema corresponde al punto B de la figura 5. Para este punto se tienen dos esfuerzos de corte.

Hay un esfuerzo de corte por torsión que corresponde a:

$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi D^3} \tag{2}$$

Hay otro esfuerzo de corte debido a la fuerza interna de corte, que es máximo en este punto.

$$\tau_{xy} = -\frac{VQ}{Ib} = -\frac{4V}{3A} = -\frac{16V}{3\pi D^2} \tag{3}$$

Los signos de estos esfuerzos se determinan por inspección.

Luego el estado de esfuerzos resultantes esta dado por un esfuerzo de corte único dado por:

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi D^3} - \frac{16V}{3\pi D^2} \tag{4}$$

Ya que no hay esfuerzos normales se sabe que el esfuerzo de corte máximo corresponde al esfuerzo τ_{xy} de la ecuación 4. Aplicando el criterio de Tresca tenemos entonces que:

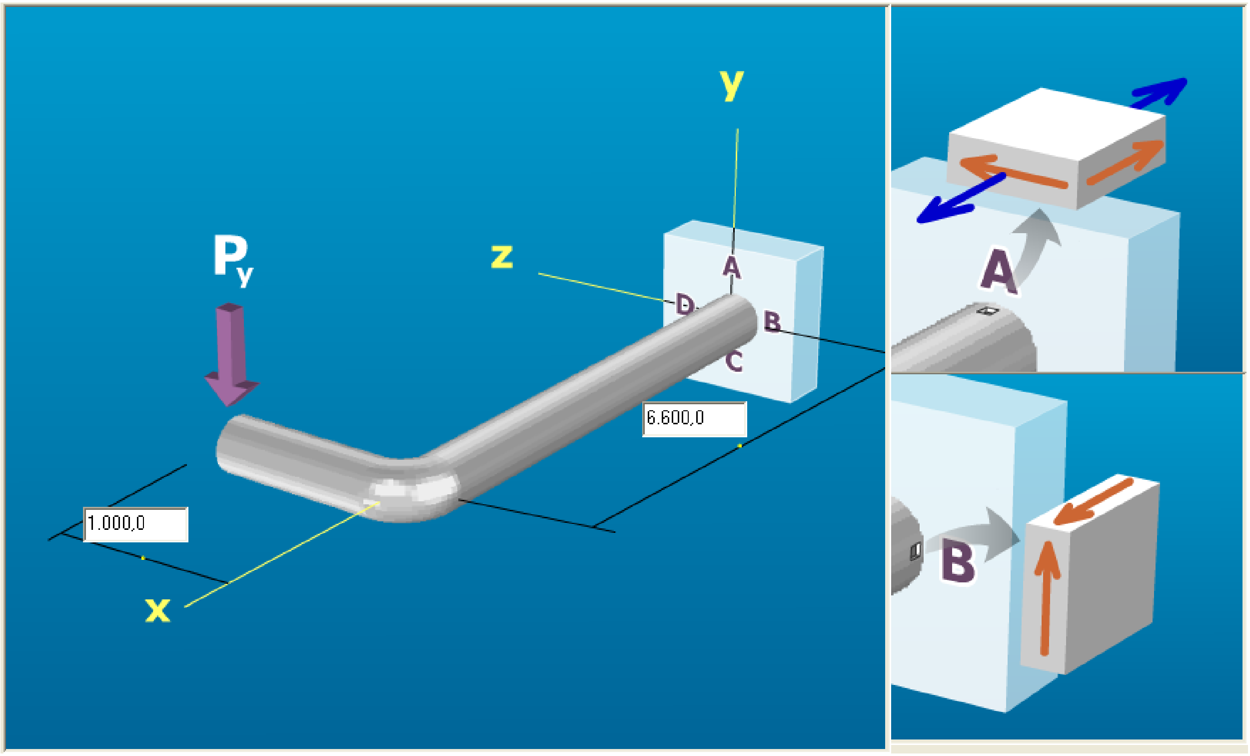


Figura 5: Estados de esfuerzos en las secciones pedidas.

$$\tau_{max} = \tau_{xy} = \frac{16T}{\pi D^3} - \frac{16V}{3\pi D^2} \leq \frac{S_y}{2n_s} \tag{5}$$

Para el criterio de Von Mises, se tiene que el esfuerzo equivalente aplicado σ' para este estado de esfuerzos se reduce a:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3}|\tau_{xy}| = \sqrt{3}\left|\frac{16T}{\pi D^3} - \frac{16V}{3\pi D^2}\right| \leq \frac{S_y}{n_s} \tag{6}$$

Con cualquiera de estas dos ecuaciones, dado un factor de seguridad y un límite de fluencia, se puede despejar el diámetro D con calculadora. Si no tenían calculadora científica para resolver numéricamente cualquiera de las dos ecuaciones, se podían dar el diámetro y el material y despejar el coeficiente de seguridad (mayor que 1).

Por ejemplo, suponiendo un coeficiente de seguridad $n_s = 2$ y como material un aluminio 3004 H34 con $S_y = 234[MPa]$, y sabiendo que en el punto A la torsión es $T = 4800[Nm]$ y la fuerza interna de corte es $V = 4800[N]$, se obtiene de la ecuación 5 que $D = 7,29[cm]$. Utilizando el criterio de Von Mises (ec. 6) se llega a $D = 6,96[cm]$.

3. Parte c

El estado de esfuerzos en el punto B del problema corresponde al punto A de la figura 5. Para este punto se tiene un esfuerzo de corte y otro normal.

El esfuerzo de corte corresponde al provocado por la torsión (ec.2). No hay esfuerzo de corte por una fuerza interna de corte.

El esfuerzo normal corresponde al provocado por el momento flector en la viga ($\sigma_x = Mc/I$). Luego, el estado de esfueros en este punto está dado por:

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I} = \frac{32M}{\pi D^3} \tag{7}$$
$$\tau_{xz} = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi D^3} \tag{8}$$

Luego se pueden utilizar las fórmulas dadas en la clase auxiliar para ejes, que suponían éste estado de esfuerzos y aplicaban los criterios de Tresca y Von Mises[1], con lo que se llegaba a las ecuaciones 9 y 10 respectivamente para los diámetros de los ejes .

$$D = \left[\frac{32n_s}{\pi S_y}\sqrt{M^2 + T^2}\right]^{1/3} \tag{9}$$
$$D = \left[\frac{16n_s}{\pi S_y}\sqrt{4M^2 + 3T^2}\right]^{1/3} \tag{10}$$

Utilizando los mismos datos que para el ejemplo de la parte b, mediante la ec. 9 se obtiene que el diámetro necesario para el tubo es de $D = 14,077[cm]$. Utilizando la ec. 10 se llega a que el diámetro necesario es de $D = 14,064[cm]$.

4. Parte d

Se ve claramente que el punto crítico para diseñar el poste es el punto B (analizado en la parte c), ya que aquí los esfuerzos aplicados son mayores. Esto se ve ya que con el mismo criterio de falla, material y coeficiente de seguridad aplicados al estado de esfuerzos en este punto, se necesita de un poste más grande para soportarlos.

[1] En clase auxiliar había puesto que en el criterio de Von Mises iba un 61 en vez del 16 del numerador. Ese error lo cometí porque así sale escrito en el libro (Shigley 6ª Edición, ec. 6-36), pero me di cuenta mientras hacía esta pauta, porque daba resultados incorrectos. Obviamente no se descontará puntaje si usaron la fórmula con el 61 en el numerador.