

## Problema 3

La barra central CD del conjunto mostrado en la figura 1 se calienta desde  $T_1=30^\circ\text{C}$  a  $T_2=180^\circ\text{C}$  por medio de una resistencia eléctrica. A la temperatura inferior  $T_1$  el espacio entre C y la barra rígida BF es de 0.7 mm. Determine el esfuerzo en las barras AB y EF causada por el incremento de temperatura. Estas barras son de acero, el área de la sección transversal es de  $125\text{ mm}^2$  y su largo es de 300 mm. La barra CD es de aluminio, el área de la sección transversal es de  $375\text{ mm}^2$  y su largo es de 240 mm. Considere:

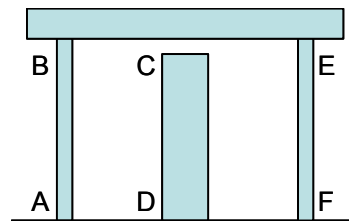


figura 1: problema 3

$$\text{GPa} := 10^9 \cdot \text{Pa}$$

$$E_{\text{acero}} := 200 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{\text{aluminio}} := 70 \cdot \text{GPa}$$

$$\alpha_{\text{acero}} := 12 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\text{K}}$$

$$\alpha_{\text{aluminio}} := 23 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\text{K}}$$

Nota: en este problema es indistinto trabajar en  $^\circ\text{C}$  o K, no varía el resultado.

## Solución

$$T_1 := (30 + 273.15) \cdot \text{K} \quad T_2 := (180 + 273.15) \cdot \text{K} \quad \Delta T := T_2 - T_1 \quad \Delta T = 150 \text{ K}$$

$$e_1 := 0.7 \cdot \text{mm} \text{ distancia libre entre la barra CD y BE.}$$

$e_2$  distancia que sube la barra BE. Sube en forma horizontal, ya que el sistema es simétrico. Lo mismo sirve para decir que los esfuerzos en las barras BA y EF sean iguales. Estas dos también se alargan esta misma cantidad.

$$A_{\text{CD}} := 375 \cdot \text{mm}^2 \quad L_{\text{CD}} := 240 \cdot \text{mm}$$

$$A_{\text{AB}} := 125 \cdot \text{mm}^2 \quad A_{\text{EF}} := A_{\text{AB}} \quad L_{\text{AB}} := 300 \cdot \text{mm} \quad L_{\text{EF}} := L_{\text{AB}}$$

Para la barra central CD:

Como esta barra se alarga por el aumento de temperatura ( $\Delta T > 0$ ), choca con la barra BE, por lo que se genera en la CD una fuerza de compresión T.

$$\alpha_{\text{aluminio}} \cdot (\Delta T) \cdot L_{\text{CD}} - \frac{T \cdot L_{\text{CD}}}{E_{\text{aluminio}} \cdot A_{\text{CD}}} = e_1 + e_2 \quad (1)$$

Para la barra BE:

$$\sum F = 0 \quad T - R - R = 0 \quad (2)$$



figura 2: barra CD

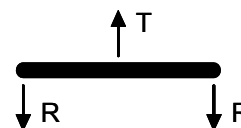


figura 3: barra BE

Para las barras AB y EF:

Como la barra CD empuja hacia arriba la barra BE, ésta última tracciona las barras AB y EF.

$$e_2 = \frac{R \cdot L_{AB}}{E_{acero} \cdot A_{AB}} \quad (3)$$

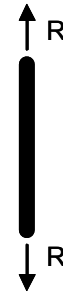


figura 4: barra AB y EF

Given

$$\alpha_{aluminio} \cdot (\Delta T) \cdot L_{CD} - \frac{T \cdot L_{CD}}{E_{aluminio} \cdot A_{CD}} = e_1 + e_2 \quad (1)$$

$$T - R - R = 0 \quad (2)$$

$$e_2 = \frac{R \cdot L_{AB}}{E_{acero} \cdot A_{AB}} \quad (3)$$

$$\text{Find}(e_2, R, T) \rightarrow \begin{pmatrix} 5.0716981132075471698 \cdot 10^{-2} \cdot \text{mm} \\ 4226415094.3396226415 \cdot \text{Pa} \cdot \text{mm}^2 \\ 8452830188.6792452830 \cdot \text{Pa} \cdot \text{mm}^2 \end{pmatrix}$$

$$e_2 := 5.0716981132075471698 \cdot 10^{-2} \cdot \text{mm} \quad e_2 = 5.072 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$R := 4226415094.3396226415 \cdot \text{Pa} \cdot \text{mm}^2 \quad R = 4.226 \times 10^3 \text{ N}$$

$$T := 8452830188.6792452830 \cdot \text{Pa} \cdot \text{mm}^2 \quad T = 8.453 \times 10^3 \text{ N}$$

El esfuerzo en las barras AB y EF es:

$$\sigma_{AB} := \frac{R}{A_{AB}} \quad \sigma_{AB} = 3.381 \times 10^7 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{EF} := \sigma_{AB} \quad \sigma_{EF} = 3.381 \times 10^7 \text{ Pa}$$