



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Mecánica

ME42A
METALURGIA GENERAL

Presentación
"Forja de un disco circular"

Profesor: Oscar Bustos
Integrantes: Carlos Flores, Pablo Gibson Torres

Santiago 15 Noviembre 2005

Índice

1. Forja de un disco circular	1
2. Anexo 1	6
2.1. Metodo del Límite Superior	6
2.2. Campo de velocidades	6
2.3. Deformaciones lineales	7
2.4. Relaciones de velocidad de deformación versus velocidades para sistemas cilíndricos	7
3. Anexo 2	8
3.1. Roce a altas presiones	8
3.2. Teorema del límite superior aplicado a las deformaciones plásticas	8
4. Bibliografía	10

Capítulo 1

Forja de un disco circular

El proceso de forja consiste en la compresión del material por medio de matrices a fin de obtener una forma deseada.

Problema

Consiste en un disco perfectamente rígido sometido a un esfuerzo de corte $\tau_{corte} = K$, es comprimido entre dos placas planas. Determinar la fuerza requerida para deformar el material en términos de las dimensiones h y r . Asumiendo fricción Coulombiana en las caras del disco $F_r = \mu \cdot F_n$. Use el método de análisis de Sach. Si la placa superior se mueve hacia abajo a velocidad v , discuta la potencia requerida para comprimir el disco en términos de v , k , r , h y μ .

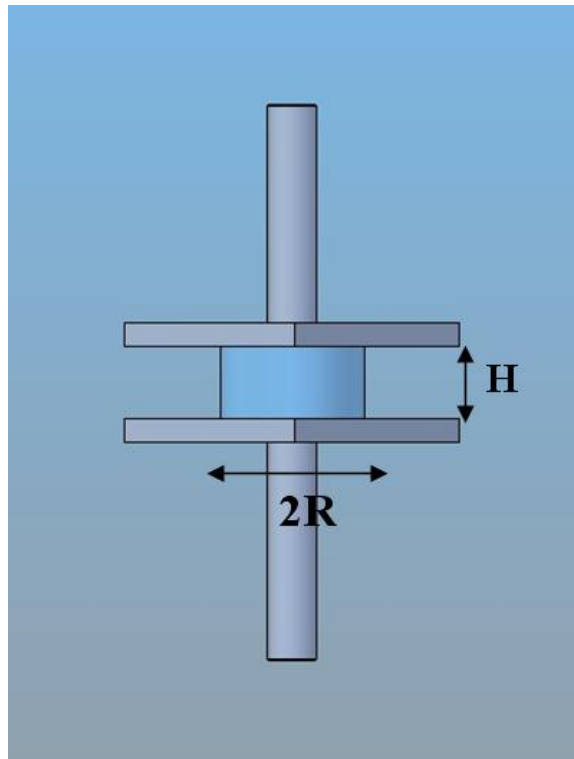


Figura 1.1: Vista principal del problema

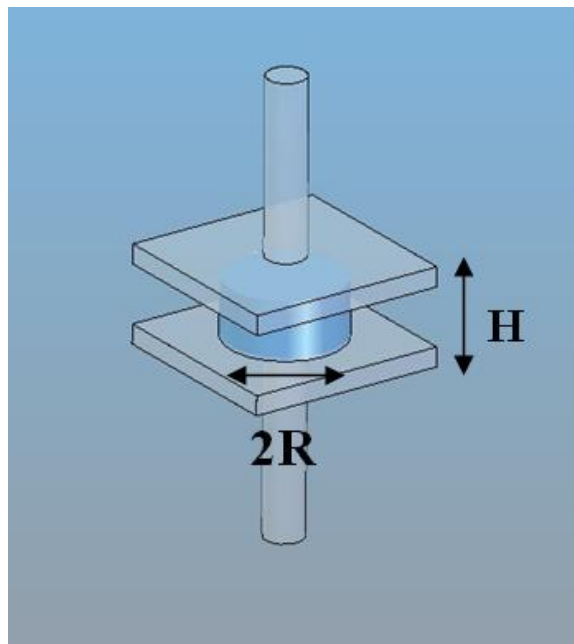


Figura 1.2: Vista isométrica del problema

Solución

Las dimensiones iniciales del disco serán R_0 y T_0 , en un instante cualquiera serán R y T .

Primero se propondrá un campo admisible de velocidades lo más simple posible en coordenadas cilíndricas:

$$\dot{u}_z = -\frac{v}{T} \cdot z \quad (1.1)$$

;significa que la deformación según z es constante.

$$\dot{u}_\theta = 0 \quad (1.2)$$

significa que por simetría no existe giro en el disco.

$$\dot{u}_r = \dot{u}_r(r, z) \quad (1.3)$$

se debe determinar de modo de asegurar la incompresibilidad.

El campo de velocidades de deformaciones, derivado del campo de velocidades será:

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{\delta \dot{u}_z}{\delta z} = -\frac{v}{T} \quad (1.4)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\delta \dot{u}_\theta}{\delta \theta} + \dot{u}_r \right) = \frac{\dot{u}_r}{r} \quad (1.5)$$

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\delta \dot{u}_r}{\delta r} \quad (1.6)$$

La condición de incompresibilidad es $\dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_z = 0$, obteniendo así:

$$\frac{\delta \dot{u}_r}{\delta r} + \frac{\dot{u}_r}{r} = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\delta(\dot{u}_r \cdot r)}{\delta r} \right) = \frac{v}{T} \quad (1.7)$$

Integrando se obtiene.

$$\dot{u}_r \cdot r = \frac{v}{2T} r^2 + B(z) \quad (1.8)$$

Por simetría para $r = 0$, $\dot{u}_r = 0$, de donde se obtiene $B(z) = 0$;

$$\dot{u}_r \cdot r = \frac{v}{2T} r + \frac{B(z)}{r} = \frac{v}{2T} r \quad (1.9)$$

Las velocidades de deformación se pueden escribir como:

$$\dot{\epsilon}_z = -\frac{v}{T} \quad (1.10)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{v}{2T} \quad (1.11)$$

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{v}{2T} \quad (1.12)$$

La deformación equivalente $\dot{\epsilon}$ será:

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_z^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_r^2)} = \sqrt{\frac{2}{3} \left[\frac{v^2}{T^2} + \frac{v^2}{2T^2} + \frac{v^2}{2T^2} \right]} = \left\| \frac{v}{T} \right\| \quad (1.13)$$

Aplicando el método de límite superior (ver Anexo 1), con $\bar{\sigma} = Y$, con roce $\tau_r = \frac{m}{\sqrt{3}}Y = K$, y sin superficies de discontinuidad:

$$\dot{J} \leq \int_V \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dV + \int_{S_r} \tau_r v_t dS = \dot{J}_1 + \dot{J}_3 \quad (1.14)$$

$$\dot{J}_1 = \int_V Y \frac{v}{T} dV = \frac{Y \cdot v}{T} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot T = Y \cdot \pi R^2 \cdot v \quad (1.15)$$

Las superficies de roce son la placa superior y la inferior. La velocidad relativa entre el material y las placas es \dot{u}_r .

$$\dot{J}_3 = \int_{S_r} \frac{mY}{\sqrt{3}} \cdot \dot{u}_r \cdot dS = 2 \int_0^R \frac{mY}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v}{2T} \cdot r \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad (1.16)$$

$$\dot{J}_3 = 2 \frac{mY}{\sqrt{3}} \cdot \frac{v}{T} \cdot \pi \cdot \frac{R^3}{3} \quad (1.17)$$

$$\dot{J} \leq F \cdot v = \dot{J}_1 + \dot{J}_3 = Y \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v \cdot \left(1 + \frac{2m}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{R}{T} \right) \quad (1.18)$$

$$F = Y \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(1 + \frac{2m}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{R}{T} \right) \quad (1.19)$$

Así el resultado según las variables del enunciado, con $m \frac{Y}{\sqrt{3}} = \mu \cdot \sigma_n = K$, con $T = H$, se obtiene:

$$\sigma_n = \frac{K}{\mu} \tag{1.20}$$

$$\Rightarrow F = \frac{K}{\mu} \cdot \pi \cdot R^2 \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \frac{R}{H} \right) \tag{1.21}$$

$$\Rightarrow \dot{J} = v \cdot \frac{K}{\mu} \cdot \pi \cdot R^2 \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \frac{R}{H} \right) \tag{1.22}$$

Capítulo 2

Anexo 1

2.1. Metodo del Límite Superior

Para aplicar el método del límite Superior se deben cumplir ciertos requisitos:

2.2. Campo de velocidades

Un campo admisible de velocidades es un campo de velocidades que sin ser necesariamente el verdadero, cumple con cierto número de condiciones, las cuales son:

Conservación de volumen: el campo de velocidades de deformación debe ser tal que $\epsilon_{ii} = 0$, es decir, debe cumplir con la condición de incompresibilidad.

Condiciones de Borde: las velocidades normales a la superficie del cuerpo deben ser iguales a las velocidades normales de los puntos materiales correspondientes.

Continuidad: el campo de velocidades debe ser continuo en todo cuerpo o zonas del cuerpo separadas por superficies de discontinuidad. Se deben cumplir los siguientes requisitos:

- Las velocidades normales a la superficie de ambos puntos deben ser iguales, es decir: $v_{1N} = v_{2N}$.
- Las velocidades tangenciales a la superficie de ambos puntos pueden ser distintas, generándose una velocidad relativa: $v_t = |v_{2T} - v_{1T}|$.

Para un problema dado pueden definirse muchos campos de velocidades, siendo el real sólo uno de ellos. Esto podría ocasionar que las tensiones calculadas a partir de él no cumplan las condiciones de equilibrio de tensiones.

2.3. Deformaciones lineales

El estiramiento de una línea PQ_i en el sentido X_1 , se define como la tasa de aumento de su longitud, dividida por su largo original:

$$\Delta\epsilon_{ii} = \frac{d(\Delta u_i)_{PQ_i}}{dx_i} = \frac{d\Delta u_i}{dx_i} \quad (2.1)$$

Dividiendo ambos por Δt .

$$\frac{\Delta\epsilon_{ii}}{\Delta t} = \dot{\Delta\epsilon}_{ii} = \frac{d\dot{\Delta u}_i}{dx_i} \quad (2.2)$$

2.4. Relaciones de velocidad de deformación versus velocidades para sistemas cilíndricos

De la expresión: $\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_i}{\delta x_i} + \frac{\delta u_j}{\delta x_j} \right)$, se puede deducir que:

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\delta \dot{u}_r}{\delta r} \quad (2.3)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\delta \dot{u}_\theta}{\delta x_\theta} + \dot{u}_r \right) \quad (2.4)$$

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{\delta \dot{u}_z}{\delta z} \quad (2.5)$$

Capítulo 3

Anexo 2

3.1. Roce a altas presiones

Para presiones suficientemente superiores al punto de fluencia, se modela de la siguiente forma:

$$\tau_r = m \frac{y}{\sqrt{3}} \quad (3.1)$$

donde:

1. m = factor de roce, $0 < m \leq 1$.
2. Y =punto de fluencia del metal más blando.

3.2. Teorema del límite superior aplicado a las deformaciones plásticas

Si a partir de un campo admisible de velocidades se calcula la suma de la potencia de deformación interna de cada zona del cuerpo, más la potencia de deformación de discontinuidades, más la potencia de roce, la potencia total así calculada, denominada *potencia teórica*(\dot{J}), es siempre mayor que la *potencia real*(\dot{I}). Este teorema se expresa como:

$$\dot{I} \leq \dot{J} = \int_V \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dV + \int_{S_D} K v_t dS + \int_{S_r} \tau_r v_t dS \quad (3.2)$$

donde:

1. $\dot{\epsilon}$: velocidad de deformación equivalente deducida a partir de un campo de velocidades admisible.

2. $\bar{\sigma}$: tensión equivalente deducida deducida a partir de un campo de velocidades admisible y la relación tensión deformación.
3. V : volumen del cuerpo.
4. K : tensión de cizalle en las discontinuidades, igual a $\bar{\sigma}/\sqrt{3}$.
5. v_t : velocidad relativa entre las superficies: de discontinuidad para las superficie S_D , y de roce para las superficies S_r .
6. S_D : superficie de discontinuidad.
7. S_r : superficie de roce.
8. τ_r : tensión cizallante por roce, expresada como $\mu \cdot p$ o $m \cdot \bar{\sigma}/\sqrt{3}$.

Capítulo 4

Bibliografía

- [1] Autor: Cristián Vidal E. and Francisco Negroni E., *Mecánica de la plasticidad para Ingenieros*, Ediciones Universidad Católica, Chile (1999).