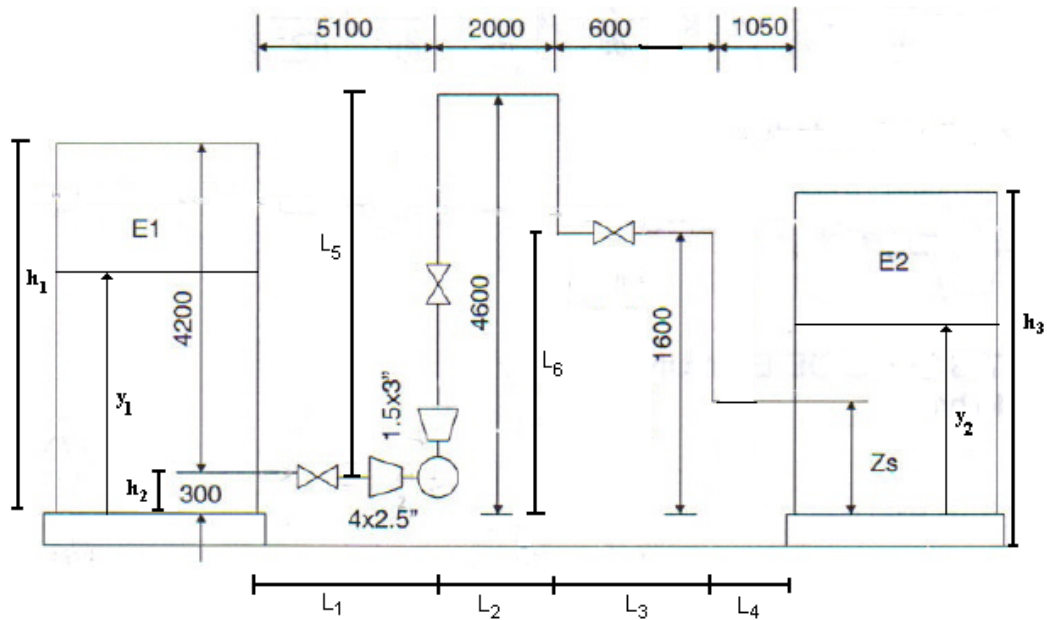


La siguiente figura muestra el esquema de la situación planteada en el problema.



1. Datos del problema

$h_1 = 4.5$ [m]	$\rho = 999$ [kg/m ³]
$h_2 = 0.3$ [m]	$\mu = 1.14 \times 10^{-3}$ [Pa · s]
$h_3 = 2.6$ [m]	$K_{valv} = 0.5$
$L_1 = 2.6$ [m]	$K_{contr} = 0.5$
$L_2 = 2$ [m]	$K_{exp} = 0.4$
$L_3 = 0.6$ [m]	$K_{sal} = 0.3$
$L_4 = 1.05$ [m]	$K_{entr} = 0.2$
$L_5 = 4.6$ [m]	$K_{codo} = 0.5$
$L_6 = 1.6$ [m]	$e = 1.5 \times 10^{-4}$ [m]

2. Supuestos:

- $\dot{W} = 0$ (La bomba está apagada)

2. $V_1 = V_2 = 0$ (Velocidades en los puntos 1 y 2 nulas. Los estanques son muy grandes)
3. $P_1 = P_2 = P_{atm}$
4. Se considerarán dos tramos. El primero se designará por A y el segundo por B. El primero va desde la salida del primer estanque hasta la bomba. En este tramo se despreciará la distancia entre la bomba y la contracción. El segundo tramo será desde la bomba hasta la entrada del segundo estanque. En este caso se despreciará la distancia entre la bomba y la expansión.
5. $Q_A = Q_B = Q$ (conservación de caudal)

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se tiene:

$L_A = 5,1$ [m] (Largo del tramo A)

$D_A = 0,1016$ [m] (Diámetro de la cañería del tramo A)

$L_B = L_2 + (L_5 - h_2) + (L_5 - L_6) + L_3 + (L_6 - Z_s) + L_4 = 12,55 - Z_s$ (Largo del tramo B)

$D_B = 0,0762$ [m] (Diámetro de la cañería del tramo B)

Con esto definido, la ecuación de Bernoulli con pérdidas queda como:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g y_2 + \sum P_r + \sum P_s$$

Luego de considerar los supuestos 2 y 3, la ecuación anterior queda como:

$$\rho g(y_1 - y_2) = \sum P_r + \sum P_s$$

En la ecuación anterior, $\sum P_r$ representa las pérdidas de tipo regular (por roce) a lo largo de los dos tramos, es decir:

$$\sum P_r = \sum P_{rA} + \sum P_{rB}$$

y $\sum P_s$ representa las pérdidas de tipo singular a lo largo de los dos tramos:

$$\sum P_s = \sum P_{sA} + \sum P_{sB}$$

3. Pérdidas Regulares.

3.1. Tramo A

$$\sum P_{rA} = \frac{1}{2} \frac{L_A}{D_A} f_A \rho V_A^2$$

Pero como:

$$V_A = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi D_A^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi D_A^2}$$

$$\sum P_{rA} = \frac{1}{2} \frac{L_A}{D_A} f_A \rho \left(\frac{4Q}{\pi D_A^2} \right)^2$$

Poniendo números:

$$\sum P_{rA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5,1}{0,1016} \cdot f_A \cdot 999 \left(\frac{4Q}{\pi 0,1016^2} \right)^2 = 381467344,56Q^2$$

3.2. Tramo B

$$\sum P_{rB} = \frac{1}{2} \frac{L_B}{D_B} f_B \rho \left(\frac{4Q}{\pi D_B^2} \right)^2$$

Poniendo números:

$$\sum P_{rB} = \frac{1}{2} \frac{12,55 - Z_s}{0,0762} f_B 999 \left(\frac{4Q}{\pi 0,0762^2} \right)^2 = 315196127,519 \cdot f_B \cdot (12,55 - Z_s) \cdot Q^2$$

4. Perdidas Singulares

4.1. Tramo A

$$\sum P_{sA} = \frac{1}{2} \rho V^2 \sum K_i = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{4Q}{\pi D_A^2} \right)^2 (K_{sal} + K_{valv} + K_{contr})$$

Poniendo números:

$$\sum P_{sA} = \frac{1}{2} 999 \left(\frac{4Q}{\pi 0,1016^2} \right)^2 (0,3 + 0,5 + 0,5) = 9879256,249Q^2$$

4.2. Tramo B

$$\sum P_{sB} = \frac{1}{2} \rho V^2 \sum K_i = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{4Q}{\pi D_B^2} \right)^2 (K_{exp} + 5K_{cod} + 2K_{valv} + K_{ent})$$

Poniendo números:

$$\sum P_{sA} = \frac{1}{2} 999 \left(\frac{4Q}{\pi 0,0762^2} \right)^2 (2 + 5 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,5 + 0,2) = 98473574,159Q^2$$

Poniendo estos resultados en la ecuación de Bernoulli:

$$999 \cdot 9,8(y_1 - y_2) = 9879256,25Q^2 + 98473574,16Q^2 + 381467344,56f_AQ^2 + 315196127,52(12,55 - Z_s)f_BQ^2$$

De esta última ecuación es posible despejar el caudal. Antes es necesario algunos supuestos. En el caso crítico $y_2 = Z_s$ y se supondrá que $y_1 = 4,5$, es decir que el primer estanque se encuentra a su máxima capacidad. Con esto Q se despeja como:

$$Q = \left(\frac{4,5 - Z_s}{11067,47 + 38964,2f_A + 32195,06(12,55 - Z_s)f_B} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Además se sabe que:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\mu \pi D}$$

y se cuenta además con las expresiones de Colebrook y de Swamee y Jain:

Swamee y Jain (explicita)

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{e/D}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2} = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{e/D}{3,7} + \frac{5,74}{\left(\frac{4\rho Q}{\mu \pi D} \right)^{0,9}} \right) \right]^2}$$

Colebrook(Implicita)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0,86 \ln \left(\frac{e/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

5. Iteraciones

5.1. Según Swamee y Jain

En esta caso se partió con un caudal $Q=0.1[m^3/seg]$ y se fueron obteniendo f_A y f_B para luego con la ecuación para Q , recalculer el caudal. La siguiente tabla muestra los resultados.

Caso 1	Zs=0						
iteración	Caudal [m^3/seg]	Reynolds(a)	Reynolds(b)	e/Da	e/Db	fa	fb
1	0,1	1098188,895	1464251,859	0,001476	0,001969	0,021925	0,023509
2	0,014494117	159172,7807	212230,3742	0,001476	0,001969	0,023163	0,024343
3	0,014365463	157759,915	210346,5534	0,001476	0,001969	0,023175	0,024351
4	0,014364272	157746,8423	210329,1231	0,001476	0,001969	0,023175	0,024351
5	0,014364261	157746,7204	210328,9605	0,001476	0,001969	0,023175	0,024351
Caso 2	Zs=1,5						
iteración	Caudal [m^3/seg]	Reynolds(a)	Reynolds(b)	e/Da	e/Db	fa	fb
1	0,1	1098188,895	1464251,859	0,001476	0,001969	0,021925	0,023509
2	0,012161057	133551,3795	178068,506	0,001476	0,001969	0,023402	0,024509
3	0,012039036	132211,352	176281,8026	0,001476	0,001969	0,023417	0,024519
4	0,012037809	132197,8786	176263,8381	0,001476	0,001969	0,023417	0,024519
5	0,012037796	132197,7419	176263,6558	0,001476	0,001969	0,023417	0,024519
Caso 2	Zs=1,5						
iteración	Caudal [m^3/seg]	Reynolds(a)	Reynolds(b)	e/Da	e/Db	fa	fb
1	0,1	1098188,895	1464251,859	0,001476	0,001969	0,021925	0,023509
2	0,009882978	108533,7674	144711,6898	0,001476	0,001969	0,023728	0,024737
3	0,009767231	107262,6465	143016,8619	0,001476	0,001969	0,023748	0,024751
4	0,009765928	107248,3343	142997,779	0,001476	0,001969	0,023748	0,024752
5	0,009765913	107248,1714	142997,5619	0,001476	0,001969	0,023748	0,024752

5.2. Según Colebrook

Se siguió el mismo procedimiento anterior pero esta vez los valores de f se obtuvieron con un NumSolve en calculadora, dada la forma implícita de la ecuación.

Caso 1	Zs=0						
iteración	Caudal [m³/seg]	Reynolds(a)	Reynolds(b)	e/Da	e/Db	fa	fb
1	0,1	1098188,895	1464251,86	0,001476	0,001969	0,02228586	0,0239208
2	0,014433433	158506,3563	211341,81	0,001476	0,001969	0,02343044	0,0246497
3	0,014321455	157276,6257	209702,17	0,001476	0,001969	0,02344184	0,0246582
4	0,014320185	157262,6828	209683,58	0,001476	0,001969	0,02344195	0,0246583
5	0,014320174	157262,5588	209683,41	0,001476	0,001969	0,02344195	0,0246583
Caso 2	Zs=1,5						
iteración	Caudal [m³/seg]	Reynolds(a)	Reynolds(b)	e/Da	e/Db	fa	fb
1	0,1	1098188,895	1464251,86	0,001476	0,001969	0,02228586	0,0239208
2	0,0121132	133025,8144	177367,7525	0,001476	0,001969	0,02366536	0,0248064
3	0,012005399	131841,958	175789,2774	0,001476	0,001969	0,02367818	0,024815
4	0,012004378	131830,7476	175774,3301	0,001476	0,001969	0,0236783	0,0248151
5	0,012004368	131830,6412	175774,1882	0,001476	0,001969	0,0236783	0,0248151
Caso 2	Zs=2,6						
iteración	Caudal [m³/seg]	Reynolds(a)	Reynolds(b)	e/Da	e/Db	fa	fb
1	0,1	1098188,895	1464251,859	0,001476	0,001969	0,02192546	0,0235088
2	0,009882978	108533,7674	144711,6898	0,001476	0,001969	0,0239809	0,0250199
3	0,009742712	106993,3777	142657,837	0,001476	0,001969	0,02400508	0,0250363
4	0,009741208	106976,8692	142635,8256	0,001476	0,001969	0,0240053	0,0250364
5	0,009741193	106976,6964	142635,5952	0,001476	0,001969	0,02400543	0,0250364