

## Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema

Profesor Auxiliar : José Luis Malverde

### CLASE AUXILIAR

15 DE NOVIEMBRE 2005

1. Se tiene dos cajas (A y B) de tal forma que la caja A contiene 8 fichas blancas y 2 negras, en tanto B contiene X fichas blancas y 10-X negras.

Un juego consiste en lanzar un dado (a costo de 2 UM), si sale mayor a 4 se saca una ficha de la caja A, en caso contrario se saca de la caja B. Si la ficha obtenida es blanca se obtiene un ingreso de 4 UM, si es negra 0 UM. Determine X para que el juego le convenga en promedio a su dueño.

2. Los responsables de una panadería han determinado que la demanda diaria de pan especial (en Kg.) es una v.a. con densidad:  $f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } 0 \leq x \leq 1,000 \\ 0 & \text{si } x < 0 \text{ o } x > 1,000 \end{cases}$

a) Calcule  $k$ ,  $\mathbb{E}(x)$ ,  $V(x)$ .

b) Calcule la probabilidad que la demanda total de un mes (30 días) supere los 18000 Kg.

c) El encargado de la panadería desea planificar su producción decidiendo cuánto pan diario producir (H en Kg) manteniéndolo constante todos los días.

Si el costo de producción es de C (UM/Kg) y se vende a V (UM/Kg) , determine cuánto debe valer H para maximizar la utilidad esperada diaria por venta de pan. El pan que no se vende en el día debe eliminarse.

3. Considere una partícula moviéndose en la dirección de la flecha, desde la zona I a la zona II. Entre las dos zonas existe una “barrera” rectangular de ancho  $a$  y altura  $V$  (éste es un modelo simplificado del denominado efecto túnel cuántico). Considere que la probabilidad de que la partícula cruce la barrera viene dada por  $e^{-CaV}$ , y las probabilidades de cruce de 2 barreras distintas son independientes. Considere ahora una barrera parabólica en donde se tiene:

$$B(x) = \frac{-V_0}{a^2}(x^2 - a^2) \quad \text{con } x \in [-a, a]$$

a) Aproximando la barrera  $B(x)$  por medio de una sucesión de barreras rectangulares, calcule la probabilidad de cruce de esta barrera parabólica.

En el caso de una función  $B(x)$  cualquiera cuánto vale esta probabilidad?

- b) Si partículas son emitidas desde I hacia II a una tasa  $\lambda$ , cuál es la tasa a la cual se detectan en la zona II? (i.e. la tasa de partículas que cruza la barrera).
4. La edad en una gran población de adultos es una v.a. normal de media 46 años y desviación estándar 8 años.
- a) Si de la población se extraen  $n$  individuos obteniéndose por lo menos uno menor a 50 años, calcule la probabilidad de obtener al menos uno mayor a 50 años.
- b) Si se toman dos adultos, cuál es la probabilidad que sus edades difieran en menos de 1 año?
- c) Sea  $X \rightarrow N(\mu, \sigma^2)$  e  $Y = e^X$  Encuentre la fdp de  $Y$ . La distribución de  $Y$  se llama lognormal.
- d) Suponga que el ingreso de la población puede ser determinado en base a muchas variables aleatorias, tales como edad, cantidad de hijos, años de estudio, etc., mediante la siguiente fórmula  $X = X_1 X_2 X_3 \dots$  donde  $X_i$  es alguna de la v.a. antes mencionadas. Encuentre la distribución aproximada de  $X$