

## Pauta Control 3. Microeconomía Avanzada - 2005.

**Profesor:** Jorge Rivera.

**Ayudante:** Reinaldo Guerra

**Pregunta 1.** Comente las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta.

- (a) Por medio de una negociación entre privados siempre será posible alcanzar el nivel óptimo de una externalidad negativa.

**Respuesta.** Esto es cierto siempre y cuando se cumplan una serie de condiciones, a saber, que los derechos sean claramente establecidos, que no existan costos de transacción ni que existan efectos ingreso.

- (b) Si toda la población pagase por un bien público según sus preferencias por dicho bien (disposición a pagar) entonces no habría problema con el financiamiento de los mismos.

**Respuesta.** Es verdadero, ya que con esos montos se financiará la cantidad social óptima del bien público considerado.

- (c) En general no es necesario hacer transferencias de bienes para alcanzar determinado punto de la curva de contrato: basta con fijar los precios en el mercado de modo que la recta presupuestaria pase por las dotaciones iniciales y por el óptimo de Pareto deseado.

**Respuesta.** Esto es falso, ya que el precio considerado no tiene por que ser de equilibrio. Intuitivamente, la modificar la pendiente de la recta manteniendo fijo el punto de las dotaciones iniciales, el punto que se alcance en la curva de contrato no necesariamente será soportado por el precio en cuestión.

- (d) Un equilibrio competitivo (de Walras) representa la mejor asignación de recursos posibles en la economía, esto ya que en él los agentes están maximizando su utilidad.

**Respuesta.** Esto es falso: el equilibrio de Walras puede ex - post representar asignaciones de bienes que no son equitativas y que, de hecho, pueden resultar muy perjudiciales para algunos individuos. Obviamente las asignaciones resultantes no corresponden a aquellas donde los individuos maximizan su utilidad en general, sino que aquellos donde maximizan utilidad condicional a la riqueza que poseen de acuerdo a los precios de equilibrio.

**Pregunta 2.**

Suponga dada una economía de intercambio con  $m$  individuos y dos bienes. Los consumidores son indexados por  $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$ . Las preferencias son dadas por

$$u_i(x, y) = [x^r + \mu_i y^r]^{\frac{1}{r}},$$

con  $r > 1$  y  $\mu_i > 0$  un parámetro individual. Las dotaciones iniciales son  $\omega_i = (\omega_{i1}, \omega_{i2}) \in \mathbb{R}_{++}^2$ . Suponga el bien uno es numerario.

- (a) Usando la demanda del bien uno, determina la condición que define el precio de equilibrio en esta economía.

**Respuesta.** En este caso, la condición de demanda para el individuos  $i$  viene de la igualdad entre tasa marginal de sustitución y cociente de precios, es decir,

$$\frac{x^{r-1}}{\mu_i y^{r-1}} = \frac{1}{p} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{x}{y}\right)^{r-1} = \frac{\mu_i}{p} \quad \Rightarrow \quad y = \left(\frac{p}{\mu_i}\right)^{\frac{1}{r-1}} x.$$

Con lo anterior entonces, la demanda por el bien uno satisface

$$x + p \cdot \left(\frac{p}{\mu_i}\right)^{\frac{1}{r-1}} x = \omega_{i1} + p \cdot \omega_{i2} \Rightarrow x_i = \frac{\omega_{i1} + p \cdot \omega_{i2}}{1 + p \cdot \left(\frac{p}{\mu_i}\right)^{\frac{1}{r-1}}}.$$

Luego, la condición de equilibrio es

$$\sum_{i=1}^n \left[ \frac{\omega_{i1} + p \cdot \omega_{i2}}{1 + p \cdot \left(\frac{p}{\mu_i}\right)^{\frac{1}{r-1}}} \right] = \sum_{i=1}^n \omega_{i1}.$$

- (b) Asumiendo que  $\mu_i = \mu_j = \mu$ ,  $i \neq j$  (es decir,  $\mu_i$  es constante e igual para todos), determine entonces el precio de equilibrio de la economía.

**Respuesta.** Bajo lo indicado, la condición de equilibrio es

$$\sum_{i=1}^n \left[ \frac{\omega_{i1} + p \cdot \omega_{i2}}{1 + p \cdot \left(\frac{p}{\mu}\right)^{\frac{1}{r-1}}} \right] = \sum_{i=1}^n \omega_{i1} \Rightarrow \sum_{i=1}^n \omega_{i1} + p \cdot \sum_{i=1}^n \omega_{i2} = \sum_{i=1}^n \omega_{i1} \cdot \left[ 1 + p \cdot \left(\frac{p}{\mu}\right)^{\frac{1}{r-1}} \right],$$

es decir,

$$p \cdot \sum_{i=1}^n \omega_{i2} = \sum_{i=1}^n \omega_{i1} \cdot \left[ p \cdot \left(\frac{p}{\mu}\right)^{\frac{1}{r-1}} \right] \Rightarrow \sum_{i=1}^n \omega_{i2} = \sum_{i=1}^n \omega_{i1} \cdot \left[ \left(\frac{p}{\mu}\right)^{\frac{1}{r-1}} \right],$$

con lo que, finalmente,

$$p^* = \left( \frac{\sum_{i=1}^n \omega_{i2}}{\sum_{i=1}^n \omega_{i1}} \right)^{r-1} \mu.$$

- (c) Muestre que un aumento en  $\mu$  anterior implica un aumento en el precio de equilibrio. ¿Cómo interpreta económicamente este resultado?

**Respuesta.** La expresión que define el precio de equilibrio es claramente creciente en  $\mu$ . Económicamente esto proviene que un aumento en  $\mu$  corresponde a decir que el bien dos es más deseado, razón por la cual se hace más caro.

### Pregunta 3.

Considere dos individuos cuyas funciones de utilidad son  $u_1(x_{11}, x_{12}) = x_{11}^\alpha \cdot x_{12}^{1-\alpha}$  y  $u_2(x_{21}, x_{22}) = x_{21}^\beta \cdot x_{22}^{1-\beta}$  respectivamente, siendo sus dotaciones iniciales dadas por  $\omega_1 = (1, R-1) \in \mathbb{R}^2$  y  $\omega_2 = (R-1, 1) \in \mathbb{R}^2$  respectivamente (con  $R > 1$  dado). Se pide lo siguiente.

- (a) Determine la curva de contrato de esta economía y dibújela en la respectiva caja de Edgeworth.

**Respuesta.** En este caso, la curva de contrato proviene de imponer la condición de tangencia de las curvas de indiferencia para puntos factibles. Partiendo del hecho que  $\omega_{11} + \omega_{21} = R$  (análogo con el bien dos), se tiene entonces que la condición de tangencia es (“igualdad de tasas marginales de sustitución en el punto de la caja de Edgeworth”)

$$\frac{\alpha x_{21}}{(1-\alpha)x_{11}} = \frac{\beta(R-x_{21})}{(1-\beta)(R-x_{11})},$$

por lo que

$$x_{12} = \frac{Rx_{11}}{\gamma R + (1 - \gamma)x_{11}}, \quad 0 \leq x_{11} \leq R,$$

con

$$\gamma = \frac{\alpha(1 - \beta)}{\beta(1 - \alpha)}.$$

La relación anterior define entonces la curva de contrato. La caja de Edgeworth es directa.

- (b) ¿Una repartición igualitaria de los recursos es un óptimo de Pareto para esta economía? Si su respuesta es afirmativa, justifique su resultado; si su respuesta es negativa, indique bajo qué condición sobre los parámetros se tendría lo indicado.

**Respuesta.** No es un punto de la curva de contrato ya que cuando  $x_{11} = \frac{R}{2}$  se tiene que

$$x_{12} = \frac{R \cdot R/2}{\gamma R + (1 - \gamma)R/2} = \frac{R}{1 + \gamma} \neq \frac{R}{2}.$$

La condición para que sea óptimo de Pareto es que  $\gamma = 1$ , es decir, que  $\alpha = \beta$ .

- (c) Suponiendo que  $\alpha > \beta$ , muestre que en el **óptimo de Pareto que es equitativo en el bien uno para ambos consumidores**, ocurre que el individuo dos necesariamente debe recibir más del bien dos que el individuo uno.

**Respuesta.** Si  $\alpha > \beta$  entonces es directo que  $\gamma > 1$ . Con esto, si  $x_{11} = R/2$ , entonces  $x_{12} < \frac{R}{2}$ , con lo que el individuo dos debería recibir más del bien dos que el individuo uno.