CAPÍTULO 5

EL USO ÓPTIMO DE RECURSOS NO RENOVABLES

INTRODUCCIÓN

Los recursos no renovables incluyen aquellos llamados *energéticos* (petróleo, gas natural, uranio y carbón) y los *no energéticos* (cobre, níquel y zinc, por nombrar algunos). Ellos se han formado a partir de procesos geológicos que toman millones de años, por lo que en la escala de dimensión humana, se considera que poseen una base fija de reservas.

El análisis de las decisiones productivas que enfrenta el propietario de un recurso de este tipo difiere del correspondiente a uno renovable, como sería el caso de la agricultura, la pesca o la producción de madera. Para ilustrarlo, supongamos que el dueño de una pequeña mina de cobre actúa en un mercado competitivo, donde tiene información perfecta, incluso de cómo evolucionará el precio del mineral en el tiempo, y desea saber cuál debe ser su tasa de extracción óptima del mineral.

Una rápida recomendación le diría que bajo un contexto competitivo, quien intente maximizar utilidades debiera extraer mineral mientras el precio del mismo supere al costo marginal de extracción. Simplifiquemos aún más el análisis y supongamos por un momento que los costos de extracción son despreciables. Según el razonamiento anterior, la extracción debe ser total mientras el precio sea no nulo.

Sin embargo, la regla de decisión anterior considera sólo la renta derivada de la extracción, pero no la que es posible de obtener del valor residual del yacimiento, esto es, la renta remanente del mineral que no ha sido extraído.
¿Qué pasa si la tasa de descuento del dueño de la mina es de 10% anual, pero se espera que los precios se incrementen un 20%? ¿Cuál debiera ser en ese caso la extracción óptima? Obviamente en tal situación, al dueño de la mina le conviene dejar el mineral “en la tierra”, porque sea cual sea la

cantidad que extraiga, digamos Q_0, la renta que tendría el próximo año sería igual a $P \cdot Q_0 \cdot (1 + 0.1)$, mientras que si no lo extrajera este año, sino el próximo, su renta sería igual a $P \cdot Q_0 \cdot (1 + 0.2)$, es decir, la plusvalía del yacimiento es mayor a lo que alternativamente se podría ganar extrayendo el mineral en él contenido. Aún más, si esta situación se mantuviera en el tiempo, no le sería rentable extraer el mineral nunca, porque el valor del yacimiento sin explotar vale más así, que *minándolo*.

En el siguiente recuadro se formaliza analíticamente la regla anterior.

UN CLÁSICO: LA TEORÍA DE LA MINA

Comenzaremos con un modelo simple de extracción de un propietario individual que opera en un entorno perfectamente competitivo. Él tratará de maximizar el valor presente neto de su actividad; luego, lo que busca determinar es el patrón óptimo de extracciones en el tiempo: $q(t = 1)$, $q(t = 2)$, $q(t = 3)$, etc. Su problema puede formularse como:

$$\underset{q(t)}{Max} \quad \int_0^T \{P(t) \cdot q(t) - C(q(t))\} \cdot e^{-rt}\, dt \qquad (5.1)$$

$$s.a. \quad \dot{R}(t) = -q(t) \quad , \quad R(t = 0) = S$$

donde $P(t)$ es el precio del mineral en el tiempo, $C(q(t))$ es el costo de extracción, r es la tasa de descuento, $R(t)$ corresponde a las reservas de la mina en cada instante del tiempo, y S es el stock inicial del recurso. Si en lugar de trabajar con tiempo continuo lo hacemos con intervalos, el problema queda como se indica a continuación, y simplificamos su solución a través del uso del Lagrangiano:

$$\underset{q(t)}{Max} \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{P(t) \cdot q(t) - C(q(t))}{(1+r)^t} \qquad (5.2)$$

$s.a. \quad \sum_{t=0}^{T} q(t) = S$, y el Lagrangiano se expresa como:

$$L = \sum_{t=0}^{T} \frac{P(t) \cdot q(t) - C(q(t))}{(1+r)^t} - \lambda \cdot \left(\sum_{t=0}^{T} q(t) - S\right) \qquad (5.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{P(t) - C'(q(t))}{(1+r)^t} = \lambda \qquad (5.4)$$

La condición anterior nos dice que las rentas descontadas en cada período *deben* ser iguales: si no fuese así, claramente al propietario le convendría extraer más en los períodos en que las rentas son mayores. Para dos períodos consecutivos:

(continúa…)

UN CLÁSICO (CONTINUACIÓN)

$$\frac{P(t+1)-C'(q(t+1))}{(1+r)^{t+1}} = \frac{P(t)-C'(q(t))}{(1+r)^{t}} \qquad (5.5)$$

de donde se obtiene que (4.6):

$$\frac{(P(t+1)-C'(q(t+1))) - (P(t)-C'(q(t)))}{P(t)-C'(q(t))} = r$$

la expresión anterior nos dice que para seguir un patrón de extracción óptimo, el propietario debe producir de manera tal en el tiempo que la tasa de crecimiento de la renta iguale a la tasa de descuento. Si no fuera el caso, por ejemplo si la renta creciera menos, entonces le convendría extraer más ahora (lo que gana invirtiendo lo ganado en activos alternativos sería mayor que lo que ganaría esperando la producción y renta futura), y viceversa.

EXTRACCIÓN ÓPTIMA DE UNA INDUSTRIA

En 1931, Harold Hotelling escribió un artículo "clásico" en el cual examinaba el patrón de extracción óptimo de un recurso desde una perspectiva social, es decir, tratando de maximizar el bienestar social derivado del uso de un recurso mineral. Hotelling encontró que la solución óptima era equivalente cuando trataba con una industria competitiva que cuando encontraba el patrón que seguiría un planificador central, y arribó al mismo resultado que alcanzamos en el punto anterior, es decir, que el valor presente de una unidad de un recurso homogéneo pero finito, debería ser idéntico independientemente de cuando fuera extraído.

REGLA DE HOTELLING

El problema de la industria es el de maximizar las utilidades de los participantes:

$$Max \quad p_i = \int_0^T \{P(t)\cdot q_i(t) - C(q_i(t))\}\cdot e^{-rt}\,dt \qquad (5.6)$$

$$s.a. \quad \dot{R}_i(t) = -q_i(t) \quad \text{y} \quad R_i(0) = S_i$$

Usando el Hamiltoniano corriente para evitar el efecto del descuento:

$$Hc = P(t)\cdot q_i(t) - C(q_i(t)) - m(t)\cdot q_i(t) \qquad (5.7)$$

(continúa…)

REGLA DE HOTELLING (CONT.)

$$\frac{\partial Hc}{\partial q_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad P(t) - C'(q_i(t)) - m(t) = 0 \qquad (5.8)$$

$$-\frac{\partial Hc}{\partial R} = -\dot{m} + rm = 0 \qquad (5.9)$$

$$\dot{m} = rm \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{d}{dt}[P(t) - C'(q_i(t))]}{P(t) - C'(q_i(t))} = r \qquad (5.10)$$

La condición anterior se conoce como la *Regla de Hotelling*, y nos dice que la variación de la renta entre períodos debe ser igual a la tasa de descuento, para seguir un patrón de extracción óptimo. Dado que no impusimos una restricción terminal al tiempo *T*, se verifica que:

$$Hc(T) = 0 \qquad (5.11)$$

$$P(T) \cdot q_i(T) - C(q_i(T)) - m(T) \cdot q_i(T) = 0 \qquad (5.12)$$

$$m(T) = P(T) - \frac{C(q_i(T))}{q_i(T)} \qquad (5.13)$$

pero de las condiciones de primer orden tenemos que:

$$m(T) = P(T) - C'(q_i(T)) \qquad (5.14)$$

por lo que se verifica:

$$\frac{C(q_i(t))}{q_i(t)} = C'(q_i(t)) \qquad (5.15)$$

Si tenemos firmas con tecnologías distintas, las cantidades producidas por cada una diferirá, pero no las condiciones de optimalidad que hemos determinado.

Sin pérdida de generalidad, consideraremos que los costos medios y marginales de extracción son nulos. Basándose en la regla de Hotelling que acabamos de determinar, tenemos que bajo el patrón de extracción óptimo se verifica que:

$$\frac{\dot{P}}{P} = r \Rightarrow \int_0^t \frac{dP}{P} = \int_0^t r\,dt \Rightarrow \ln\left(\frac{P(t)}{P(0)}\right) = rt \qquad (5.16)$$

$$P(t) = P(0)e^{rt} \qquad (5.17)$$

(continúa…)

LA REGLA DE HOTELLING (CONT.)

Es decir, un productor es indiferente entre producir a un precio inicial $P(0)$ y un precio $P(0)e^{rt}$ en t. ¿Cuál sería el patrón de extracción óptimo en el caso de un planificador social? Si asumimos nuevamente que los costos de producción son nulos, la función de bienestar social se reduciría al excedente de los consumidores, y sería ésta la función a maximizar. Sea *P(z)* la función de demanda del mineral. El excedente del consumidor viene dado por:

$$U(q) = \int_0^q P(z)dz \qquad (5.18)$$

y por lo tanto, lo que se desea maximizar es:

$$\int_0^T U(q) \cdot e^{-rt} dt \qquad (5.19)$$

sujeto a las mismas restricciones del caso anterior:

$$\dot{R}(t) = -q(t) \quad \text{y} \quad R(0) = S \qquad (5.20)$$

Luego, el Hamiltoniano corriente queda:

$$Hc = U(q) - m \cdot q(t) \qquad (5.21)$$

y las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\P Hc}{\P q} = U'(q) - m = 0 \qquad (5.22)$$

pero debemos recordar la definición de $U(q) \Rightarrow U'(q) = P$

$$-\frac{\P Hc}{\P R} = \dot{m} - rm = 0 \quad \text{(se retoma } \frac{\dot{P}}{P} = r \text{)} \qquad (5.23)$$

Para terminar, dos elementos adicionales. El primero se refiere a cómo determinar *q(t)*. Para ello se trabaja con la demanda del mineral. Supongamos que ella es de la forma isoelástica:

$$P(t) = A \cdot q(t)^{-a} \qquad (5.24)$$

Sabemos por otra parte (Hotelling) que *P(t)* es de la forma:

$$P(t) = B \cdot e^{rt} \qquad (5.25)$$

donde B representa el precio en $t = 0$. Luego, igualando ambas expresiones se tiene que:

(continúa…)

LA REGLA DE HOTELLING (CONT.)

$$q(t) \quad = \quad C \cdot e^{\frac{-rt}{a}} \qquad (5.26)$$

Finalmente, para determinar T debemos recordar el horizonte de tiempo en que se agota el recurso:

$$\int_0^T q(t)\,dt = S \qquad (5.27)$$

Para quien desee evitar la "densidad" matemática anterior, lo que concluye la regla de Hotelling es que en presencia de un patrón óptimo de extracción de un mineral, la escasez del mismo determinará un crecimiento exponencial de su precio en el tiempo.

PRECIOS LÍMITES Y TECNOLOGÍAS SUSTITUTAS

A medida que un recurso se hace más escaso, la teoría económica predice que su precio tenderá a aumentar. El resultado encontrado en la sección anterior es coherente con esa lógica, ya que se verifica una función creciente del precio en el tiempo: $P(t) = B \cdot e^{rt}$ $(B,\ r > 0)$, lo cual se ilustra en la figura 4.1. La pregunta relevante ahora es si esta conceptualización tiene respaldo en la evidencia empírica.

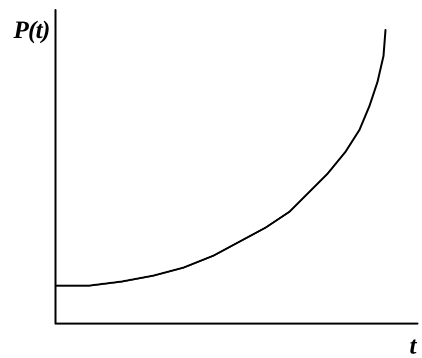

Figura 5.1: *Patrón de precios de un Mineral a medida que se vuelve escaso*

La respuesta es negativa. En la práctica[1] no se observan tales crecimientos exponenciales de precios y ello se explica fundamentalmente por la existencia de precios límites, los cuales a su vez vienen dados por tecnologías que permiten sustituir insumos "caros" (en general, es dicho encarecimiento el factor que cataliza la aparición de estas mejoras tecnológicas). Así, la existencia de un precio límite P_L determinará que el patrón óptimo de agotamiento de un recurso debiera ser tal que la última unidad del recurso se acabe cuando se alcance dicho precio. Para un precio mayor, la demanda por el mineral sería nula:

$$q(P_L) \quad = \quad q(P(T_L)) \quad = \quad 0 \qquad (4.27)$$

[1] Ver Capítulo 4.

Lo anterior determina el precio inicial: $P(t=0) = P_L \cdot e^{-rT_L}$ y ello a su vez determina cuál sería el nuevo patrón de extracción óptimo, *q(t)*.

EXPOSICIÓN DIAGRAMÁTICA DEL USO ÓPTIMO DEL RECURSO

En la figura 5.2. se representa de manera gráfica la regla de Hotelling. El cuadrante superior derecho nos muestra la evolución del precio del recurso en el tiempo, el cual tiene como límite superior a P_L. Siguiendo una ruta de extracción óptima, el recurso debe agotarse una vez alcanzado dicho precio. Ello determina el horizonte de vida *T* del recurso. En el cuadrante superior izquierdo se representa la curva de demanda del recurso. El cuadrante inferior derecho corresponde a una línea de 45° que sirve para "trasladar" el horizonte T. Todo ello permite que en el cuadrante inferior izquierdo se represente el stock total del recurso, como el área bajo la curva obtenida de la proyección.

¿Por qué la diagramación muestra el patrón correcto de extracción? Supongamos, por ejemplo, que el precio inicial fuera más alto. Dado que la evolución de precios debe seguir la trayectoria $P(t) = P(0)e^{rt}$, un precio inicial superior determinará que el "choque" de la línea de precios con la tecnología sustituta ocurrirá en un período de tiempo anterior a *T*, lo cual implicaría que la cantidad total extraída sería inferior a *S*, lo que no corresponde a una estrategia óptima de uso del recurso, por lo que el supuesto de un precio inicial más alto sería incorrecto.

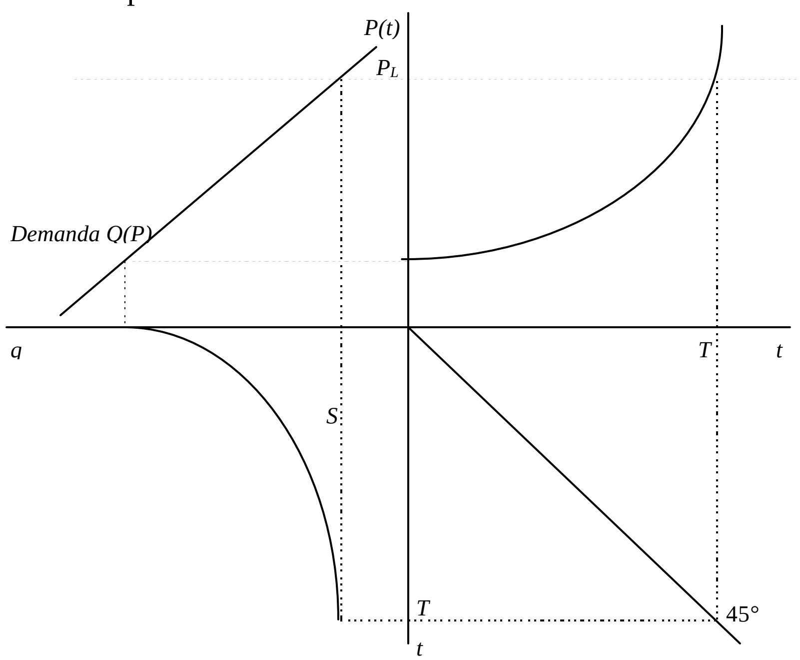

Fig. 5.2: *Representación diagramática de la Regla de Hotelling*

EFECTOS DE CAMBIOS EN LOS PARÁMETROS

Nos encontramos en posición de analizar a continuación qué efectos producen variaciones en los parámetros claves que definen la trayectoria de extracción o uso óptimo de un recurso natural no renovable.

a) **Cambios en la Tasa de Descuento**: ¿qué pasa si disminuye la tasa de descuento? En tal caso conviene disminuir el ritmo de extracción del mineral, porque el costo de oportunidad de dejar el mineral "en la tierra" ha disminuido. Ello implicará que la oferta del recurso será menor y por ende el precio inicial será superior al que existía previamente al cambio en la tasa de descuento. Todo ello determinará, además, un aumento del horizonte de vida del recurso, tal como se ilustra en la fig. 5.3.

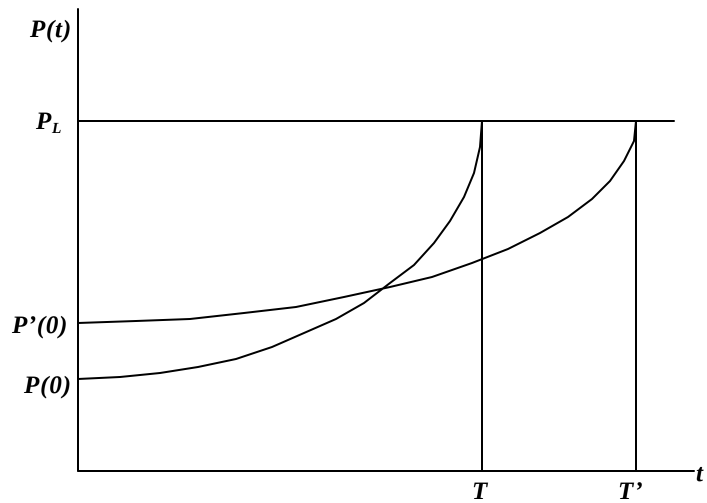

Fig. 5.3: *Efectos de una caída de la tasa de descuento*

b) **Variación Precio Límite**: se asocia progreso tecnológico con una caída del precio del sustituto técnico de un insumo, aún cuando también podría darse el caso de que restricciones ambientales eliminen el uso de una tecnología *barata* y encarezcan los sustitutos. En este caso ilustraremos el ejemplo de un descenso del precio límite. En tal situación, si el patrón de precios no variara se alcanzaría el nuevo precio límite en una fecha anterior a *T*, dejando parte del recurso inexplotado, lo cual no sería óptimo. Dado que existe un sustituto más barato, la respuesta inmediata será una baja del precio y un mayor consumo del mismo ante la menor presión de escasez. ¿En cuánto tiempo se agotará el recurso? Dependerá de la magnitud de la caída del precio límite, tal como se observa en la fig. 5.4.

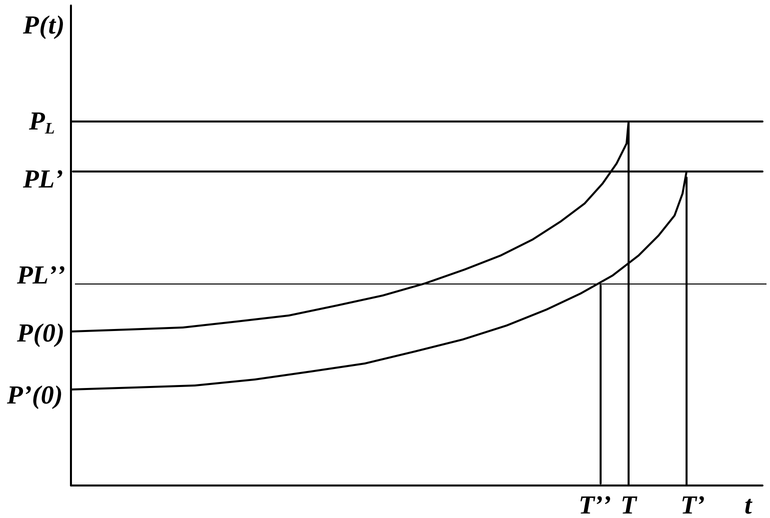

Fig. 5.4: *Efectos de la disminución en el precio límite*

c) **Variación del Stock del Recurso**: tal como vimos en el capítulo 4, variaciones en el precio del mineral, reducciones del costo de extracción, cambios de ley, o simplemente el descubrimiento de nuevos yacimientos, dan origen a un mayor stock del recurso. En tal situación, la mayor "abundancia" determina una caída en los precios y un alargamiento del horizonte de extracción del mineral.

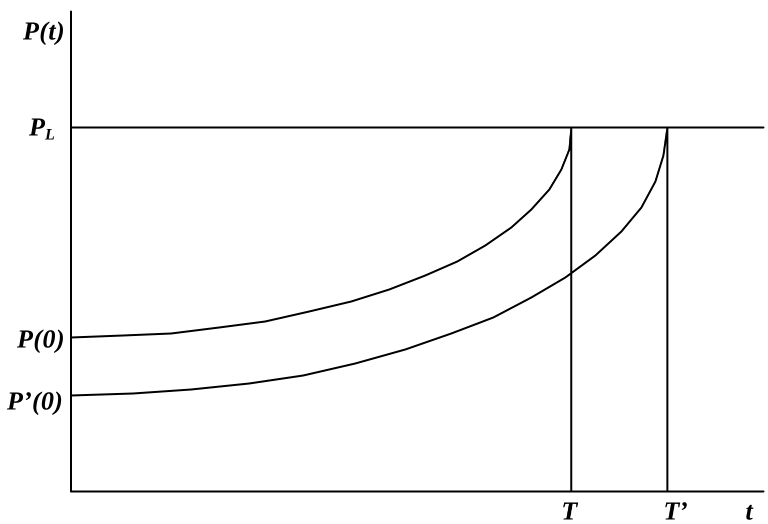

Fig. 5.5: *Efectos de un aumento del stock del recurso no renovable*

Este efecto permite ilustrar una explicación para las caídas del precio de ciertos minerales en el tiempo. Sabemos que cada cierto período se producen nuevos descubrimientos que aumentan la vida útil de un mineral. La fig. 5.6. ilustra la evolución de precios en tal caso.

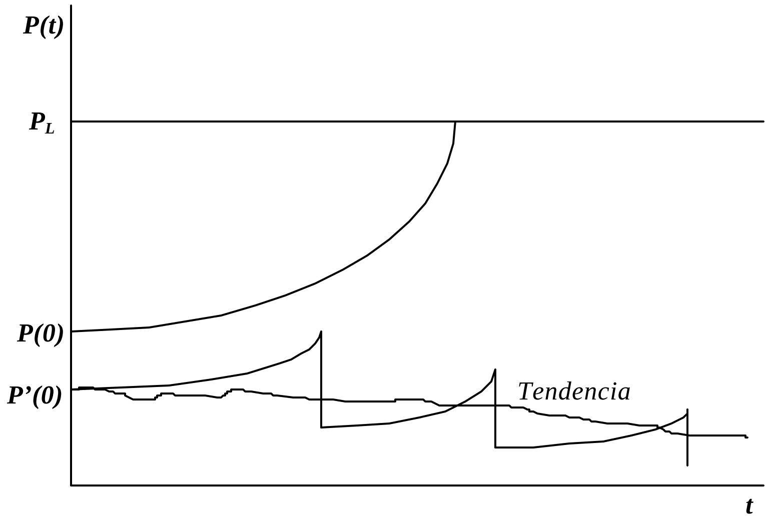

Fig. 5.6: *Trayectoria de precios en presencia de descubrimientos frecuentes*

d) **Cambios en el Costo de Extracción**: supongamos que el costo de extracción es constante e igual a *c* y que disminuye a *c*'. Si el precio inicial no variara, dado que la renta inicial es más alta (mismo precio, menor costo), la tasa a la cual debería crecer el precio sería tal que parte del recurso quedaría inexplotado, por lo cual el precio inicial debe ser más bajo, como se ilustra en la figura 5.7.

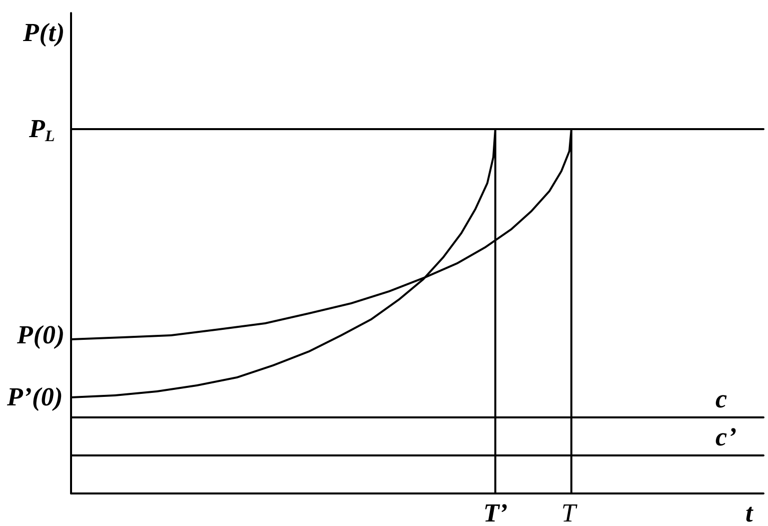

Fig. 5.7: *Efectos de una disminución en el costo de extracción*

e) **Cambio en la Demanda**: ¿qué efectos produce, por ejemplo, un aumento de la demanda producto de la mayor presión demográfica, o del crecimiento de los ingresos per cápita? En tal caso los precios aumentarán, y ello determinará un acortamiento del horizonte de vida del recurso.

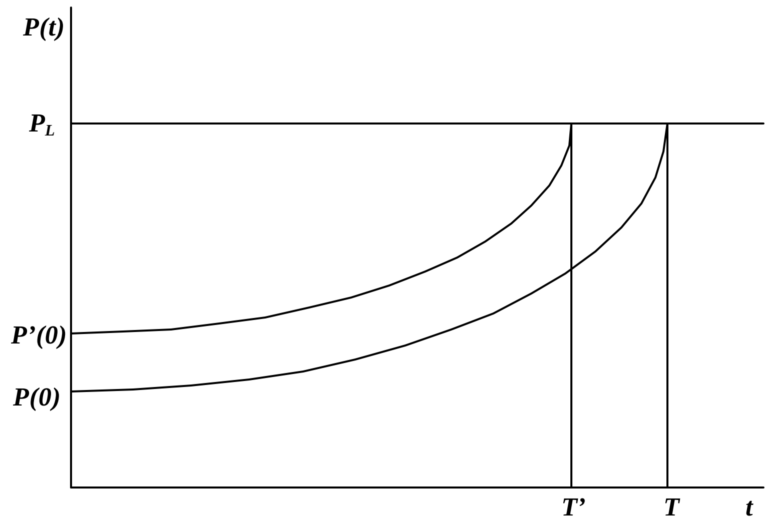

Fig. 5.8: *Efectos de un aumento de la demanda por el recurso*

CONCLUSIONES

Este capítulo en conjunto con el anterior permiten visualizar en grandes líneas la problemática inherente al uso de recursos naturales no renovables desde una perspectiva de eficiencia intertemporal. Consideraciones de equidad intergeneracional no han sido tratadas específicamente, pero un detalle de las mismas pueden encontrarse en los Capítulos 1 y 3.

La regla de Hotelling predice cual debiera ser el patrón óptimo de extracción en una industria competitiva. Extensiones a otras industrias con rasgos oligopólicos o monopólicos pueden realizarse sin mayor dificultad conceptual. Existen diferentes explicaciones de por qué el resultado previsto por la Hotelling no se observa en la práctica, esto es un crecimiento exponencial del precio del mineral. Ellas han sido detalladas a lo largo de estos capítulos y no es menester repetirlas aquí. Sin embargo, un punto merece ser recalcado, pues en textos tradicionales resulta común observar una confusión de conceptos: Hotelling señala que bajo una extracción eficiente, la tasa de plusvalía del yacimiento debe ser igual a la tasa de descuento. Esta tasa de plusvalía es sumamente difícil de calcular en la práctica, porque lo que suele registrarse es la evolución de los precios de venta del mineral, no el de las transacciones de yacimientos. El uso del precio del mineral debe considerarse como un supuesto adicional, o más bien un estimador imperfecto de la evolución que se pretende predecir.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Conrad J y Clark C (1987), *"Natural Resource Economics: Notes and Problems"*, Cambridge University Press
2. Hanley N, Shogren J y White B (1997), *"Environmental Economics: in theory and practice"*, Macmillan Press Ltd.
3. Krautkraemer J (1998), "Nonrenewable Resource Scarcity", *Journal of Economic Literature*, Vol.XXXVI, 2065-2107
4. Pearce D y Turner K (1990), *"Economics of Natural Resources and the Environment"*, Harvester Wheatsheaf