IN 779

Medición de Riesgos

Primavera 2005 J. Miguel Cruz

Agenda

- Riesgo de Moneda
- Midiendo riesgo de tasas
- Value at Risk: definición
- Metodología del VaR
- Complementos del VaR

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Medición del riesgo: moneda

- **Exposición: Suma de todos los valores presentes sujetos a riesgo de moneda**
- **Escenarios: Pérdidas potenciales frente a posibles valores del tipo de cambio**
- **Value at Risk: Pérdida potencial máxima en un intervalo de tiempo para un intervalo de confianza**

Medición del riesgo: tasa de interés

- **GAP de tasas:**
  - Aproximación simple al tema en carteras complejas (bancos)
  - Basado en valor contable de las carteras y centrado en el margen financiero
  - Generalmente requerido por reguladores
  - Pasos:
    - Determinar en el balance activos y pasivos sensibles a tasas de interés (fecha de *repricing*)
    - Separarlos por plazos pre-determinados
    - Calcular el cambio del ingreso financiero neto

Ejemplo de un Banco

Período	Activos	Pasivos	Gaps	Gap Acumulado	Cambio Margen Financiero	Cambio Margen Fin. Acum.
	(millones de USD)				(miles de USD)	
Un día	20	30	-10	-10	-100.0	-100.0
> 1 día y <= 3 meses	30	40	-10	-20	-100.0	-200.0
> 3 meses y <= 6 meses	70	85	-15	-35	-150.0	-350.0
> 6 meses y <= 12 meses	90	70	20	-15	200.0	-150.0
> 1 año y <= 5 años	40	30	10	-5	100.0	-50.0
> 5 años	10	5	5	0	50.0	0.0
	260	260				

- **Generalmente se analiza el Gap acum. de 1 año (-15 M$), también se calcula como % de los Activos = -5.8%.**
- **Impacto más negativo es en el tramo de 3 a 6 meses**
- **Modelo simple y fácil de implementar, pero con debilidades (ignora efectos de mercado, agregaciones al interior de los períodos, no considera flujos intermedios, etc.)**

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Medición del riesgo de tasa: duración

- **Cálculo de sensibilidad del valor de mercado de pasivos y activos**
- **Duración de activos**

$$D_A = w_1 D_1^A + w_2 D_2^A + \cdots + w_n D_n^A$$

en donde los w_i es el valor del activo i sobre el valor total de activos (en valor presente)

- **Equivalentemente, duración de pasivos**

$$D_P = v_1 D_1^P + v_2 D_2^P + \cdots + v_m D_m^P$$

en donde los v_i es el valor del activo i sobre el valor total de activos (en valor presente)

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Recordando Duración

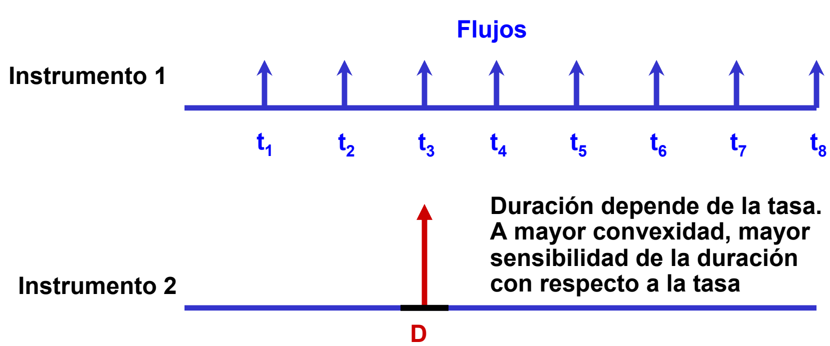
- **Duración (Número ponderado de períodos que restan)**

$$D = \frac{1}{VP}\sum_{i=1}^{n} t_i \times \frac{fc_i}{(1+TIR)^{t_i}}$$

- **Duración Modificada (Cambio % P cambio abs. de TIR 1%)**

$$D_M = \frac{D}{(1+TIR)}$$

Interpretación gráfica duración



Sensibilidad Tasa Instr. 1 = Sensibilidad Tasa Instr. 2

IN779
Segundo Semestre 2005
J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Sensibilidad del Valor Presente a un cambio en la tasa promedio

- Típicamente se calcula el valor de un bono con convención Precio TIR:

$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{fc_i}{(1+r)^i}$$

- Uso de duración modificada permite una aproximación lineal entre Precio y TIR

$$\Delta V \approx -V \times D_M \times \Delta TIR$$

$$V' \approx V + \Delta V$$

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Efecto de riesgo de tasa en el capital

A	P
	E

- Balance de mercado de una institución financiera idealizada

  A=P+E , y ΔE= ΔA- ΔP
- No es difícil mostrar que frente a cambios en la tasa R,

$$\Delta E = -[D_A \cdot A - D_P \cdot P] \cdot \frac{\Delta R}{(1+R)}$$

lo que equivale a,

$$\Delta E = -[D_A - D_P \cdot k] \cdot A \cdot \frac{\Delta R}{(1+R)}$$

en donde k es el leverage de la institución

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

El cambio del valor de E depende de:

- **El gap de duración ajustado por leverage. (D_A-D_Pk)**
  - Mientras mayor sea este gap más expuesto a riesgo de tasas
- **El tamaño de la institución financiera.**
  - Medido por el valor de mercado de sus activos financieros
- **La magnitud del schock de tasas**
  - $\Delta R/(1+R)$

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Ejemplo:

- **D_A=5 años D_P= 3 años**
- **R=10% y se espera que suba a 11%**
- **A=100 MUS$ P=90 MUS$ E=10MUS$**

ΔE = -2.09 MUS$ A'=95.45 P'=87.54 E'=7.91

¿Qué estrategia seguir para eliminar la sensibilidad a cambios en tasas de interés?

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

En ejemplo anterior gap llega a cero si

- Reduce la duración de los activos (5 a 2.7)
- Reduce la duración de activos e incrementa la de los pasivos
- Altera el leverage y la duración de los pasivos

La sensibilidad: una visión incompleta

- **Se limita la sensibilidad ,**
  - por cartera
  - por plazo
  - por área de negocio
  - por factor de riesgo
- **Se incorporan otras medidas tales como,**
  - Gaps de liquidez
  - Gaps dinámicos
  - Simulaciones
  - Recomendaciones de Hedging
  - Desplazamientos de curvas
- **Sin embargo el riesgo no es completamente capturado con estas medidas…por qué?**

Medición del riesgo de tasa: Value at Risk

- Value at Risk es una medida más completa que el Gap de descalces y de duración (no son sustitutas)
- Mide pérdida potencial en $, lo que la hace más comunicable
- Es comparable con otros riesgos
- Es agregable
- Es nuevo estándar para medir riesgo de mercado

Ejemplo

- Supongamos el siguiente portfolio:

Riesgo	Posición (UF)
Tasa interés Corto Plazo $	106.500
Tasa interés Largo Plazo US$	295.000
Tasa interés Corto Plazo US$	205.000
Dólar	95.200
Totales	**701.700**

¿Cuál de estas posiciones presenta mayor riesgo?

Sensibilidad

Supongamos que mi portfolio presenta las siguientes sensibilidades:

Riesgo	Posición (UF)	Sensibilidad	Sens. (UF)
Tasa interés Corto Plazo $	**106.500**	**0,29**	**30,9**
Tasa interés Largo Plazo	**295.000**	**0,71**	**209,5**
Tasa interés CP US$	**205.000**	**0,18**	**36,9**
Dólar	**95.200**	**1,00**	**95,2**
Totales	701.700		

¿Cuál de estas posiciones representa mayor riesgo?

Introducción de un nuevo concepto: el VaR

Supongamos que las volatilidades son tales que:

Riesgo	Posición (UF)	Sensibilidad	Sens. (UF)	Volatilidad
Tasa interés Corto Plazo $	106.500	0,29	30,9	0,145%
Tasa interés Largo Plazo US$	295.000	0,71	209,5	0,278%
Tasa interés Corto Plazo US$	205.000	0,18	36,9	0,101%
Dólar	95.200	1,00	95,2	1,578%
Totales	**701.700**			

¿Cuál de estas posiciones representa mayor riesgo?

Riesgo total se diversifica

Si calculamos pérdidas potenciales, ¿qué posición es más riesgosa?

Riesgo	Posición (UF)	Sensibilidad	Sens. (UF)	Volatilidad	Pérdida Pot
Tasa interés Corto Plazo $	106.500	0,29	308,9	0,145%	89,6
Tasa interés Largo Plazo US$	295.000	0,71	2094,5	0,278%	1.164,5
Tasa interés Corto Plazo US$	205.000	0,18	369,0	0,101%	74,5
Dólar	95.200	1,00	952,0	1,578%	3.004,5
Totales	**701.700**				**4.333,16**

¿Cuánto es el riesgo total?

a) UF 701.700
b) UF 4.333,16
c) Menos de UF 4.333,16
d) Más de UF 4.333,16

Definición de VaR

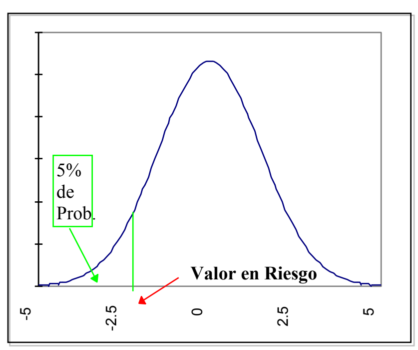
Definición de Value at Risk:

Máxima pérdida esperada dado un horizonte de tiempo y un intervalo de confianza.

$$P = \mathrm{Prob}\{\,\Delta V \geq \mathrm{VaR}\}$$

Distribución del cambio en el valor de un instrumento en un día

(Volatilidad 1.5% diaria)



IN779
Segundo Semestre 2005
J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Definición de VaR (Cont.)

$$P = \text{Prob}\{\Delta\text{V} \geq \text{VaR}\}$$

El cambio en el valor de la cartera puede descomponerse en **n** factores de riesgo

$$\Delta V \approx \frac{\partial V}{\partial f_1}\Delta f_1 + \frac{\partial V}{\partial f_2}\Delta f_2 + \cdots + \frac{\partial V}{\partial f_n}\Delta f_n$$

Esto a su vez puede re escribirse como:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{S_1 \cdot f_1}{V} \cdot \left(\frac{\Delta f_1}{f_1}\right) + \cdots + \frac{S_n \cdot f_n}{V} \cdot \left(\frac{\Delta f_n}{f_n}\right)$$

O bien

$$\frac{\Delta V}{V} = w_1 \cdot \tilde{x}_1 + \cdots + w_n \cdot \tilde{x}_n$$

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Definición de VaR (Cont.)

Si los factores de riesgos corresponden a procesos Normales multivariados

$$\tilde{x}_i \rightarrow N(\mu_i, \sigma_i^2)$$

$$Cov(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j) = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j = \sigma_{ij}$$

Entonces el cambio en el valor se distribuye como una normal

$$\frac{\Delta V}{V} = w_1 \cdot \tilde{x}_1 + \cdots + w_n \cdot \tilde{x}_n \rightarrow N(\mu_V, \sigma_V^2)$$

Donde los parámetros de la distribución son

$$\mu_V = \mathbf{w}' \cdot \boldsymbol{\mu}$$

$$[\Sigma]_{ij} = \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}$$

$$\sigma_V^2 = \mathbf{w}' \cdot \Sigma \cdot \mathbf{w}$$

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Definición de VaR (Cont.)

La definición de VaR puede escribirse entonces como

$$P = \text{Prob}(\Delta V \geq VaR) \Leftrightarrow P = \Pr\text{ob}(\frac{\Delta V}{V} \geq \frac{VaR}{V}) si\ V \rangle 0$$

Entonces, si la distribución es normal

$$\frac{VaR}{V} = \mu_V - k_P \cdot \sigma_V$$

Donde los parámetros de la distribución se refieren al cambio porcentual medio (o esperado) del cambio porcentual de la cartera, y a la desviación estándar del cambio porcentual de la cartera

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

VaR Individual

- **Para un factor de riesgo individual podemos evaluar el VaR sobre la cartera**

$$\frac{VaR_i}{V} = w_i \cdot \left(\mu_i - k_P \cdot \sigma_i\right)$$

- **O bien,**

$$VaR_i = S_i \cdot f_i \cdot \left(\mu_i - k_P \cdot \sigma_i\right)$$

- **Lo que equivale a**

$$VaR_i = V \cdot e_i \cdot \left(\mu_i - k_P \cdot \sigma_i\right)$$

- **Donde e_i es la elasticidad de V al factor i**

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

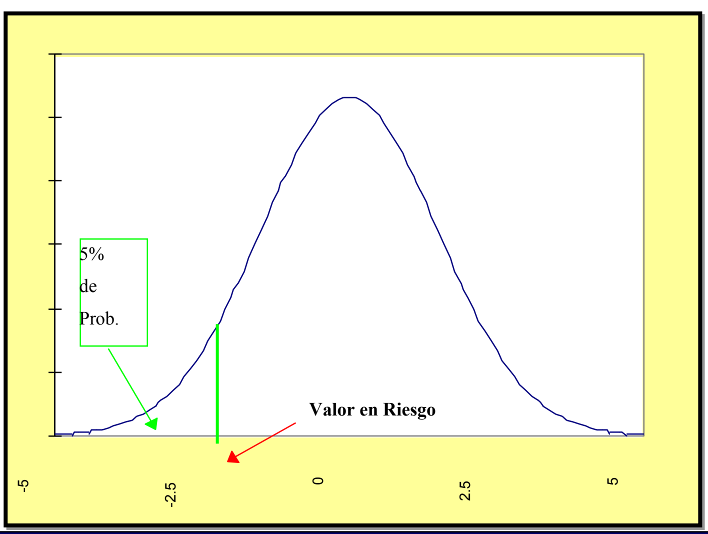
VaR Individual vs. VaR Total

- **Como el VaR total de una cartera se puede escribir como,** $VaR_T = V(\mu_{\Delta V/V} - k_P \cdot \sigma_{\Delta V/V})$
- **Entonces**

$$VaR_T = V(\sum e_i \cdot \mu_i) - V \cdot k_P \cdot \sqrt{\mathbf{w}^{\mathbf{T}} \mathbf{\Sigma} \mathbf{w}}$$

- **Por lo que** $VaR_T = \sum \Delta V_i - \sqrt{\mathbf{v}^{\mathbf{T}} \mathbf{\Omega} \mathbf{v}}$
- **Donde Ω es la matriz de correlaciones y v es el vector de VaR individual**

Si el cambio de la cartera es normal, VaR es directo



IN779
Segundo Semestre 2005
J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

VaR Covariado

- **Encontrar el efecto combinado de todos los factores de riesgos**

$$VaRC^2 = \begin{bmatrix} VaR_1 \\ VaR_2 \\ \vdots \\ VaR_n \end{bmatrix}^T \Omega \begin{bmatrix} VaR_1 \\ VaR_2 \\ \vdots \\ VaR_n \end{bmatrix}$$

- **Donde**

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n \end{bmatrix} \Omega \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n \end{bmatrix}$$

Intuición

- **Si el VaR de tasas de 1 día es 100M de $,**
- **Podemos asegurar con un 95% de confianza que si mañana es 1 día como los últimos 100 días, entonces dada nuestra cartera, no perderemos más que 100M$ por movimientos en las tasas de interés.**

Pero...riesgo sistemático o riesgo total?

- **Usando el supuesto que los accionistas de la empresa diversifican su riqueza en el mercado de capitales, y se comportan como minimizadores de riesgo para un nivel de rentabilidad, entonces,**

$$\tilde{r}_i = r_F + \beta_i \cdot (\tilde{r}_M - r_F) + \tilde{\varepsilon}_i$$

- **Riesgo sistemático es el que vale**

$$\sigma_i^2 = \overbrace{\beta_i^2 \cdot \sigma_M^2}^{\text{Riesgo sistemático}} + \overbrace{Var(\varepsilon_i)}^{\text{Riesgo no sistemático (específico)}}$$

Caso 1: VaR de un instrumento y 1 factor de riesgo

Cálculo básico del VaR de una posición en un instrumento,

suponiendo comportamiento lineal :

$$VaR = \underbrace{VP}_{\text{Valor Presente de la Posición}} \cdot \underbrace{k}_{\text{Confianza}} \cdot \underbrace{\sigma_P}_{\text{Volatilidad Precio}} \cdot \underbrace{\sqrt{t}}_{\text{Plazo}}$$

Ejemplo Dólar: $VaR = 5.200 \cdot 1{,}64 \cdot \frac{1{,}5}{100} \cdot 1 = 127{,}9$

VaR expresado como porcentaje

Es posible expresar el VaR por cada 100 unidades en una determinada posición:

$$VaR\ \% = 100 \cdot k \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{t}$$

Ejemplo: $VaR\% = 100 \cdot 1 \cdot 1{,}64 \cdot \frac{1{,}5}{100} \cdot 1 = 2{,}46\%$

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Calculando la volatilidad precio

Para un factor de riesgo f que influye en el valor de mercado VP, la volatilidad precio se calcula a partir de la volatilidad de la variable observada σ_f

$$\sigma_P \approx \underbrace{\left(\frac{\Delta VP / VP}{\Delta f / f} \right)}_{\text{Sensibilidad}} \cdot \sigma_f$$

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Volatilidad precio y tasa

En el caso de la renta fija tendremos que la volatilidad precio se aproxima a la volatilidad tasa de acuerdo a la relación:

$$\sigma_P = -D_M \cdot y \cdot \sigma_y = -\frac{D}{(1+y)} \cdot y \cdot \sigma_y$$

En donde D es duración e y es la tasa de interés relevante

Caso 2: 1 Instrumento y 2 factores de riesgos

En este caso es necesario calcular dos VaR, uno para cada factor de riesgo (x, y).

$$VaR_1 = k \cdot VP \cdot \sigma_x \cdot \sqrt{t}$$
$$VaR_2 = k \cdot VP \cdot \sigma_y \cdot \sqrt{t}$$

Y el VaR total se calcula como:

$$VaR = \sqrt{VaR_1^2 + VaR_2^2 + 2 \cdot \rho_{xy} \cdot VaR_1 \cdot VaR_2}$$

Y en donde x e y representan los dos factores de riesgos (expresados como retornos logarítmicos), ρ_{xy} es el coeficiente de correlación entre ambos factores.
Ejemplo: x tasa de interes en UF, y tipo de cambio

Caso 2: 1 Instrumento y 2 factores de riesgos

Factorizando por los elementos comunes (VP, √t y k) :

$$VaR = VP \cdot k \cdot \underbrace{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2 \cdot \rho_{xy} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}}_{\text{Volatilidad Precio de la Cartera}} \cdot \sqrt{t}$$

Caso 2: 1 instrumento y 2 factores de riesgos

Es fácil demostrar que el VaR porcentual del instrumento puede también escribirse como:

$$VaR\% = \sqrt{\begin{pmatrix} VaR_1\% & VaR_2\% \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{xy} \\ \rho_{xy} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} VaR_1\% \\ VaR_2\% \end{pmatrix}}$$

En donde VaR_1 y VaR_2 se definen como

$$VaR_1\% = k \times \sigma_x \times \sqrt{t} \qquad VaR_2\% = k \times \sigma_y \times \sqrt{t}$$

VaR a Nivel de Carteras

- Cuando carteras contienen numerosos instrumentos, no se pueden estimar las volatilidades y correlaciones de los precios de instrumentos individuales.

- Solución:
  1) Definir un conjunto de variables de riesgo sobre las cuales se puede calcular volatilidades y correlaciones (Tasas de corto mediano y largo plazo, tipo de cambio, etc.)
  2) Reducir la dimensión del problema describiendo todos los instrumentos de la cartera como combinación de instrumentos atómicos. (“Mapping”)

VaR de carteras

- Cuando existen varias posiciones:

VaR_T

VaR_1	VaR_2	VaR_3
$P_1 \cdot S_1 \cdot k \cdot \sigma_1$	$P_2 \cdot S_2 \cdot k \cdot \sigma_2$	$P_3 \cdot S_3 \cdot k \cdot \sigma_3$

$$VaR_T^2 = VaR_1^2 + VaR_2^2 + VaR_3^2 + 2 \cdot \rho_{12} \cdot VaR_1 \cdot VaR_2 + 2 \cdot \rho_{23} \cdot VaR_2 \cdot VaR_3 + 2 \cdot \rho_{13} \cdot VaR_1 \cdot VaR_3$$

IN779
Segundo Semestre 2005
J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

VaR de carteras se simplifica

Matrices ayudan

VaR_T

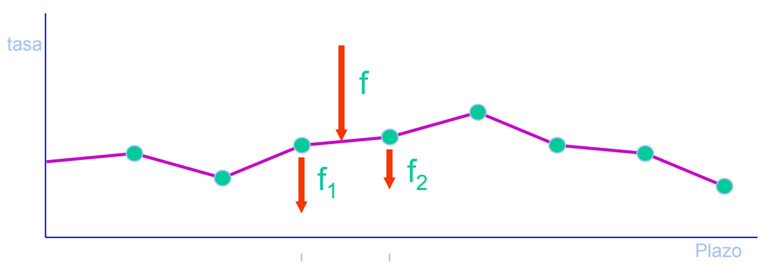
VaR_1	VaR_2	VaR_3
$P_1 \cdot S_1 \cdot k \cdot \sigma_1$	$P_2 \cdot S_2 \cdot k \cdot \sigma_2$	$P_3 \cdot S_3 \cdot k \cdot \sigma_3$

$$VaR_T^2 = \begin{pmatrix} VaR_1 & VaR_2 & VaR_3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} VaR_1 \\ VaR_2 \\ VaR_3 \end{pmatrix}$$

En Excel: utilizar la función MMULT(rango1, rango2)

Proceso de “Mapping” (Renta Fija)

- **Mapping de Flujos de Caja:**
  - Valor presente del flujo original igual a la suma de los dos valores presentes resultantes
  - El riesgo de mercado del flujo original sea igual al riesgo de mercado de una cartera que contenga los dos flujos
  - El signo del flujo original debe ser igual al de cada uno de los dos flujos resultantes

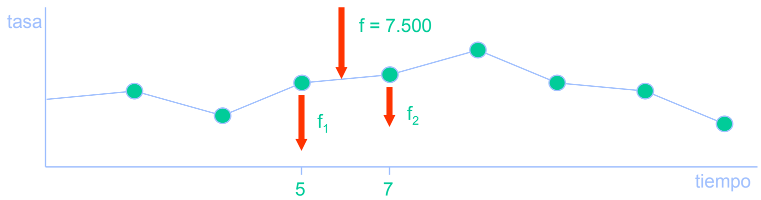


Ejemplo de "Mapping"

Supongamos que disponemos de la siguiente información:

F. Riesgo (años)	Tasa	Vol. Tasa	Corr
5	7,628%	1,503%	0,963
7	7,794%	1,374%	

Y se necesita descomponer un flujo de caja de 7.500 y plazo de 6,08 años.



Paso 1: Igualar Valores Presentes de los flujos

$\alpha \cdot VP(f) = VP(f1)$ y $(1-\alpha) \cdot VP(f) = VP(f2)$

"Mapping" : Cont.

Paso 2: Igualar Valor en Riesgo de la inversión F, con el Valor en riesgo de la inversión F1 + F2 :

VaR[VP(f)] = VaR[VP(f1)+VP(f2)]

$$VP[f] \cdot k \cdot \sigma_{\Pr 6.08} =$$

$$\sqrt{\left(VP[f_1] \cdot k \cdot \sigma_{\Pr 5}\right)^2 + \left(VP[f_2] \cdot k \cdot \sigma_{\Pr 7}\right)^2 + 2 \cdot \rho_{5,7} \cdot VP[f_1] \cdot VP[f_2] \cdot k^2 \cdot \sigma_{\Pr 5} \cdot \sigma_{\Pr 7}}$$

Lo que equivale a determinar α tal que,

$$\sigma^2_{\Pr 6.08} = \alpha^2 \cdot \sigma^2_{\Pr 5} + (1-\alpha)^2 \cdot \sigma^2_{\Pr 7} + 2 \cdot \rho_{5,7} \cdot \sigma_{\Pr 5} \cdot \sigma_{\Pr 7} \cdot \alpha \cdot (1-\alpha)$$

Paso 3: Verificar que la solución que se obtiene genera flujos f1 y f2 ambos del mismo signo que f

“Mapping”: Cont.

- Para realizar los diferentes pasos, debemos calcular lo siguiente:

Plazo (años)	Tasa	Vol. Tasa	Vol. Precio
5	7,628%	1,503%	0,533%
6,08	7,718%	1,433%	0,620%
7	7,794%	1,374%	0,695%

Cálculos: $D_M \cdot y \cdot \sigma_y$

Interpolación

“Mapping”: Resultados

En la práctica, al resolver la ecuación de segundo grado, hay que escoger la solución que se encuentra entre 0 y 1. Si esto no ocurre, usar volatilidad tasa en vez de volatilidad precio.

En el ejemplo anterior, debemos resolver

$$0{,}384 = 0{,}284 \cdot \alpha^2 + 0{,}483 \cdot (1-\alpha)^2 + 0{,}713 \cdot \alpha \cdot (1-\alpha)$$

Lo que equivale a:

$$0{,}54 \cdot \alpha^2 - 0{,}253 \cdot \alpha + 0{,}099 = 0$$

y arroja solución aceptable α = 0.404

Plazo (años)	Tasa	Vol. Tasa	Vol. Precio	Flujo	VP
5	7,628%	1,503%	0,533%	3.030	1.928
6,08	7,718%	1,433%	0,620%	7.500	4.773
7	7,794%	1,374%	0,695%	4.470	2.844

Ejemplo de VaR

Ejemplo cartera simple:

+150 millones DM Cero cupón 5 años

- 59 millones GBP Cero cupón 3 años

Plazo		Principal	TIR		VPN	Tasa FX	VPN US$
5	DEM	**150 MM**	**5.33 %**	DEM	**115.7 MM**	**1.5318**	**75.53 MM**
3	GBP	**-59 MM**	**7.00 %**	GBP	**-48.2 MM**	**1.5499**	**-74.13 MM**
						Valor Neto	**0.89 MM**

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Ejemplo Cálculo Paramétrico del VaR

Posición		VPN	Vol Precio diaria	v Vector VaR	v VaR en USD
5y Cero DEM	DEM	**115.7 MM**	**0.36 %**	**416,518**	**271,914**
3y Cero GBP	GBP	**-48.2 MM**	**0.23 %**	**-110,770**	**-171,680**
DEM/USD	DEM	**115.7 MM**	**0.64 %**	**740,476**	**483,402**
GBP/USD	GBP	**-48.2 MM**	**0.64 %**	**-308,230**	**-477,730**

- **VaR = {v' * [C] * v}^0.5**

[C]	DEM 5y	GBP 3y	DEM/USD	GBP/USD
DEM 5y	**1.0000**	**0.8058**	**-0.3014**	**-0.1208**
GBP 3y	**0.8058**	**1.0000**	**-0.2149**	**-0.0493**
DEM/USD	**-0.3014**	**-0.2149**	**1.0000**	**0.6557**
GBP/USD	**-0.1208**	**-0.0493**	**0.6557**	**1.0000**

(1 STD: 66% prob) 408,615 USD

VaR 95% : 670,128 USD

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

VaR Marginal mide cómo cambia el VaR total cuando cambia el VaR individual

- **Para el VaR Paramétrico sabemos que**

$$VaR^2 = VI' \cdot \Omega \cdot VI = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} VaR_i \cdot VaR_j \cdot \rho_{ij}$$

- **Donde VI es el vector de VaR individuales y Ω es la matriz de correlaciones.**
- **También puede escribirse en función de los Valores presentes de cada factor de riesgo:**

$$VaR^2 = k^2 \cdot VP' \cdot \Sigma \cdot VP = k^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} VP_i \cdot VP_j \cdot \sigma_{ij}$$

Estimando el VaR marginal

- **Si cambia el VaR individual i, entonces**

$$2 \cdot VaR \cdot \frac{\partial VaR}{\partial VI_i} = 2 \cdot (\Omega \cdot \mathrm{VI})_i$$

- **Es decir,**

$$\frac{\partial VaR}{\partial VI_i} = \frac{(\Omega \cdot \mathrm{VI})_i}{VaR} \equiv \delta_i$$

IN779
Segundo Semestre 2005
J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero

Interpretando el VaR Marginal

- **Notemos que** $$\frac{(\Omega \cdot \mathrm{VI})_i}{VaR} = \frac{1}{VaR}\sum_{j=1}^{n} VaR_j \cdot \rho_{ij}$$
- **Por otro lado,** $$VaR^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} VaR_i \cdot VaR_j \cdot \rho_{ij}$$
- **Lo que se puede escribir como:**

$$VaR = \frac{1}{VaR}\sum_{i=1}^{n} VaR_i \sum_{j=1}^{n} VaR_j \cdot \rho_{ij} = \sum_{i=1}^{n} VaR_i \cdot \delta_i$$

El concepto del VaR Incremental

- **Podemos descomponer el VaR total por el impacto que tiene cada VaR individual sobre el VaR marginal**

$$VaR = \sum_{i=1}^{n} VaR_i \cdot \delta_i = \sum_{i=1}^{n} VINCR_i$$

- **El VaR incremental mide el impacto que realiza cada factor de riesgo al incorporar los efectos de las correlaciones**

Analizando el impacto de cambiar el Valor Presente de un factor

- **Igual que antes podemos escribir que**

$$\frac{\partial VaR}{\partial VP_i} = k^2 \cdot \frac{(\Sigma \cdot VP)_i}{VaR} \equiv k^2 \cdot \beta_i$$

- **Lo que implica que llegamos a un resultado similar al planteado antes**

$$VaR = k^2 \cdot \frac{1}{VaR} \sum_{i=1}^{n} VP_i \sum_{j=1}^{n} VP_j \cdot \sigma_{ij} = k^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} VP_i \cdot \beta_i$$

IN779
Segundo Semestre 2005

J. Miguel Cruz
Administración de riesgo financiero