

# CONTROL NO. 1

IN759: MACRECONOMÍA II  
PROFS: BERGOEING - DE GREGORIO  
AUXS: FERRADA - RAPPOPORT

1. Basado en lo discutido en clases y sus lecturas, responda las siguientes preguntas:

- (a) De acuerdo a la evidencia empírica, un aumento transitorio del crecimiento deteriora la cuenta corriente. ¿Qué se podría concluir respecto a la elasticidad intertemporal de sustitución y respecto de la respuesta de la inversión? ¿Qué explicación le parece más plausible?
- (b) EEUU tiene en la actualidad un déficit en la cuenta corriente cercano al 5% del PIB y en el último tiempo el déficit fiscal ha aumentado, transitoriamente, en varios puntos del PIB. ¿De acuerdo a la evidencia (suponiendo que es válida para países industriales) y la teoría de la cuenta corriente, qué se puede esperar respecto de la probabilidad que el déficit en la cuenta corriente en EEUU se reduzca en el corto plazo?
- (c) Considere la siguiente ecuación para la cuenta corriente:

$$CA_t = (r_t - \tilde{r}_t)A_t + (Y_t - \tilde{Y}_t) - (G_t - \tilde{G}_t) - (I_t - \tilde{I}_t) + \left[ 1 - \frac{1}{(\beta/R)^\sigma} \right] (\tilde{r}_t A_t + \tilde{Y}_t - \tilde{G}_t - \tilde{I}_t) \quad (1)$$

donde  $\sigma$  es la elasticidad de sustitución intertemporal (el inverso de la notación usada en clases),  $\beta$  el factor de descuento, y  $R$  el factor de interés internacional ( $1/(1+r)$ ). El resto de la notación es usual. Entonces:

- i. Explique la ecuación, y qué implica para la cuenta corriente el que haya un aumento transitorio en la tasa de interés internacional.
  - ii. Qué implica la ecuación anterior de un país más impaciente que el resto del mundo.
  - (d) ¿Cuál es el puzzle de Feldstein-Horioka? Dé al menos tres razones que permiten explicarlo.
2. Considere un modelo de economía de dos períodos en que existen dos países. La función de utilidad del país local es:

$$U(c_1, c_2) = \log(c_1) + \beta \log(c_2) \quad (2)$$

El país extranjero tiene una función de utilidad similar, con sus niveles de consumo distinguidos por asteriscos. Las preferencias temporales son iguales para ambos países. El país local recibe bienes perecibles de  $y$  e  $y/2$  en los períodos 1 y 2, respectivamente, y similarmente  $y/2$  e  $y$  para el país extranjero.

- (a) Determine la tasa de interés para ambos países, suponiendo que ambos se comportan como economías cerradas y explique cuál es mayor y por qué.
  - (b) Suponga ahora que las economías se abren al comercio de bienes y a los flujos de capitales. Calcule la tasa de interés internacional de equilibrio,  $r$ . ¿Qué país tendrá superávit de cuenta corriente en el período 1, y por qué?
  - (c) Si la dotación del país local es constante e igual a  $y$  en ambos períodos, recalcule la tasa de interés de autarquía y la tasa de interés internacional de equilibrio.
  - (d) Compare el bienestar de las partes b) y c) para cada país, y compare como está cada país (consigo mismo) en b) y en c). Explique su resultado.
3. Considere el modelo de Ramsey incorporando un gobierno que introduce en un período determinado, que llamaremos tiempo 0, un impuesto a los retornos del capital,  $\tau$ , de modo que si  $r$  denota la tasa de retorno al capital *antes* del impuesto, entonces la tasa neta de impuestos que recibirán los hogares será igual a  $(1 - \tau)r$ . Asuma que este cambio en la política de impuestos no es anticipado.

Asuma también que el gobierno devuelve a los individuos lo que recauda con el impuesto mediante una transferencia a suma alzada igual a  $z$ . Denotando mediante  $a$  los activos per cápita, tenemos que  $z = \tau r a$  y que, como se trata de una transferencia a suma alzada, los hogares no internalizan el hecho que  $z$  es igual a  $\tau r a$ .

La función de utilidad que maximiza el individuo consumidor-productor representativo es:

$$U = \int_0^{\infty} \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \quad (3)$$

- (a) (1pt.) En el modelo habitual la restricción presupuestaria es:

$$\dot{a} = w + (r - n)a - c \quad (4)$$

Modifique esta restricción para incorporar el impuesto y la transferencia.

- (b) (1pt.) ¿Cómo afecta el impuesto a las curvas  $\dot{c} = 0$  y  $\dot{k} = 0$ ? ¿Cómo responde la economía a la adopción del impuesto en el tiempo 0?  
¿Cómo son las dinámicas después del tiempo 0? Compare el valor de  $c$  y  $k$  en estado estacionario con aquéllos cuando no hay impuestos. Dé una intuición económica para las diferencias que encuentre.
- (c) (2 pts.) Suponga que existen muchas economías como ésta. Las preferencias de los trabajadores son las mismas en cada país, pero las tasas de impuesto al ingreso de la inversión pueden variar entre países. Asuma que cada país está en estado estacionario.
  - i. Muestre que  $(y^* - c^*)/y^*$ , es decir, la tasa de ahorro en estado estacionario, es decreciente en  $\tau$ . (Use la restricción presupuestaria en estado estacionario para reemplazar  $c^*$ ).

- ii. ¿Tienen los ciudadanos de países con bajo  $\tau$ , alto  $k^*$  o alto ahorro algún incentivo para invertir en países de bajo ahorro? ¿Por qué o por qué no?
- (d) (1pt.) ¿La respuesta de c) implica que una política pueda aumentar el bienestar mediante un subsidio a la inversión (esto es, hacer  $\tau < 0$ ) financiado con un impuesto de suma alzada? ¿Es esto correcto? ¿Por qué?
- (e) (1pt.) ¿Cómo, y si del todo, cambian las respuestas de la parte a) y b) si el gobierno no reparte la recaudación de los impuestos, sino que las utiliza para realizar compras del gobierno?

## PAUTA CONTROL NO. 1

1. (a) Si la elasticidad intertemporal de sustitución es alta, se puede explicar un deterioro de la cuenta corriente, ya que un aumento transitorio del crecimiento inducirá un mayor endeudamiento, producto de la sustitución de consumo futuro por consumo actual. Si esta elasticidad es baja, el efecto sobre la cuenta corriente es bajo, e incluso podría tener el signo opuesto.

Respecto a la respuesta de la inversión, la evidencia indica que un aumento transitorio en el crecimiento está asociado a aumentos tanto en la tasa de ahorro como en la tasa de inversión (si fuera sólo ahorro difícilmente la cuenta corriente se deterioraría) aunque la correlación con esta última variable es algo mayor, lo que explica el deterioro de la cuenta corriente.

Las elasticidades de sustitución son en general bajas, de manera que uno esperaría que el impacto de la inversión domine al del ahorro. En todo caso, la evidencia es consistente con Feldstein y Horioka en una dimensión temporal, en el sentido que las tasas de ahorro y de inversión están altamente correlacionadas, en este caso la inversión respondería más fuerte.

- (b) Esta probabilidad es muy baja, ya que la evidencia indica que déficits en la cuenta corriente poseen una persistencia moderadamente positiva y una disminución en la tasa de ahorro del gobierno contribuye a aumentar el déficit en la cuenta corriente. Este último efecto se ve aumentado por el hecho de que el impacto de la tasa de ahorro público sobre el déficit de la cuenta corriente es mayor que el impacto de la tasa de ahorro privado, por lo tanto es difícil pensar que el déficit en la cuenta corriente de EEUU se cerrará luego.

- (c) i. La ecuación<sup>1</sup> liga la cuenta corriente, es decir, la acumulación neta de activos externos, con el balance intertemporal ahorro-inversión. La cuenta corriente aumenta cuando los activos retornan más que lo que harían en su nivel permanente (en la medida que la posición neta de activos sea positiva), cuando la producción es mayor que la de largo plazo y cuando el gasto del gobierno y la inversión son menores que sus valores de largo plazo. Además, dadas las diferencias relativas en los grados de impaciencia en el mundo ( $\beta$  versus  $R$ ) genera una tendencia permanente al déficit (superávit) si la economía es más (menos) impaciente que el mundo, es decir  $\beta < R$  ( $\beta > R$ ), éste es el conocido “consumption tilting”.

Un aumento de la tasa de interés internacional aumenta el déficit de la cuenta corriente para países deudores netos (en general, los países en vías de desarrollo), pues suavizarán consumo dado un efecto riqueza negativo.

La evidencia indica que países con alta deuda externa en general no se ven afectados significativamente por cambios en la tasa de interés internacional, ya que los inversionistas evitan poner su capital en países altamente endeudados, como forma de evitar la incertidumbre de no-pago.

---

<sup>1</sup>Esta ecuación se presenta en Obstfeld-Rogoff, NBER WP, p. 11.

- ii. La última expresión de la ec. (1) implica el castigo al consumo debido a divergencias entre la tasa de interés mundial y la tasa de impaciencia presentes y futuras. Cuando un país es más impaciente que el resto del mundo,  $\beta$  es menor que el factor de interés mundial, resultando en que  $\frac{1}{(\beta/R)^\sigma} > 1$ .

Habría una tendencia a un déficit de la cuenta corriente permanente, y por lo tanto a que aumente la deuda externa y disminuya el consumo de manera permanente. Esta economía anticipa consumo debido a su grado de impaciencia.

- (d) El puzzle indica que las tasas de ahorro y de inversión están altamente correlacionadas, lo que va contra la intuición de un mundo sin barreras a los flujos de capitales donde países con mayores ahorros debieran invertir uniformemente en países con menores ahorros (y por lo tanto mayores retornos marginales al capital).

Entre las explicaciones se encuentra el hecho que las barreras a la movilidad de capitales realmente existen, que existen variables subyacentes que afectan tanto al ahorro como a la inversión (por ejemplo, altos impuestos pueden reducir el ahorro y la inversión, o shocks de productividad que mueven a ambos juntos), y porque los gobiernos poseen políticas que evitan grandes brechas ahorro-inversión evitando que los países tengan déficit en la cuenta corriente significativos.

2. (a) Resolviendo para el país local se llega a:

$$c_1 = \frac{y}{1+\beta} \left( 1 + \frac{1}{2(1+r)} \right) \quad (5)$$

que es igual al ingreso en el período 1, pues la economía está cerrada y los bienes son perecibles, a partir de lo cual se obtiene la tasa de interés de autarquía:

$$r^A = \frac{\rho - 1}{2} \quad (6)$$

Análogamente, se tiene para la economía extranjera:

$$c_1^* = \frac{y}{1+\beta} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{1+r} \right) = \frac{y}{2} \quad (7)$$

$$r^{A*} = 1 + 2\rho \quad (8)$$

La tasa de interés de autarquía del país extranjero es mayor que la del país local pues el país extranjero posee menor ingreso en el primer período, queriendo trasladar consumo desde el segundo al primer período. Como mecanismo para evitar tal situación, la tasa de interés es mayor en comparación al país local que enfrenta una situación opuesta. También se puede explicar por los precios relativos: en el país extranjero es más caro consumir en el primer período; o por el hecho que al tener un menor ingreso en el primer período, no existen los incentivos para ahorrar, por lo que la tasa de interés es alta.

- (b) Para calcular la tasa de interés internacional se tiene que cumplir:  $s_1 + s_1^* = 0$ . Los ahorros corresponden a:

$$s_1 = y - \left(1 + \frac{1}{2(1+r)}\right) \frac{y}{1+\beta} \quad (9)$$

$$s_1^* = \frac{y}{2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1+r}\right) \frac{y}{1+\beta} \quad (10)$$

Despejando en la condición anterior se tiene que la tasa de interés internacional es igual a la tasa de descuento intertemporal ( $r = \rho$ ). Las cuentas corrientes en el primer período son:

$$s_1 = \frac{y}{2(2+r)} > 0 \quad (11)$$

$$s_1^* = -\frac{y}{2(2+r)} < 0 \quad (12)$$

lo que es consistente con un superávit en el país local en el primer período. Como el país local enfrenta un aumento en la tasa de interés desde su nivel de autarquía al nivel internacional en el momento de abrirse al comercio internacional, se ve motivado a ahorrar, lo que prestará al país extranjero.

- (c) En esta nueva situación, la cuenta corriente del país local está dada por:

$$s_1 = y - \left(1 + \frac{1}{1+r}\right) \frac{y}{1+\beta} \quad (13)$$

la tasa de interés de autarquía se obtiene de la condición  $s_1 = 0$ , teniéndose que es igual a la tasa de descuento intertemporal ( $r^A = \rho$ ).

Para calcular la tasa de interés internacional se tiene que cumplir:  $s_1 + s_1^* = 0$ .

$$y \left[ 1 - \left(1 + \frac{1}{1+r}\right) \frac{1}{1+\beta} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1+r}\right) \frac{1}{1+\beta} \right] = 0 \quad (14)$$

Despejando se obtiene la tasa de interés internacional:

$$r = \frac{1+4\rho}{3} \quad (15)$$

que se encuentra entre las dos tasas de interés de autarquía y es mayor a la tasa de interés internacional de la parte anterior.

- (d) En la parte b), el bienestar del país local y del extranjero están dados por:

$$U^b = (1+\beta) \log \left( \frac{y}{1+\beta} \left( 1 + \frac{1}{2(1+\rho)} \right) \right) + \beta \log(\beta(1+\rho)) \quad (16)$$

$$U^{b*} = (1+\beta) \log \left( \frac{y}{1+\beta} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{1+\rho} \right) \right) + \beta \log(\beta(1+\rho)) \quad (17)$$

En la parte c), el bienestar del país local y del extranjero están dados por:

$$U^c = (1 + \beta) \log \left( \frac{y}{1 + \beta} \left( 1 + \frac{3}{4 + 4\rho} \right) \right) + \beta \log \left( \beta \left( 1 + \frac{1 + 4\rho}{3} \right) \right) \quad (18)$$

$$U^{c*} = (1 + \beta) \log \left( \frac{y}{1 + \beta} \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{4 + 4\rho} \right) \right) + \beta \log \left( \beta \left( 1 + \frac{1 + 4\rho}{3} \right) \right) \quad (19)$$

En la situación b) el país local está mejor que el país extranjero, es decir,  $U^b > U^{b*}$ , lo que se debe a que posee mayores ingresos en el período 1, lo que le permite ahorrar y luego prestar este ahorro al país extranjero.

En la situación c) el país local nuevamente está mejor que el país extranjero. Dado que la tasa de interés internacional en este caso es mayor que la de la parte b), se puede deducir que el país local está mejor en esta nueva situación, es decir,  $U^c > U^b$ . Como este país ahorra y el país extranjero se endeuda, un aumento en la tasa de interés internacional mejorará el bienestar del país local y empeorará la del país extranjero. Además, el bienestar del país local se ve mejorado adicionalmente por el aumento en la dotación inicial del período 1.

3. (a) Dado que los hogares no internalizan el hecho que  $z$  es igual a  $\tau r a$ , la restricción presupuestaria queda:

$$\dot{a} = w + ((1 - \tau)r - n)a - c + z \quad (20)$$

- (b) Al derivar las condiciones de primer orden del Hamiltoniano del problema en la situación que se aplica la política de impuestos y al considerar que  $r = f'(k)$ , se tiene la siguiente expresión para la dinámica del consumo per cápita:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{(1 - \tau)f'(k) - n - \rho}{\sigma} \quad (21)$$

El capital en estado estacionario está dado por  $(1 - \tau)f'(k^*) = n + \rho$ . Comparada con la situación sin impuestos al retorno del capital,  $f'(k)$  debe ser mayor y por lo tanto,  $k$  debe ser menor. La curva  $\dot{c} = 0$  se desplaza hacia la izquierda.

Dado que el impuesto es devuelto mediante una transferencia de suma alzada, la curva  $\dot{k} = 0$  no se ve afectada. Es decir, la ecuación que describe la dinámica del capital sigue siendo:

$$\dot{k} = w + ((1 - \tau)r - n)k - c + \tau r k = w + (r - n)k - c \quad (22)$$

En el tiempo 0, cuando el impuesto es introducido, el valor de  $k$  está dado por la historia de la economía y no puede cambiar discontinuamente, sino que permanece igual al  $k^*$  del estado estacionario antiguo.

En contraste,  $c$  puede saltar en el momento en que el impuesto es introducido. Este salto en  $c$  no es inconsistente con el comportamiento de suavizamiento del consumo implicado por el problema de optimización de los hogares dado que el impuesto no es anticipado.

Para alcanzar el nuevo estado estacionario, en el tiempo 0,  $c$  salta de modo que la economía esté en la nueva senda de ajuste. En el diagrama, la economía salta del punto E al punto A. Dado que el retorno de ahorrar y acumular capital es menor que antes, los individuos intercambian ahorro por consumo. Después del tiempo 0, la economía se moverá gradualmente sobre la senda de ajuste hasta que alcance el nuevo estado estacionario en F.

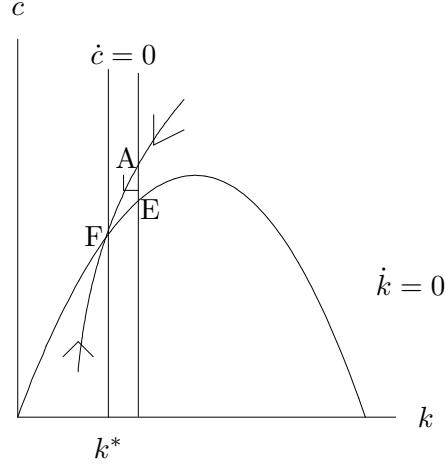


Figura 1: Dinámica de la parte b)

En el nuevo estado estacionario, el impuesto a los retornos del capital ha causado que la economía tenga un menor nivel de capital per cápita, como también un menor consumo per cápita.

- (c) i. Del análisis anterior, se sabe que mientras mayor sea la tasa de impuesto al retorno del capital,  $\tau$ , menor será el estado estacionario del capital,  $k^*$ , todo lo demás igual. Mientras mayor sea  $\tau$ , más se moverá la curva  $\dot{c} = 0$  hacia la izquierda y por lo tanto, más caerá el nivel de  $k^*$ . Entonces,  $\partial k^* / \partial \tau < 0$ . En estado estacionario, la fracción de la producción que es ahorrada e invertida, la tasa de ahorro, está dada por  $[f(k^*) - c^*] / f(k^*)$ . Dado que en estado estacionario  $\dot{k} = 0$ , podemos escribir  $f(k^*) - c^* = nk^*$ , por lo que la tasa de ahorro queda como:

$$s = \frac{nk^*}{f(k^*)} \quad (23)$$

Tomando la derivada de esta expresión respecto a  $\tau$ :

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{n(\partial k^* / \partial \tau) f(k^*) - nk^* f'(k^*) (\partial k^* / \partial \tau)}{f(k^*)^2} \quad (24)$$

simplificando se tiene:



$$\frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{n}{f(k^*)} \frac{\partial k^*}{\partial \tau} \left[ 1 - \frac{k^* f'(k^*)}{f(k^*)} \right] \quad (25)$$

recordando que  $\partial k^* / \partial \tau < 0$  y que  $\frac{k^* f'(k^*)}{f(k^*)} < 1$ , pues equivale a  $\alpha_k(k^*)$ , la participación del capital en la producción, se tiene que  $\partial s / \partial \tau < 0$ .

La tasa de ahorro en estado estacionario es decreciente en  $\tau$ .

- ii. Ciudadanos de países con  $\tau$ , alto  $k^*$  o alto ahorro no tienen incentivo para invertir en países de bajo ahorro. A partir de la parte a), en estado estacionario se tiene que  $(1 - \tau)f'(k^*) = n + \rho$ . Esto es, la tasa de retorno al capital después de impuesto debe ser igual a  $n + \rho$ . Asumiendo que las preferencias y la tasa de crecimiento de la población son las mismas entre países, la tasa de retorno será la misma. Dado que la tasa de retorno después de impuestos es la misma para países con bajo ahorro que para países con alto ahorro, no hay incentivo para mover ahorro desde un país con alto ahorro a un país con bajo ahorro.
- (d) Un subsidio a la inversión y financiamiento mediante un impuesto a suma alzada llevaría a un mayor nivel de consumo y de capital en estado estacionario. Sin embargo, esta política no aumenta el bienestar de la economía. La producción ha sido decidida por un planificador social buscando maximizar la utilidad a lo largo de la vida de un individuo representativo sujeto a la regla de acumulación de capital. Esta decisión ya otorga al individuo representativo la mayor utilidad a lo largo de la vida.

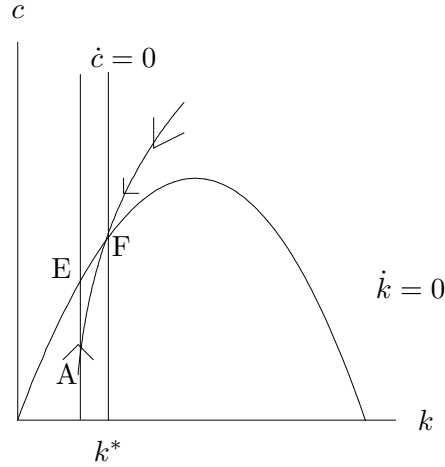


Figura 2: Dinámica de la parte d)

Partiendo desde el punto  $E$ , la implementación del subsidio llevaría a una pequeña caída en el consumo en el punto  $A$ , pero eventualmente resulta en un mayor consumo permanente en el punto  $F$ . La pérdida de utilidad a corto plazo

sobrepasa a la ganancia de utilidad a largo plazo. Este es el mismo argumento del porqué los individuos no eligen consumir en el nivel de la regla de oro.

- (e) Al utilizar la recaudación del impuesto para financiar el gasto del gobierno, la ecuación que describe la dinámica del capital per cápita está dada por:

$$\dot{k} = w + (r - n)k - c - G = f(k) - c - nk - G \quad (26)$$

El hecho que el gobierno realice compras que no agrega al stock de capital, mueve la curva  $\dot{k} = 0$  hacia abajo. Al igual que en la parte a), la introducción del impuesto mueve la curva  $\dot{c} = 0$  hacia la izquierda. El capital en estado estacionario cae en igual magnitud que en la parte a), pero el consumo cae en mayor magnitud, con una caída igual a la cantidad de las compras del gobierno,  $\tau f'(k)k$ . Si el consumo salta hacia arriba o hacia abajo depende de si la senda de ajuste pasa sobre o bajo el equilibrio de estado estacionario inicial (E), lo que depende de la magnitud de G.