

Pauta ejercicios guía 1

1. Considere un modelo de economía de dos períodos en que existen dos países. La función de utilidad del país local es:

$$U(c_1, c_2) = \log(c_1) + \beta \log(c_2) \quad (1)$$

El país extranjero tiene una función de utilidad similar, con sus niveles de consumo distinguidos por asteriscos. Las preferencias temporales son iguales para ambos países. El país local recibe bienes perecibles de y e $y/2$ en los períodos 1 y 2, respectivamente, y similarmente $y/2$ e y para el país extranjero.

- Determine la tasa de interés para ambos países, suponiendo que ambos se comportan como economías cerradas y explique cuál es mayor y por qué.
- Suponga ahora que las economías se abren al comercio de bienes y a los flujos de capitales. Calcule la tasa de interés internacional de equilibrio, r . ¿Qué país tendrá superávit de cuenta corriente en el período 1, y por qué?
- Si la dotación del país local es constante e igual a y en ambos períodos, recalcule la tasa de interés de autarquía y la tasa de interés internacional de equilibrio.
- Compare el bienestar de las partes b) y c) para cada país, y compare como está cada país (consigo mismo) en b) y en c). Explique su resultado.

2. **Economía Cerrada con Impuestos** Considere el modelo de Ramsey (economía cerrada sin costos de ajuste) incorporando un gobierno que fija un impuesto τ a los retornos del capital, de modo que si r denota la tasa de retorno del capital antes de impuestos, entonces la tasa neta de impuestos que reciban los hogares será igual a $(1 - \tau)r$. Asuma también que el gobierno devuelve a los individuos lo que recauda con el impuesto mediante una transferencia a suma alzada igual a z . Denotando mediante a los activos per cápita, tenemos que $z = \tau r a$ y que, como se trata de una transferencia a suma alzada, los hogares no internalizan el hecho que z es igual a $\tau r a$.

- En el modelo habitual la restricción presupuestaria es:

$$\dot{a} = w + (r - n)a - c \quad (2)$$

Modifique esta restricción para incorporar el impuesto y la transferencia.

- Determine los valores de c y k de estado estacionario.
- Compare el valor de c y k obtenidos con aquellos cuando no hay impuestos. De una intuición económica para las diferencias que encuentre.
- Suponga que inicialmente $\tau = 0$ y la economía se encuentra en el estado estacionario correspondiente, cuando de manera no anticipada y permanente el gobierno coloca un impuesto τ a los retornos al capital. Utilice un diagrama de fase en el plano (k, c) para trazar la trayectoria del consumo y el capital hacia el nuevo estado estacionario (suponga que c es la variable que puede saltar). Grafique también la evolución de c en función del tiempo.
- Suponga ahora que en vez de aplicar los impuestos a los retornos al capital se aplica a los ingresos al trabajo ($\tau\omega$ sería el pago de impuestos). Explique el por qué de sus resultados.

PAUTA

- 1 a) Resolviendo para el país local se llega a:

$$c_1 = \frac{y}{1+\beta} \left(1 + \frac{1}{1+r} \right) \quad (3)$$

que es igual al ingreso en el período 1, pues la economía está cerrada y los bienes son perecibles, a partir de lo cual se obtiene la tasa de interés de autarquía:

$$r^A = \frac{\rho - 1}{2} \quad (4)$$

Análogamente, se tiene para la economía extranjera:

$$c_1^* = \frac{y}{1+\beta} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1+r} \right) = \frac{y}{2} \quad (5)$$

$$r^{A*} = 1 + 2\rho \quad (6)$$

La tasa de interés de autarquía del país extranjero es mayor que la del país local pues el país extranjero posee menor ingreso en el primer período, queriendo trasladar consumo desde el segundo al primer período. Como mecanismo para evitar tal situación, la tasa de interés es mayor en comparación al país local que enfrenta una situación opuesta. También se puede explicar por los precios relativos: en el país extranjero es más caro consumir en el primer período; o por el hecho que al tener un menor ingreso en el primer período, no existen los incentivos para ahorrar, por lo que la tasa de interés es alta.

- b) Para calcular la tasa de interés internacional se tiene que cumplir: $s_1 + s_1^* = 0$. Los ahorros corresponden a:

$$s_1 = y - \left(1 + \frac{1}{2(1+r)} \right) \frac{y}{1+\beta} \quad (7)$$

$$s_1^* = \frac{y}{2} - \left(1 + \frac{1}{1+r} \right) \frac{y}{1+\beta} \quad (8)$$

Despejando en la condición anterior se tiene que la tasa de interés internacional es igual a la tasa de descuento intertemporal ($r = \rho$). Las cuentas corrientes en el primer período son:

$$s_1 = \frac{y}{2(2+r)} > 0 \quad (9)$$

$$s_1^* = -\frac{y}{2(2+r)} < 0 \quad (10)$$

lo que es consistente con un superávit en el país local en el primer período. Como el país local enfrenta un aumento en la tasa de interés desde su nivel de autarquía al nivel internacional en el momento de abrirse al comercio internacional, se ve motivado a ahorrar, lo que prestara al país extranjero.

- c) En esta nueva situación, la cuenta corriente del país local está dada por:

$$s_1 = y - \left(1 + \frac{1}{1+r} \right) \frac{y}{1+\beta} \quad (11)$$

la tasa de interés de autarquía se obtiene de la condición $s_1 = 0$, teniéndose que es igual a la tasa de descuento intertemporal ($r^A = \rho$). Para calcular la tasa de interés internacional se tiene que cumplir: $s_1 + s_1^* = 0$.

$$y \left[1 - \left(1 + \frac{1}{1+r} \right) \frac{1}{1+\beta} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1+r} \right) \frac{1}{1+\beta} \right] = 0 \quad (12)$$

Despejando se obtiene la tasa de interés internacional:

$$r = \frac{1+4\rho}{3} \quad (13)$$

que se encuentra entre las dos tasas de interés de autarquía y es mayor a la tasa de interés internacional de la parte anterior.

d) En la parte b), el bienestar del país local y del extranjero están dados por:

$$U^b = (1 + \beta) \log \left(\frac{y}{1 + \beta} \left(1 + \frac{1}{2(1 + \rho)} \right) \right) + \beta \log(\beta(1 + \rho)) \quad (14)$$

$$U^{b*} = (1 + \beta) \log \left(\frac{y}{1 + \beta} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1 + \rho} \right) \right) + \beta \log(\beta(1 + \rho)) \quad (15)$$

En la parte c), el bienestar del país local y del extranjero están dados por:

$$U^c = (1 + \beta) \log \left(\frac{y}{1 + \beta} \left(1 + \frac{3}{4 + 4\rho} \right) \right) + \beta \log \left(\beta \left(1 + \frac{1 + 4\rho}{3} \right) \right) \quad (16)$$

$$U^c = (1 + \beta) \log \left(\frac{y}{1 + \beta} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4 + 4\rho} \right) \right) + \beta \log \left(\beta \left(1 + \frac{1 + 4\rho}{3} \right) \right) \quad (17)$$

En la situación b) el país local está mejor que el país extranjero, es decir, $U^b > U^{b*}$, lo que se debe a que posee mayores ingresos en el período 1, lo que le permite ahorrar y luego prestar este ahorro al país extranjero. En la situación c) el país local nuevamente está mejor que el país extranjero. Dado que la tasa de interés internacional en este caso es mayor que la de la parte b), se puede deducir que el país local está mejor en esta nueva situación, es decir, $U^c > U^b$. Como este país ahorra y el país extranjero se endeuda, un aumento en la tasa de interés internacional mejorará el bienestar del país local y empeorará la del país extranjero. Además, el bienestar del país local se ve mejorado adicionalmente por el aumento en la dotación inicial del período 1.

- 2 a) Dado que los hogares no internalizan el hecho que z es igual a $\tau r a$, la restricción presupuestaria queda:

$$\dot{a} = \omega + ((1 - \tau)r - n)a - c + z \quad (18)$$

- b) Al derivar las condiciones de primer orden del Hamiltoniano del problema en la situación que se aplica la política de impuestos y al considerar que $r = f'(k)$, se tiene la siguiente expresión para la dinámica del consumo per cápita:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{(1 - \tau)f'(k) - n - \rho}{\sigma} \quad (19)$$

El capital en estado estacionario está dado por $(1 - \tau)f'(k^*) = n + \rho$. Comparada con la situación sin impuestos al retorno del capital, $f'(k)$ debe ser mayor y por lo tanto, k debe ser menor. La curva $\dot{c} = 0$ se desplaza hacia la izquierda. Dado que el impuesto es devuelto mediante una transferencia de suma alzada, la curva $\dot{k} = 0$ no se ve afectada. Es decir, la ecuación que describe la dinámica del capital es:

$$\dot{k} = \omega + (r - n)k - c \quad (20)$$

- c) Respuesta para c) y d)

En el tiempo 0, cuando el impuesto es introducido, el valor de k está dado por la historia de la economía y no puede cambiar discontinuamente, sino que permanece igual al k^* del estado estacionario antiguo. En contraste, c puede saltar en el momento en que el impuesto es introducido. Este salto en c no es inconsistente con el comportamiento de suavizamiento del consumo implicado por el problema de optimización de los hogares dado que el impuesto no es anticipado. Para alcanzar el nuevo estado estacionario, en el tiempo 0, c salta de modo que la economía este en la nueva senda de ajuste. En el diagrama, la economía salta del punto E al punto A. Dado que el retorno de ahorrar y

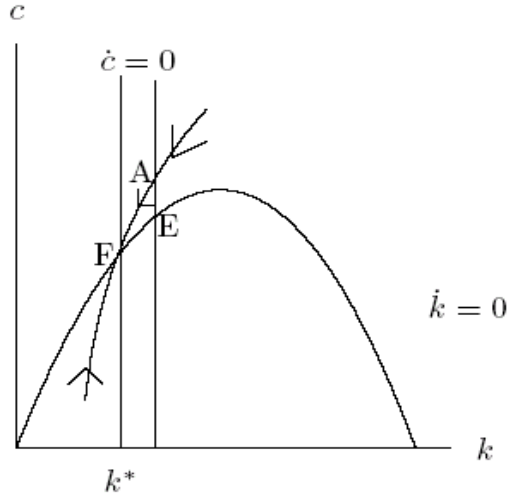


Figura 1: Dinámica de la parte

acumular capital es menor que antes, los individuos intercambian ahorro por consumo. Después del tiempo 0, la economía se movería gradualmente sobre la senda de ajuste hasta que alcance el nuevo estado estacionario en F.

En el nuevo estado estacionario, el impuesto a los retornos del capital ha causado que la economía tenga un menor nivel de capital per cápita, como también un menor consumo per cápita.

e) En este caso la restricción queda:

$$\dot{a} = (1 - \tau)\omega + (r - n)a - c + z \quad (21)$$

de donde es fácil ver que la trayectoria de consumo está dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{f'(k) - n - \rho}{\sigma} \quad (22)$$

y la de capital es:

$$\dot{k} = \omega + (r - n)k - c \quad (23)$$

Esto es equivalente al caso sin impuesto, donde el consumo y el capital de estado estacionario son mayores. Esto porque este modelo supone una oferta de trabajo inelástica, es decir, ante aumentos de impuesto el consumidor no modifica su decisión de trabajar, por lo que los impuestos al ingreso no tiene efecto sobre el nivel de consumo y capital de equilibrio.