

IN 702 MICROECONOMIA II
Primavera 2005
Clase Auxiliar

1. **Efectos de Reputación: The Chain Store Game**
Fudenberg & Tirole, págs. 369-374

Hay una firma de largo plazo (*incumbent*) que enfrenta la posible entrada de una serie de firmas de corto plazo (*entrantes*); cada una de ellas juega una sola vez, pero observa todo lo ocurrido previamente.

En cada período un *entrante* decide si entrar o no al mercado. Si el entrante se mantiene fuera, el incumbent goza de un monopolio; si el entrante decide entrar, el incumbent debe escoger entre atacar o acomodarse. Los pagos del incumbent son $a > 0$ si el entrante se queda fuera, 0 si el entrante entra y el incumbent se acomoda y -1 si el entrante entra y el incumbent lucha.

El objetivo del incumbent es maximizar la suma de sus pagos descontados (con la tasa de descuento δ). Los entrantes pueden ser fuertes o débiles. Los fuertes entran siempre, los débiles tienen un pago de 0 si no entran, -1 si entran y les luchan en contra y $b > 0$ si entra y el incumbent se acomoda.

El tipo de cada entrante es privado, y cada uno es fuerte con probabilidad q^o , independiente de los otros.

- a) Qué juega el incumbent en el corto plazo (considerando una sola jugada)?

Respuesta: Sea ρ la creencia que tiene el incumbent sobre la probabilidad de que el entrante entre al mercado.

Si el incumbent se acomoda obtiene:

$$a(1 - \rho) + (0)\rho \tag{1}$$

Si el incumbent lucha, obtiene:

$$a(1 - \rho) + (-1) \cdot \rho \tag{2}$$

Luego, el incumbent prefiere, en el corto plazo, acomodarse (pues (1)>(2) para $\rho \geq q^o > 0$).

- b) Bajo qué condiciones va a entrar un entrante débil? *Nuevamente considere una sola jugada*

Respuesta: Sea γ la creencia que tiene el entrante sobre la probabilidad de que el incumbent luche.

Como los entrantes débiles tienen un pago de 0 si no entran al mercado, entonces entrarán si:

$$(-1) \cdot \gamma + b \cdot (1 - \gamma) > 0 \tag{3}$$

$$b > (1 + b) \cdot \gamma \tag{4}$$

$$\frac{b}{(1 + b)} > \gamma \tag{5}$$

\Rightarrow Para que el entrante débil decida entrar, debe ocurrir que la probabilidad de lucha del incumbent debe ser menor a $\frac{b}{(1+b)}$.

- c) Encuentre el equilibrio cuando el juego es finito (EPS).

Respuesta: En la última etapa el incumbent se acomoda (directo de la parte (a)), por lo que el último entrante decide entrar al mercado, sin importar de qué tipo es ni de la historia ocurrida hasta ese momento.

De la misma forma, el incumbent se acomoda en la penúltima etapa y el entrante decide entrar. Por inducción inversa, el incumbent se acomoda en todos los períodos y los entrantes entran siempre.

\longrightarrow Chain Store Paradox!

Suponga ahora que los pagos de cada jugador son información privada (se conocen los parámetros y el juego de cada uno, pero no los pagos efectivos). De ahora en adelante, con probabilidad p^o el incumbent es fuerte (o rudo), lo que significa que va a luchar siempre a lo largo de cualquier senda de equilibrio. El incumbent es débil (con los pagos descritos anteriormente) con probabilidad $1 - p^o$. Los entrantes siguen igualitos.

- d) Resuelva el equilibrio de una sola jugada

Respuesta: Por la parte (a), el incumbent se acomoda si es débil y lucha si es fuerte (cuando es débil se comporta igual que en la primera parte de la pregunta y cuando es fuerte lucha siempre por definición).

Luego, un entrante débil sabrá que el incumbent entrará con probabilidad p^o , y para que decida entrar, deberá cumplirse que

$$(-1) \cdot p^o + b \cdot (1 - p^o) > 0 \quad (6)$$

$$b > (1 + b) \cdot p^o \quad (7)$$

$$\frac{b}{(1 + b)} > p^o \quad (8)$$

y si $\frac{b}{(1+b)} < p^o$ el entrante decide no entrar.

Definiremos $\bar{p} \equiv \frac{b}{(1+b)}$ para usarlo más adelante.

- e) Resuelva el equilibrio en que restan 2 jugadas.

Respuesta:

El equilibrio va a depender de los parámetros que tomen las probabilidades p^o y q^o .

Para un incumbent débil, el máximo beneficio que obtiene en el 2º período por luchar en el primero es $\delta a(1 - q^o)$, mientras que el costo en el cual incurre en el primer período es 1. Estamos viendo bajo qué condiciones, desde el pto. de vista del incumbent, le conviene el hecho de que se luche en el primer período (y que el primer entrante entre al mercado) implique que en el segundo período el entrante débil decida no entrar (o bajo qué condiciones el incumbent va a tener incentivos a armarse de una reputación). Entonces:

- 1) Si $a\delta(1 - q^o) < 1$, (o lo que es lo mismo, $q^o < \frac{a\delta-1}{a\delta} \equiv \bar{q}$) el incumbent no va a luchar en la primera etapa.

Como el incumbent fuerte va a luchar siempre, desde el pto. de vista del 1^{er} entrante, el incumbent luchará con probabilidad p^o , y por lo tanto, decidirá entrar si $p^o < \bar{p}$ y (obviamente) no entrará si $p^o > \bar{p}$ (este análisis es idéntico al escrito en la parte b).

Como el entrante del segundo período observa lo previamente jugado, él sabrá que si el incumbent se acomodó, éste es débil, y por lo tanto escogerá luchar; sino (si el incumbent luchó), no entrará.

- 2) Si $q^o > \bar{q}$

Este es el caso más interesante, en que al incumbent le conviene armarse de una reputación, i.e., el incumbent débil estará dispuesto a luchar si es que esto implica la no entrada de los futuros entrantes.

Nuevamente se divide en otros 2 subcasos:

- $p^o > \bar{p}$

Esta condición es la que determina si al primer entrante le conviene o no entrar cuando es débil (de hecho, este es el caso en que no le conviene entrar).

Como el incumbent fuerte siempre lucha, la probabilidad de que el incumbent sea fuerte, dado que luchó en la primera etapa es al menos p^o . Entonces, si el incumbent débil lucha en la 1a etapa, el entrante de la 2a etapa observa una probabilidad de que el incumbent sea fuerte de al menos p^o ; esto, junto a la condición $p^o > \bar{p}$, desincentiva la entrada del entrante débil (la condición de entrada débil del segundo entrante es justo eso).

Por eso, en equilibrio, el incumbent débil lucha en el primer período con proba. 1 y el primer entrante débil se mantiene fuera del mercado. En el segundo período el incumbent débil se acomoda y el entrante débil no entra. El pago esperado del incumbent débil resulta ser:

$$(1 - q^o)a - q^o + \delta a(1 - q^o)$$

- Si $p^o < \bar{p}$, no va a ser un equilibrio para el incumbent débil luchar con probabilidad 1, ya que eso no elimina todas las intenciones de entrada en la segunda etapa. Sin embargo, si el incumbent débil se acomoda con probabilidad 1 escoger luchar en vez de acomodarse sí influye en las decisiones del segundo entrante. La solución va a estar entre medio: el incumbent débil se creará un mecanismo aleatorio para determinar cuando lucha en la primera etapa y cuando no.

Así, en equilibrio, el incumbent débil tiene que escoger luchar en la primera etapa, de manera tal que el segundo entrante sea indiferente (entre entrar y no entrar). Esto requiere que la probabilidad de que el incumbent sea fuerte dado que luchó en el primer período sea exactamente $p = \frac{b}{b+1}$ (eso deja al entrante indiferente).

Entonces, sea β la probabilidad condicional de que un incumbent luche dado que es débil. Luego, se tiene que:

$$P(\text{fuerte}|\text{luchar}) = \frac{P(\text{fuerte} \wedge \text{luchar})}{P(\text{luchar})} \quad (9)$$

$$= \frac{P(\text{luchar}|\text{fuerte}) \cdot P(\text{fuerte})}{P(\text{luchar})} \quad (10)$$

$$= \frac{1 \cdot p^o}{p^o + \beta(1 - p^o)} \quad (11)$$

donde

- $P(luchar|fuerte) = 1$
- $P(fuerte) = p^o$
- $P(luchar) = P(luchar|fuerte) \cdot P(fuerte) + P(luchar|debil) \cdot P(debil) = 1 \cdot p^o + \beta(1 - p^o)$

y hay que imponer que (11) sea igual a \bar{p} (el segundo entrante observa si el incumbent luchó o no, luego a partir de eso se forma una creencia sobre la probabilidad de que sea fuerte; el incumbent escoge β de manera que el segundo entrante sea indiferente):

$$\frac{p^o}{p^o + \beta(1 - p^o)} = \frac{b}{1 + b}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{p^o}{b(1 - p^o)}$$

Luego, la probabilidad total de que el incumbent luche en el primer período va a ser:

$$p^o \cdot 1 + (1 - p^o) \frac{p^o}{b(1 - p^o)} = p^o \frac{b + 1}{b}$$

porque el incumbent lucha siempre cuando es fuerte (y es fuerte con proba. p^o) y lucha con probabilidad β cuando es débil. Así, el primer entrante débil sabe que le van a luchar en contra con probabilidad $p^o \frac{b+1}{b}$, y repitiendo el análisis hecho en la parte (b), nos lleva a que este primer entrante se va a quedar fuera del mercado si

$$p^o \frac{b + 1}{b} > \frac{b}{1 + b}$$

o lo que es lo mismo

$$p^o > \left[\frac{b}{1 + b} \right]^2 = \bar{p}^2$$

En este caso, cuando $p^o \in [\bar{p}^2, \bar{p}]$, el incumbent tiene un ingreso esperado positivo (mientras que era 0 en el caso de un solo período).

Si $p^o < \bar{p}^2$, el entrante débil entra en la primera etapa y el incumbent tiene incentivos a acomodarse.

De ahora en adelante, asuma que $\delta = 1$.

- f) A partir del resultado anterior, describa lo que juega el incumbent en el caso de 3 jugadas (sin el nivel de detalle previo).

Respuesta:

De la pregunta anterior, se infiere que en cada etapa que se agrega al juego, la creencia del primer jugador cambia. Hace que la probabilidad crítica que determina si el jugador entra o no cuando es débil, disminuya en un factor de $\frac{b}{1+b}$.

Así, al considerar un juego de 3 etapas: si $p^o > \left[\frac{b}{1+b}\right]^2$, el incumbent débil está seguro de luchar en la 1ª etapa.

Si $p^o \in [\bar{p}^3, \bar{p}^2]$, el incumbent escoge luchar con una probabilidad $\beta' > 0$ (similar a la parte (e)) y el entrante débil no entra.

Si $p^o < \left[\frac{b}{1+b}\right]^3$, el incumbent escoge con otra probabilidad β'' y el entrante débil entra al mercado.

- g) A partir del resultado anterior, muestre que bajo ciertas condiciones y al considerar un juego de N jugadas, $\exists n(p^o, b)$ tal que cuando quedan más de $n(p^o, b)$ jugadas, el incumbent lucha con probabilidad 1.

Respuesta:

De acuerdo a la parte anterior, si consideramos un p^o fijo, y N entrantes, los entrantes débiles se van a mantener fuera del mercado hasta el primer período k en que $p^o < \left[\frac{b}{1+b}\right]^k$.

La probabilidad necesaria para desincentivar la entrada disminuye a medida que N aumenta.

En cada uno de los primeros $N - k$ períodos, el incumbent recibe un pago esperado de $a(1 - q^o) - q^o$ (usando que $\delta = 1$).

Luego, si $a(1 - q^o) - q^o < 0$ (o lo que es lo mismo, $q^o > \frac{a}{a+1}$), el incumbent se acomoda en la primera entrada (este evento ocurre a más tardar la primera vez que el entrante es fuerte). A medida que N tiende a infinito, este pago se va a 0.

Si $a(1 - q^o) - q^o > 0$ (o lo que es lo mismo, $q^o < \frac{a}{a+1}$), existe $n(p^o, b)$ t.q cuando quedan más de $n(p^o, b)$ turnos por jugar, el incumbent débil lucha con probabilidad 1 (y los entrantes débiles se mantienen fuera de esas etapas iniciales). Ese $n(p^o, b)$ es exactamente el mismo k descrito anteriormente. A medida que N tiende a infinito, este pago se va a $a(1 - q^o) - q^o$.

- h) El incumbent se armó de una reputación?

Respuesta:

Depende de los parámetros, pero en la última respuesta se observa claramente que sí.