

IN 702 MICROECONOMIA II  
Primavera 2005  
Clase Auxiliar

1. Considere un duopolio de Cournot que opera en un mercado cuya demanda inversa es  $P(Q) = a - Q$ , donde  $Q \equiv q_1 + q_2$  es la cantidad agregada que las empresas ofrecen en el mercado. Ambas empresas tienen costos totales  $c_i(q_i) = cq_i$ , pero la demanda es incierta: es alta ( $a = a^+$ ) con probabilidad  $p$  y baja ( $a = a^-$ ) con probabilidad  $1 - p$ ; obviamente  $a^+ > a^-$ . Además, la información es asimétrica. La empresa 1 conoce si la demanda es alta o baja antes de decidir cuánto producir, pero la empresa 2 no lo sabe. Todo esto es conocimiento común. Las dos empresas eligen cantidades simultáneamente.

a) Describa el juego.

$N = 2$  (es un duopolio)

$A_i = [0, \infty]$

$T_1 = \{a^+, a^-\}$

Ojo: La empresa 1 sabe qué demanda va haber, luego su decisión depende de tal. La empresa 2 no conoce la demanda, i.e. "la naturaleza no le revela cual es su tipo" (aunque en realidad, la empresa 2 siempre sabe cual es su tipo, que es uno solo). En este caso la empresa 2 es de un solo tipo: un tipo con incertidumbre en su demanda.

Los pagos asociados son los siguientes:

Para la empresa 1:

$$u_1(q_1, q_2; a) = [a - (q_1 + q_2) - c_1] \cdot q_1, \quad \text{donde } a \in \{a^+, a^-\} \quad (1)$$

Como la utilidad de la empresa 1 depende de la demanda que haya, ésta tendrá una decisión distinta para cada uno de los casos. Eso se refleja en los pagos del jugador 2 de la siguiente manera:

Si la demanda es alta, el pago será:

$$u_2(q_1^{alta}, q_2) = [a^+ - (q_1^{alta} + q_2) - c] \cdot q_2$$

Si la demanda es baja, el pago será:

$$u_2(q_1^{baja}, q_2) = [a^- - (q_1^{baja} + q_2) - c] \cdot q_2$$

Lo que hace que el pago esperado para la empresa 2 sea:

$$u_2(q_1^{alta}, q_1^{baja}, q_2) = p \cdot [a^+ - (q_1^{alta} + q_2) - c] \cdot q_2 + (1 - p) \cdot [a^- - (q_1^{baja} + q_2) - c] \cdot q_2 \quad (2)$$

Ojo que la empresa 2 escoge un slo  $q_2$ , a diferencia de la empresa 1. Esto es porque la empresa 2 no sabe qué demanda habrá al momento de competir.

- b) Suponga que  $a^+$ ,  $a^-$ ,  $q$  y  $p$  son tales que las cantidades de equilibrio son positivas. Encuentre el equilibrio bayesiano de este juego.

Debemos encontrar el equilibrio bayesiano de este juego. Los pagos ya fueron descritos en la parte anterior de esta pregunta, as que sólo queda maximizarlos para deducir el equilibrio:

Veamos primero qué cantidades escogerá la empresa 1:

$$\max_{q_1} u_1(q_1, q_2; a) = [a - (q_1 + q_2) - c] \cdot q_1$$

$$\frac{du_1}{dq_1} = a - (q_1 + q_2) - c - q_1 = 0$$

$$\Rightarrow q_1^* = \frac{a - c - q_2}{2}$$

$$\Rightarrow q_1^{alta} = \frac{a^+ - c - q_2}{2} \quad \text{y} \quad q_1^{baja} = \frac{a^- - c - q_2}{2} \quad (3)$$

Veamos qué cantidad escogerá producir la empresa 2:

$$\max_{q_2} u_2(q_1^{alta}, q_1^{baja}, q_2) = p \cdot [a^+ - (q_1^{alta} + q_2) - c] \cdot q_2 + (1 - p) \cdot [a^- - (q_1^{baja} + q_2) - c] \cdot q_2$$

$$\frac{du_2}{dq_2} = p \cdot [a^+ - (q_1^{alta} + q_2) - c - q_2] + (1 - p) \cdot [a^- - (q_1^{baja} + q_2) - c - q_2] = 0$$

y usando (3) se obtiene que:

$$p \cdot [a^+ - (\frac{a^+ - c - q_2}{2} + q_2) - c - q_2] + (1 - p) \cdot [a^- - (\frac{a^- - c - q_2}{2} + q_2) - c - q_2] = 0$$

$$\Rightarrow p \cdot (\frac{a^+}{2} - \frac{c}{2} - \frac{3q_2}{2}) + (1 - p) \cdot (\frac{a^-}{2} - \frac{c}{2} - \frac{3q_2}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow p \cdot a^+ - c - 3q_2 + (1 - p) \cdot a^- = 0$$

$$\Rightarrow q_2^* = \frac{p \cdot a^+ + (1 - p) \cdot a^- - c}{3}$$

y esto llevará a que las cantidades producidas por la empresa 1 en equilibrio bayesiano serán:

$$\Rightarrow q_1^{alta} = \frac{a^+ - c - \frac{p \cdot a^+ + (1 - p) \cdot a^- - c}{3}}{2} \quad \text{y} \quad q_1^{baja} = \frac{a^- - c - \frac{p \cdot a^+ + (1 - p) \cdot a^- - c}{3}}{2}$$

$$\Rightarrow q_1^{alta} = \frac{a^+}{2} - \frac{c}{3} - \frac{p \cdot a^+ + (1 - p) \cdot a^-}{6} \quad \text{y} \quad q_1^{baja} = \frac{a^-}{2} - \frac{c}{3} - \frac{p \cdot a^+ + (1 - p) \cdot a^-}{6}$$