



## Auxiliar #6

### Pregunta 1

En el año 2005, después de años de fusiones entre conglomerados, sólo 2 grandes conglomerados quedan en la Bolsa de Comercio de Nueva York. Por conveniencia, llamaremos a estas firmas A y B. Cada una aporta con la mitad de la riqueza en el portafolio de mercado. Se han dado los siguientes datos:

	Firma A	Firma B
Tasa de retorno esperada	23%	13%
Desviación estándar del retorno (por año)	40%	24%

El coeficiente de correlación entre A y B es  $\rho_{AB} = 0.8$

- ¿Cuál es la tasa de retorno esperado del portafolio de mercado ( $r_m$ )?
- ¿Cuál es la desviación estándar del portafolio de mercado ( $\sigma_m$ )?
- ¿Cuáles son los betas de las firmas A y B?
- Asumiendo que la tasa libre de riesgo es del 10%. ¿Son las tasas de retornos esperadas de A y B consistentes con CAPM?

### Pregunta 2

- Comente: En una economía con todos los activos riesgosos, las carteras eficientes deberán excluir activos con retornos esperados negativos.
- En una economía la línea de mercado de capitales viene dada por la expresión  $R = 0,4 \cdot \sigma + 0,08$ . Si la cartera de mercado tiene un retorno esperado de 20%, y ud. quisiera recibir un 30% de retorno esperado, construya una cartera (ponderación de activo libre de riesgo y cartera de mercado) que le permitiría obtener dicho retorno.

### Pregunta 3

Suponga que en la economía chilena se dan las siguientes estadísticas para algunas empresas del mercado:

Empresa	Beta	Volatilidades
Cap	0,888	8,9%
Cervezas	0,861	3,7%
Conchatoro	0,858	3,5%
Copec	0,802	3,6%
D&S	1,119	4,9%
Endesas	1,008	5,6%
Gasco	0,706	5,4%
Iansa	1,02	6,8%
Madeco	0,706	8,3%
Quiñenco	1,28	6,7%
San Pedro	0,736	13,6%
Ventanas	0,473	17,0%

Suponga además que la tasa de retorno esperado del mercado es 12% y la tasa libre de riesgo alcanza un 4,5% anual.  $\sigma_m = 4\%$  .

- a) Si se estima que Copec pagará un dividendo de \$240 por acción, y que este dividendo crecerá a una tasa del 5% anual, ¿puede estimar el precio de la acción Copec?
- b) Suponga que a Ud. Le ofrecen un fondo de inversiones que se compone de un 50% en acciones de Endesa y el resto en Copec. ¿qué rentabilidad mínima esperada le exigiría al fondo para invertir en él?
- c) Si el fondo que le ofrecen tiene un 30% en activo libre de riesgo, 40% en Endesa y el resto en Copec, ¿cómo cambiaría su respuesta anterior?
- d) Un analista plantea que la volatilidad de Ventanas es casi totalmente diversificable, mientras que la volatilidad de Concha y Toro es en su mayoría sistemática. ¿podría usted probarlo o refutarlo?

#### Pregunta 4

- a) Comente: en una economía con dos activos en donde se cumple CAPM, si el beta de uno de los activos es 1, entonces el segundo beta también es uno.
- b) Suponga que un activo A es independiente (i.e. cero covarianza) del resto de los activos riesgosos. Se pide que encuentre una expresión para el beta del activo A.
- c) Explique, usando capacidad de síntesis, cómo usaría CAPM para estimar, el valor de una empresa que no transa en la bolsa.
- d) Comente: Si en una economía existen dos activos que presentan el mismo retorno esperado entonces en la cartera de mercado sus pesos serán iguales.
- e) Comente. Si el beta del retorno de una acción es cero, entonces la volatilidad de dicho retorno es 100% diversificable.
- f) Si la cartera de mercado es 30% en activo A y 70% en activo B, las volatilidades de A y B son 10% y 20% respectivamente, y la correlación cero, estime el beta de A.

### Sol Pregunta 1

a)

Del enunciado  $w_1=w_2=0.5$

$$\text{Luego } \overline{r_m} = w_a \cdot \overline{r_a} + w_b \cdot \overline{r_b} = 0.5 \cdot 0.23 + 0.5 \cdot 0.13 = 0.18 = 18\%$$

b)

$$\begin{aligned} \text{Usamos que: } \sigma_m^2 &= w_a^2 \cdot \sigma_a^2 + w_b^2 \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot w_a \cdot w_b \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b \cdot \rho_{ab} = 0.0928 \\ \Rightarrow \sigma_m &= 30.46\% \end{aligned}$$

c)

De la definición de beta, y recordando las propiedades bi-lineales de la covarianza de dos variables aleatorias  $r_a$  y  $r_m$ :

$$\beta_a = \frac{\sigma_{am}}{\sigma_m^2}$$

$$\text{pero } \sigma_{am} = \text{cov}(r_a, r_m) = \text{cov}(r_a, w_a \cdot r_a + w_b \cdot r_b) = w_a \cdot \text{cov}(r_a, r_a) + w_b \cdot \text{cov}(r_a, r_b)$$

$$\Rightarrow \sigma_{am} = 0.5 \cdot \sigma_a^2 + 0.5 \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b \cdot \rho_{ab} = 0.1184$$

$$\Rightarrow \beta_a = \frac{0.1184}{0.0928} = 1.276$$

Para calcular beta de la empresa b, se puede realizar el mismo procedimiento anterior, o notar que:

$$\sigma_m^2 = \sum_i w_i \cdot \sigma_{im} \Leftrightarrow 1 = \sum_i w_i \cdot \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \sum_i w_i \cdot \beta_i$$

$$\text{luego: } 1 = w_a \cdot \beta_a + w_b \cdot \beta_b \Rightarrow \beta_b = \frac{1 - w_a \cdot \beta_a}{w_b} = 0.724$$

d)

$$\text{CAPM} \Rightarrow \overline{r_i} = r_f + \beta_i \cdot (\overline{r_m} - r_f) \text{ retorno esperado del activo i.}$$

Luego, reemplazando con los datos anteriores:

$$r_a = 20.2\%$$

$$r_b = 15.79\%$$

No es coherente con los datos del problema. Luego, probablemente el que calculó los datos del problema no lo hizo con CAPM (usó otro método, tipo media de datos históricos).

### Sol Pregunta 2

a)

Falso. Como se sabe, es posible tener una cartera eficiente con retornos negativos, pues puede que los pesos asociados a dichos retornos ( $w$ ) sean negativos (como es el caso de un préstamo que recibe el inversionista). Por lo tanto, la influencia de retorno de este activo será muy importante para el retorno de la cartera, pues aumentará el retorno esperado total. Por lo anterior, la frontera eficiente se ve alterada.

b)

La ecuación de la línea del mercado de capitales está dada por la expresión analítica:

$$R = \text{Sigma} (E(R_m) - R_f) / \text{Sigma}_m + R_f$$

$$R = 0,4 * \text{sigma} + 0,08.$$

Identificando términos:

$r_f = 8\%$   
 $r_m = 20\%$   
 $\text{Sigma}_m = 30\%$

Se desea obtener un retorno  $R = 30\%$ , para lo cual  $\text{Sigma} = (30 - 8) / 0,4 = 55\%$

Luego, para determinar  $w$  se utiliza la expresión  $R = w r_m + (1 - w) r_f = 30\%$

Despejando  $w = 1,83$  y  $(1 - w) = -0,83$ .

O sea, el inversionista debe endeudarse o pedir prestado 83% de su capital a una tasa  $r_f$  e invertir 183% a tasa de mercado. O bien, por cada \$1 que tenga el inversionista, debe pedir \$0,83 e invertir \$1,83.

### Sol Pregunta 3

a)

$$P = \frac{DIV_0}{r - g}$$

$$r = r_f + \beta(r_m - r_f) = 10,515\% \Rightarrow P = 4351,768$$

b)

$$r_{cart} = 0,5r_{endesa} + 0,5r_{copec}$$

Por CAPM:

$$r_{endesa} = 4,5\% + 1,008 * 7,5\% = 12,06\%$$

$$\text{De a) } r_{copec} = 10,515\%$$

$$\Rightarrow r_{cart} = 11,29\%$$

c)

$$r_{cart} = 0,3 * 4,5\% + 0,4 * 12,06 + 0,3 * 10,515 = 9,33\%$$

d)

$$\text{El riesgo total: } \sigma^2 = \beta^2 \sigma_m^2 + \sigma_e^2$$

$$\sigma_m = 4\%$$

$\beta^2 \sigma_m^2$  es el r. sistemático y  $\sigma_e^2$  el r. diversificable. Reemplazando los datos:

Acción	Beta	sigma^2	Riesgo sistemático	prop. del total	Riesgo diversificable	prop. del total
Ventanas	0,473	0,0289	0,000358	0,012	0,02854	0,988
Conchatoro	0,858	0,001225	0,001178	0,962	0,00005	0,038

El analista está en lo cierto.

#### Sol Pregunta 4

a)

Si hay sólo dos activos, entonces el beta de mercado se calcula como:

$$\beta_m = w\beta_A + (1-w)\beta_B$$

$$\text{Si } \beta_A = 1 = \beta_m \Rightarrow \beta_B = 1$$

Por lo tanto la afirmación es correcta.

b)

Supongamos que existen N activos riesgosos, y A tiene covarianza 0 con todos ellos.

$$\beta_A = \frac{\text{Cov}(r_A, r_B)}{\sigma_m^2}, \text{ desarrollando (en la auxiliar), } \beta_A = \frac{w_A \sigma_A^2}{\sigma_m^2}$$

c)

La forma de estimar el valor de una empresa que no transa en bolsa es descontando a valor presente los flujos futuros (EBITDA por ej.) de dicha empresa. Si los flujos del próximo año de la empresa son f y crecerán a una tasa g, entonces el valor de la empresa es:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{f(1+g)^{i-1}}{(1+r)^i} = \frac{f}{r-g}$$

Donde la tasa de descuento r se calcula usando CAPM, es decir, como la tasa libre de riesgo más el beta de la empresa por la prima por riesgo de mercado (esto es lo importante, es decir, que la tasa de descuento de los flujos futuros de la empresa se calcule usando CAPM).

d)

La afirmación es falsa, no existe ninguna relación entre las rentabilidades de los activos y sus pesos en la cartera de mercado. Lo importante son las volatilidades y las correlaciones entre los distintos activos. La cartera de mercado es un punto de equilibrio que es visto por todos los agentes del mercado y que representa la mayor rentabilidad posible de los activos riesgosos para una volatilidad dada por una cierta tasa libre de riesgo.

e)

Verdadero. Sabemos que el riesgo total de una acción es:

$$\sigma^2 = \beta^2 \sigma_m^2 + \sigma_e^2$$

$$\text{Si } \beta = 0 \Rightarrow \sigma^2 = \sigma_e^2$$

f)

Primero obtenemos la volatilidad de mercado

$$\sigma_m^2 = 0,3^2 0,1^2 + 0,7^2 0,2^2 = 0,02 \Rightarrow \sigma_m = 14,32\%$$

Luego:

$$Cov(r_A, r_m) = 0,003 \Rightarrow \beta_A = \frac{0,003}{0,02} = 0,15$$

**Dudas y/o comentarios:**

[gematurana@gmail.com](mailto:gematurana@gmail.com)  
[ymeyer@ing.uchile.cl](mailto:ymeyer@ing.uchile.cl)