



# Gestión de Operaciones

---

## Capítulo 18: Programación de Proyectos



# Introducción

---

- Supuesto:
  - La programación de proyectos asume que los proyectos están divididos en etapas independientes con claras relaciones de precedencia.
  - Ejemplos:
    - Construcción de un edificio.
    - Instalación de un equipo.
    - Construcción de una máquina.
    - Proyecto del curso.



# Introducción

---

- Usos:
  - Planificación:
    - Recursos requeridos.
    - Plazos en forma global.
  - Programación de actividades:
    - Actividades específicas.
    - Plazos detallados.



# Introducción

---

- Medidas de control:
  - Cumplimiento de plazos.
  - Costos.
  - Uso de recursos.



# Ejemplo

---

## Proyecto del Curso:

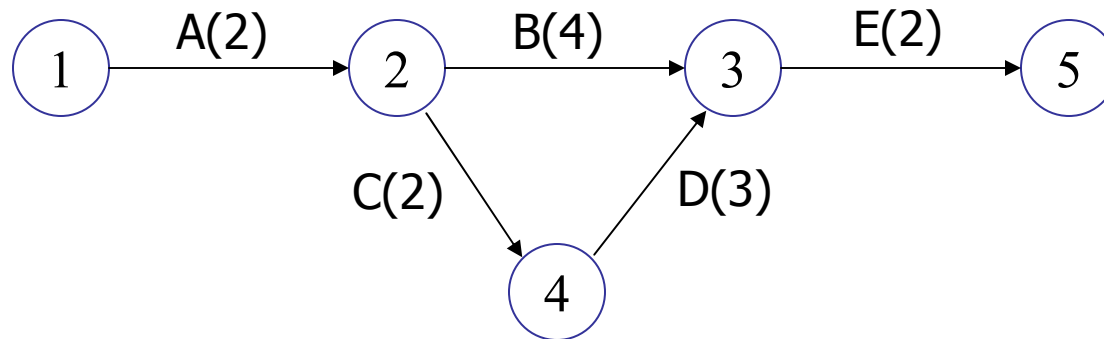
| <b>Actividad</b> | <b>Detalle</b>                   | <b>Duración</b> |
|------------------|----------------------------------|-----------------|
| <b>A</b>         | Análisis del Problema            | 2 semanas       |
| <b>B</b>         | Búsqueda de Datos                | 4 semanas       |
| <b>C</b>         | Desarrollo del Modelo            | 2 semanas       |
| <b>D</b>         | Programación                     | 3 semanas       |
| <b>E</b>         | Correr Modelo y Elaborar Informe | 2 semanas       |

## Relaciones de Precedencia Directa:

| <b>Actividad</b> | <b>Predecesores</b> |
|------------------|---------------------|
| A                | B y C               |
| B                | E                   |
| C                | D                   |
| D                | E                   |

# Ejemplo

## Malla de Actividades:



- Se definen actividades en el tiempo: cuando una actividad termina, la(s) actividad(es) que la sucede(n) puede(n) comenzar.
- En la malla los nodos corresponden a eventos y los arcos a actividades.



# Ejemplo

---

- ¿Cuánto demora el proyecto?
  - El proyecto de mora 9 semanas.
- ¿Cuál es la ruta crítica?
  - La ruta crítica es A-C-D-E.
  - En esta ruta cualquier actividad es cuello de botella.
- ¿Qué holguras existen?
  - Una actividad presenta holgura si se puede retrasar.
  - En el ejemplo la actividad B tiene una holgura de una semana.



# Procedimiento

---

- Para resolver este problema se definen:

$t(x)$  : tiempo que demora la actividad  $x$ .

$TCmin(x)$  : tiempo de comienzo mínimo de la actividad  $x$ .

$TFmin(x)$  : tiempo de fin mínimo de la actividad  $x$ .

$$TFmin(x) = TCmin(x) + t(x)$$

$$TCmin(x) = \text{Max}\{TFmin(y)\}, \text{ y predecesor inmediato de } x.$$





# Procedimiento

---

- En el ejemplo:

$$TCmin(A) = 0$$

$$TCmin(B) = TFmin(A) = 2$$

$$TCmin(C) = TFmin(A) = 2$$

$$TCmin(D) = 4$$

$$TFmin(A) = 0 + 2 = 2$$

$$TFmin(B) = 2 + 4 = 6$$

$$TFmin(C) = 2 + 2 = 4$$

$$TFmin(D) = 4 + 3 = 7$$

$$TCmin(E) = Max\{TFmin(B), TFmin(D)\} = Max\{6, 7\} = 7$$



# Procedimiento

---

- Para determinar la ruta crítica y las holguras además hay que definir:

$TCmax(x)$  : tiempo de comienzo máximo de la actividad x sin atrasar el proyecto.

$TFmax(x)$  : tiempo de fin máximo de la actividad x sin atrasar el proyecto.

$$TCmax(x) = TFmax(x) - t(x)$$

$$TFmax(x) = \text{Min}\{TCmax(y)\}, \text{ y sucesor de } x.$$



# Procedimiento

---

- En el ejemplo:

$$TFmax(E) = 9$$

$$TCmax(E) = 9 - 2 = 7$$

$$TFmax(B) = 7$$

$$TCmax(B) = 7 - 4 = 3$$

$$TFmax(D) = 7$$

$$TCmax(D) = 7 - 3 = 4$$

$$TFmax(C) = 4$$

$$TCmax(C) = 4 - 2 = 2$$

$$TFmax(A) = Min\{TCmax(B), TCmax(C)\} = Min\{3, 2\} = 2$$



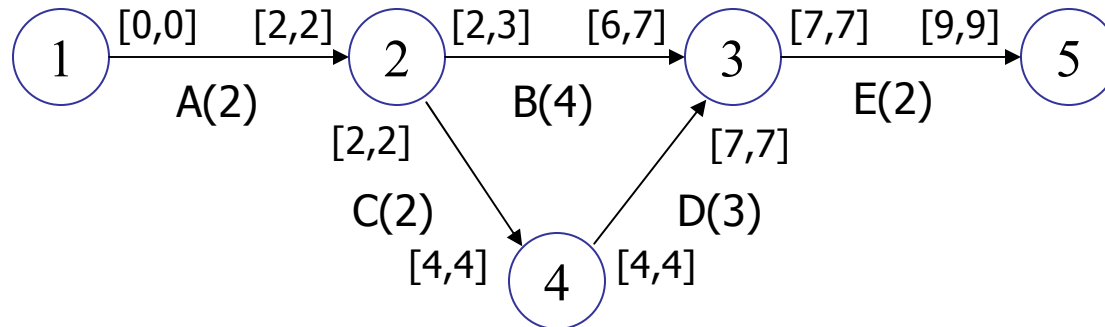
# Procedimiento

---

- De esta manera:
  - La ruta crítica esta definida por las actividades en que  $TCmax(x) = TCmin(x)$ :
    - A-C-D-E.
  - La holgura de la actividad x estará dada por  $TFmax(x) - TFmin(x) = TCmax(x) - TCmin(x)$ .
    - Holgura de B = 1.

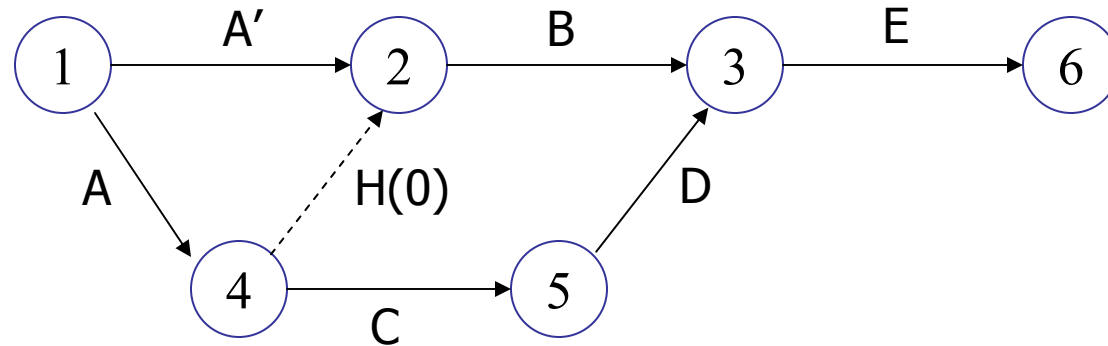
# Procedimiento

- Se pueden hacer los cálculos directamente en la malla:



# Procedimiento

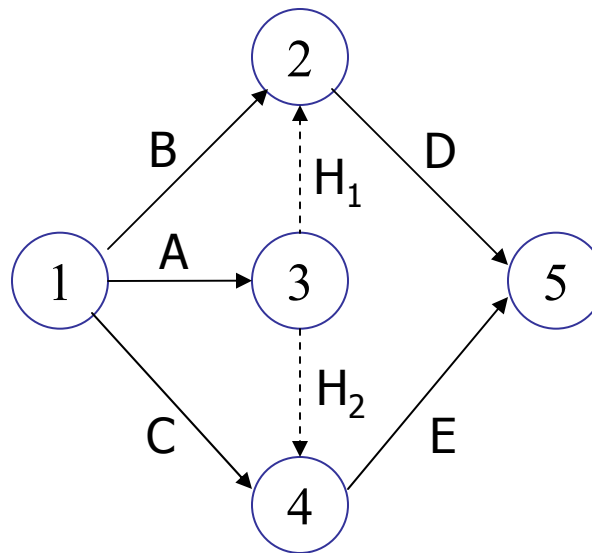
- Actividades artificiales:
  - ¿Qué pasa si agregamos una actividad A' que precede a B pero no a C?
    - Es necesario definir una actividad artificial con tiempo de duración igual a cero.



# Procedimiento

- Ejemplo:

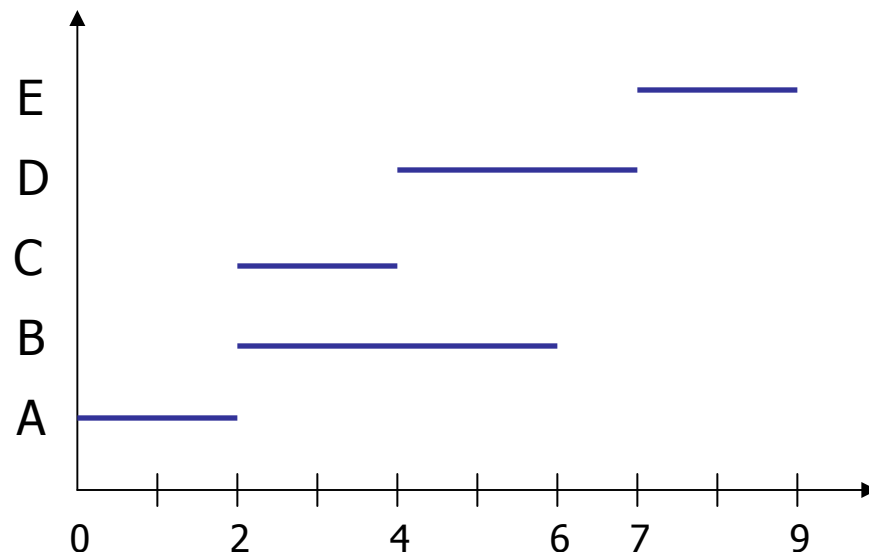
- A precede a D y E.
- B precede a D.
- C precede a E.



# Carta Gantt

- Características:

- Muestra cuánto tiempo se necesita para cada actividad y cuándo tendrá lugar la misma.
- Permite ver el uso de recursos en el tiempo.



Carta Gantt para  
el Ejemplo Inicial





# Método PERT

---

- Problema:

- ¿Qué pasa si los tiempos de las actividades no son determinísticos?
  - Si la actividad de programación puede demorar entre 3 y 5 semanas, el proyecto podría demorar de 9 a 11 semanas.
- ¿Cuáles son las actividades críticas?
  - ¿Cuál es el tiempo que demora cada actividad?



# Método PERT

---

- Procedimiento:
  - Se supone una distribución beta para el tiempo que demoran las actividades.
  - Se definen:
    - $T_o$ : tiempo optimista.
    - $T_p$ : tiempo pesimista.
    - $T_m$ : tiempo medio.
    - $T_e$ : Tiempo esperado para cada actividad.
    - $Var_i$ : varianza de cada actividad.
    - $T$ : tiempo total de terminación del proyecto.
    - $E(T)$ : valor esperado para T.
    - $Var(T)$ : variación de T.



# Método PERT

---

$$T_e = \frac{T_o + 4T_m + T_p}{6}$$

$$Var_i = \left( \frac{T_p - T_o}{6} \right)^2$$

- Se supone que los tiempos optimistas y pesimistas cubren seis desviaciones estándar en la distribución beta.



# Método PERT

---

- De esta manera, considerando que  $T$  es el tiempo total de terminación del proyecto, se pueden calcular:

$$E(T) = \sum_{\text{ruta crítica}} T_e$$

$$Var(T) = \sum_{\text{ruta crítica}} Var_i$$

- Se asume independencia.



# Método PERT

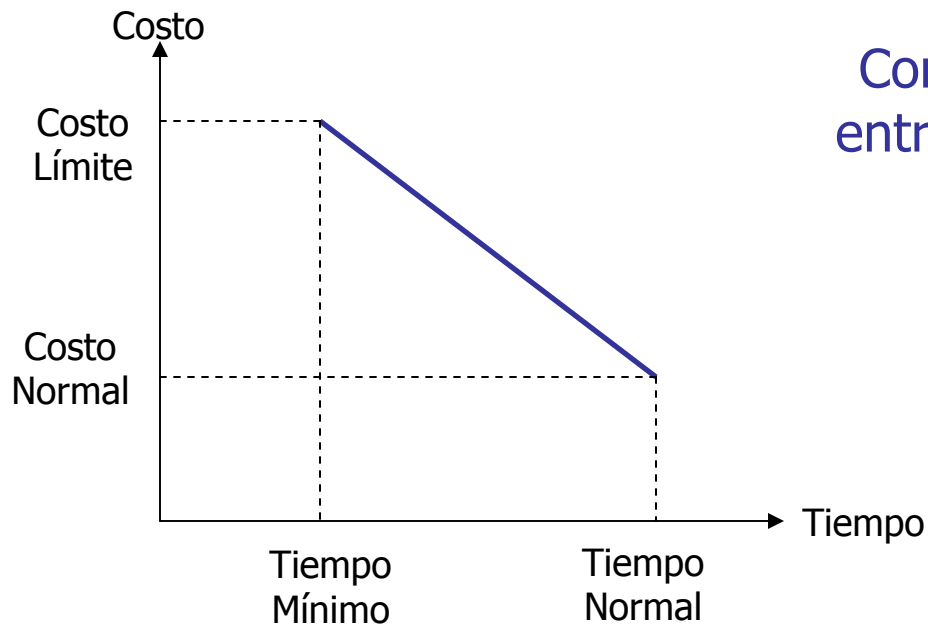
---

- Se busca la probabilidad de que  $T \leq T_o$ .
  - Una solución exacta es compleja en redes no triviales.
  - Como alternativa se puede utilizar simulación. Si se hacen  $n$  experimentos:
    - 1.- Determinar  $T_x$  para la actividad  $x$ , al azar.
    - 2.- Determinar  $T$  y ruta crítica.
  - Si  $n = 1000$  y en 800 experimentos  $T \leq T_o$ , se puede decir que la probabilidad que el proyecto demore a lo más  $T_o$  es 0,8.
  - Si la actividad  $x$  aparece en la ruta crítica 600 veces, se puede decir que la probabilidad que  $x$  esté en la ruta crítica es 0,6.

# Método CPM

- Problema:

- Es posible incrementar o disminuir el tiempo de las actividades a un mayor costo.

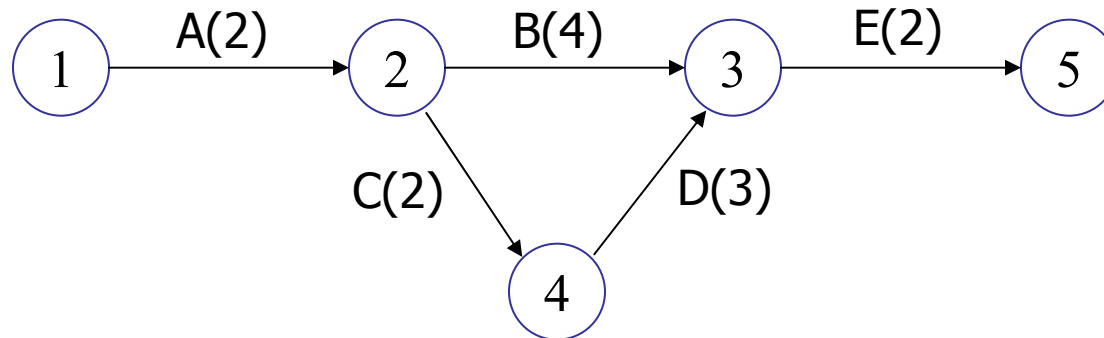


Compensación CPM  
entre Tiempo y Costo

# Método CPM

- Ejemplo:

## Malla de Actividades





# Método CPM

---

## Tabla de Acortar Actividades

| Actividad | Tiempo normal | Tiempo mínimo | Costo por reducir una semana |
|-----------|---------------|---------------|------------------------------|
| <b>A</b>  | 2             | 1             | 1                            |
| <b>B</b>  | 4             | 2             | 2                            |
| <b>C</b>  | 2             | 1             | 2                            |
| <b>D</b>  | 3             | 2             | 3                            |
| <b>E</b>  | 2             | 1             | 5                            |

- Premio por terminar antes 4 por semana.



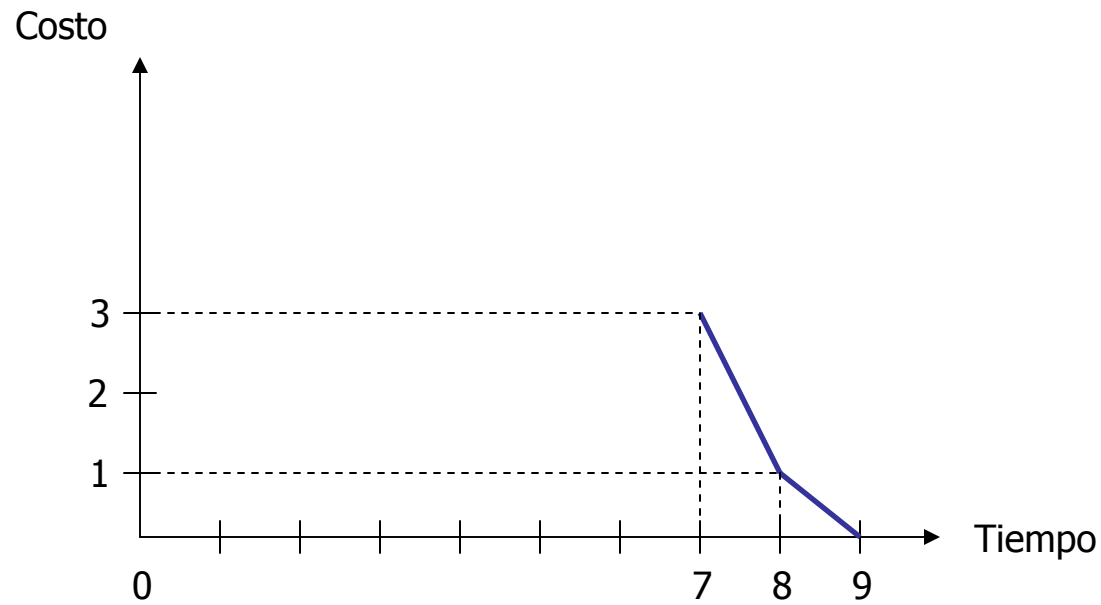


# Método CPM

---

- ¿Qué conviene hacer?
  - Acortar A en una semana a costo 1 📄.
  - Acortar C en una semana a costo 2 📄.
    - Se generan dos rutas críticas A-B-E, A-C-D-E.
  - Acortar simultáneamente B y D aun costo 5 🖱️.
    - No vale la pena.

# Método CPM



Costo y Tiempo para CPM