Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

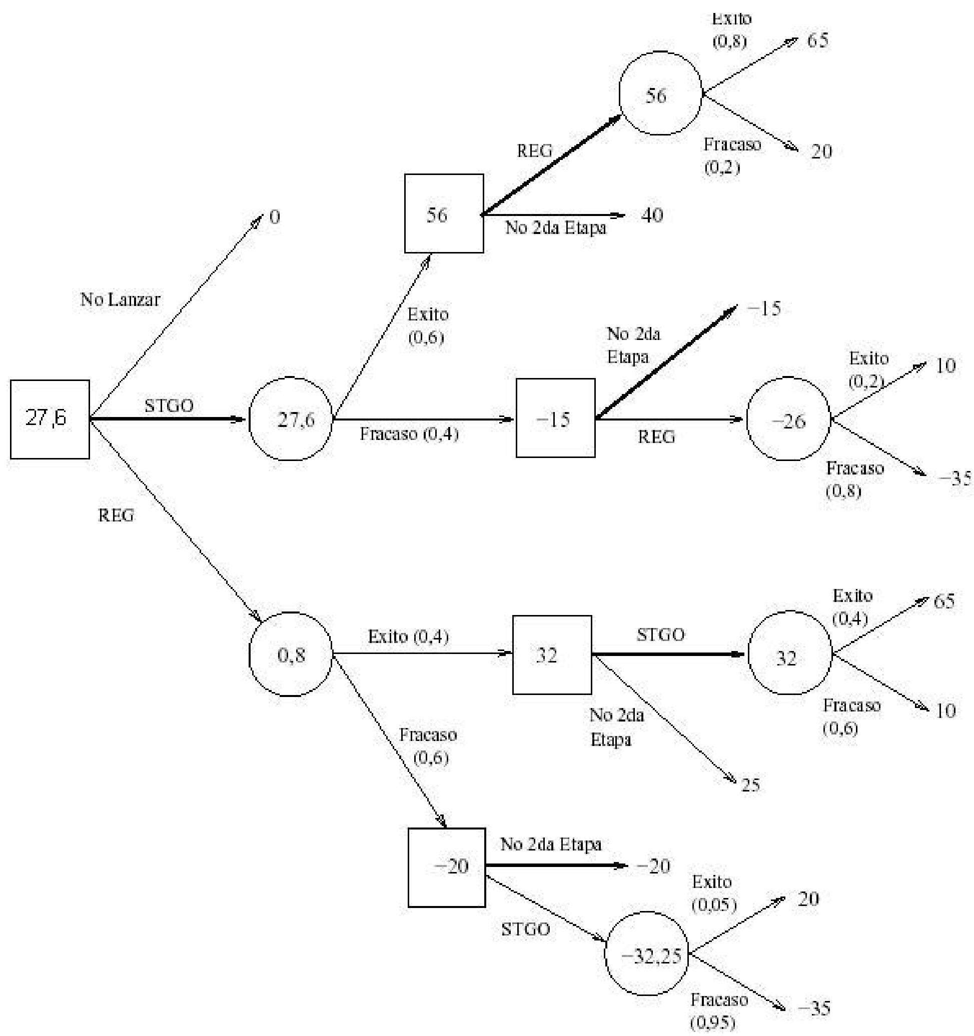
IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, S. Hernández, P. Rey
Aux: M.Guajardo, M. Pereira, D.Yung

Solución Clase Auxilliar 5, 10 de Agosto, 2005

Árboles de Decisión

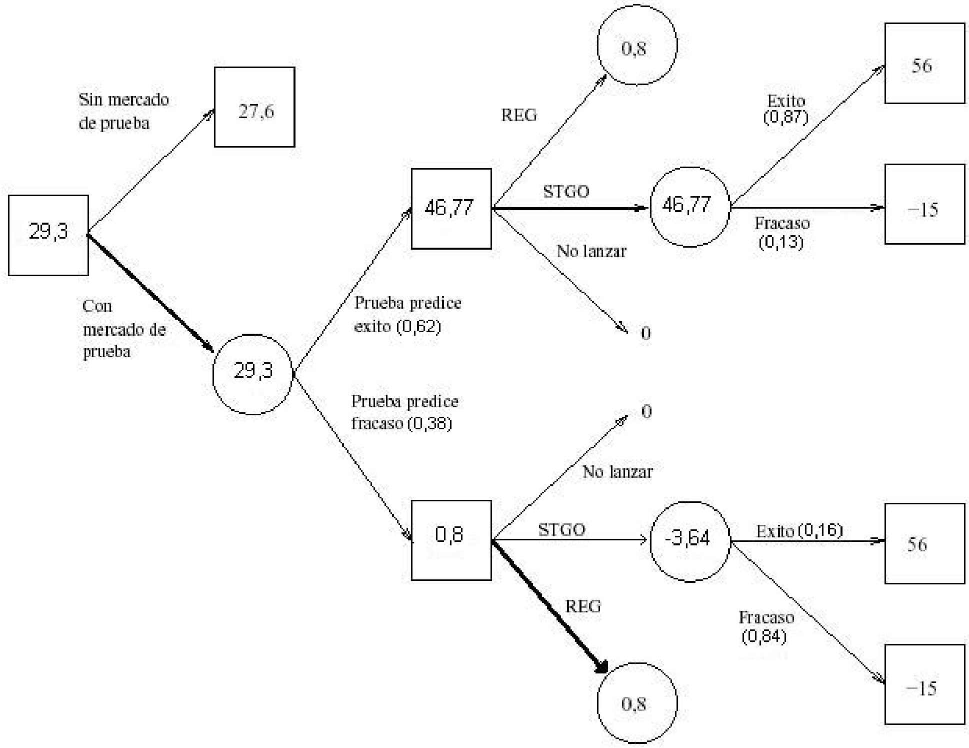
Problema 1, Control 1 Otoño 2003

1. El árbol de decisión que resulta es el siguiente:



Del árbol podemos concluir que la política de lanzamiento óptima consiste en:
Primera Etapa: Lanzar el producto en "Santiago".
Segunda Etapa: Si la primera etapa resulta exitosa, lanzar en "Regiones". Si la primera etapa resulta ser un fracaso, no lanzar en "Regiones".

2. El árbol que resulta es el siguiente:



Observación: en las hojas de este árbol que corresponden a nodos de decisión/eventos aleatorios deben ser completados con los subárboles correspondientes del árbol del punto 1.. Estos subárboles son iguales a los del punto 1. ya que la información relevante no cambia.

Para completar este árbol se necesitan calcular algunas probabilidades. Para esto utilizamos la siguiente notación para eventos:

PE := "Mercado de prueba predice éxito en primera etapa en Santiago"
PF := "Mercado de prueba predice fracaso en primera etapa en Santiago"

ES := "Exito en primera etapa en Santiago"
FS := "Fracaso en primera etapa en Santiago"

Las probabilidades necesarias son:

- $\mathbb{P}$(Mercado de prueba predice éxito):

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(PE) &= \mathbb{P}(PE|ES)\times\mathbb{P}(ES)+\mathbb{P}(PE|FS)\times\mathbb{P}(FS)\\ &= 0{,}9\times 0{,}6+0{,}2\times 0{,}4\\ &= 0{,}62\end{aligned}$$

- $\mathbb{P}$(Exito en primera etapa en Santiago | Mercado de prueba predice éxito):

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(ES|PE) &= \frac{\mathbb{P}(PE|ES)\times\mathbb{P}(ES)}{\mathbb{P}(PE)}\\ &= \frac{0{,}9\times 0{,}6}{0{,}62}\\ &= 0{,}87\end{aligned}$$

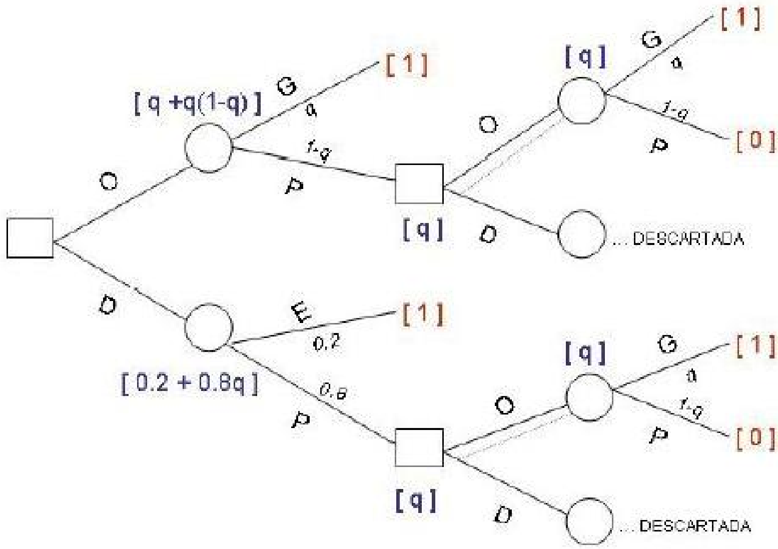
- $\mathbb{P}$(Exito en primera etapa en Santiago | Mercado de prueba predice fracaso):

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(ES|PF) &= \frac{\mathbb{P}(PF|ES)\times\mathbb{P}(ES)}{\mathbb{P}(PF)}\\ &= \frac{0{,}1\times 0{,}6}{0{,}38}\\ &= 0{,}16\end{aligned}$$

Por lo tanto, el monto máximo que la compañía está dispuesta a pagar por el lanzamiento reducido es: 29,3 - 27,6 = 1,7 millones de pesos. En particular, si el costo de este lanzamiento es de 5 millones de pesos, no conviene realizarlo.

Problema 2, CTP 2 Otoño 2004

1. Lo primero es darse cuenta que si hay desempate, podemos descartar la opción jugar a la Defensiva, pues siempre el valor esperado de ganar la copa será menor que el que se obtiene al jugar a la Ofensiva. Luego, el árbol que resuelve el técnico del equipo A es el que se muestra a continuación:



El técnico decidirá jugar el segundo partido (el primero del árbol) a la ofensiva si:

$$q + q \cdot (1 - q) > 0{,}2 + 0{,}8 \cdot q$$
$$q + q \cdot (1 - q) > 0{,}2 + (1 - 0{,}2) \cdot q$$
$$q > 0{,}2$$

Luego, la estrategia óptima es la siguiente:

- Si $q > 0{,}2$, entonces siempre jugar a la Ofensiva
- Si $q < 0{,}2$, entonces jugar segundo partido a la Defensiva, y desempate a la Ofensiva
- Si $q = 0{,}2$, es indiferente jugar segundo partido a la Ofensiva o Defensiva, y el desempate lo juego a la Ofensiva

2. El equipo B tendrá probabilidad 0.4 de ganar la copa si el equipo A tiene probabilidad 0.6 de ganar la copa. Veamos la condición que debe cumplir q para que esto ocurra.

   Si equipo A juega a la defensiva el segundo partido se tendrá:
   $P(\text{A Gane Copa}) = 0{,}2 + 0{,}8 \cdot q = 0{,}6$

   O sea, $q = 0{,}5$

   Pero sabemos que si $q = 0{,}5$ el equipo A jugará a la Ofensiva el segundo partido, por lo que descartamos la condición anterior.

   Luego, para que el equipo B tenga probabilidad 0.4 de ganar la copa, el equipo A debe jugar a la Ofensiva el segundo partido, y la condición será:

$$P(\text{A Gane Copa}) = q + q \cdot (1 - q) = 0{,}6$$
$$q^2 - 2 \cdot q + 0{,}6 = 0$$
$$q = 0{,}368$$

   Nota: La otra raiz (1.6) la descartamos pues sabemos que q es una probabilidad.

3. a). Si $q = 0{,}5$, sabemos que el equipo A jugará a la Ofensiva el segundo partido. Luego, la probabilidad que el equipo A gane la copa será:

$$P(\text{A Gane Copa}) = 0{,}5 + 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}5)$$
$$P(\text{A Gane Copa}) = 0{,}75$$

   Luego,

$$P(\text{B Gane Copa}) = 0{,}25$$

Dudas y/o errores:
Mario Guajardo
mguajard@ing.uchile.cl