



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, S. Hernández, P. Rey
Aux: M. Guajardo, M. Pereira, D. Yung

Clase Auxilliary 18, 18 de Octubre de 2005

Cadenas de Markov con beneficios

Problema 1, CTP 3 Otoño 2004

Un testarudo estudiante de Ingeniería, conocido popularmente como el *Compañero Fernet*, pretende dedicar gran parte de su carrera a la intensa actividad política estudiantil. Lamentablemente, sus intentos por alcanzar algún cargo de relevancia en las organizaciones de la universidad siempre le son en vano y nunca es elegido en las elecciones a las que se presenta como candidato. Considere entonces que tras una elección perdida, *Fernet* decide repostular al mismo cargo al año siguiente con probabilidad 0,9; de lo contrario, opta por descansar durante un año en una casa de retiro y reflexionar sobre sus posibilidades futuras. Si *Fernet* opta por el año de reflexión, decide volver a la próxima elección con probabilidad 0,8 y con probabilidad 0,2 decide alejarse definitivamente de la política auto-exiliándose en su parcela en campos sureños, en la cual pasará el resto de sus días en plena tranquilidad.

Considere que estar inscrito en las elecciones significa un costo de 1000 (destinados a montar la campaña) y estar en la casa de retiro implica un costo de 200 (destinados a pagar el alojamiento y la comida). Por el contrario, estar en la parcela no revierte costo alguno para el frustrado dirigente estudiantil.

Considere además que pasar de un año de elecciones a uno de retiro espiritual involucra un costo de 100, que es destinado a transporte. Ese mismo valor es el que debe pagar si regresa desde la casa de retiro a la universidad. A su vez, el viaje entre la casa de retiro y la parcela del sur tiene un costo de 400.

Por último, considere que el pasar de un año de elecciones a otro también de elecciones no revierte costo alguno para *Fernet*, gracias al desmesurado *lobby* que practica durante la campaña en los mandos altos de su partido.

En base a lo anterior, se pide lo siguiente:

1. (3.0 pts) Construya un modelo que permita determinar en términos esperados el costo acumulado por *Fernet* en los próximos n años. En particular, determine el costo acumulado que se espera para los próximos 3 años si acaba de inscribirse para una elección estudiantil.

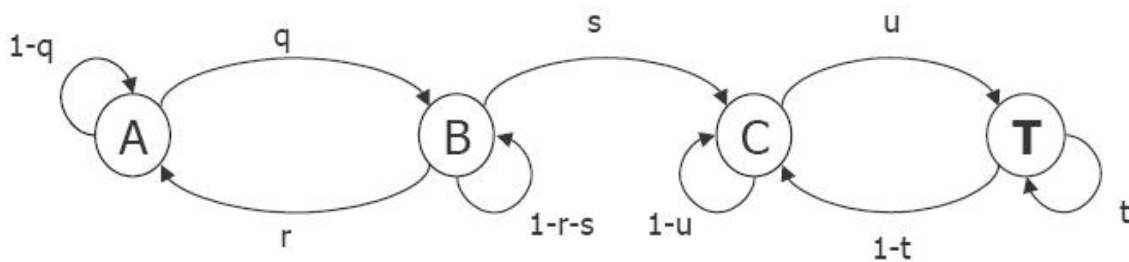
Considere ahora que aparte de dirigirse a la casa de retiro o de reintentar con una nueva candidatura en las próximas elecciones, después de una derrota electoral el *Compañero Fernet* puede optar por un año de actividad musical junto a su grupo *Flagrar*, en el que tocará el teclado para superar el golpe psicológico que le provoca la derrota en las elecciones. Él tomará con probabilidad 0,1 esta nueva opción, en desmedro de la alternativa de reintentar con una nueva candidatura a la cual ahora sólo asigna una probabilidad de 0,8. Si dedica el año a la música, decidirá con probabilidad 0,5 volver a una elección al año siguiente y con probabilidad 0,5 optará por el descanso eterno en su parcela del sur.

Ante este nuevo escenario, se pide lo siguiente:

2. (2.5 pts) Si el tenaz estudiante acaba de inscribirse para una elección, ¿Cuántos años se espera transcurran hasta que se retire al descanso definitivo en la parcela?
3. (0.5 pts) ¿Cómo cambia su respuesta si el *Compañero Fernet* acaba de entrar a un año de reflexión en la casa de retiro? ¿Y si acaba de comenzar un año de composición musical con su banda *Flagrar*? Justifique intuitivamente su respuesta.

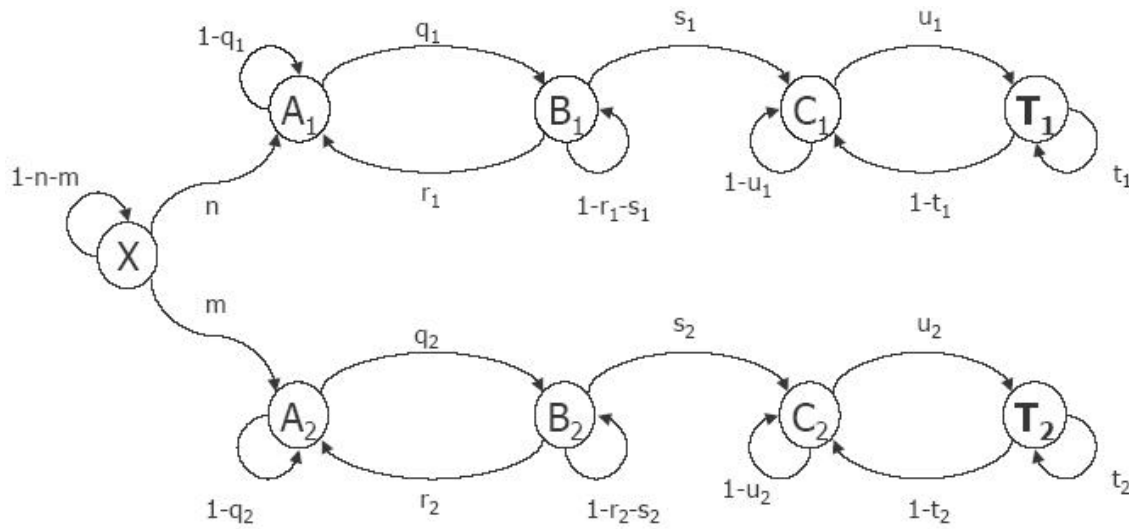
Problema 2, Control 2 primavera 2003

- (3,0 pts) Se tiene un sistema cuyos estados pueden ser modelados como la siguiente Cadena de Markov en tiempo discreto.



En esta cadena el estado T , se denomina *nodo terminal*. Si la cadena inicialmente se encuentra en el estado A , calcule el número esperado de transiciones hasta visitar **por primera vez** el *nodo terminal*.

- (3.0 pts.) Se tiene otro sistema cuyos estados pueden ser modelados como la siguiente Cadena de Markov en tiempo discreto.



En esta cadena los estados T_1 y T_2 se denominan nodos terminales. Si la cadena inicialmente se encuentra en el estado X , calcule el número esperado de transiciones hasta visitar por primera vez alguno de los nodos terminales.