



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, S. Hernández, P. Rey
Aux: M. Guajardo, M. Pereira, D. Yung

Clase Auxilliary 11, 7 de Septiembre de 2005

Procesos de Poisson

Problema 1

Suponga que la número de goles que marca un equipo de fútbol puede ser descrito por un proceso de Poisson. Considere los siguientes equipos (procesos independientes) :

A : tasa λ_A goles/partido

B: tasa λ_B goles/partido

1. Si se enfrentan A y B ¿Cuál es la probabilidad de que A gane 2 x 1 ?
2. Suponga que ha transcurrido el primer tiempo entre A y B, si se sabe que A va ganando 2 x 0, ¿cuál es la probabilidad de que el primer gol haya sido antes de 15 min. y el segundo antes de 30 min.?
3. Va a comenzar el segundo tiempo (A va ganando 2 x 0), ¿cuál es la probabilidad de que A marque 3 goles antes de los 30 min. (sin importar lo que pase con B)?.
4. Suponga que el partido en su tiempo reglamentario (90 min.) quedó igualado 3 x 3. Sin embargo, es necesario definir el ganador, para ello se utilizará la modalidad "golden goal", es decir, el primero que marca el gol gana. ¿Cuál es la probabilidad de que el partido se prolongue por más de 45 minutos?.
5. Asuma que ahora se cambian las reglas a "two golden goals", es decir, el primer equipo que marca 2 goles consecutivos gana ¿Cuál es la probabilidad de que gane B?.

Problema 2

Partiendo en $t = 0$, los buses llegan a un paradero según un proceso de poisson de tasa λ . Por su parte, los pasajeros llegan a esperar al paradero según un proceso de poisson de tasa μ . Al llegar el bus, todos los pasajeros que se encuentren esperando se suben instantáneamente a él (i.e. capacidad del bus es infinita), y los pasajeros que llegan posteriormente a esperar se suben al siguiente bus.

1. Encuentre la función de probabilidad del número de pasajeros que entran al m-ésimo bus, dado que el tiempo entre las llegadas del bus $m - 1$ y del bus m-ésimo es t .
2. Encuentre la función de probabilidad del número de pasajeros que se suben al m-ésimo bus.
3. Dado que un bus llega a las 10:30 AM y no llegan buses entre las 10:30 y las 11:00 AM, encuentre la función de probabilidad del número de pasajeros que se suben al siguiente bus.
4. Encuentre la función de probabilidad del número de pasajeros esperando en algún momento cualquiera del tiempo, por ejemplo, 2 : 30 PM. Suponga que el proceso empezó *hace mucho* tiempo.

5. Encuentre la función de probabilidad del número de pasajeros que se suben al siguiente bus (que pasa después de las 2:30 PM).
6. Dado que Ud. llega a esperar el bus a las 2:30 PM, encuentre la función de probabilidad del número de pasajeros que se suben al siguiente bus.