



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, S. Hernández, P. Rey
Aux: M. Guajardo, M. Pereira, D. Yung

Clase Auxilliary 9, 30 de Agosto de 2005

Repaso Control 1

Problema 1, Control 1 Otoño 2003

Donreymix, un emprendedor druida, ha decidido instalar una tienda para distribuir una misteriosa poción mágica, llamada ferníl, en una poblada aldea gala. El problema es que ignora cuál es la cantidad óptima de poción que debe producir cada mañana para vender durante el día. No obstante, sabe que el costo de elaboración de un litro de poción es C_1 monedas galas (mg) y que el precio de venta de ésta es P_1 mg por litro (P_1 mayor que C_1). Además, Donreymix está consciente de que la poción no dura más de un día y de que ésta al final de una jornada puede ser vendida como fertilizante líquido, recibiendo P_2 mg por litro (P_2 menor que P_1).

El druida, en una increíble muestra de sabiduría, ha estudiado el comportamiento de la demanda diaria por la poción en la aldea, llegando a concluir que la cantidad de litros demandada en un día se comporta como una variable aleatoria que se distribuye según una Uniforme $[0, D]$, donde D corresponde al número de familias de la aldea. También ha estimado que si sus clientes llegan a la tienda y se encuentra con que no queda poción, experimentarán un malestar que él valora en C_2 mg por litro.

De acuerdo a la información entregada anteriormente responda las siguientes preguntas:

1. Si el druida produce una cantidad x de poción para un día y la demanda es una cantidad t menor que la cantidad producida, ¿cuál sería el beneficio diario que obtiene?
2. Si el druida produce una cantidad x de poción para un día y la demanda es una cantidad t mayor que la cantidad producida, ¿cuál sería el beneficio diario que obtiene?
3. De acuerdo a las expresiones propuestas anteriormente, ¿cuál será el beneficio diario esperado obtenido si el druida produce una cantidad x de poción?
4. En función de los parámetros del problema, calcule la cantidad óptima de litros de poción a producir diariamente (x^*).

Problema 2, Control 1 Primavera 2003

Supongamos que Ud. esté evaluando la posibilidad de invertir 100 M\$ en la Bolsa de Comercio de Santiago comprando acciones de una de dos compañías: C_1 y C_2 . Las características de dichas acciones son las siguientes:

- Las acciones de C_1 entregan un rendimiento de 50 % sobre la inversión durante el siguiente año, si el mercado está *a la alza*. Por otro lado, si las condiciones de la bolsa no son favorables (es decir, mercado *a la baja*), las acciones pueden perder el 20 % de su valor.
- Las acciones de C_2 entregan un 15 % de rendimiento en un mercado *a la alza* y sólo un 5 % de rendimiento en un mercado *a la baja*.

Todas las publicaciones que Ud. ha consultado predicen un 60 % de posibilidades para un mercado *a la alza* y 40 % de un mercado *a la baja*. Considere que Ud. también puede decidir no invertir y mantener su dinero.

1. (1,5 ptos.) Construya un árbol de decisión que le permita encontrar la política óptima de inversión
¿Cuál es el valor esperado de los beneficios de dicha política?

Ahora, suponga que en lugar de disponer sólo de las publicaciones anteriormente consultadas, Ud. decide realizar una investigación más personal consultando a un amigo experto en el tema al que siempre le ha ido bien en el mercado de valores. El amigo manifiesta la opinión general del estado del mercado en el próximo período. Esta opinión se cuantifica como sigue:

Si es un mercado *a la alza* hay un 90 % de posibilidad de que su opinión sea *optimista*. Si es un mercado *a la baja*, la posibilidad de que su opinión sea *optimista* desciende a 50 %.

2. (2,5 ptos.) ¿Cuánto es lo máximo que le pagaría a su amigo por la información adicional?
3. (2,0 ptos.) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por información perfecta sobre el mercado?

Problema 3, Control 1 Otoño 2005

Parte 1

Un experto tomador de decisiones enfrenta el siguiente juego en Las Vegas. El Casino obtiene un número real de una ruleta electrónica con probabilidad uniformemente distribuida entre 0 y 100. Lo mismo cada jugador. Los números obtenidos por el Casino y los jugadores son independientes. Además, los números son secretos, nadie sabe el número del otro ni el número propio, ni el Casino ni los jugadores.

Cada jugador apuesta \$100 contra el Casino. Si el número del Casino es mayor, el jugador pierde la apuesta pero si el jugador tiene el número mayor gana el mismo monto apostado (\$100).

En cada ronda el Casino juega contra 4 jugadores en forma secuencial. Primero el Casino compara su número contra el número del Jugador 1, y colecta la apuesta si gana o paga al jugador si pierde. Luego el Casino se compara con el Jugador 2, para seguir con el Jugador 3 y terminar con el Jugador 4. En este proceso de comparación el Casino utiliza siempre el mismo número que obtuvo de la ruleta electrónica al inicio del juego (el cual es secreto para el Casino y para los jugadores, lo mismo que los números de los jugadores).

Hay una máquina que permite comparar cualquier par de números e indica cuál es el mayor. Después de este proceso de comparación, el Casino y los jugadores siguen ignorantes en relación al valor de sus

números. Dado que los números son reales, la probabilidad de empatar es nula.

Los 4 jugadores observan el resultado de cada comparación que hace el Casino. Es decir, todos los jugadores observan si el Jugador 1 gana o pierde en la comparación con el Casino.

Nuestro experto tomador de decisiones está jugando en la cuarta posición (Jugador 4). Él ha observado que el Casino le ganó al Jugador 1, al Jugador 2 y al Jugador 3. Nuestro experto no tiene otro ingreso que la apuesta en este juego. La función de utilidad de nuestro experto tomador de decisiones es:

$U(x)$ = Función de utilidad del tomador de decisiones, donde x es el ingreso.

$$U(x) = 100x - 0,01x^2$$

1. (2.5 puntos) ¿Cuál es el valor esperado del juego para nuestro experto tomador de decisiones?
2. (1.5 puntos) Antes de realizar la comparación, el Casino le ofrece al experto tomador de decisiones la posibilidad de retirar la apuesta sujeto a un pago del jugador al Casino. ¿Estaría nuestro experto dispuesto a pagar para retirar la apuesta? Justifique su respuesta sin realizar cálculos complejos ni calcular este valor (sin calculadora). Si su respuesta fue afirmativa, plantee la ecuación que permita calcular el valor exacto que el tomador de decisiones estaría dispuesto a pagar para retirar su apuesta (no resuelva).