



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, S. Hernández, P. Rey
Aux: M. Guajardo, M. Pereira, D. Yung

Clase Auxilliary 6, 16 de Agosto de 2005

Programación Dinámica Determinística

Problema 1

En una popular comuna el alcalde está bastante preocupado por la seguridad ciudadana, por lo que ha decidido implementar un curioso sistema de botones de pánico, a través de los cuales la amedrentada población podrá pedir ayuda en caso de emergencia.

Después de grandes esfuerzos por conseguir presupuesto, el alcalde cuenta con un capital que le permite instalar un máximo de K botones, los cuales debe distribuir en los M barrios de su comuna. (con $K > M$).

Según el experimentado equipo de asesores del edil, que ya piensan en la reelección, si en el barrio m se instalan k botones, el alcalde ganará $P_m(k)$ votos adicionales.

Suponga que es contratado para determinar la asignación que maximiza la cantidad de votos que conseguirá el alcalde en la próxima elección, producto de su campaña de seguridad ciudadana.

1. ¿Por qué este problema es susceptible a ser abordado por un enfoque de programación dinámica?.
2. Modele el problema usando programación dinámica determinística, explicitando claramente las etapas, variables de decisión, variables de estado y funciones de beneficio.

Suponga ahora que si en un barrio m , se instalan más de U_m botones, la oposición al alcalde lo acusará públicamente de populista y derrochador. Esto implica una pérdida de r_m votos por cada botón por sobre U_m , instalado en esta zona.

Por otra parte, si en el barrio m se asignan menos de L_m aparatos de emergencia, la junta de vecinos del sector también iniciará una campaña de desprestigio que implica la pérdida de t_m sufragios por cada botón por debajo de L_m .

1. Modele el nuevo escenario, usando programación dinámica determinística.
2. Suponga que $M = 3$ y $K = 5$. Además se sabe que $L_1 = L_2 = L_3 = 2$ y $U_1 = U_2 = U_3 = 3$ y se cuenta con estimaciones de los votos que obtendrá el alcalde en cada barrio, en función del número de botones que instale, la que se resume en la siguiente tabla. Con esta información y usando el modelo planteado en la parte (c), encuentre la asignación óptima de botones.

| Nº Botones de pánico | Barrio 1 | Barrio 2 | Barrio 3 |
|----------------------|----------|----------|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 45 | 20 | 50 |
| 2 | 70 | 45 | 70 |
| 3 | 90 | 75 | 80 |
| 4 | 105 | 110 | 100 |
| 5 | 120 | 150 | 130 |
| r | 10 | 15 | 20 |
| t | 10 | 15 | 20 |

Problema 2, CTP 2 Otoño 2005

PARTE 1 Considere las siguientes afirmaciones, indique si son verdaderas o falsas. Justifique.

1. (1,0 pto.) El procedimiento de resolución de Programación Dinámica usa una relación de recursividad que permite obtener una política óptima para la etapa $(n + 1)$ cuando es conocida la política óptima para la etapa n .
2. (1,0 pto.) Suponga que hemos resuelto un problema de Programación Dinámica y encontramos la política óptima. Si por error se ha tomado una decisión no óptima en la etapa n , necesitamos repetir el procedimiento de resolución para obtener las decisiones óptimas para las etapas $(n + 1)$ y siguientes.
3. (1,0 pto.) Suponga que hemos resuelto un problema de Programación Dinámica y encontramos la política óptima. Luego, para encontrar la política óptima desde una etapa cualquiera, necesitamos saber el estado en la etapa en cuestión y las decisiones que se han tomado en las etapas previas.

PARTE 2

El Gerente de Ventas de una editora tiene seis vendedores para asignar a tres regiones del país. Cada vendedor trabaja en una sola región. Por política de la empresa, en cada región debe haber por lo menos un vendedor de la editorial. La siguiente tabla muestra las ventas esperadas por región, de acuerdo al número de vendedores que se asignen en ellas.

Tabla. Ventas esperadas por región (miles de libros).

| Vendedores | Regiones | | |
|------------|----------|----|----|
| | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 35 | 21 | 28 |
| 2 | 48 | 42 | 41 |
| 3 | 70 | 56 | 63 |
| 4 | 89 | 70 | 75 |

1. (3,0 ptos.) Encuentre la política óptima para asignar los vendedores a las regiones usando Programación Dinámica, de modo de maximizar las ventas esperadas totales. Plantee claramente la etapas, la variable de estado, de decisión, la función de beneficio, la ecuación de recurrencia y las condiciones de borde. Resuelva numéricamente según lo visto en clases.

Problema 3

El gerente de operaciones de una fábrica desea programar la operación de un proceso para los siguientes T períodos. Para realizar este proceso se necesita una máquina cuyo costo de operación depende de su antigüedad y es igual a C_n por año, con n representando la edad de la máquina ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Cada año se tiene la opción de reemplazar este equipo por otro, nuevo o usado, el costo de adquisición de un equipo con n años de uso es de I_n . Por otra parte el gerente puede vender un equipo con n años de uso a un precio de venta V_n .

Actualmente la gerencia NO dispone de la máquina, por lo que necesariamente tendrá que comprarla, además todos los años debe tener el proceso funcionando.

1. Plantee el problema de operación y reemplazo de equipo como un problema de programación dinámica determinística, con el fin de minimizar el costo total.