



Universidad de Chile  
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa  
Profs: R. Epstein, S. Hernández, P. Rey  
Aux: M. Guajardo, M. Pereira, D. Yung

Solución Clase Auxilliary 4, 9 de Agosto de 2005

## Árboles de Decisión

### Problema 1

1. Para desarrollar el problema necesitamos conocer ciertas probabilidades. Sean:

T+ = Test indica pieza mala.  
T- = Test indica pieza buena.  
P = Parar de producir.  
NP = continuar la producción.  
A = Empresa tipo A.  
B = Empresa tipo B.

De esta forma se tiene que:

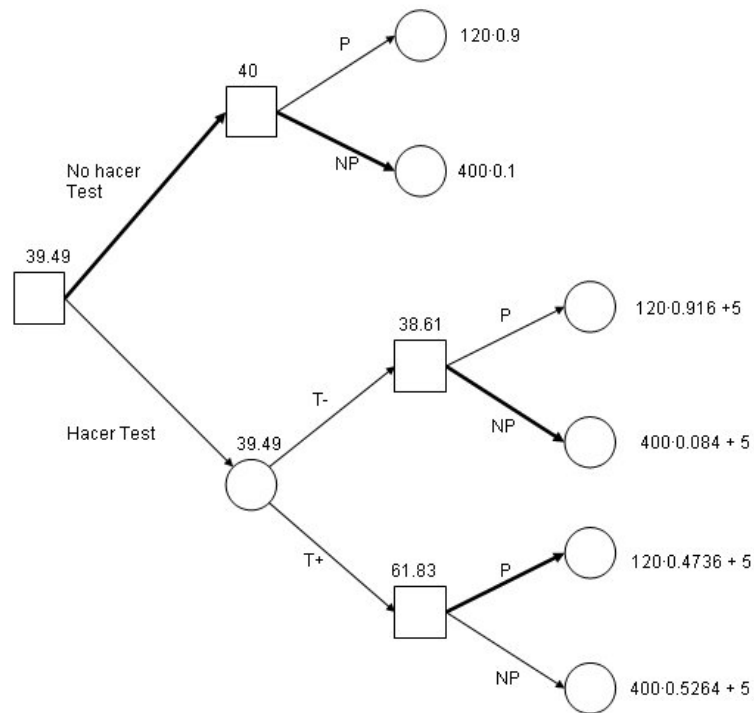
$$\begin{aligned}P[T+|A] &= 0,02 = 1 - P[T-|A] \\P[T+|B] &= 0,2 = 1 - P[T-|B] \\P[T+] &= P[T+|A] \cdot P[A] + P[T+|B] \cdot P[B] \\&= 0,02 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,1 \\&= 0,038 \\ \Rightarrow P[T-] &= 0,962\end{aligned}$$

Además:

$$P[A|T+] = \frac{P[T+|A]P[A]}{P[T+]} = \frac{0,018}{0,038} = 0,4736 = 1 - P[B|T+]$$

$$P[A|T-] = \frac{P[T-|A]P[A]}{P[T-]} = \frac{0,882}{0,962} = 0,916 = 1 - P[B|T-]$$

El árbol de decisión asociado se muestra en la figura.

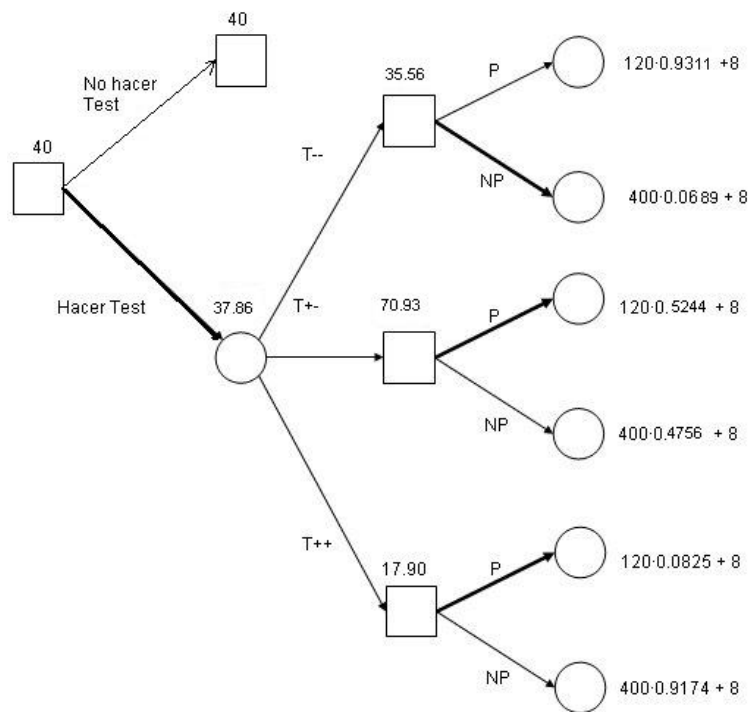


Noten que conviene realizar el test.

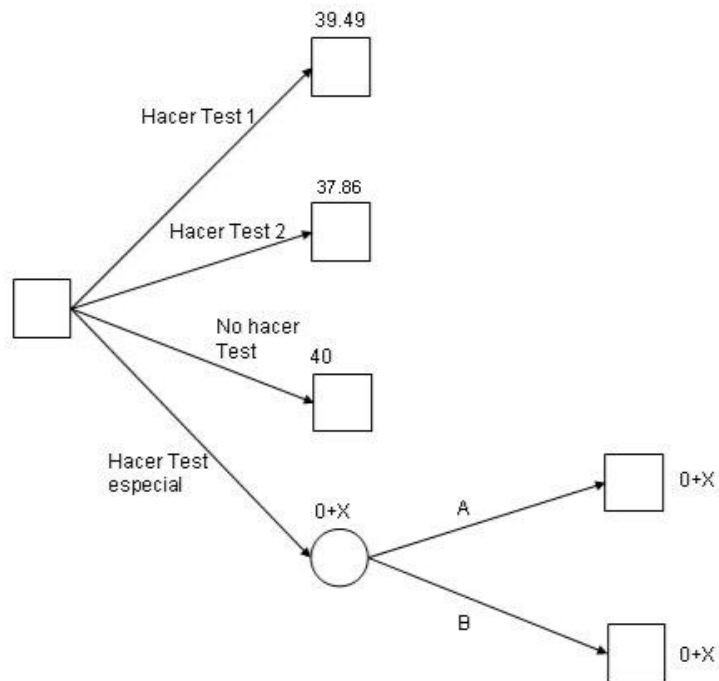
2. La idea es exactamente la misma, solamente que debemos calcular las siguientes probabilidades:

$$\begin{aligned}
 P[T++] &= 0,0004 \cdot 0,9 + 0,04 \cdot 0,1 = 0,00436 \\
 P[T--] &= 0,92836 \\
 P[T+-] &= 0,06728 \\
 P[A|T++] &= \frac{0,0004 \cdot 0,9}{0,00436} = 0,0825 = 1 - P[B|T++] \\
 P[A|T--] &= \frac{0,978 \cdot 0,9}{0,92836} = 0,9311 = 1 - P[B|T--] \\
 P[A|T+-] &= \frac{(2 \cdot 0,98 \cdot 0,02) \cdot 0,9}{0,0678} = 0,5244 = 1 - P[B|T+-]
 \end{aligned}$$

El árbol de decisión asociado se muestra en la figura.



3. Para ver cual es el valor de la información perfecta considere un test que clasifica correctamente a las empresas y cuyo valor es X. El árbol de decisión asociado se muestra en la figura.



Entonces el valor de este test especial será 37.86.

## Problema 2

1. Si el Chino no esta en el equipo de copa Davis, el valor esperado de las utilidades está dado por:

$$VE(\text{Sin Ríos}) = P(\text{clasificar}) \cdot 300 + P(\text{no clasificar}) \cdot (-70)$$

$$VE(\text{Sin Ríos}) = 0,3 \cdot 300 + 0,7 \cdot (-70) = 41$$

2. Definamos los siguientes eventos:

ChG = El Chino gana su partido.

ChP = El Chino pierde su partido.

TG = Test dice que el Chino gana.

TP = Test dice que el Chino pierde.

De los datos del enunciado sabemos que:

$$P(TG|ChG) = 0,4 \quad P(TG|ChP) = 0,6$$

$$P(TP|ChP) = 1 \quad P(TP|ChG) = 0$$

$$P(ChG) = 0,7 \quad P(ChP) = 0,3$$

Dadas estas probabilidades, se tiene que:

$$P(TG) = P(TG|ChG) \cdot P(ChG) + P(TG|ChP) \cdot P(ChP) = 0,28$$

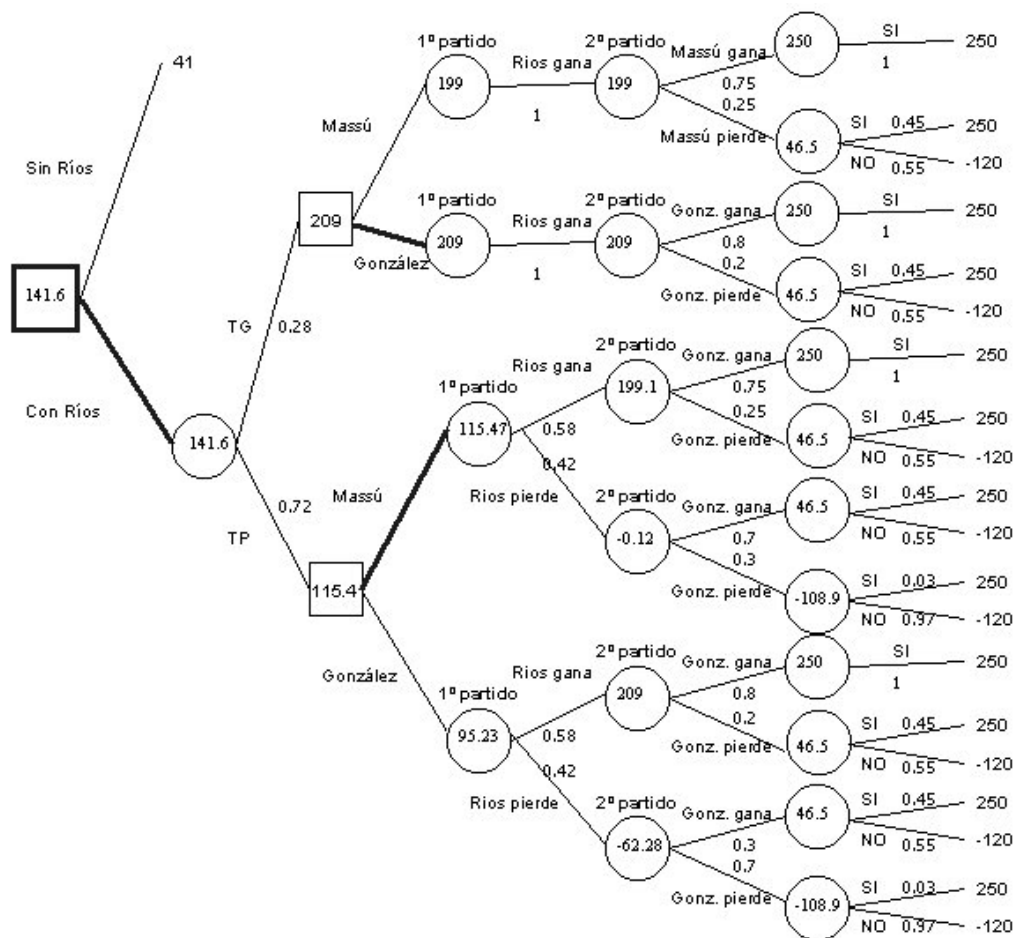
$$P(TP) = P(TP|ChG) \cdot P(ChG) + P(TP|ChP) \cdot P(ChP) = 0,72$$

Utilizando Bayes:

$$P(ChG|TG) = \frac{P(TG|ChG) \cdot P(ChG)}{P(TG)} = 1 \quad P(ChP|TG) = \frac{P(TP|ChG) \cdot P(ChP)}{P(TG)} = 0$$

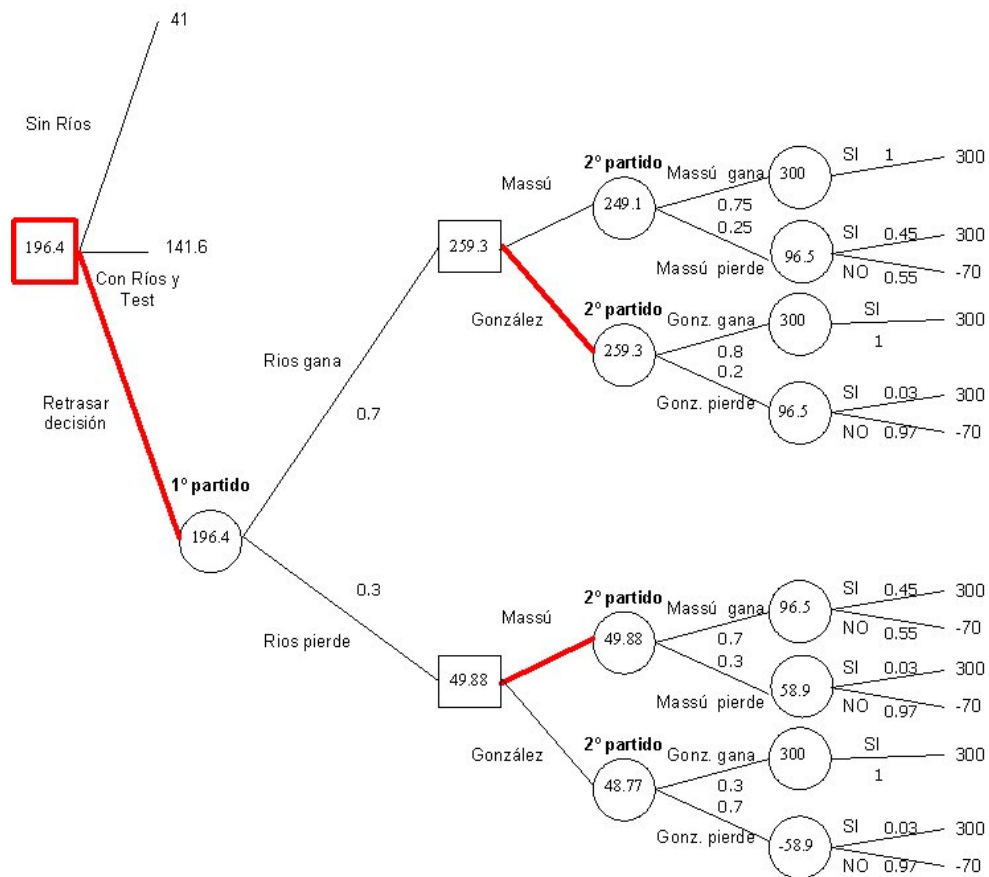
$$P(ChG|TP) = \frac{P(TP|ChG) \cdot P(ChG)}{P(TP)} = 0,58 \quad P(ChP|TP) = \frac{P(TP|ChP) \cdot P(ChP)}{P(TP)} = 0,42$$

Luego el árbol queda como sigue:



De lo anterior se obtiene que la política óptima es convocar a Ríos. Luego de realizado el Test, si predice que el Chino gana, designar a González como segundo singlista. Si predice que Marcelo pierde, designar a Massú para que juegue el segundo single. El valor esperado óptimo de esta política es : 141.6 u.m.

- Para evaluar la opción de retrasar la decisión del segundo singlista, hasta una vez conocido el resultado del Chino, el árbol es el que se muestra en la siguiente pagina:



Luego,  
el valor esperado de retrasar la decisión es 196.4. Con esto la máxima disposición a pagar, está dada por:

$$\text{Máxima disposición a pagar} = VE(\text{retrasar}) - VE(\text{decidir a priori}) = 196,4 - 141,6 = 54,8$$

Dudas y/o errores:  
Mario Guajardo  
mguajard@ing.uchile.cl