



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa  
Profs: P. Rey, A. Sauré  
Aux : P. Hernández, J. Muñoz, D. Sauré.

## CTP 1

### 19 de Marzo, 2003

El ingenioso equipo docente de IN44A ha decidido implementar un pionero sistema de aprendizaje del ramo, el cual se detalla a continuación.

Del total de los alumnos del curso se realiza una exigente selección luego de la cual clasifican  $K$  participantes los cuales deben ingresar a una sala-estudio donde serán sometidos a intensas clases. Dentro de los clasificados se encuentra el distinguido alumno *Tony Valero*.

En la sala-estudio al final de cada semana se realiza una prueba de conocimientos y el alumno con menor nota queda en la situación de amenazado por conocimientos. La nota de cada uno de los alumnos que están en la sala en la semana  $s$  son variables aleatorias i.i.d. de distribución exponencial de parámetro  $\lambda_s$ .

Luego de esta prueba se realiza una votación donde los participantes deben elegir a uno de sus compañeros para ser amenazado por razones de convivencia. En esta elección no se puede votar por el amenazado por conocimientos. Si Tony Valero todavía está participando en la semana  $s$  y no tuvo problemas en la prueba de conocimientos, con probabilidad  $p_s$  será amenazado por convivencia.

Una vez conocidos los dos amenazados de la semana  $s$  son sometidos a votación popular para decidir quien debe abandonar la sala, en la cual se estima que independiente de quienes sean los participantes, con probabilidad  $q_s$  el eliminado es el amenazado por conocimientos. Este procedimiento se repite por  $K - 4$  semanas hasta que se conoce a los 4 finalistas.

La gran final funciona de la siguiente manera: Los finalistas son sometidos a un examen que consta de una única pregunta. Los tiempos que demoran cada uno de los finalistas en responder esta pregunta son variables aleatorias i.i.d. de distribución exponencial de parámetro  $\mu$ . Además se sabe que debido a la presión a que han sido sometidos existe una probabilidad  $r$  de que la respuesta entregada sea incorrecta con lo cual el participante queda automáticamente eliminado del concurso. Luego el ganador es el primer alumno que entregue el examen resuelto correctamente, y si todos responden de manera errada el primer lugar se declara desierto. El objetivo de este problema es calcular la probabilidad que *Tony Valero* gane el concurso. Para ello se pide que responda las siguientes preguntas.

1. (1.0 pts) ¿Cuál es la distribución que sigue la menor de las notas en la prueba de conocimientos de la semana  $s$ ? Si *Tony Valero* está en competencia en la semana  $s$  ¿Cuál es la probabilidad de que sea el amenazado por conocimientos?
2. (1.5 pts) ¿Cuál es la probabilidad de que *Tony Valero* sea eliminado en la semana  $s$ ? Denote a esta probabilidad como  $F_s$ .  
Hint : Note que para calcular esta probabilidad es necesario tomar en consideración lo sucedido en las  $s - 1$  semanas anteriores.
3. (1.0 pts) Calcule el número esperado de semanas que permanece *Tony* dentro de la sala-estudio.
4. (1.0 pts) ¿Cuál es la probabilidad de que *Tony* esté entre los 4 finalistas?
5. (1.5 pts) ¿Cuál es la probabilidad de que *Valero* sea el ganador?