



Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa

Profs: P. Rey, D. Sauré, A. Schilkrut

Aux : C. Berner, J. Guajardo, M. Guajardo, P. Hernández.

## Solución CTP 1 16 de Marzo, 2004

1. Llamemos VP a la cantidad de votos contra Piñera en el Plebiscito. Entonces:

$$P[VP=k] = \binom{H}{k} (p_P)^k (1 - p_P)^{H-k}$$

2. Sea GTP el número de peticiones de Golpe de Timón por parte de partidarios de Piñera. Entonces :

$$E(GTP) = \sum_{k=0}^H E(GTP|VP = k) \cdot P(VP = k)$$

Donde,  $P(VP=k)$  fue calculado en la parte 1. Por otra parte, sabemos que:

$$E(GTP|VP = k) = \sum_{j=0}^k j \cdot P(GTP = j|VP = k)$$

$$E(GTP|VP = k) = \sum_{j=0}^k j \cdot \binom{k}{j} (R_P)^j (1 - R_P)^{k-j} = k \cdot R_P$$

Por lo tanto,

$$E(GTP) = R_P \cdot \sum_{k=0}^H k \cdot \binom{H}{k} (p_P)^k (1 - p_P)^{H-k} = R_P \cdot H \cdot p_P$$

3. Utilizando Bayes tenemos que:

$$P(VP = L|GTP = N_P) = \frac{P(GTP = N_P|VP = L) \cdot P(VP = L)}{P(GTP = N_P)}$$

Los términos del numerador fueron calculados en la parte 2 y 1 respectivamente. El término del denominador lo calculamos como sigue:

$$P(GTP = N_P) = \sum_{k=N_P}^H P(GTP = N_P|VP = k) \cdot P(VP = k)$$

$$P(GTP = N_P) = \sum_{k=N_P}^H \binom{k}{N_P} (R_P)^{N_P} (1 - R_P)^{k-N_P} \cdot \binom{H}{k} (p_P)^k (1 - p_P)^{H-k}$$

Luego, sólo resta reemplazar términos para obtener lo que se pide.

4. a). Sea  $t_{min}$  el tiempo que transcurre hasta que se produce la primera petición de Golpe de Timón. De acuerdo a lo visto en la primera clase auxiliar, sabemos que:

$$\Rightarrow t_{min} \rightsquigarrow \exp(N_P \lambda_P + N_C \lambda_C)$$

Por lo tanto, y recordando la pérdida de memoria de la exponencial, lo que se pide es:

$$\begin{aligned} P[t_{min} > A + T | t_{min} > A] &= P[t_{min} > T] \\ &= P[\exp(N_P \lambda_P + N_C \lambda_C) > T] \\ &= e^{-(N_P \lambda_P + N_C \lambda_C) \cdot T} \end{aligned}$$

- b). Sea  $t_P$  el tiempo que transcurre hasta la primera petición de golpe de timón por parte de un individuo que votó contra Piñeira el en Plebiscito, y  $t_C$  el tiempo que transcurre hasta la primera petición de golpe de timón por parte de alguien que votó contra Corteira. Luego, sabemos que:

$$\begin{aligned} t_P &\rightsquigarrow \exp(N_P \lambda_P) \\ t_C &\rightsquigarrow \exp(N_C \lambda_C) \end{aligned}$$

Por lo tanto, y recordando las propiedades estudiadas en la primera clase auxiliar, lo que se pide es lo siguiente:

$$P(t_P < t_C) = \frac{N_P \lambda_P}{N_P \lambda_P + N_C \lambda_C}$$

- c). Si llamamos  $t_1P$ ,  $t_2P$ , ...,  $t_kP$  al tiempo que transcurre hasta el individuo 1,2,...,k que votó contra Piñeira en el Plebiscito pide un Golpe de Timón, entonces lo que se pide es:

$$\begin{aligned} P[k \text{ GT Piñeira antes primer GT Corteira}] &= P[(t_1P < t_1C) \wedge \dots \wedge (t_kP < t_1C) \wedge (t_1C < t_{(k+1)}P)] \\ &= P(t_1P < t_1C) \cdot \dots \cdot P(t_kP < t_1C) \cdot (t_1C < t_{(k+1)}P) \\ &= \frac{N_P \lambda_P}{N_P \lambda_P + N_C \lambda_C} \cdot \dots \cdot \frac{(N_P - k + 1) \lambda_P}{(N_P - k + 1) \lambda_P + N_C \lambda_C} \cdot \frac{N_C \lambda_C}{(N_P - k) \lambda_P + N_C \lambda_C} \end{aligned}$$

**Comentarios y/o Consultas:**

**José Guajardo.**

jguajard@ing.uchile.cl