Economía

IN 41 A – Primavera 2005

Clase # 12

M. Soledad Arellano

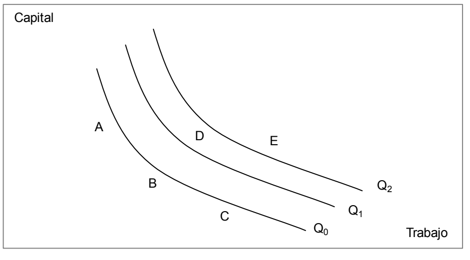
sarellano@dii.uchile.cl

Of. 407 DII

Teoría de la Firma: Plan de Trabajo

- Decisión de Producción con factores variables
  - *Cual es la combinación optima de insumos?*
  - Representación Tecnología: Isocuantas OK
  - Minimización de Costos (Hoy)
- Análisis de Largo Plazo
  - Distinción entre CP y LP (recordatorio) (Hoy)
  - Función de Costos en el LP (Hoy)
    - Retornos a Escala
  - Equilibrio Competitivo en el LP

Isocuantas



Isocuantas: todas las combinaciones de K y L que permiten producir q_0 unidades del bien de manera *tecnológicamente* eficiente

La Pendiente de la Isocuanta

- Pendiente: Tasa Marginal de Sustitución Técnica
  - Tasa a la cual se puede sustituir K por L manteniendo el nivel de producción constante
  - A lo largo de una isocuanta, Q es constante.
    $PMgL\Delta L + PMgK\Delta K = 0$

    $$TST(K,L) = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{PMg\,L}{PMg\,K}$$
- PMg decreciente → TST decreciente
  - isocuantas convexas

Isocuantas: Propiedades

- PMg no negativo (PMg L≥ 0, PMgK ≥ 0)
  1. Movimientos hacia ↗ : aumenta Q
  2. Las Isocuantas no pueden cortarse
- PMg decreciente
  1. $K=K(L,q_o)$ es decreciente
  2. Isocuantas Convexas

Cual es la combinación óptima de insumos?

- Dos formas de expresar lo mismo:

i) $\text{Max}_{K,L}\ \pi = PF(K,L)-rK-wL$

ii) $\text{Min}_{K,L}\ rK+wL$ sujeto a $F(K,L)=Q$

Dado Q, busco la combinación de K y L que le resulte más barata.

Minimización de Costos

- 3 (+1) formas de resolver
  - (Solución Numérica) OK
  - Solución conceptual
  - Solución Grafica
  - Solución Matemática

Solución Matemática

- Supongamos que:
  Producción Actual: 30 unidades,
  Combinación de Factores: K = 5 y L = 10
  PMg K = 5 y PMg L = 15,
  Remuneración factores: w y r por unidad
- Supongamos que quiero usar solo 9 unidades de trabajo, cuantas unidades de K tengo que contratar si quiero mantener Q = 30?

Solución Matemática

- La unidad de trabajo que "elimino"
  - Me costaba $w
  - producía 15 unidades de q
- Para reemplazar la producción de L necesito 3 unidades de K (c/u produce 5)
- Me conviene sustituir L por K? solo si:

$$w \geq 3\,r$$

- Cómo será el óptimo?

Solución Conceptual

- Cual es la combinación óptima de insumos?
- Si sustituyo una unidad de L

  →"ahorro" w

  →Necesito contratar PMgL/PMgK para reemplazar la unidad de L, c/u cuesta r, luego
  el costo de sustituir una unidad de L = $r\,\frac{PMg\,L}{PMg\,K}$

Minimización de Costos: Intuición

$$\frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r} \rightarrow \frac{PMgL}{w} = \frac{PMgK}{r}$$

→ La combinación de K y L que implica un minimo costo es tal que el ultimo $ gastado en cada uno de los recursos deberia generar el mismo nivel de producción.

Solución Conceptual

- En el óptimo:
  Costo de 1 unidad de L = Costo de unidades de K necesarias para reemplazar L

$$\boxed{w = r\,\frac{PMg\,L}{PMg\,K}}$$

$$\boxed{\frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r}}$$

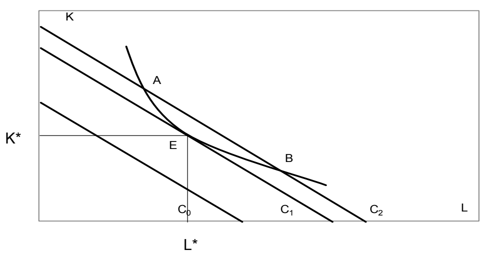
Solución Grafica

- Supuestos:
  - isocuantas son convexas (rendimientos marginales decrecientes)
  - Empresa tomadora de precio en mercado de insumos: w y r no son afectadas por las decisiones de la firma
- Necesitamos una representación para los costos: ISOCOSTO

Isocosto

- Recta de isocostos: combinaciones de insumos con igual costo de producción.
  $\{(K,L) ; wL + rK = C_o \}$
  $\{(K,L) ; K = \frac{C_o}{r} - \frac{wL}{r} \}$ → lineas rectas
- A lo largo de una isocosto : costo constante, *distinto Q*
- Pendiente: -(w/r).
- Cambio en w/r → rota isocosto

Minimización de Costos



Dado un nivel de Q, la firma escogerá ubicarse en la isocosto más cercana posible al origen.

Solución Gráfica

$\text{Min}_{K,L}$ rK+wL sujeto a F(K,L)=Q

Dado Q, busco la combinación de K y L que le resulte más barata i.e

- Dado un nivel de Q, la firma escogerá ubicarse en la isocosto más cercana posible al origen.
- Problema dual: dado el presupuesto, la combinacion de insumos que maximiza la utilidad es…

Solución Grafica

- El óptimo está en el punto en que la isocuanta correspondiente al Q óptimo es tangente a la isocosto.

$$\underbrace{\frac{PMgL}{PMgK}}_{TMST} = \underbrace{\frac{w}{r}}_{w/r}$$

TMST = w/r

- Por que "A" no es equilibrio? (TMST>w/r)

Implicancias

- Si cae w/r, la empresa ocupará una razón K/L menor para producir el mismo Q.
- El costo de producir un nivel más alto de Q es mayor.

Minimización de Costos

- Supuesto Rendimiento Mg Decreciente:

→TMST decreciente

→Isocuanta convexa → solucion interior

→Que pasaría si isocuanta cóncava?

→Solución de esquina

→Especialización en el uso de los insumos

Minimización de Costos: Solución Matemática

$\text{Min}_{K,L}$ rK+wL
s.a F(K,L)=Q

L = rK+wL - λ(F(K,L)-Q)

CPO: r - λdF/dK = 0 → λ = r / PMg K
w - λdF/dL = 0 → λ = w / PMg L

Luego:

$$\boxed{\frac{w}{r} = \frac{PMg\ L}{PMg\ K}}$$

Minimización de Costos: Comentario Final

- Minimización de costos: 2 interpretaciones

→combinación óptima de insumos para maximizar la producción dados los costos totales

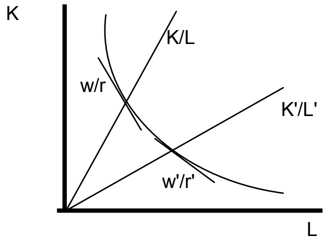
→Combinación óptima de insumos para minimizar el costo total de producir un nivel determinado

Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

$$\frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r}$$

- la combinación K,L elegida depende de los precios relativos
- Recordar que K/L mide la intensidad de uso del capital por unidad de trabajo

Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$



w/r > w'/r' → K/L > K'/L', pero cuanto?
Cuán sensible es K/L frente a cambios en w/r?
→ concepto de **elasticidad de sustitución**!!

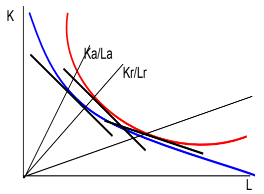
Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

•Definición simple

$$\sigma_{K,L} = \frac{\Delta\%\ K/L}{\Delta\%\ w/r}$$

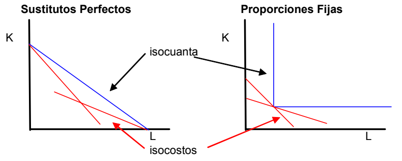
$\sigma_{K,L(azul)} > \sigma_{K,L\ (rojo)}$

Mientras mas "plana" la isocuanta, mayor es $\sigma_{K,L}$



Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

- Casos extremos



Sustitutos Perfectos : $\sigma_{K,L} = \infty$

Proporciones Fijas : $\sigma_{K,L} = 0$ → los precios relativos no juegan ningun rol en la intensidad de uso elegida por la firma

Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

- Definición simple

$$\sigma_{K,L} = \frac{\Delta\%\ K/L}{\Delta\%\ w/r}$$

- Definición formal

$$\sigma_{K,L} = \left.\frac{d(K/L)}{d(w/r)}\right|_{w_o} \left.\frac{w/r}{K/L}\right|_{w_o}$$

Donde w_o = w/r para el cual K_o/L_o es la combinación optima de insumos

Elasticidad de Sustitución, $\sigma_{K,L}$

- Propiedades

  $\sigma_{K,L} \geq 0$ si Δ+ w/r → Δ+ K/L

  $\sigma_{K,L} = \sigma_{L,K}$ → simetria

- Implicancias función de costos:
  - $\sigma_{K,L}$ nos dice cuan sensible es K/L a cambios en w/r → tambien nos indica cuan sensible es la funcion de costos ante cambios en w/r

$\sigma_{K,L}$ y la funcion de costos

- Intuición:

  Δ^+ w/r → Δ^+ K/L → Costo?

  C = ↑wL↓ + rK ↑

Si $\sigma_{K,L}$ es muy alta →

  Δ^+ w/r → Δ^{++} K/L → Δ^- costo

- Mientras mayor es $\sigma_{K,L}$, menor es el efecto de Δw/r sobre los costos

$\sigma_{K,L}$ y la funcion de costos

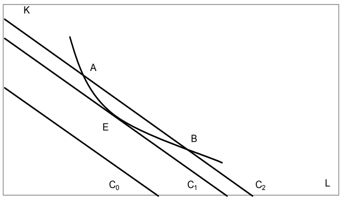
- Casos extremos
- F. de producción con sustitutos perfectos:

$\sigma_{K,L} = \infty$ → Δ+ w/r → Δ^0 costos

- F. de producción con proporciones fijas

$\sigma_{K,L} = 0$ → Δ+ w/r → Δ^{++} costos

Minimización de Costos hoy



Solución matemática:

$$\frac{w}{r} = \frac{PMg\ L}{PMg\ K}$$

Tener clara la intuición!!!

Importancia concepto elasticidad de sustitución