

IN34A: OPTIMIZACIÓN

Agosto, 2003.

Pregunta 1.

Un agente de viaje debe arreglar el viaje de 10 turistas de Santiago a Viena en una fecha dada sabiendo que hay 7 lugares libre desde Santiago a Río, 4 de Río a París, 8 de París a Viena, 2 de Santiago a Viena, 5 de Santiago a Madrid, 3 de Madrid a París y 2 de Madrid a Viena. ¿Puede organizar el viaje? ¿Cómo? Modele y resuelva usando las herramientas vistas en el curso.

Pregunta 2.

Nuestro amigo Giuseppe Mandinga ha decidido instalar una empresa de mudanzas. Para ello, ha comprado M camiones, donde la capacidad del camión i es V_i . Para el próximo viernes se ha comprometido con N de sus clientes en realizar sus mudanzas. La carga a transportar de la mudanza del cliente j es R_j .

El principal criterio que ha escogido nuestro amigo para hacer las mudanzas es que cada una de ellas debe realizarse mediante un único flete y que en cada flete no puede llevarse más de una mudanza. Un mismo camión puede hacer varios fletes en el día, pero para ahorrarse dinero en mantenciones, Mandinga ha decidido que el número máximo de fletes diarios que puede hacer el camión i es L_i . Si el camión i hace la mudanza del cliente j se tiene un beneficio B_{ij} .

Además, debe tomarse en cuenta que los clientes s y t deben ser atendidos por camiones diferentes y los clientes v y w deben ser atendidos por un mismo camión en viajes diferentes.

Por último, debe considerarse que si el camión i no fuera asignado a alguna mudanza en este día entonces puede contratarse para él un flete interurbano si así conviniera. Los posibles destinos de este flete son: La Calera, Valparaíso o Rancagua. El Beneficio del camión i al efectuar este único flete del día está dado por la expresión $B + bx$, donde B y b son constantes y x representa la distancia a recorrer en el viaje. La distancia a La Calera, Valparaíso y Rancagua es D_1 , D_2 y D_3 respectivamente.

Con estos antecedentes construya un modelo matemático de programación lineal mixta que asegure atender a todos los clientes y que maximice el beneficio diario de esta empresa.

Pregunta 3.

Suponga que es el gerente de producción de una compañía que fabrica copas de vidrio. Esta empresa fabrica dos productos diferentes, las que sólo se diferencian en las cantidades de *vidrio* y en el *tiempo de moldeo* necesarias para la fabricación de 1000 unidades, información que se proporciona en la siguiente tabla.

	Cantidad de Vidrio (ton)	horas de moldeo (hr)	Ganancias [millones \$]
Producto 1	2	4	3
Producto 2	6	2	2

La disponibilidad de vidrio para la producción es de 8 ton, mientras que la disponibilidad de tiempo de moldeo es de 10 horas.

Por restricciones comerciales se sabe que la cantidad de producto 1 no puede ser más que las cantidades producidas de producto 2.

1. (0,5 ptos) Formule un modelo de programación lineal que permita encontrar los niveles de producción que maximicen las ganancias de la compañía.
2. (1,0 ptos) Determine las ganancias y los niveles de producción óptimos.
3. (1,0 ptos) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por aumentar marginalmente las disponibilidades de vidrio y tiempo de moldeo?.
4. (1,5 ptos) ¿Cuánto podrían variar las ganancias asociadas al producto 2 para que la base óptima no cambie?. ¿Cuál sería la razón entre las ganancias de estos productos que volvería activa la restricción comercial?
5. (1,0 ptos) Formule e interprete económicamente el dual de este problema de optimización.
6. (1,0 ptos) Considere que ahora puede fabricar un tercer producto, que reporta una utilidad de 4 Millones de [\$] y requiere de 1 tonelada de vidrio y 5 horas de moldeo para la fabricación de las 1000 unidades. Compare cualitativamente las ganancias que tendría respecto a la situación inicial. ¿Tendría que fabricar esta empresa producto tipo 3 en su plan de producción óptimo?.

Solución

1. Variables:

w_{ij} : 1 si el camión i realiza la mudanza del cliente j , 0 en cualquier otro caso.

δ_{mk} : 1 si el camión m realiza un flete interurbano a la ciudad k , 0 en cualquier otro caso.

2. Función Objetivo:

$$\text{Max } Z = \sum_{ij} B_{ij} \cdot w_{ij} + \sum_{mk} (B + b \cdot D_k) \cdot \delta_{mk}$$

3. Restricciones:

a) Capacidad de los camiones.

$$\sum_j R_j \cdot w_{ij} \leq V_i \quad \forall i.$$

b) Cada cliente debe ser atendido por un sólo camión.

$$\sum_i w_{ij} = 1 \quad \forall j$$

c) Un camión debe hacer un número limitado de fletes al día.

$$\sum_j w_{ij} \leq L_i \quad \forall i.$$

d) Los clientes s y t deben ser atendidos por camiones diferentes.

$$w_{is} + w_{it} \leq 1 \quad \forall i.$$

e) Los clientes v y w deben ser atendidos por un mismo camión en viajes diferentes.

$$w_{iv} = w_{iw} \quad \forall i.$$

f) Si se realiza un viaje interurbano no se puede realizar mudanzas con ese camión.

$$\sum_j w_{mj} \leq L_i \cdot (1 - \delta_{mk}) \quad \forall k.$$

g) Sólo puede realizar a lo más un viaje interurbano en el día.

$$\sum_k \delta_{mk} \leq 1 \quad \forall m.$$

h) Naturaleza de las variables.

$$w_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j.$$

$$\delta_{mk} \in \{0, 1\} \quad \forall m, k.$$