

En cada tarea la claridad, orden, elegancia y lucidez conceptual de la presentación es parte de lo que será evaluado.

En los siguientes problemas considere unidades tales que $m = 1$, $\hbar = 1$.

P1 Resuelva los autovalores y autofunciones del oscilador armónico bidimensional. Describa claramente la degeneración de los niveles energéticos. Relacione la solución anterior a la solución correcta del problema T1P3, en particular asocie a cada nivel energético una representación irreducible del grupo de simetría.

P2 Resuelva la ecuación de Schrödinger unidimensional con potencial

$$V_0 = -\frac{A}{r}, \quad r \geq 0$$

Considere la perturbación

$$V_1 = B e^{-r/a}$$

y calcule los corrimientos de los tres primeros niveles de energía hasta segundo orden en B .

P3 Encuentre variacionalmente la energía E_0 y la autofunción ψ_0 del nivel fundamental de

$$H = \frac{p^2}{2m} - V_0 e^{-(x/a)^2}, \quad (-\infty < x < \infty)$$

(con $a = 1$ y $V_0 = 1$), usando al menos dos funciones de prueba funcionalmente muy distintas. En un solo diagrama (por cada función de prueba) dibuje el potencial, $|\Psi_0|^2$ y el autovalor asociado. Puesto que en este problema la normalización de Ψ_0 no juega papel alguno, procure que en su dibujo las dos curvas (potencial y densidad de probabilidad) tengan una variación en escalas semejantes. Será parte de la evaluación la calidad (cercanía al resultado óptimo) de la mejor de sus dos soluciones aproximadas.

Para utilizar el método variacional se debe respetar la base de mecánica cuántica. La función de prueba debe satisfacer las condiciones de borde correctas. Si el potencial es finito en todas partes la función de onda debe ser continua y con derivada continua. Si el potencial es singular, la función de onda puede tener alguna singularidad si la ecuación de Schrödinger así lo implica.