

Motor de Plasma

Un motor de plasma es ideado para naves espaciales, el cual se construye con dos rieles conductores entre los cuales se induce un campo magnético $B = 10T$, según se muestra en la Figura 1.

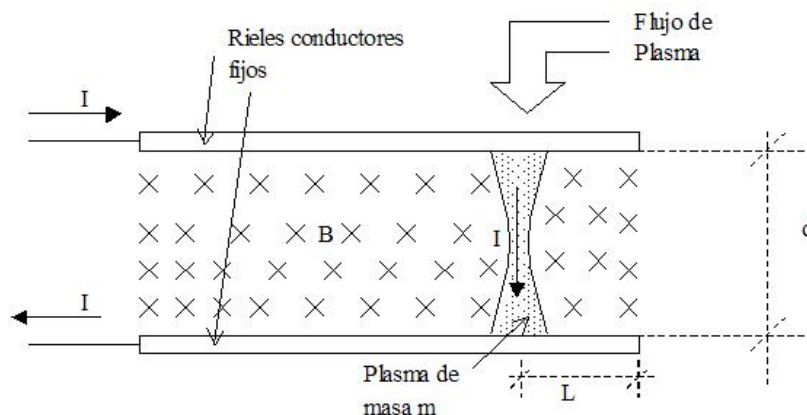


Figura 1:

Una corriente de $1,000,000 [A]$ fluye a través de dos rieles conductores, los cuales están comunicados mediante un pulso de plasma de masa $m = 10 \text{ kg}$, el cual puede moverse sin perder su forma (conexión a ambos rieles) una distancia $L = 1 \text{ m}$. Suponga que la distancia entre los rieles es de $d=30 \text{ cms}$ y que el plasma tiene forma cilíndrica.

Se pide:

1. (2pts) Estime la fuerza sobre la columna de plasma,
2. (2pts) Si una nave se equipa con este motor, calcule la velocidad de expulsión del plasma (extremo derecho en el dibujo),
3. (2pts) Suponiendo que la nave se encuentra viajando en el espacio a 500 km/hr y que pesa 5 tons , estime el aumento de la velocidad que produce un disparo (una columna) del pulso de plasma.

Solución:

1. Calculamos la fuerza de Lorentz,

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = IdB\hat{j}$$

2. Igualamos la fuerza de Lorentz a la segunda ley de Newton,

$$F = m\ddot{y} = IdB \quad \Rightarrow \quad y(t) = \frac{IdB}{2m}t^2 + \dot{y}(0)t + y(0)$$

pero las condiciones iniciales son nulas en $t = 0$, luego, el tiempo que tarda en llegar a $y = L$ es

$$t' = \sqrt{\frac{2mL}{IdB}}$$

entonces la velocidad con que llega a $y = L$ corresponde a:

$$\dot{y} = v = \frac{IdB}{m}t' = \sqrt{\frac{2IdB}{m}}L \sim 774,6 \frac{m}{s}$$

3. Utilizamos la conservación del momentum lineal: $\sum m\vec{v} = \text{constante}$,

$$M_n V_n = (M_n - m_p)V - m_p v_p \quad \leftarrow \text{la mayoría se equivocó en este paso.}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V &= \frac{M_n V_n + m_p v_p}{M_n - m_p} \\ &\sim 140,6 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

y la velocidad que llevaba la nave antes de la eyección del plasma era $138,8 m/s$, es decir, aumentó en $1,83 m/s$.