



FI 33A ELECTROMAGNETISMO

DIPOLO ELECTRICO CAMPOS ELECTRICOS EN LA MATERIA

Luis Vargas
AREA DE ENERGIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

Universidad de Chile,

FI 33A Electromagnetismo,

Primavera 2005



INDICE

Definición Dipolo Campos eléctricos en la materia

Universidad de Chile,

FI 33A Electromagnetismo,

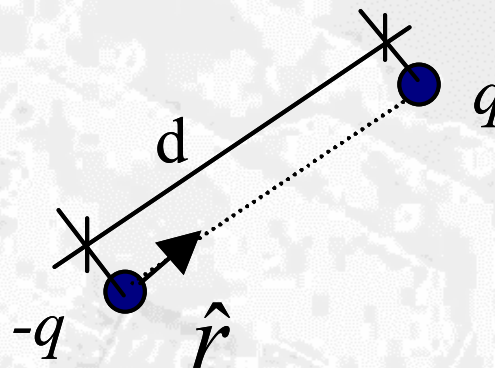
Primavera 2005



Dipolo Eléctrico

Se define el dipolo eléctrico como

$$\vec{p} = qd\hat{r} \quad [\text{C}\cdot\text{m}]$$



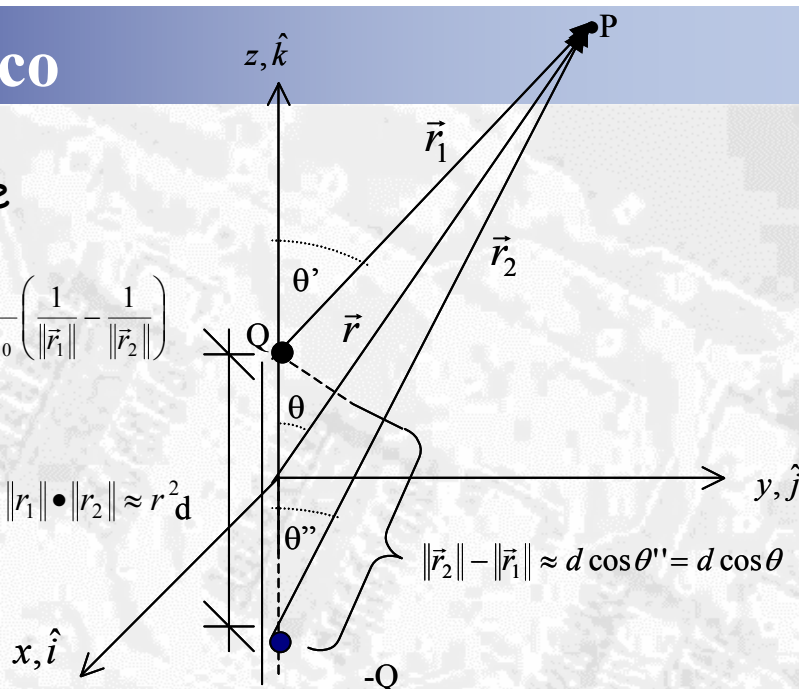
Dipolo Eléctrico

Potencial eléctrico de un dipolo

$$V(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{r}_1\|} + \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{r}_2\|} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\|\vec{r}_1\|} - \frac{1}{\|\vec{r}_2\|} \right)$$

$$V(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\|\vec{r}_2\| - \|\vec{r}_1\|}{\|\vec{r}_1\| \|\vec{r}_2\|}$$

$$\|\vec{r}_1\| \bullet \|\vec{r}_2\| \approx (r - \Delta)(r + \Delta) = r^2 - \Delta^2 \Rightarrow \|\vec{r}_1\| \bullet \|\vec{r}_2\| \approx r^2 d$$



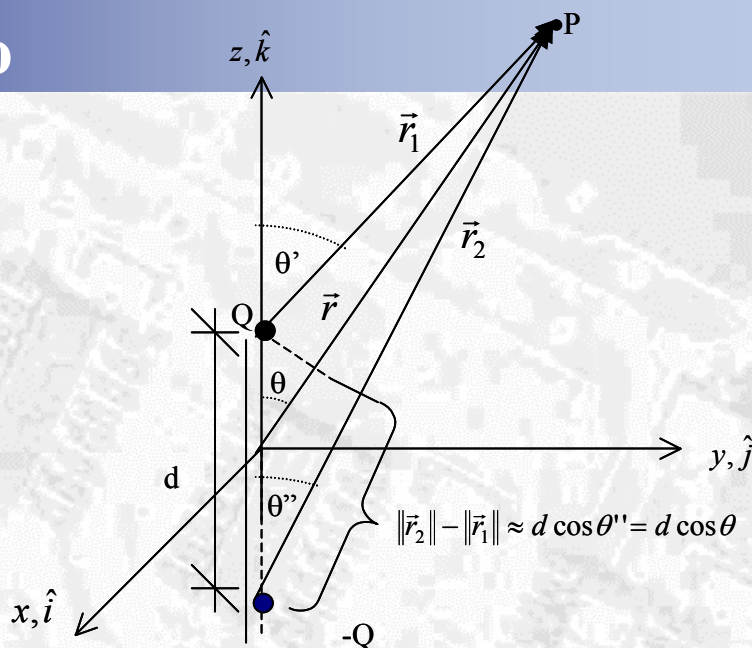


Dipolo Eléctrico

Potencial eléctrico de un dipolo

$$r_2 - r_1 = d \cos \theta$$

$$\Rightarrow V(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{d \cos \theta}{r^2} \right] \quad (1.79)$$

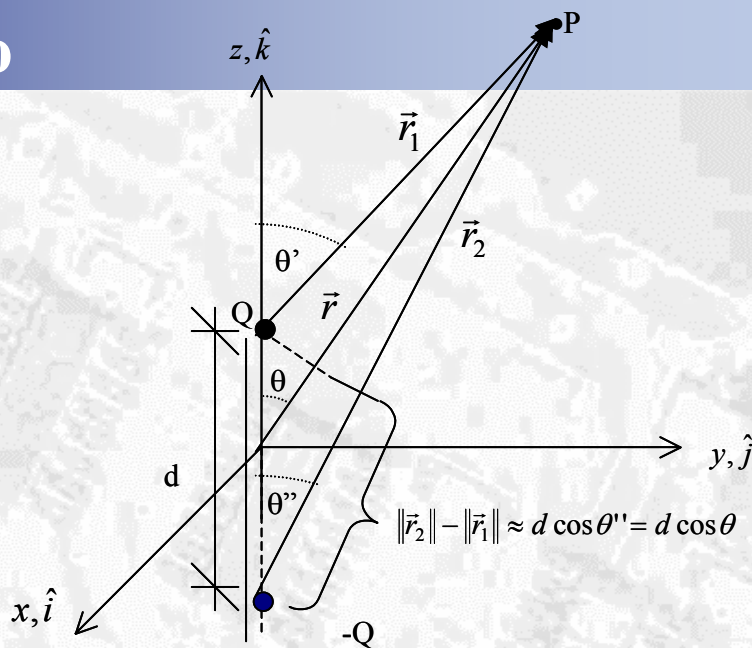


Dipolo Eléctrico

Potencial eléctrico de un dipolo

$$d \cos \theta = d \hat{k} \cdot \hat{r}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{r}\|^2}$$



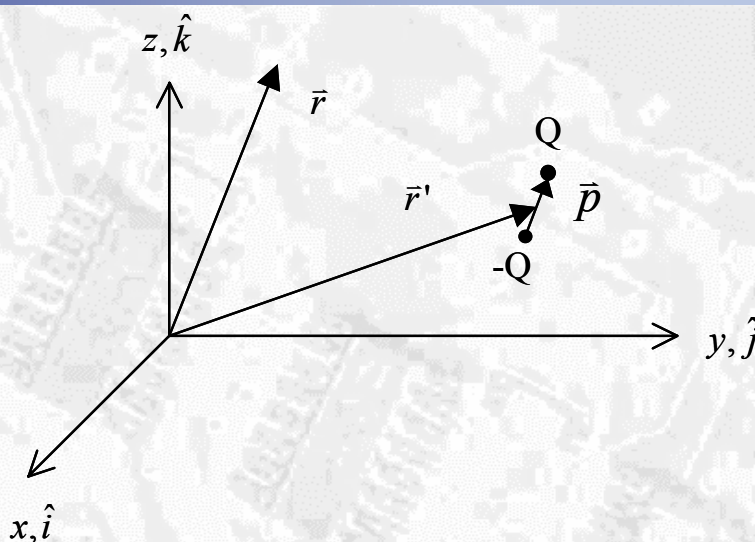


Dipolo Eléctrico

$$V(\vec{r}) = \frac{\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

Campo eléctrico

$$\vec{E} = -\nabla V$$



Universidad de Chile,

FI 33A Electromagnetismo,

Primavera 2005



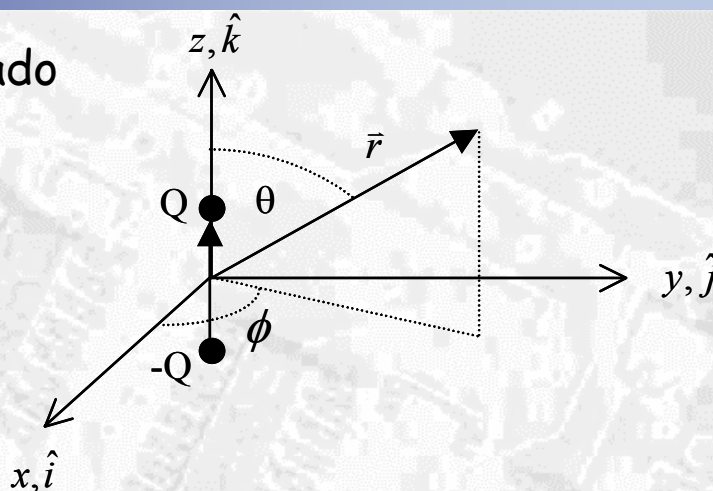
Dipolo Eléctrico

Ejemplo 13. Dipolo centrado en el origen

$$\vec{r}' = 0$$

$$V(\vec{r}) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



Universidad de Chile,

FI 33A Electromagnetismo,

Primavera 2005



Dipolo Eléctrico

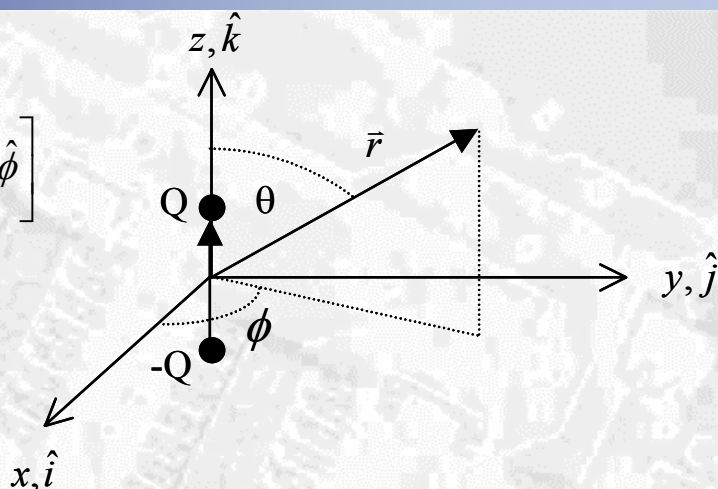
Ejemplo 13

$$\nabla V = \left[\frac{\partial V}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{\phi} \right]$$

V solo depende de r y θ ,
luego

$$\nabla V = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0} (-2r^{-3}) \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{p}{4\pi\epsilon_0} (-\sin \theta) \hat{\theta}$$

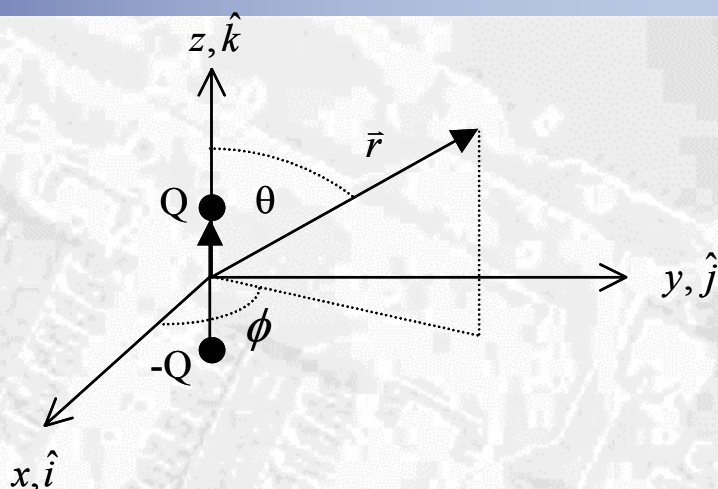
$$\therefore E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta})$$



Dipolo Eléctrico

Para puntos muy
alejados

$$\vec{E}(\vec{p}) \propto \frac{1}{r^3}, \quad V(\vec{p}) \propto \frac{1}{r^2}$$

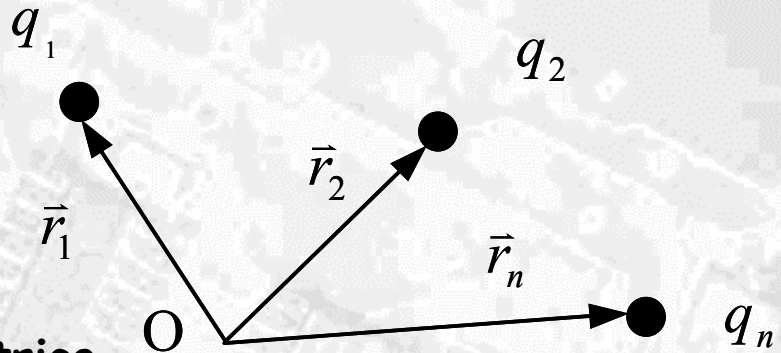




Dipolo de un Conjunto de Cargas

Condición

$$\sum_{k=1}^n q_k = 0$$



Momento Dipolar Eléctrico

$$\vec{p} = \sum_{k=1}^n q_k \vec{r}_k$$

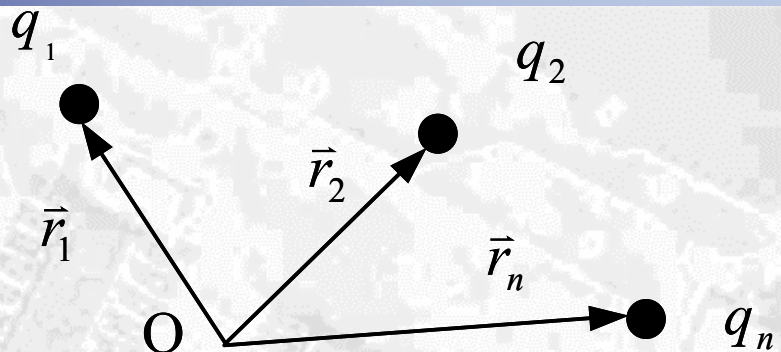


Dipolo de un Conjunto de Cargas

Momento Dipolar Eléctrico

$$\vec{p} = \sum_{k=1}^n q_k \vec{r}_k$$

Para $n=2$ se tiene



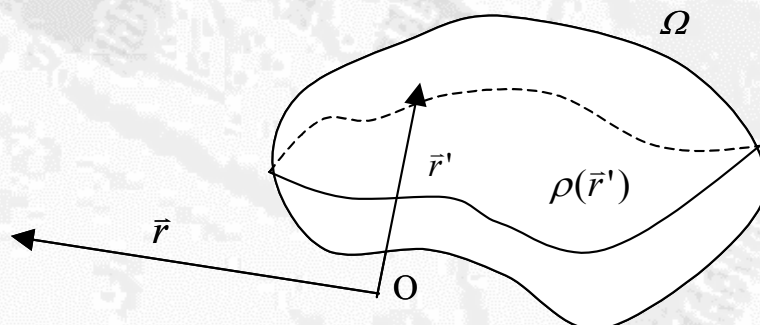
$$\vec{p} = q_1 \vec{r}_1 + q_2 \vec{r}_2 \Rightarrow q_1 = -q_2 = Q \Rightarrow \vec{p} = Q(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = Q\vec{d}$$

no depende del origen !



Momento dipolar de distribución volumétrica de carga

$$\vec{p} = \sum_{k=1}^n q_k \vec{r}_k \Rightarrow \vec{p} = \iiint_{\Omega} \vec{r}' dq' = \iiint_{\Omega} \vec{r}' \rho(\vec{r}') dv'$$



Universidad de Chile,

FI 33A Electromagnetismo,

Primavera 2005



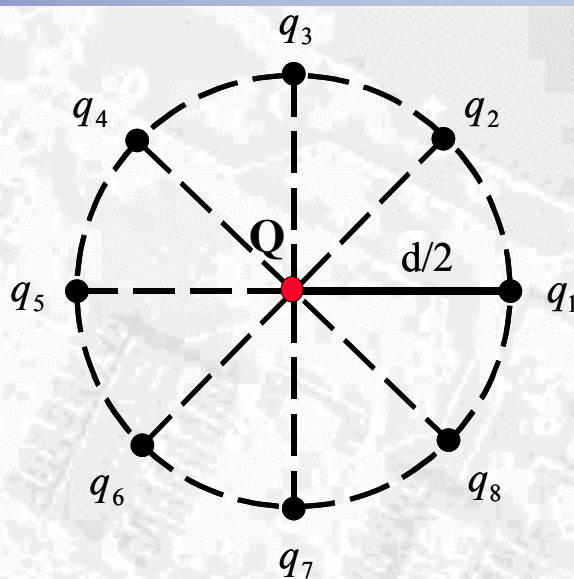
EJEMPLO 14

Calcular momento dipolar si:

$$Q = -\sum_{i=1}^{\infty} q_i$$

Solⁿ

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^8 q_i \times \vec{r}_i + Q \times 0 = 0$$



Universidad de Chile,

FI 33A Electromagnetismo,

Primavera 2005



EJEMPLO 14

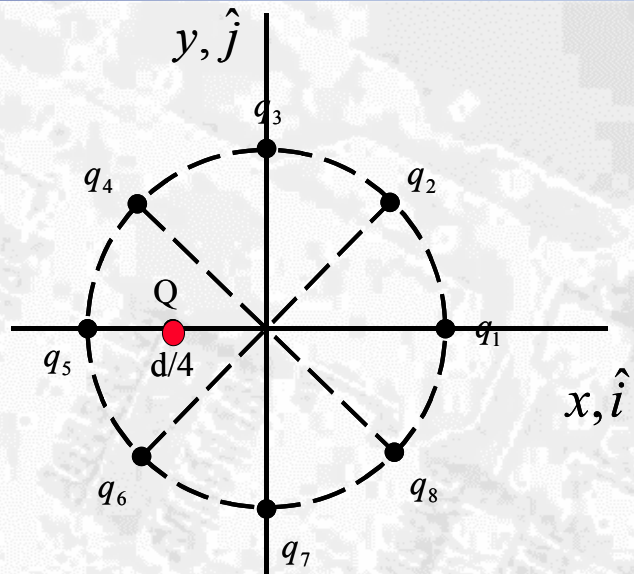
Calcular momento dipolar si:

$$Q = -\sum_{i=1}^{\infty} q_i$$

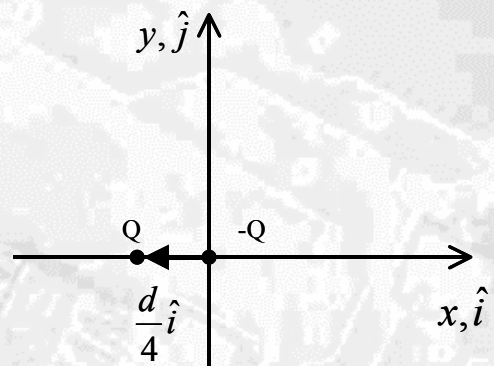
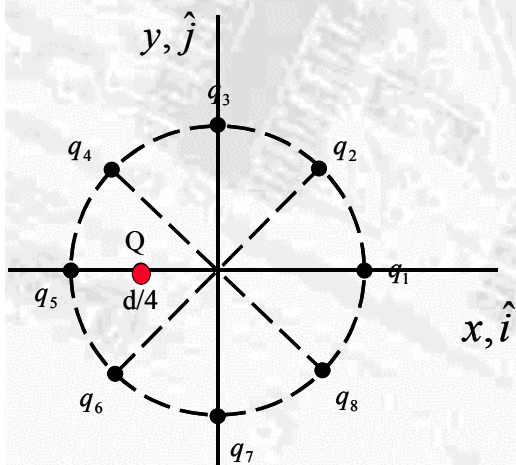
Solⁿ

$$\vec{p} = \sum q_i \vec{r}_i + Q \left(\frac{d}{4} \right) \hat{i}$$

$$\vec{p} = -Q \frac{d}{4} \hat{i}$$



EJEMPLO 14





Potencial a grandes distancias

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(\vec{r}') dv'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|}$$

Si $\|\vec{r}\| \gg \|\vec{r}'\| \Rightarrow \frac{1}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} = \frac{1}{\|\vec{r}\|} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{\|\vec{r}\|^3} +$



Potencial a grandes distancias

$$\Rightarrow V(\vec{r}) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(\vec{r}')}{\|\vec{r}\|} dv' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{\|\vec{r}\|^3} \rho(\vec{r}') dv' + TOS$$

$$V(\vec{r}) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\|\vec{r}\|} \iiint \rho(\vec{r}') dv' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{\|\vec{r}\|^3} \iiint \vec{r}' \rho(\vec{r}') dv' + TO$$

$$\therefore V(\vec{r}) = \frac{Q_{Total}}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{r}\|} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{r}\|^3} + TOS$$



A Grandes Distancias

Configuración	Potencial Eléctrico	Campo Eléctrico
Una carga q •	$\propto 1/r$	$\propto 1/r^2$
Dos cargas q • (Dipolo) $-q$ •	$\propto 1/r^2$	$\propto 1/r^3$
Cuatro cargas Dos dipolos q • $-q$ • $-q$ • q •	$\propto 1/r^3$	$\propto 1/r^4$