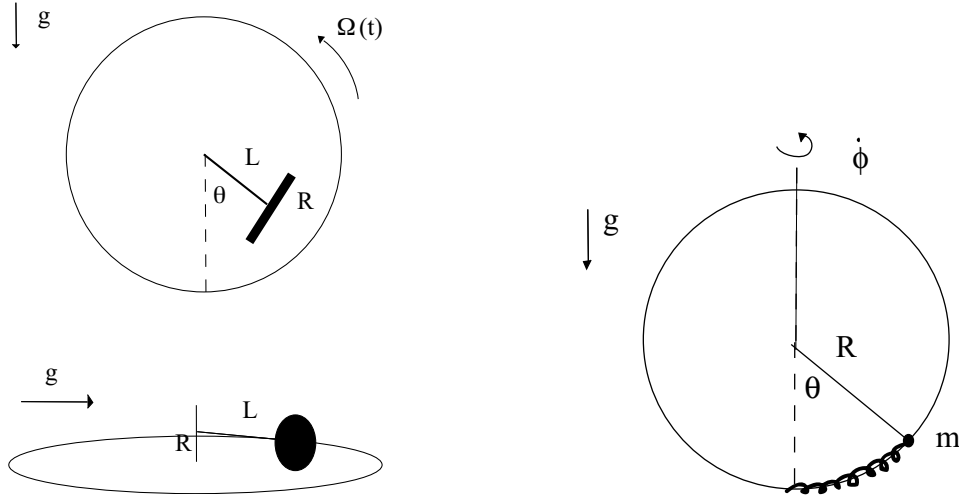


# Sistemas Dinámicos

Control 1: Tiempo: **3** horas  
Prof: Felipe Barra, Aux: Maximiliano Moyano

## Problema 1

Un disco de radio  $R$  y masa  $M$  se encuentra apoyado sobre una superficie vertical que gira con velocidad angular  $\Omega(t)$  no constante. El contacto es de tal manera que el disco rueda sobre su eje, sin resbalar sobre la superficie. Además, el disco se encuentra sujeto por una vara sin masa de largo  $L$  al punto fijo  $O$ , tal como muestran las figuras de la izquierda.



Se pide

- Encontrar la ecuación de movimiento para el ángulo  $\theta$  que forma el eje del disco respecto a la vertical.
- Si  $\Omega(t) = \alpha t$ , encuentre los ángulos de equilibrio y determine su estabilidad.

Nota: El tensor de inercia de un disco de masa  $M$  y radio  $R$  respecto de su centro de masa es:

$$\mathbb{I} = \frac{MR^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

## Problema 2

Una masa puntual  $m$  puede deslizarse sin roce sobre un anillo de radio  $R$  colocado en posición vertical en el campo gravitacional terrestre (ver figura a la derecha). El anillo puede girar sobre un eje vertical que pasa por su centro y la masa  $m$  está unida a un resorte de constante  $k$  fijo al otro extremo en el punto más bajo del anillo. El resorte tiene largo natural  $R\theta_0$

- Escriba el lagrangiano del sistema
- Encuentre cantidades que se conservan en el movimiento y defina un potencial efectivo para el sistema
- Determine puntos fijos y su estabilidad

## Problema 3

Una partícula de masa  $m$  se mueve sobre una parábola de ecuación  $y = x^2$ . Este sistema se encuentra inmerso en el aire y por lo tanto sobre la partícula actúa una fuerza viscosa  $\vec{F} = -\gamma \vec{v}$  y además la fuerza de gravedad  $\vec{F}_g = -mg\hat{y}$ . Escriba y resuelva la ecuación de movimiento.