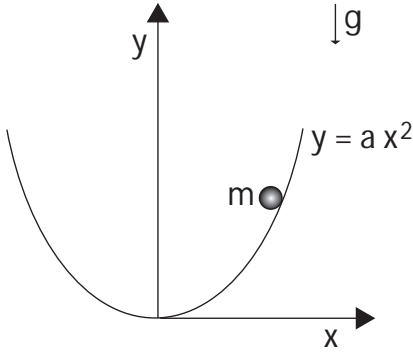


## Sistemas Dinámicos

Control 1: **Tiempo:** 3 hora  
Profs: Felipe Barra, Nicolás Mujica

### Problema 1

Una partícula puntual de masa  $m$  se mueve en una parábola de ecuación  $y = ax^2$  bajo la acción de la fuerza de gravedad. Calcule la fuerza de restricción que actúa sobre la partícula. Interprete esta fuerza.



### Problema 2

Considere una partícula puntual de masa  $m$  que se mueve en la superficie de un cilindro de radio  $R$ . La partícula, además, está unida a un resorte de largo natural  $l_0$  y constante  $k$  al origen del sistema de coordenadas. Despreciando la gravedad:

(3 pts) a) Escriba el Lagrangiano y las ecuaciones de movimiento para este sistema.

(3 pts) b) Analice la existencia de puntos de equilibrio y su estabilidad para diferentes valores del parámetro  $\mu = l_0 - R$ .

Figura Problema 2

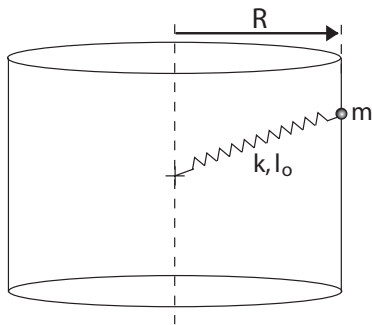
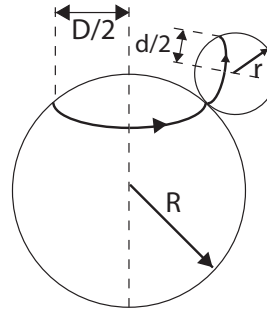


Figura Problema 3



### Problema 3

Considere el dibujo de la figura, en que una esfera de radio  $r$  rueda sobre otra (fija) de radio  $R$  sin resbalar de modo tal que:

El punto de contacto entre ambas se mueve sobre una circunferencia de diámetro  $D$  sobre la esfera de radio  $R$  y otra de diámetro  $d$  sobre la esfera de radio  $r$ .

(4 pts) a) Calcule la velocidad angular  $\vec{\omega}$  de la esfera que rota.

(2 pts) b) Asumiendo conocido el momento de inercia  $I$  de la esfera calcule la energía cinética del sistema.