Con esto, $H(V)\Big|_{\substack{\theta=\theta_{eq}\\ y=y_{eq}}}$ queda

$$H(V(\theta_{eq}, y_{eq})) = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & (k_1 l_1 - k_2 l_2)\cos\theta_e \\ (k_1 l_1 - k_2 l_2)\cos\theta_e & (k_2 l_2 - k_1 l_1) y_{eq}\operatorname{sen}\theta_e + (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2)\cos^2\theta_e \end{bmatrix}$$

$$\equiv \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$$

Entonces V me queda

$$V = C^{te} + \frac{1}{2}(y \quad \theta)\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}\begin{pmatrix} y \\ \theta \end{pmatrix}$$

$$= C^{te} + \frac{1}{2}(a y^2 + 2b\theta y + c\theta^2)$$

con esto

$$L = T - V = \frac{1}{2}M\dot{y}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}(a y^2 + 2b\theta y + c\theta^2) + C^{te}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial L}{\partial y} = M\ddot{y} + a y + b\theta = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = I\ddot{\theta} + b y + c\theta = 0 \qquad 1$$

supongo soluciones de la forma $y = A e^{i\omega t}$, $\theta = B e^{i\omega t}$

$$\Rightarrow (-M\omega^2 + a) y + b\theta = 0$$
$$b y + (-I\omega^2 + c)\theta = 0 \qquad (\star)$$

$$\Leftrightarrow \quad \det\begin{pmatrix} -M\omega^2 + a & b \\ b & -I\omega^2 + c \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad I M \omega^4 - (aI + cM)\omega^2 + a c - b^2 = 0$$

$\Rightarrow$ de Acá se despeja ω y luego se reemplaza en $(\star)$ y se obtienen los modos normales)