

# Modelo estático y dinámico de carga

## 1 Definiciones

El modelo de carga es la representación matemática de la relación que existe entre la potencia activa y reactiva de la carga conectada a una barra y la magnitud del voltaje y la frecuencia de la barra de alimentación de la red

**Modelo Estático de Carga.** Es un modelo que expresa la potencia activa y reactiva para cualquier instante de tiempo como una función del voltaje en la barra y la frecuencia para el mismo instante de tiempo.

$$P = P(P_o, Q_o, V_o, f_o, V, f)$$

$$Q = Q(P_o, Q_o, V_o, f_o, V, f)$$

**Modelo Dinámico de Carga.** Es un modelo que mediante ecuaciones diferenciales o de diferencia relaciona la potencia activa y reactiva con la magnitud del voltaje y la frecuencia de la red. La forma general de estos modelos, para la dependencia de voltaje, es

$$f\left(\frac{\partial^n P}{\partial t^n}, \dots, \frac{\partial P}{\partial t}, P, \frac{\partial^m V}{\partial t^m}, \dots, \frac{\partial V}{\partial t}, V\right) = 0$$

$$f\left(\frac{\partial^r Q}{\partial t^r}, \dots, \frac{\partial Q}{\partial t}, P, \frac{\partial^s V}{\partial t^s}, \dots, \frac{\partial V}{\partial t}, V\right) = 0$$

La forma específica de las ecuaciones dependerá del tipo de carga.

## 2. Modelos Estáticos

Los más comunes son los siguientes:

- Modelo de Carga de impedancia constante. Es un modelo estático de carga donde la potencia varía directamente con el cuadrado de la magnitud del voltaje.
- Modelo de Carga de Corriente Constante. Es un modelo estático de carga donde la potencia varía directamente con la magnitud del voltaje.
- Modelo de Carga de Potencia Constante. Modelo de carga donde la potencia no varía con respecto a los cambios en la magnitud del voltaje, también es llamado como modelo MVA constante.
- Modelo de Carga Polinomial. Es un modelo estático de carga que muestra las relaciones entre la potencia y la magnitud del voltaje como una ecuación polinomial. Corresponde a una combinación lineal de los modelos de carga de impedancia constante, corriente constante y potencia constante.
- Modelo de carga Exponencial. El modelo exponencial se representa por las siguientes ecuaciones, donde los valores  $P_o$ ,  $V_o$ ,  $f_o$  corresponden a las condiciones iniciales de la carga, o a sus valores nominales.  $\alpha$  y  $\beta$  corresponden a las sensibilidades de potencia activa y reactiva con respecto a la magnitud de la tensión para el punto  $(P_o, V_o, f_o)$

$$P = P_o \left( \frac{V}{V_o} \right)^\alpha$$

$$Q = Q_o \left( \frac{V}{V_o} \right)^\beta$$

	$\alpha$	$\beta$
Aire Acondicionado	0.5	2.5
Cargador de Batería	2.59	4.06
Fluorescente	2.07	3.21
Fluorescente Electrónico	0.95 – 1.03	0.31 – 0.46

Carga de Impedancia Constante  $\alpha = \beta = 2$

Carga de corriente Constante  $\alpha = \beta = 1$

Carga de Potencia Constante  $\alpha = \beta = 0$

## Dependencia de la Frecuencia

Usualmente se implementa la dependencia de la frecuencia a los modelos estáticos multiplicando la ecuación algebraica por el siguiente factor el siguiente factor:

$$(1 + af(f - f_0))$$

Donde  $f$  es la frecuencia en la barra de carga,  $f_0$  es la frecuencia nominal o inicial y  $af$  es el parámetro de sensibilidad de frecuencia del modelo.

## 3 Modelo Dinámico de Carga de Primer Orden

En el comportamiento de la carga frente a variaciones de voltaje se pueden distinguir tres fases. Una primera fase transitoria que depende de las perturbaciones electromagnéticas y electromecánicas del sistema. Generalmente se manifiesta por un descenso brusco de la carga a un valor menor que el de antes de la perturbación.

La segunda fase comprende la recuperación de los niveles de carga generalmente comandados por los controles propios de los procesos o por la acción de los *OLTC*. Finalmente, en la tercera fase se alcanza el régimen permanente. En esta última fase se usan generalmente modelos exponenciales respecto al voltaje.

La evolución típica de la carga frente a una perturbación de voltaje se muestra en la Figura 1:

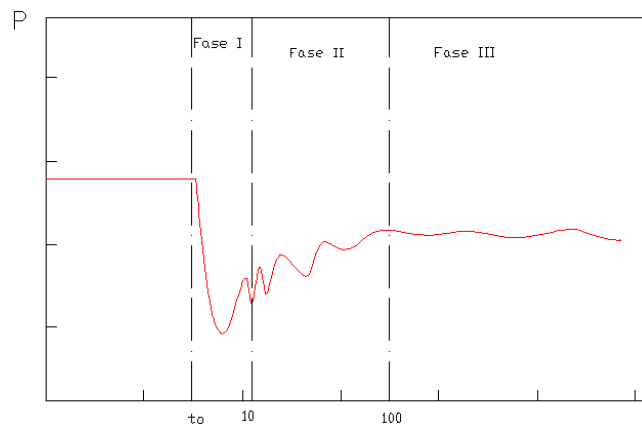


Figura 1.

Para tomar en cuenta las tres fases anteriores, se plantea el siguiente modelo:

$$\tau_p \frac{\partial P}{\partial t} + P = P_\infty$$

$$\tau_p \frac{\partial Q}{\partial t} + Q = Q_\infty$$

Con condiciones iniciales:  $P(t = t_0) = KP_o$  ,  $Q(t = t_0) = KQ_o$  . Donde:

$P_o$  y  $Q_o$  son los valores de potencia de la carga antes de que ocurra un cambio brusco en la tensión de la barra (antes de la perturbación),

$K$  da cuenta del descenso inicial (primera fase) y es una constante que depende de las características de la carga. Indica cuanto cae la potencia inmediatamente después de la variación de tensión en la barra. En forma práctica, en este estudio se ha aproximado esta constante en el intervalo  $[0.4, 1)$ .

$\tau_p$  , es la constante de tiempo de la carga que da cuenta del período de recuperación (segunda fase) y se considera igual tanto para la potencia activa como para la potencia reactiva,

$P_\infty$  y  $Q_\infty$  , son los valores de potencia en la carga cuando se alcanza el régimen permanente (tercera fase). Estos valores se obtiene de los modelos exponenciales de carga, de la forma:

$$P_\infty = P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha$$

$$Q_\infty = Q_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta$$

Donde los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  dependerán del tipo de carga que se éste modelando.

En estas ecuaciones  $V$  representa el valor del voltaje en régimen permanente (tercera fase).

La solución de las ecuaciones (II.15) y (II.16) entrega el siguiente modelo de tipo exponencial:

$$P(t) = P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha + P_0 \left( K - \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \right) e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_p}}$$

$$Q(t) = Q_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta + Q_0 \left( K - \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \right) e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_p}}$$

El comportamiento típico de éste modelo de carga frente a una variación de tensión en forma de escalón, se puede observar en la Figura 2, donde se uso  $\alpha=\beta=1,5$  y  $K=0,5$ .

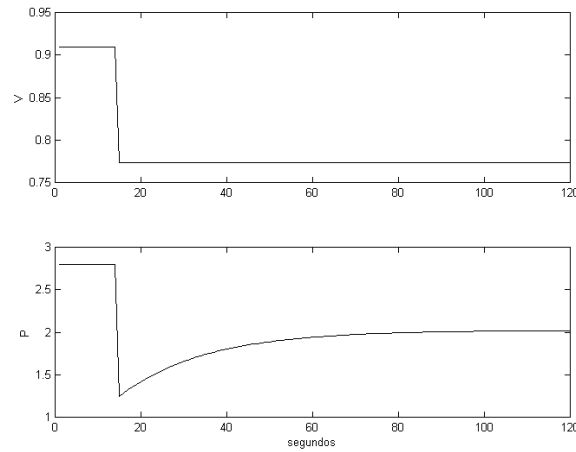


Figura 2. Comportamiento Modelo de Carga Frente a un Escalón de Voltaje.

## 4. Modelo de Carga con control de transformadores con cambio de tap automático

Es posible representar las variaciones de carga frente a la operación del OLTC, de la siguiente forma:

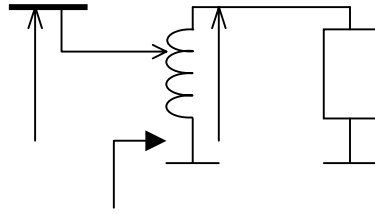


Figura N°1: Modelo de un cambiador de tap bajo carga (OLTC).

$$\dot{I}_1 = n \dot{Y} \dot{V}_2 \quad (1)$$

$$n \dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad (2)$$

$$\text{Así, } \dot{I}_1 = n^2 \dot{Y} \dot{V}_1 \Rightarrow \dot{Y}_L = n^2 \dot{Y} \quad (3)$$

Si consideramos que  $\left| \dot{V}_2 \right| = V_2 \rightarrow V_s$  y que  $n$  es variable de manera continua, entonces:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{T_s} \left( \dot{V}_s - \dot{V}_2 \right) \quad (4) \quad T_s : \text{constante de tiempo del OLTC}$$

$$\frac{d \dot{Y}_L}{dt} = 2n \dot{Y} \frac{dn}{dt} \quad (5)$$

De (2),(3),(4) y (5) :

$$\frac{d\dot{Y}_L}{dt} = \frac{2\dot{V}_1}{T_s} \left( \frac{V_s V_2 \dot{Y}_L}{V_1^2} - \dot{Y}_L \right) \quad (6)$$

De (6) tenemos que el OLTC actúa de manera que  $\dot{Y}_L \rightarrow \frac{V_s^2 \dot{Y}_L}{V_1^2}$ . Esto significa que la potencia consumida es regulada como constante con un retardo de 1º orden. De este modo, empleamos el siguiente modelo de retardo de 1º orden como modelo de carga:

$$\begin{aligned} \frac{dG_L}{dt} &= -\frac{1}{T} (G_L - f_G(V)) \\ \frac{dB_L}{dt} &= -\frac{1}{T} (B_L - f_B(V)) \end{aligned}$$

donde:

$$\dot{Y}_L = G_L + jB_L$$

$T$ , constante de tiempo

$f_G, f_B$  : característica de voltaje para  $G_L, B_L$

Los motores de inducción también se pueden representar por un modelo retardo de 1º orden.

De la ecuación (4) es posible representar la acción del OLTC mediante el siguiente diagrama de bloques:

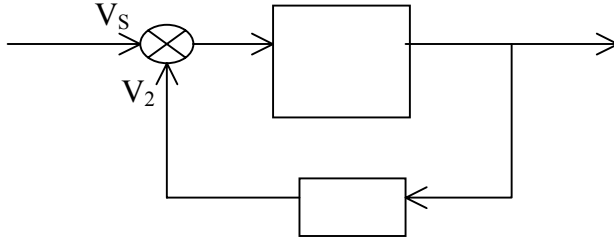


Figura N°4

$$\text{De (4)} : \frac{dn}{dt} = \frac{1}{T_s} \left( \dot{V}_s - \dot{V}_2 \right) = \frac{1}{T_s} \left( \dot{V}_s - n \dot{V}_1 \right) \Rightarrow \frac{dn}{dt} + \frac{\dot{V}_1 n}{T_s} = \frac{\dot{V}_s}{T_s} \quad (7)$$

La solución de (7) está dada por:

$$\begin{aligned} n_h(t) &= K_1 e^{-\frac{V_1 t}{T_s}} \\ n_p(t) &= \frac{V_s}{V_1} \end{aligned} \Rightarrow n(t) = K_1 e^{-\frac{V_1 t}{T_s}} + \frac{V_s}{V_1}$$

Suponiendo como condición inicial que  $n(t=0)=n_0$ , se obtiene que:

$$n(t) = \frac{V_s}{V_1} (1 - e^{-\frac{V_1 t}{T_s}}) + n_0 e^{-\frac{V_1 t}{T_s}}$$

La solución anterior permite describir el comportamiento del ajuste del tap del transformador, en función del voltaje primario  $V_1$  y del voltaje secundario (carga) deseado.



## 5. Modelo Combinado de Carga Real

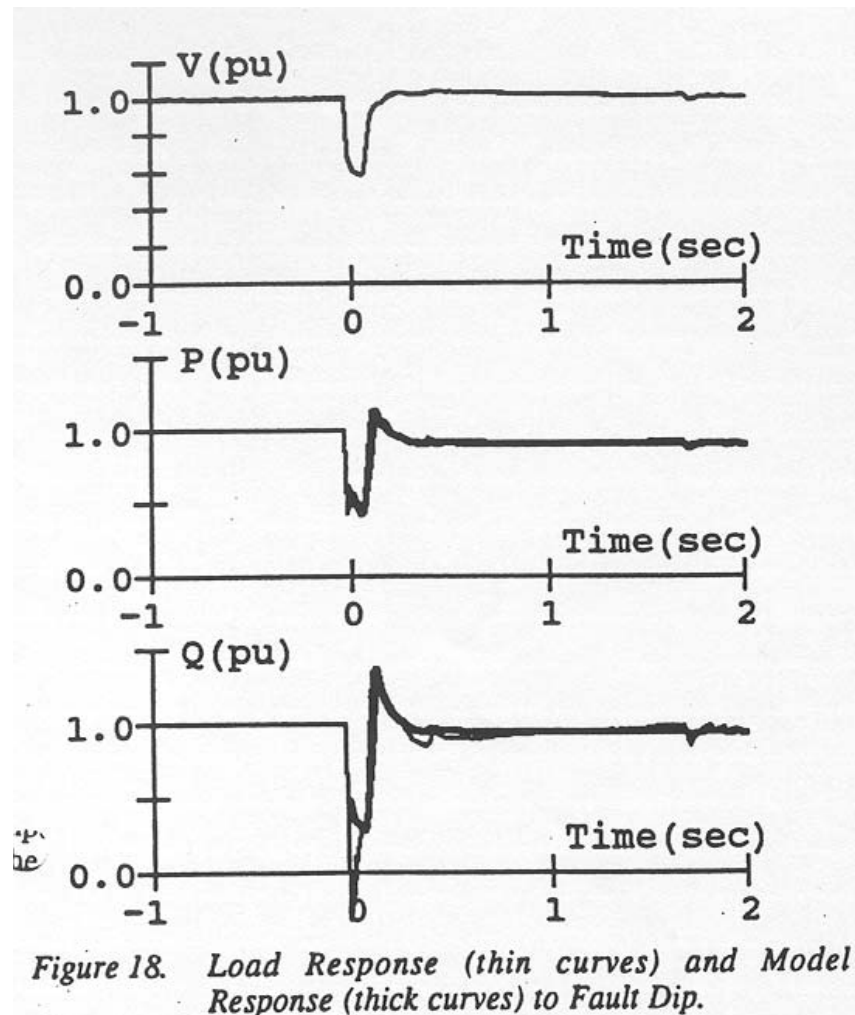
A continuación se presenta un modelo de carga dinámico que integra la dependencia temporal y la modelación en base a admitancias [5]. Las ecuaciones son las siguientes:

$$P(t) = [1 + K_p \{ V(t) - 1 \}] * (1 - P_{drop}) + P_{dyn} * \{ G(t) * V(t)^2 - 1 \} \quad (4)$$

$$Q(t) = [1 + K_q \{ V(t) - 1 \}] * (1 - Q_{drop}) + Q_{dyn} * \{ G(t) * V(t)^2 - 1 \} \quad (5)$$

Donde  $P_{drop}$  es un parámetro relacionado al mínimo voltaje de la barra, el factor de potencia de las pérdidas de la carga se usan para obtener  $Q_{drop}$ . El factor de potencia de las componentes de la carga dinámica se relacionan con  $Q_{dyn}$  y  $P_{dyn}$ , y  $G(t)$  desarrollado en la ecuación (2).

La figura 18 muestra la comparación entre la actual respuesta de la carga y el modelo en respuesta a la falla. Las diferencias entre las dos curvas son aceptablemente pequeñas por la gran cantidad de eventos registrados.



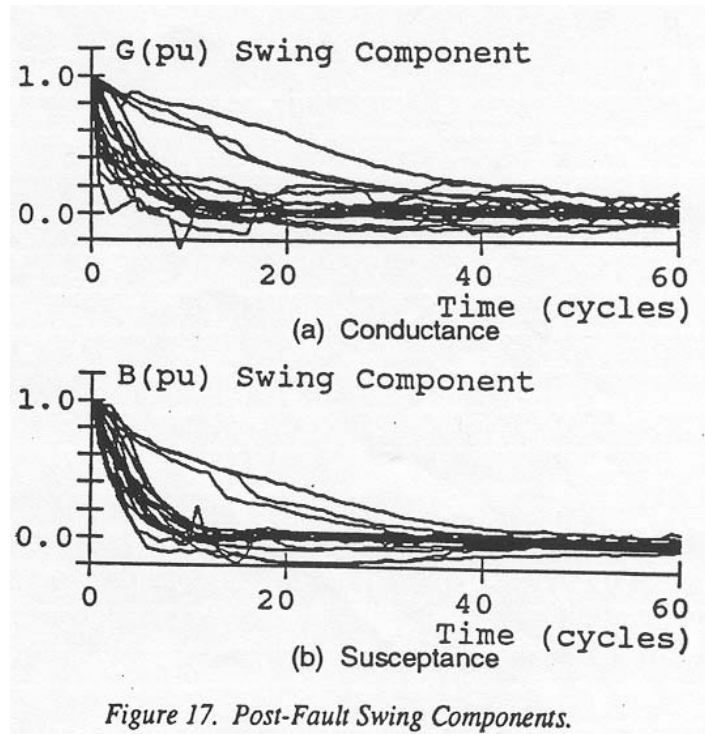


Figure 17. Post-Fault Swing Components.

Ambos, la conductancia  $G$  y susceptancia  $B$  del motor son prácticamente lineal en el deslizamiento del rotor el cual es más pequeño que el deslizamiento crítico (el máximo torque de deslizamiento). Sin embargo, el torque mecánico es prácticamente constante en este pequeño rango de deslizamiento. Con estas observaciones, la inercia dinámica del motor se puede formular el siguiente modelo:

$$dG/dt = -(1/T) * (G * V^2 - 1) \quad (2)$$

con la condición inicial

$$G(t=0) = 1 \quad (3)$$

El modelo implica que:

- $G=1$  si  $V$  no esta en el rango  $V=1$
- $G$  se incrementa si  $V$  decrece y vise versa
- La constante de tiempo aparente dinámica de tipo exponencial es dependiente del voltaje, y la carga se repone después de una falla lentamente si el voltaje es bajo.

Si  $G$  y  $B$  son lineales en el deslizamiento, la susceptancia  $B$  del motor también satisface la ecuación (2), e idéntica constante de tiempo aplicada.

## Bibliografía:

- [1] Wilsun Xu, Yakout Mansour, "Voltage Stability Analysis Using Gneric Dynamic Load Models", IEEE Transactions on Power Systems, Volume: 9 Issue: 1 , pp 479 - 493, 1994.
- [2] D. J. Hill, "Nonlinear Dynamic Load Models with Recovery for Voltage Stability Studies", 1992 IEEE PES Winter Meeting, Jan 26-30, 1992, New York, NY, )2 WM 102-4 PWRS.
- [3] North American Electric Reliability Council Report, "Survey of the Voltage Collapse Phenomenon", published by North American Electric Reliability Council, 1990.
- [4] Robert J. O'Keefe, Richard P. Schulz, Navin B. Bhatt, "Improved Representation of Generator and Load Dynamics in the Study of Voltage Limited Power System Operations", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, N°1, pp. 304-314, February 1997.
- [5] Satoru Ihara, Matoko Tani, Kaysuyuki Tomiyama, "Residential Load Characteristics Observed at Kepco Power System", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, N°2, pp.1092-1101, May 1994.
- [6] Thierry Van Cutsem, Costas Vournas, *Voltage Stability of Electric Power Systems*, Kluwer Academic Publishers, Boston/London/Dordrecht, 1998.
- [7] Miranda Díaz, Rodrigo Andrés, "Identificación, detección y control de áreas con inestabilidad de tensión en redes eléctricas", Memoria Ingeniero Civil electricista Universidad de Chile, 1998.
- [8] Geraldo Téllez, Camilo, "Determinación de parámetros críticos para el control del colapso de tensión", Memoria Ingeniero Civil electricista Universidad de Chile, 1999.
- [9] Marco Mazurett, Dependencia Temporal del Desprendimiento de Carga en el Estudio de Colapso de Tensión, Memoria Ingeniero Civil electricista Universidad de Chile, 2002.