

Control 1
CI43A Análisis de Sistemas de Transporte
Semestre Primavera 2005

Prof.: M. Munizaga
Prof. Aux.: A. Tirachini

Pregunta 1

- a) En el Taller 1 usted identificó intervenciones al sistema de transporte y/o al sistema de actividades. Ahora que ya ha visto en detalle las primeras dos etapas del modelo de cuatro etapas, se le pide que identifique al menos dos intervenciones que afecten la Generación de viajes, y dos intervenciones que afecten la Distribución de viajes. Señale cuáles son las intervenciones y explique porqué espera usted que afecten a la Generación y a la Distribución de viajes.

Esto se puede ver a través de las variables de que depende la Generación y la Distribución. La **Generación** de viajes depende de: la localización de actividades, la demografía, los costos de transporte. Ejemplos de intervenciones: instalación de un nuevo colegio, programa de subsidio al empleo para los habitantes de un cierto sector, habilitación de un nuevo servicio ferroviario. La **Distribución** depende de los vectores O_i y D_j , que este caso vamos a considerar constantes y de la matriz de costos. Cualquier medida que haga que la estructura de la matriz de costos (generalizados) cambie, tendrá impacto en la distribución. Ejemplos: cambio de estructura tarifaria de los servicios de transporte público, pasar de tarifa plana a tarifa que depende de la distancia; construir una nueva línea de metro.

- b) Indique un modelo de Generación y uno de Distribución, que serían sensibles a tales intervenciones. Sea muy explícito en identificar el modelo y sus variables.

Generación: Los modelos de Factor de crecimiento, de regresión lineal (RL) y de análisis por categorías (AC) serán sensibles a aquello que esté incluido entre sus variables. Ejemplos:

Instalación de un nuevo colegio: lo recogerá un modelo de RL que tenga entre sus variables el número de matrículas o los m² destinados a estudio.

Programa de subsidio al empleo: lo recogerá un modelo AC o uno de RL que tenga entre sus variables la ocupación y/o el ingreso.

Distribución: Los modelos de distribución que conocen son: Factor de crecimiento (sólo sensible al total de viajes, no sirve), Gravitacional y Entropía (sensibles a lo que esté incluido en la matriz de costo generalizado, ambos sirven).

- c) Señale cómo afecta una situación como los temporales recientemente acontecidos en Santiago al Sistema de Transporte en sus distintas componentes. Indique además qué efectos esperaría usted en la Generación y Distribución de viajes.

Una situación como la vivida este fin de semana, modifica los costos de algunos arcos, lo cual afecta la matriz de costos de la ciudad, subiendo en forma importante los costos para algunos pares origen-destino. Esto debiera provocar cambios en la generación (que la gente viaje menos) y en la distribución de viajes (que se elijan otros pares O/D). De hecho también se vio afectado el Sistema de Actividades, con la suspensión de clases de algunos colegios, lo cual evidentemente implica cambios en la Generación de viajes.

Pregunta 2

- a) Explique el concepto de entropía aplicado a la modelación de la distribución de viajes. Derive el modelo de entropía para el caso simplemente acotado a destinos, con restricción de costos.

ENTROPÍA: Predice la matriz de distribución de viajes ante la ausencia de información de la matriz actual. El supuesto básico es que los microestados son equiprobables. Al maximizar la entropía, se genera la matriz con el mayor número de microestados asociados a ella o formas de generarse. Así, si todos los microestados son equiprobables, esta matriz será la de mayor probabilidad de ocurrencia.

Modelo entrópico simplemente acotado destino

$$\begin{aligned} \text{Max}_{V_{ij}} W(V_{ij}) &= \frac{T!}{\prod_{ij} (V_{ij}!)} \\ \text{s.a.} \quad \sum_i V_{ij} &= D_j \quad \forall j = 1 \dots n \\ \sum_{ij} c_{ij} V_{ij} &= C \end{aligned}$$

Aplicando logaritmo (como ésta es una función creciente, $\text{Max } W(V_{ij}) \Leftrightarrow \text{Max } \ln W(V_{ij})$) y la aproximación de Stirling, el problema se reduce a:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{V_{ij}} - \sum_{ij} V_{ij} (\ln V_{ij} - 1) \\ \text{s.a.} \quad \sum_i V_{ij} &= D_j \quad \forall j = 1 \dots n \\ \sum_{ij} c_{ij} V_{ij} &= C \end{aligned}$$

Planteando el lagrangeano y las condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} L &= - \sum_{ij} V_{ij} (\ln V_{ij} - 1) + \sum_j \gamma_j \left(D_j - \sum_i V_{ij} \right) + \beta \left(C - \sum_{ij} c_{ij} V_{ij} \right) \\ \frac{\partial L}{\partial V_{kl}} &= -\ln V_{kl} - \gamma_j - \beta c_{kl} = 0 \\ \Rightarrow V_{kl} &= \exp(-\gamma_l) \exp(-\beta c_{kl}) = \frac{D_l \exp(-\beta c_{kl})}{\sum_k \exp(-\beta c_{kl})} \end{aligned}$$

b) Considere que se le ha encargado predecir la distribución de viajes en el año 2010 en una ciudad de tamaño medio con n zonas. Para ello dispone de la siguiente información:

- Matriz de origen/destino observada hoy, año 2005.
- Vector de viajes originados por zona, predicho para el año 2010
- Vector de viajes atraídos por zona, predicho para el año 2010
- Estructura de costos de viajes, para cada par de zonas i, j

Indique qué modelo aplicaría en cada una de las siguientes situaciones:

- i Se espera que la forma de la matriz de distribución no cambie mayormente. La matriz de costos es poco confiable.
- ii Se espera un cambio estructural en la distribución de viajes.
- iii Existen dudas sobre la calidad de los modelos de generación y atracción utilizados para predecir los vectores O y D del año 2010. La cantidad total de viajes predicha por ambos modelos es la misma y se considera confiable.

i) Como la estructura de la matriz de distribución no cambia mayormente, y no es recomendable usar los costos, lo mejor es aplicar un modelo de factor de crecimiento doblemente acotado, como Furness, que ajustará una matriz con estructura similar a la actual a los nuevos vectores O_i , D_j .

ii) En este caso se debe descartar la información de la matriz a priori, por lo que se debe usar un modelo de entropía doblemente acotado con restricción de costos.

ii) En este caso no debe utilizarse la información de los O_i , D_j ya que no es confiable, pero podría usarse la información del total de viajes, de la matriz a priori y de los costos. Podría usarse entropía acotado a total de viajes y costo, o factor de crecimiento uniforme.

Pregunta 3

Suponga la existencia de tres mercados, inicialmente aislados, en que se produce y consume un mismo bien. Las curvas de Oferta y Demanda están bien representadas por los siguientes modelos lineales.

$$\begin{array}{lll} \text{M1: } O=1200+4P & \text{M2: } O=-700+2P & \text{M3: } O=1000+4P \\ D=4100-3P & D=6000-3,5P & D=5200-3P \end{array}$$

Suponiendo que se ofrece un servicio de transporte con las tarifas entregadas en la matriz de tarifas adjunta. Encuentre la nueva situación de equilibrio, indicando los precios finales y las cantidades producidas y consumidas en cada uno de los mercados, y las cantidades transferidas entre mercados.

Desde\Hacia	Tarifas de transporte		
	M1	M2	M3
M1	-	250	350
M2	200	-	300
M3	300	250	-

Lo primero que se debe hacer es encontrar el equilibrio aislado de cada uno de los tres mercados.

$$\begin{array}{lll} \text{M1: } O=1200+4P & \text{M2: } O=-700+2P & \text{M3: } O=1000+4P \\ D=4100-3P & D=6000-3,5P & D=5200-3P \\ \rightarrow 1200+4P=4100-3P & \rightarrow -700+2P=6000-3,5P & \rightarrow 1000+4P=5200-3P \\ \\ P=414,3 & P=1218,2 & P=600 \\ Q=2857 & Q=1736,4 & Q=3400 \end{array}$$

Se puede ver que el precio es bastante mayor en el mercado 2, por lo que hay incentivo para que se traslade producto desde los mercados 1 y 3 hacia el mercado 2. Las condiciones de equilibrio con transporte son:

El exceso de demanda en M2 debe ser igual a la suma de los excesos de oferta en los mercados M1 y M3.

El precio en el mercado M2 debe ser igual al precio en M1 más la tarifa de transporte entre M1 y M2. Lo mismo para M3.

Equilibrio con transporte:

$$\begin{aligned} ED2 &= EO1 + EO3 \\ (6000 - 3,5P2) - (-700 + 2P2) &= (1200 + 4P1) - (4100 - 3P1) + (1000 + 4P3) - (5200 - 3P3) \\ P2 &= P1 + 250 & P1 &= P2 - 250 \\ P3 &= P1 \end{aligned}$$

→ $P_2=887.2$
 $P_1=637.2$
 $P_3=637.2$

Con esos precios, la situación en cada mercado es la siguiente:

M1: $O_1= 3749$
 $D_1= 2188$ → Exceso de oferta mercado M1 = 1561 es transferido hacia M2

M2: $O_2= 1074$
 $D_2= 2895$ → Exceso de demanda mercado M2 = 1821

M3: $O_3= 3549$
 $D_3= 3289$ → Exceso de oferta mercado M1 = 260 es transferido hacia M2

En esta situación de equilibrio, no hay nadie que tenga incentivo para intentar comprar o vender en otro mercado, a menos que las tarifas de transporte cambien.